

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ
КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. ИГОРЯ СИКОРСКОГО

В.В. Аврутов

ИСПЫТАНИЯ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Учебное пособие

Рекомендовано Ученым советом
НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского»

Киев – 2016

УДК 531.383

Гриф присвоен Ученым советом НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского»
(протокол № 12 от 05.12. 2016).

Рецензенты:

- **Успенский В.Б.** – д.т.н., профессор кафедры систем и процессов управления Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»;
- **Никитенко Ю.Г.** – д.т.н., ученый секретарь Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт «Квант-радиолокация»

Ответственный редактор: **Бурау Н.И.** – д.т.н., профессор, зав. кафедрой приборов и систем ориентации и навигации НТУУ «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»

Аврутов В.В.

Испытания инерциальных приборов: Учебное пособие. – К.: НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского», 2016. – 205 с.

Учебное пособие предназначено студентам приборостроительных специальностей высших технических учебных заведений.

В первом разделе приводятся основные понятия и определения теории испытаний приборов. Здесь изучается место и цели испытаний в жизненном цикле изделий, рассматриваются виды внешних воздействий и условия эксплуатации, дается классификация испытаний, описаны такие нормативные документы как программа испытаний и методика испытаний. Приводится информация об основных видах специального испытательного оборудования: поворотных установках, центрифугах, вибростендах и т.п.

Второй раздел посвящен испытаниям акселерометров. Рассмотрены общие вопросы экспериментального определения основных параметров акселерометров – масштабных коэффициентов, нулевых сигналов и коэффициентов перекрестной связи.

Третий раздел посвящен испытаниям гироскопов.

В четвертом разделе описана калибровка инерциально-измерительных модулей.

Благодаря общему характеру материала учебное пособие будет полезно студентам и специалистам из отраслей электроники, радиотехники, информатики и компьютерной техники.

Ил. 144, библиогр. 67, табл. 20.

Содержание

	Условные обозначения	5
	Предисловие	6
	Введение	7
1.	Основы теории испытаний	9
1.1.	Испытания как элемент жизненного цикла изделий	9
1.2.	Воздействия и условия эксплуатации бортовых приборов	11
1.3.	Классификация испытаний	14
1.4.	Программа испытаний	19
1.5.	Способы проведения испытаний	21
1.6.	Испытательное оборудование	22
1.6.1.	Оптическая делительная головка	22
1.6.2.	Одноосные поворотные установки	23
1.6.3.	Двухосные поворотные установки	24
1.6.4.	Трехосные поворотные установки	24
1.6.5.	Центрифуги	25
1.6.6.	Вибростенды	26
1.6.7.	Виброфуги	30
1.6.8.	Ударные стенды	30
1.6.9.	Кольца Гельмгольца	32
1.6.10.	Стенды качки	33
1.6.11.	Акустические камеры	35
1.6.12.	Климатические камеры	37
	Контрольные вопросы к разделу 1	38
2.	Испытания акселерометров	39
2.1.	Математическая модель осевых акселерометров	39
2.2.	Математическая модель маятниковых акселерометров	49
2.3.	Временные характеристики акселерометров	55
2.4.	Статические испытания акселерометров	58
2.4.1.	Метод тестовых поворотов	58
2.4.2.	Метод последовательных поворотов	61
2.4.3.	Климатические испытания акселерометров	64
2.4.4.	Электромагнитные испытания акселерометров	67
2.5.	Динамические испытания акселерометров	68
2.5.1.	Испытания акселерометров на центрифуге	68
2.5.2.	Частотные характеристики акселерометров	69
2.5.3.	Вибрационные испытания акселерометров	73
2.5.4.	Акселерометр при акустическом воздействии	77
2.5.5.	Исследование шумовых характеристик микроакселерометров	82
	Контрольные вопросы к разделу 2	83
3.	Испытания гироскопов	85
3.1.	Калибровочные (статические) испытания гироскопов	86
3.2.	Модель дрейфа двухстепенного поплавкового гироскопа	92
3.3.	Испытания гироскопа в режиме одноосного гиросtabilизатора	96
3.3.1.	Схема испытаний I. Входная ось гироскопа параллельна земной оси	98
3.3.2.	Схема испытаний II. Входная ось гироскопа вертикальна	105
3.3.3.	Схема испытаний III. Входная ось гироскопа горизонтальна	106
3.4.	Испытание гироскопа в режиме обратной связи по моменту	108

	(режим «электрической пружины»)	
3.4.1.	Схема I. Выходная ось гироскопа параллельна земной оси	109
3.4.2.	Схема испытаний II. Выходная ось гироскопа вертикальна	115
3.4.3.	Схема испытаний III. Выходная ось гироскопа горизонтальна	117
3.5.	Испытания гироскопов на центрифуге	119
3.6.	Электромагнитные испытания гироскопов	125
3.7.	Вибрационные испытания гироскопов	125
3.7.1.	Определение дрейфов из-за неравножесткости упругого подвеса. Случай горизонтальной вибрации	127
3.7.2.	Испытания гироскопов при вертикальной вибрации	133
3.8.	Испытания динамически настраиваемых гироскопов	138
3.9.	Модель выходных сигналов блока механических гироскопов	147
3.10.	Оптико-электронные гироскопы	148
3.10.1.	Волоконно-оптический гироскоп	150
3.10.2.	Лазерные гироскопы	154
	Контрольные вопросы к разделу 3	159
4.	Калибровка инерциально-измерительных модулей	160
4.1.	Калибровка блока осевых акселерометров	160
4.2.	Калибровка блока маятниковых акселерометров	164
4.3.	Калибровка блока гироскопов	168
4.4.	Калибровка блока гироскопов с учетом g -дрейфов	171
4.5.	Калибровка блока гироскопов с учетом g^2 -дрейфов	174
4.6.	Скалярная калибровка блока акселерометров	178
4.7.	Скалярная калибровка блока гироскопов	182
	Контрольные вопросы к разделу 4	186
	Приложение 1. Обнаружение и исключение грубых погрешностей из результатов испытаний	187
	Приложение 2. Метод наименьших квадратов. Линейная зависимость	190
	Приложение 3. Метод наименьших квадратов в матричной форме	192
	Приложение 4. Вариации Аллана	196
	Список использованной и рекомендованной литературы	198
	Предметный указатель	203

Условные обозначения

- АЧХ – амплитудно-частотная характеристика
БИНС – бесплатформенная инерциальная навигационная система
БИСО – бесплатформенная инерциальная система ориентации
ВВФ – внешние воздействующие факторы
ВОГ – волоконно-оптический гироскоп
ДНГ – динамически настраиваемый гироскоп
ДУС – датчик угловой скорости
ЕСКД – единая система конструкторской документации
ИИМ – инерциально-измерительный модуль
ЛГ – лазерный гироскоп
МНК – метод наименьших квадратов
НИР – научно-исследовательская работа
НТД – нормативно-техническая документация
ОДГ – оптическая делительная головка
ОИ – объект испытаний
ОКР – опытно-конструкторская разработка
ПИ – программа испытаний
ПИД-регулятор – пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор
ТЗ – техническое задание
ТУ – технические условия
ФЧХ – фазо-частотная характеристика
ЦНИИ – центральный научно-исследовательский институт
ШСВ – широкополосная случайная вибрация
MEMS – micro electro mechanical systems

Предисловие

Настоящее учебное пособие написано на основе учебного курса «Испытания и диагностика приборов и систем», который читается студентам приборостроительного факультета Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского», обучающимся по специальности 151 "Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии", специализация "Компьютерно-интегрированные технологии и системы навигации и управления".

Учебное пособие содержит четыре раздела.

В первом разделе приводятся основные понятия и определения теории испытаний приборов. Здесь изучается место и цели испытаний в жизненном цикле изделий, рассматриваются виды внешних воздействий и условия эксплуатации, дается классификация испытаний, описаны такие нормативные документы как программа испытаний и методика испытаний. Приводится описание основных видов специального испытательного оборудования: поворотных установок, центрифуг, вибростендов и т.п.

Второй раздел посвящен испытаниям акселерометров. Рассмотрены общие вопросы экспериментального определения основных параметров акселерометров – масштабных коэффициентов, нулевых сигналов и коэффициентов перекрестной связи. Кроме традиционных одноосных акселерометров, рассматриваются микромеханические акселерометры.

Третий раздел посвящен испытаниям гироскопов различных типов. Изучение данного раздела состоит в описании калибровочных испытаний, а также испытаний гироскопов в режиме одноосного гиростабилизатора и режиме «электрической пружины».

Четвертый раздел описывает калибровку инерциально-измерительных модулей.

Наряду с описанием методов испытаний в данном учебном курсе уделяется внимание современному испытательному оборудованию.

Знания, полученные студентами, должны помочь им проводить испытания и контроль не только существующих инерциальных приборов, но и образцов новейшей техники. Пособие также может быть полезно студентам других специальностей, изучающих, например, радиоэлектронные и электронно-вычислительные средства и системы.

Введение

Непрерывный процесс развития техники предъявляет растущие требования к безопасности гражданских транспортных средств и к выполнению поставленных целей перед военными подвижными объектами. Испытания предназначены для того, чтобы проверить соответствие разрабатываемой техники и выпускаемой продукции предъявленным требованиям.

Рассмотрим такой пример: руководителю подразделения предприятия, которое занимается разработкой и производством навигационной техники, предстоит выбрать чувствительный элемент (датчик) для прибора. Допустим, что на рынке датчиков существует предложение из двух датчиков практически с одинаковыми техническими характеристиками, но первый стоит вдвое дороже второго, причем время испытаний первого датчика также вдвое больше времени испытаний второго. Какой датчик следует выбрать?

Известно [32], что стоимость прибора (изделия) при его производстве состоит из коммерческой стоимости деталей и комплектующих, расходов на производство, стоимости испытаний, стоимости регламентного обслуживания, замены и ремонта.

Мировой опыт показывает [15], что до 40% стоимости выпускаемой продукции приборостроения приходится на испытания. Кроме того, из практики известно [32], что время, затраченное на проведение испытаний, прямо пропорционально общему полезному времени работы (ресурсу) прибора, т.е. чем короче период испытаний, тем меньше полезный ресурс и ниже надежность. Если сэкономить на испытаниях, можно, в лучшем случае, потом потерять на ремонте, а в худшем – могут возникнуть проблемы с безопасностью транспортного средства или с выполнением поставленной задачи.

Исходя из требований безопасности и высокой надежности [1], следует остановить свой выбор на первом датчике.

Литературу, посвященную вопросам испытаний инерциальных приборов можно разделить на два вида: во-первых, это различные международные и национальные стандарты, во-вторых, это научная и учебная литература.

Среди международных стандартов следует выделить стандарт [47], посвященный общим вопросам испытаний инерциальных приборов, испытательному оборудованию и обработки полученных данных. Стандарты [55,57] посвящены испытанию акселерометров, а стандарты [48-52,54,56,58] – испытанию различных типов гироскопов.

Среди научной литературы следует выделить монографию [32], в которой впервые была предпринята попытка обобщить опыт проектирования и испытаний механических двухстепенных гироскопов.

В работах [61,66] вопросам испытаний и калибровке гироскопов и акселерометров посвящена отдельная глава. Здесь также рассмотрены аналитические выражения для выходных сигналов различных типов гироскопов (механических и оптико-электронных) и акселерометров.

В учебном пособии [3] приведены вопросы общей теории испытаний и контроля качества бортовых приборов, а также описаны виды испытательного оборудования.

Если в учебном пособии [4] рассмотрены принципы построения микромеханических акселерометров, а также вопросы их испытаний и калибровки, то статья [19] посвящена испытаниям микромеханических гироскопов, а также содержит информацию о специализированном испытательном оборудовании.

Учебное пособие [30] содержит раздел, посвященный калибровке БИНС. Здесь рассмотрены математические модели выходных сигналов акселерометров и гироскопов, их калибровка и использование результатов калибровки в алгоритмах БИНС и выставки БИНС.

Следует отметить, что большое внимание вопросам испытаний и калибровке гироскопов и акселерометров, а также инерциальных систем уделяется в материалах ежегодной международной конференции по интегрированным навигационным системам, проходящей в ЦНИИ «Электроприбор», г. Санкт-Петербург (Российская Федерация). Кроме того, следует отметить, что работы по данной тематике присутствуют в материалах научно-технических конференций «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники» и «Приборостроение: состояние и перспективы», проходящих в НТУУ «КПИ», г. Киев (Украина).

В настоящем пособии предпринята попытка обобщить материалы по испытаниям и калибровке гироскопов, акселерометров, а также инерциально-измерительных модулей.

Автор выражает глубокую благодарность г-ну Бобу Сулофу (Mr. Bob Sulouff), вице-президенту компании Analog Devices. Inc.TM и г-ну Полу МакКэмбриджу (Mr. Paul McCambridge), президенту компании Maxim Integrated Inc.TM за любезно предоставленные образцы продукции.

Кроме того, автор благодарит своих коллег – Бурау Н.И., д.т.н., профессора, а также к.т.н., доцента Мелешко В.В. и к.т.н., доцента Бондаря П.М. за помощь по редактированию рукописи, ценные советы и замечания, которые были учтены автором.

Также автор признателен аспирантам Головачу С.В. и Сапегину А.Н. за помощь в проведении испытаний приборов.

Отдельную благодарность автор выражает рецензентам Успенскому В.Б. – д.т.н., профессору кафедры систем и процессов управления Национального технического университета «Харьковский политехнический институт» и Никитенко Ю.Г. – д.т.н., ученому секретарю Государственного предприятия «Научно-исследовательский институт «Квант-радиолокация» за прочтение рукописи, советы и рекомендации, которые улучшили содержание данного пособия.

Учебное пособие было закончено, когда не стало нашего коллеги, Учителя и замечательного человека Павла Михайловича Бондаря. Именно благодаря таким неравнодушным людям жизнь становится светлее и лучше.

Раздел 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИСПЫТАНИЙ

1.1. Испытания как элемент жизненного цикла изделий.

Испытание продукции является разновидностью контроля качества продукции.

Испытанием (*англ. testing*) называют [17] экспериментальное определение количественных и (или) качественных характеристик/свойств объекта испытаний как результата воздействия на него, при его функционировании, при моделировании объекта и (или) воздействии.

Целью испытаний является определение истинного значения параметра в заданных номинальных условиях испытания. Отметим, что реальные условия испытаний практически всегда отличаются от номинальных. Поэтому результат испытания всегда имеет погрешность, возникающую не только из-за погрешности определения искомой характеристики, но и из-за неточного установления номинальных условий испытания.

Будем называть изделием объект, полученный в результате производственной деятельности.

Жизненный цикл изделия – период времени от возникновения потребности в продукции до ее полного удовлетворения.

Применительно к бортовым приборам, жизненный цикл состоит из таких стадий:

- разработка;
- серийное производство;
- эксплуатация.

Разработка начинается с составления организацией-заказчиком технического задания (ТЗ) и заканчивается передачей организацией-разработчиком подлинников полного комплекта конструкторской документации производственному предприятию, на котором предполагается осуществить серийный выпуск изделия.

Если раньше разработкой были заняты исключительно государственные научно-исследовательские институты (НИИ), конструкторские бюро (КБ) и научно-технические комплексы (НТК), то теперь в процесс разработки вовлечены компании различной формы собственности.

Процесс разработки можно разделить на пять этапов в порядке очередности выполнения:

1. Техническое задание (ТЗ);
2. Техническое предложение (ТПр);
3. Эскизный проект (ЭП);
4. Технический проект (ТП);
5. Разработка рабочей документации (РРД).

Стадии разработки традиционно группируют в этапы. Стадии технического задания и технического предложения, в которых преобладает научно-исследовательская работа (НИР), называют этапом НИР ($\text{НИР}=\text{ТЗ}+\text{ТПр}$), а остальные – этапом опытно-конструкторской разработки ($\text{ОКР}=\text{ЭП}+\text{ТП}+\text{РРД}$).

На этапе НИР испытания проводятся в виде научных экспериментов по проверке и исследованию физических принципов разрабатываемого изделия.

На этапе ОКР (ЭП и ТП) проводятся *исследовательские испытания* лабораторных макетов. Их цель – исследование возможности и перспективность направления работ.

На стадии РРД проводится цикл натурных испытаний опытных образцов, по результатам которых проводится корректировка и доводка рабочей конструкторской документации. Эти испытания можно назвать *доводочными и приемочными*.

Задачи испытаний на стадии разработки:

- 1) выявление ошибок, допущенных при проектировании и изготовлении образцов;
- 2) уточнение характеристик изделия и условий эксплуатации;
- 3) сравнение вариантов конструкций, схем изделий одного и того же функционального назначения;
- 4) отработка и доведение опытных изделий до заданных параметров;
- 5) подготовка и отработка документации наилучшим требованиям.

В процессе серийного производства проводятся *заводские испытания* для контроля качества изготовления изделия в условиях налаженного серийного производства.

Заводские испытания можно разделить на квалификационные, предъявительские, приемо-сдаточные, периодические, инспекционные, типовые, аттестационные и сертификационные.

В процессе эксплуатации проводятся *контрольные испытания* для контроля текущего состояния изделия в реальных эксплуатационных условиях.

Таким образом, испытания проводятся внутри каждой стадии ЖЦ изделия (рис. 1.1).

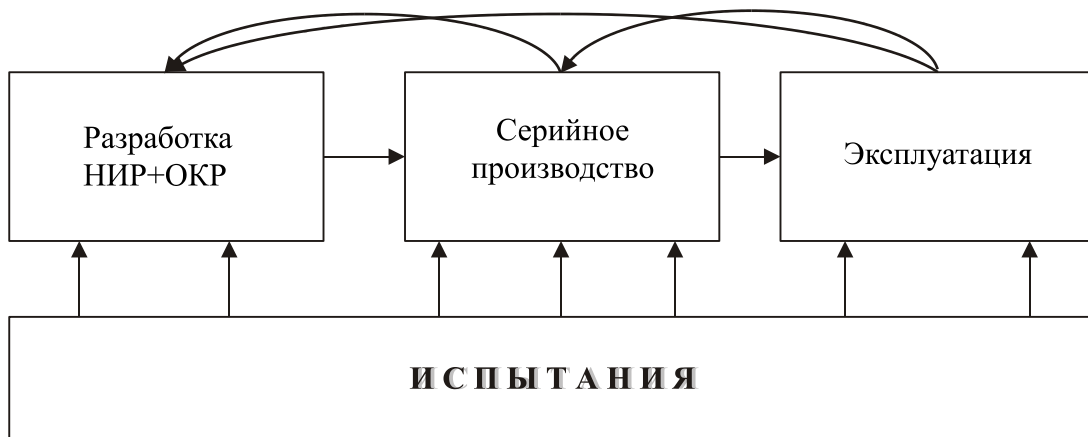


Рис. 1.1. Место испытаний в жизненном цикле изделия

Обратными стрелками на рис.1.1 отмечен необходимый и важный для разработчика учет опыта изготовления и эксплуатации изделия.

С целью повышения надежности техники, исследования влияния различных факторов на ее функционирование необходимо расширять программы испытаний на различных стадиях жизненного цикла изделия.

1.2. Воздействия и условия эксплуатации бортовых приборов

Современные бортовые приборы представляют собой широкую номенклатуру изделий, построенных на различных физических принципах, использующих различную элементную базу и предназначенных для различных объектов.

В процессе эксплуатации бортовые приборы работают в определенных, свойственных только данному типу приборов условиях, и подвергаются различным воздействиям.

Воздействия по их происхождению разделяют на две группы: объективные и субъективные [15] (рис. 1.2).

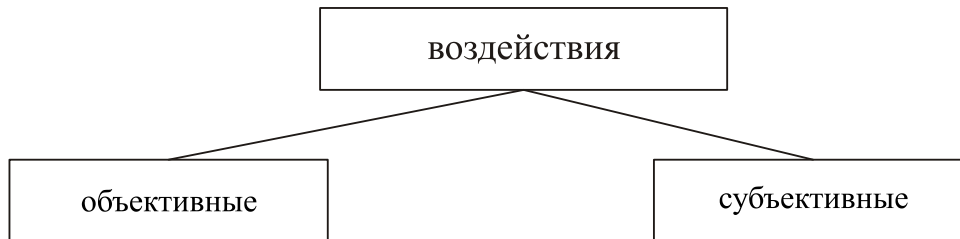


Рис. 1.2. Разделение воздействий по причине их возникновения

Объективные воздействия или внешние воздействующие факторы – это явления или процессы, внешние по отношению к изделию, которые могут вызывать ограничения или потерю работоспособности изделия в процессе эксплуатации.

Все внешние воздействующие факторы можно разделить на восемь классов:

- механические;
- климатические;
- биологические;
- радиационные;
- электромагнитные;
- специальные среды;
- термические;
- космические.

Первый класс – механические воздействия – содержит шесть групп:

- колебания (синусоидальная или случайная вибрация, акустический шум, качка, наклон (крен, дифферент);
- удар (механический, гидравлический, аэродинамический, сейсмический, баллистический, взрывной волны);
- постоянное ускорение (линейное, угловое, центростремительное, невесомость);
- механическое давление (статическое, динамическое);
- сила – растягивающая, изгибающая, сжимающая, крутящий момент, механический срез, импульс силы;
- поток жидкости – течение потока жидкости.

Второй класс – климатические воздействия – содержит десять групп:

- атмосферное давление и давление других газов (повышенное, пониженное; изменение давления);
- температура среды (повышенная, пониженная; изменение температуры);
- влажность воздуха или других газов (повышенная, пониженная; изменение влажности);
- атмосферные осадки (выпадающие – дождь, град, снежная крупа; конденсированные – роса, гололёд, изморозь);
- туман (городской, морской);
- пыль, песок;

- солнечное излучение (интегральное, ультрафиолетовое);
- поток воздуха – ветер;
- среда с коррозионной активностью (атмосферная, водная, почвенно-грунтовая);
- ледово-снежная среда (лёд, снежный покров).

Третий класс – биологические воздействия – состоит из трех групп:

- растения (бактерии, плесневые грибы, лишайники, водоросли, высшие растения);
- беспозвоночные животные (губки, черви, моллюски, членистоногие, иглокожие);
- позвоночные животные (рыбы, земноводные, пресмыкающиеся, птицы, млекопитающиеся).

Четвертый класс – радиационные воздействия – состоит из одной группы – ионизирующие излучения, имеющие два вида:

- квантовое (электромагнитное) излучение – гамма-лучи и рентгеновские лучи;
- нейтронные, электронные и протонные излучения.

Пятый класс – воздействия электромагнитного поля – состоит из двух групп:

- электромагнитное поле (частные случаи – чистое электрическое поле и чистое магнитное поле);
- электрический ток (постоянный, переменный и электрический импульс).

Шестой класс – воздействия специальных сред:

- кислотно-щелочная и нейтральная среда (неорганические и органические соединения);
- масла и смазки (на основе нефтепродуктов, синтетические);
- топлива (на основе нефтепродуктов, спирты; компоненты ракетного топлива);
- специальные среды (испытательные среды, рабочие среды, и среды заполнения); рабочие растворы (дезинфицирующие, дезактивирующие, стерилизующие); рабочие тела; отравляющие вещества; радиоактивные аэрозоли.

Седьмой класс – термические воздействия:

- тепловой удар (тепловое излучение взрыва);
- нагрев (аэродинамический, трением, тепловой поток, пламя).

Восьмой класс – космические воздействия:

- глубокий вакуум;
- невесомость;
- метеорные частицы;
- магнитные и гравитационные поля планет и звезд;
- электромагнитные и корпускулярные излучения.

Каждый вид воздействия характеризуется своим набором факторов (параметров). Например, для климатических воздействий это температура, влажность, давление, скорость ветра и т.д.

Субъективные воздействия («человеческий фактор») зависят от деятельности человека на всех этапах жизненного цикла изделия (разработка, производство и эксплуатация) и вызваны следующими ошибками:

- схемно-технологическими;
- производственными;
- эксплуатационными.

В результате ошибок проектирования, производства и эксплуатации, возникают дефекты изделий, которые при воздействии объективных факторов приводят к частичной или полной потере работоспособности изделия.

К ошибкам проектирования относятся недостатки электрических и функциональных схем и конструктивно-технологических решений, переоценка возможностей операторов, обслуживающих спроектированные изделия и недостаточно эффективная система контроля.

Ошибки производства обусловлены нарушениями технологических процессов, применением некачественных комплектующих элементов и материалов, отсутствием жесткого контроля на стадиях производства.

Ошибки эксплуатации связаны в основном с нарушениями обслуживающим персоналом эксплуатационных требований, предусмотренных соответствующими нормативно-техническими документами (НТД) на изделие.

На практике, совместное проявление различных субъективных и объективных факторов (воздействий) приводит к катастрофам.

Приведем примеры результатов ошибок проектирования и эксплуатации:

- авария на Чернобыльской АЭС в 1986 г.,
- катастрофа самолета А-320 под Междуреченском в 1994 г.,
- катастрофа на Саяно-Шушенской ГЭС в 2012 г.

Влияние объективных и субъективных воздействий на работоспособность изделия существенно отличается. Из-за наличия субъективных воздействий снижается устойчивость разрабатываемых изделий к влиянию объективных воздействий, в результате чего снижается качество и надежность изделия. Негативные последствия влияния субъективных воздействий, как правило, скрыты от разработчиков и изготовителей конкретных изделий. Для их выявления на всех этапах жизненного цикла применяют различные виды испытаний и контроля.

Как уже было упомянуто выше, различные приборы работают в различных условиях эксплуатации и подвергаются различным внешним воздействиям.

Условия эксплуатации (УЭ) – совокупность воздействий, оказывающих влияние на функционирование и работоспособность изделий.

В соответствии с диапазоном и степенью влияния воздействий УЭ делят на нормальные, рабочие и предельные УЭ.

Обычно нормальные условия (НУ) характеризуются следующими параметрами:

1. температура $+25^{\circ}\text{C}\pm 10^{\circ}\text{C}$;
2. атмосферное давление $750\pm 30\text{мм.рт.ст.}$;
3. относительная влажность $65\pm 15\%$.

НУ – значения совокупности воздействий, установленных НТД как номинальные; в таких условиях погрешности приборов близки требуемым, которые могут быть определены и гарантированы. Эти условия – база, относительно которой выявляются изменения свойств изделия в других условиях.

Рабочие условия – совокупность воздействий, пределы которых нормируют (регламентируют, гарантируют) характеристики показателей качества изделий, указанных в ТУ и другой НТД.

Предельные условия – характеризуют экстремальные значения воздействий, которые изделия могут выдержать без разрушения и ухудшения качества

1.3. Классификация испытаний.

Все испытания можно разделить [3] на восемь классов (рис. 1.3):

1. В зависимости от стадий жизненного цикла продукции;
2. По методам, условиям и месту проведения;
3. По назначению;
4. По продолжительности;
5. По уровню проведения;
6. По виду воздействия;
7. По результату воздействия;
8. По определяемым характеристикам.

Первый класс – в зависимости от стадий жизненного цикла продукции – в свою очередь разделяется на три подкласса:

Для первого подкласса – для стадии *разработки* – испытания разделяются на следующие виды:

1.1.1. Исследовательские – проводятся для изучения характеристик и параметров объекта при том или ином воздействии, для проверки работоспособности модели прибора и его функционирования, для определения условий эксплуатации изделия;

1.1.2. Доводочные испытания проводятся для оценки влияния вносимых в НТД изменений для достижения заданных значений показателей качества продукции;

1.1.3. Предварительные испытания проводятся для установления соответствия опытных образцов требованиям ТЗ и ТУ;

1.1.4. Приемочные испытания – решается вопрос о целесообразности и возможности постановки изделия на производство.

Для второго подкласса – на стадии *производства* – испытания разделяются на такие виды:

1.2.1. Квалификационные – испытания установочной серии или первой промышленной партии, проводимые с целью выявления готовности предприятия выпускать продукцию в заданном объеме;

1.2.2. Предъявительские – проводятся службой технического контроля предприятия-изготовителя перед предъявлением изделия для приемки представителем заказчика или потребителем;

1.2.3. Прием-сдаточные испытания (ПСИ) проводят для принятия решения о пригодности продукции к поставке или ее использованию. Испытаниям подвергают каждую изготовленную единицу продукции или выборку из партии. Испытания проводит служба технического контроля изготовителя с участием представителя заказчика. Порядок испытаний установлен в технических условиях (ТУ), а для продукции единичного производства – техническом задании (ТЗ);

1.2.4. Периодические – проводятся в объемах и в сроки, установленные НТД, для контроля стабильности качества выпускаемой продукции и возможности продолжения выпуска;

1.2.5. Типовые испытания – это контрольные или проверочные испытания, которые проводятся после внесения изменений в конструкцию или технологию изготовления с целью оценки эффективности и целесообразности внесенных изменений;

1.2.6. Инспекционные – проводятся в выборочном порядке с целью контроля стабильности качества, проводимые специальной уполномоченной организацией;

1.2.7. Аттестационные – для оценки качества продукции при ее аттестации по категориям качества;

1.2.8. Сертификационные – проводимые с целью определения соответствия качества продукции требованиям национального или международного стандартов. Проводятся независимой от производителя и уполномоченной организацией.

Для третьего подкласса – на стадии *эксплуатации* – испытания разделяются на такие виды:

1.3.1. Подконтрольные – проводятся для подтверждения соответствия продукции требованиям НТД в условиях применения продукции, а также для получения информации о надежности продукции, выработке рекомендаций по устранению недостатков; для проведения исполнителем выделяются специальные образцы, которые предварительно проходят квалификационные и периодические испытания;

1.3.2. Эксплуатационные – проводятся для определения целесообразности дальнейшей эксплуатации, когда изменение показателей качества может привести к снижению эффективности. Они проводятся через интервалы времени или при достижении наработки;

1.3.3. Инспекционные – те же, что и на стадии производства.

Для второго класса – *по методам, условиям и месту проведения* – испытания подразделяют на два подкласса.

Для первого подкласса – *физические испытания реальных изделий или их макетов* – испытания разделяют на четыре вида:

2.1.1. Стендовые испытания проводятся на испытательных стендах, когда внешние воздействующие факторы (ВВФ) создаются искусственным путем;

Испытательный стенд - техническое устройство для установки изделия в заданных положениях, создания воздействий, съема информации и управления процессом испытаний. Испытательные стенды могут выпускаться серийно или создаваться в единичном экземпляре [22];

2.1.2. Лабораторные испытания проводятся в лабораторных условиях, когда ВВФ создаются с помощью специальных методов и средств;

2.1.3. Полигонные испытания проводятся на полигонах.

Полигон - место, предназначенное для проведения испытаний в условиях, близких к условиям эксплуатации и обеспеченном необходимыми средствами испытаний. Полигонные испытания бортовых приборов проводятся совместно с тем объектом, на котором они находятся при эксплуатации. Так бортовые приборы летательных аппаратов испытываются при их размещении на самолете или ракете, для них испытательным полигоном является аэродром или стартовая площадка;

2.1.4. Натурные испытания – испытываются изделия, а не их модели или составные части; когда условия испытаний соответствуют реальным условиям эксплуатации изделия по прямому назначению.

Для морской навигационной техники вводят понятия *швартовых* и *ходовых* испытаний. Для авиационной и ракетной техники – *наземные* и *летные* испытания.

Для второго подкласса – *испытаний с использованием моделей* – испытания проводят методами физического (математического) моделирования и статистическими испытаниями:

2.2.1. Физическое (*математическое*) моделирование состоит в том, что объект испытаний заменяется простой физической (*математической*) моделью, способной имитировать изменения параметров объекта;

2.2.2. Статистические испытания заключаются в том, что путем многократных случайных испытаний определяют вероятность появления некоторого случайного события (например, отказа). Метод статистических испытаний позволяет определить характеристики надежности [1].

Для третьего класса – *по назначению* – испытания подразделяются на такие виды:

- 3.1. Определительные – для определения количественных показателей с заданной точностью и достоверностью;
- 3.2. Оценочные – когда необходимо установить факт годности объекта, т.е. определить удовлетворяет ли данный экземпляр установленным требованиям или нет.
- 3.3. Сравнительные – при которых испытываются два или более аналогичных или одинаковых объектов в одинаковых условиях для сравнения характеристик их качества;
- 3.4. Контрольные испытания, проводят для установления соответствия характеристик изделия заданным.

Для четвертого класса – *по продолжительности* – испытания подразделяют на такие виды:

- 4.1. Нормальные – испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимой информации за такое же время, что и при эксплуатации;
- 4.2. Ускоренные – методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации в более короткий срок, чем в предусмотренных технической документацией условиях и режимах эксплуатации;
- 4.3. Сокращенные – проводятся по сокращенной программе (например, не при всех видах воздействий).

Для пятого класса – *по уровню проведения* – испытания подразделяются на такие виды:

- 5.1. Ведомственные, проводимые комиссией из представителей заинтересованного ведомства или министерства;
- 5.2. Межведомственные – это приемочные испытания, проводимые несколькими заинтересованными ведомствами;
- 5.3. Государственные, проводимые государственной комиссией для видов продукции, установленных государством как важнейшая, в специальных испытательных центрах.

Для шестого класса – *по видам внешних воздействий* – испытания подразделяются на следующие виды:

- 6.1. Климатические – испытания, при которых основным видом воздействий на объект испытаний (ОИ) являются климатические факторы: температура и влажность воздуха, атмосферное давление;
- 6.2. Механические – испытания, при которых основным видом воздействий на ОИ являются механические нагрузки;
- 6.3. Электрические – испытания, при которых основным видом воздействий на ОИ являются электрические нагрузки;
- 6.4. Электромагнитные – испытания, при которых основным видом воздействий на ОИ являются электромагнитные поля;
- 6.5. Биологические – испытания, при которых основным видом воздействий на ОИ является жизнедеятельность организмов;
- 6.6. Химические – испытания, при которых основным видом воздействий на ОИ являются химические факторы и реакции различных веществ ;

6.7. Радиационные – испытания, при которых основным видом воздействий на ОИ является ионизирующее излучение;

6.8. С комбинированными воздействиями – несколько видов воздействий одновременно.

Для седьмого класса – *по результату воздействия* – испытания подразделяются на следующие виды:

7.1. Разрушающие испытания, если в процессе их проведения применяют разрушающие методы контроля или в результате воздействия внешних факторов ОИ становится непригодным для дальнейшего использования;

7.2. Неразрушающие – используют методы неразрушающего контроля как взамен разрушающих, так и в дополнение к ним. При этом сокращается время анализа отказов, а иногда более точно устанавливается место и вид дефекта (контроль и диагностика);

7.3. На прочность – испытания, проводимые, как правило, в выключенном состоянии ОИ при действии внешнего воздействия;

7.4. На устойчивость – испытания, исследующие работоспособность ОИ во включенном состоянии при действии внешнего воздействия.

Для восьмого класса – *по определяемым характеристикам объекта* различают следующие испытания:

8.1. На надежность – наиболее важные, которые могут быть определительными и контрольными. В результате определительных испытаний получают фактические показатели надежности [1] (вероятность безотказной работы, средняя наработка на отказ и т.п.). Контрольные испытания проводят для оценки соответствия показателей надежности изделия требованиям ТЗ и ТУ;

8.2. Граничные – проводятся, как правило, на физических моделях для определения области (границы) изменения внутренних параметров ОИ таких, чтобы эксплуатационные (выходные) параметры ОИ находились в пределах допуска или соответствовали требованиям НТД;

8.3. Технологические – проводят для определения характеристик ОИ при изменении технологии изготовления изделия.

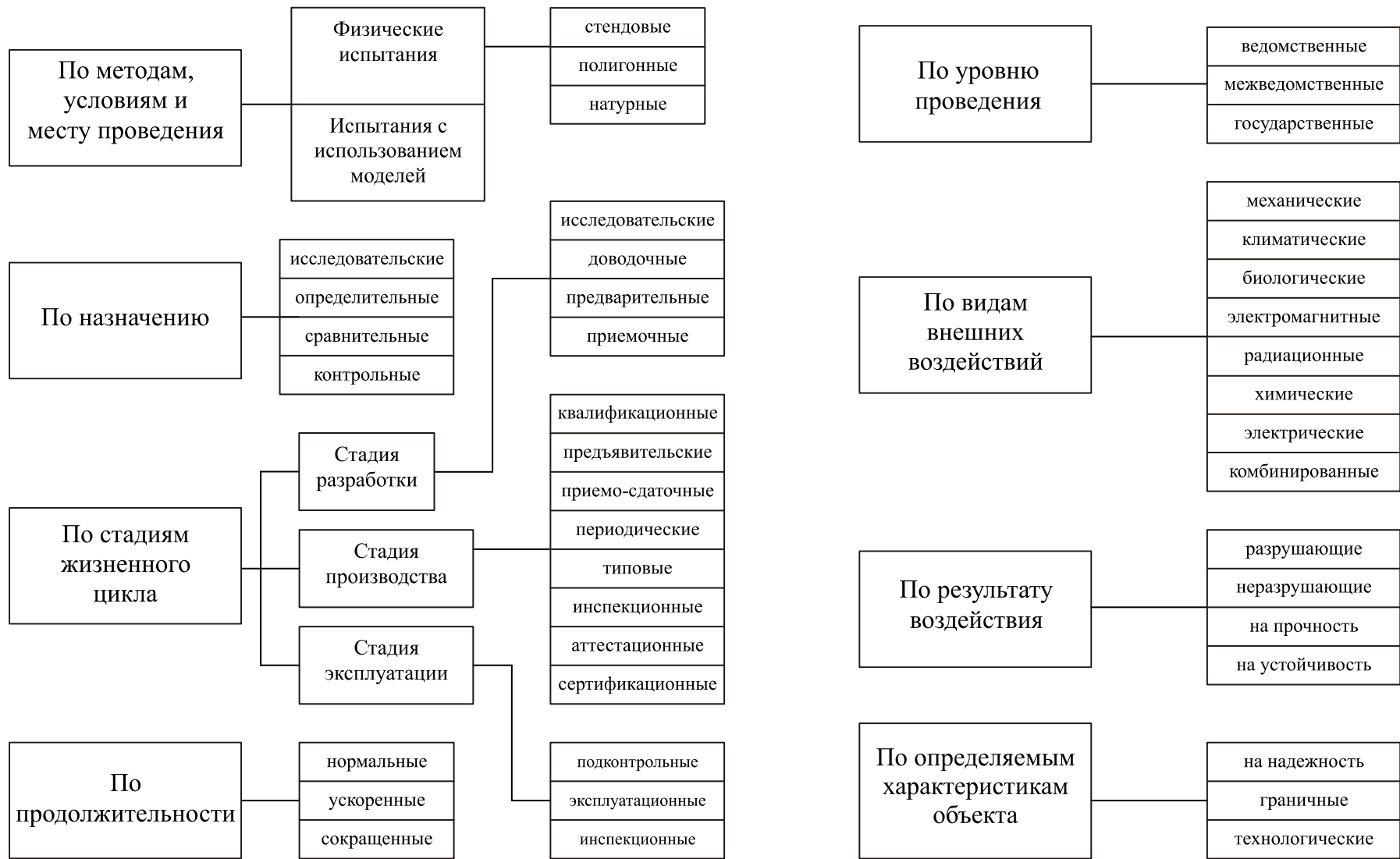


Рис. 1.3. Схема классификации испытаний

1.4. Программа испытаний

Программа испытаний (ПИ) – это обязательный для выполнения организационно-методический документ [17].

ПИ состоит из шести разделов [15]:

1. Объект испытаний (ОИ);
2. Цель испытаний;
3. Обоснование необходимости проведения испытаний;
4. Место проведения и обеспечение испытаний;
5. Объем и методика испытаний;
6. Оформление результатов испытаний.

Раздел 1 «Объект испытаний» содержит наименование, чертежный и заводской номера, дату выпуска ОИ.

ОИ могут быть:

- макеты, модели, экспериментальные образцы, изготовленные при выполнении НИР;
- опытные образцы, изготовленные при выполнении ОКР;
- образцы, изготовленные при освоении изделия в производстве и изготовленные в ходе серийного производства.

Испытывают те изделия, которые соответствуют НТД по конструкции, внешнему виду и параметрам, определяемым при нормальных климатических условиях. Например, если ОИ является гирокомпас «Крузиз», то нельзя испытывать гирокомпас «Крузиз-М», а тем более гирокомпас «Гюйс».

Раздел 2 «Цель испытаний» содержит конкретную цель (или цели) испытаний.

Она определяется как видом испытаний, так и этапом жизненного цикла изделия.

Цели испытаний раскрывают их назначение, которое должно быть отражено в названии (см. Классификация испытаний по *назначению*). Поэтому, чтобы сформулировать название испытаний, необходимо установить их назначение: определить какой из четырех групп (исследовательские, контрольные, сравнительные, определительные) их можно отнести.

Аналогично, в названии испытаний могут быть учтены другие признаки вида испытаний (продолжительность, уровень проведения, вид воздействия и др.).

Например, «Межведомственные стендовые испытания гирокомпаса «Крузиз».

Раздел 3 «Обоснование необходимости проведения испытаний» - указываются плановые документы, в которых регламентируется проведение испытаний (например, «заводская программа обеспечения качества продукции»).

Раздел 4 «Место проведения и обеспечение испытаний» содержит наименование подразделения, в котором проводятся испытания, а также план работ по их подготовке и проведению с указанием объема, срока исполнения и соответствующих исполнителей работ.

Раздел 5 «Объем и методика испытаний» состоит из двух подразделов:

5.1. Объем испытаний – число образцов, распределение их на группы, последовательность прохождения испытаний различными группами по видам воздействий.

5.2. Методика испытаний – это организационно-методический документ, обязательный для выполнения. Он содержит:

- метод испытаний;

- средства и условия испытаний;
- порядок отбора проб;
- алгоритмы выполнения операций по определению характеристик ОИ;
- формы представления и оценка точности результатов;
- требования техники безопасности и охраны окружающей среды.

Методика испытаний определяет процесс их проведения. Она может быть изложена в самостоятельном документе или в ПИ. Методика является также составной частью НТД (стандарты, ТУ) на изготавливаемые изделия.

Метод испытаний – в методах испытаний должно быть предусмотрено воздействие на изделия объективных внешних воздействий по нормам, установленным НТД. Для большинства испытаний воздействия разбивают по степеням жесткости, соответствующим различным условиям эксплуатации изделия.

Устройства для проведения испытаний должны быть выполнены в соответствии с требованиями ЕСКД и своевременно аттестованы. Аттестация предусматривает определение нормированных точностных характеристик, проверку пригодности их к работе.

В методике испытаний описываются этапы процесса испытаний:

- проверка устройств для испытаний (периодическая калибровка);
- подготовка изделий к испытаниям;
- совместная проверка устройств для испытаний и ОИ;
- регистрация результатов испытаний и данных об условиях их проведения.

Совместная проверка устройств для испытаний и ОИ должна показать, не повреждаются ли устройства для испытаний и ОИ из-за несогласования между собой их сигналов.

Регистрация результатов испытаний должна содержать:

- параметры окружающих условий (температура, влажность, запыленность);
- дату регистрации;
- сведения о персонале, проводящем испытания;
- описание точной конфигурации ОИ;

Сведения о критериях приемки/браковки в случае приемосдаточных испытаний.

Раздел 6 «Оформление результатов испытаний» определяет форму представления результатов испытаний: протокол, отчет, техническая справка. Титульный лист должен содержать:

- наименование ПИ;
- название темы, по которой ведется разработка изделия;
- согласующие и утверждающие подписи руководителей организации-разработчика и организации-заказчика.

1.5. Способы проведения испытаний

На практике применяют следующие способы проведения испытаний [15]:

- последовательный;
- параллельный;
- последовательно-параллельный;
- комбинированный.

При *последовательном способе* ОИ последовательно подвергают всем предусмотренным ПИ видам испытаний. Последовательность испытаний предусматривает выявление наиболее грубых дефектов изделий, например ошибок маркировки, коротких замыканий и обрывов при приемосдаточных испытаниях.

Важное условие проведения последовательных испытаний – выполнение определенного порядка воздействия внешних факторов. В одних случаях составляют ПИ так, что вначале на ОИ действуют наиболее опасные внешние факторы. Так быстрее выявляются ненадежные образцы и сокращается время испытаний. Однако при этом теряется большая часть информации о влиянии других факторов. Поэтому в других случаях составляют ПИ таким образом, что испытания начинают с воздействия наименее жестких внешних факторов. Это позволяет точнее определить причины наблюдаемых отказов. Однако, если наиболее опасные для ОИ ВВФ воздействуют в конце испытаний, то значительно увеличивается время их проведения и, наконец, стоимость испытаний.

Так как ОИ имеют разное назначение и условия эксплуатации, то нет смысла в установлении единой последовательности проведения испытаний. Для конкретных ОИ оптимальная последовательность проведения испытаний указывается в ТУ или ПИ.

Недостаток последовательного способа проведения испытаний – по мере перехода от одного ВВФ к другому в ОИ накапливаются деградиционные изменения в физической структуре. Это ускоряет износ ОИ.

При *параллельном способе* проведения испытаний изделия подвергают воздействию различных ВВФ одновременно (параллельно) на нескольких выборках. Такой способ позволяет получить большой объем информации за более короткий промежуток времени, чем при последовательном способе. Однако параллельный способ требует большего числа испытываемых изделий, чем последовательный.

При *последовательно-параллельном способе* все изделия разбивают на группы, которые испытывают параллельно. В каждой группе испытания проводят последовательным способом.

Все виды испытаний также разбивают на группы, число которых равно числу групп испытываемых изделий. Группы испытаний формируют по видам испытаний так, чтобы с одной стороны продолжительность испытаний во всех группах была примерно одинаковой, а с другой – условия проведения объединенных в одну группу испытаний были близки реальным.

Пример группирования видов испытаний и последовательности их проведения в каждой группе:

Группа I: виброустойчивость, вибропрочность при длительном воздействии вибрации, ударная прочность, ударная устойчивость, устойчивость к воздействию центробежного ускорения, циклическое воздействие температуры, воздействие солнечной радиации, воздействие пыли.

Группа II: теплоустойчивость при длительном воздействии повышенной температуры,

воздействие морского тумана.

Группа III: влагоустойчивость при длительном воздействии влаги, холодоустойчивость, воздействие инея и росы.

Группа IV: грибоустойчивость.

При *комбинированном способе* испытаний на ОИ одновременно воздействуют несколько воздействующих факторов. Таким способом достигается приближение лабораторных условий испытаний к реальным условиям эксплуатации.

Пример: для имитации условий вибрации в космическом пространстве проводят лабораторные испытания при действии вибрации и одновременном воздействии на ОИ низкой температуры и вакуума.

Широкое применение комбинированного способа испытаний ограничено отсутствием необходимого оборудования, сложностью и высокой стоимостью таких испытаний.

1.6. Испытательное оборудование

Для испытаний инерциальных приборов используется специфическое оборудование. Современное испытательное оборудование инерциальных приборов в зависимости от назначения может производиться серийно или создаваться в единичном экземпляре. Следует отметить, что такое оборудование иногда размещают в специальных помещениях, оборудованных различными дополнительными приспособлениями такими, например, как «развязанный» фундамент, который изолирует испытательное оборудование от внешних вибраций.

Наиболее распространенным является следующее испытательное оборудование:

- оптические делительные головки;
- одноосные, двухосные и трехосные поворотные установки;
- центрифуги;
- вибростенды;
- ударные стенды;
- стенды качки;
- виброфуги;
- кольца Гельмгольца;
- климатические камеры;
- акустические камеры.

1.6.1. Оптическая делительная головка

Для статических испытаний инерциальных приборов используют оптическую делительную головку (ОДГ) [47], схема которой изображена на рис. 1.4.

Здесь введены следующие обозначения: 1 – ручной привод поворота оси вращения ОДГ, 2 – шкала отсчета углов поворота, 3 – ось чувствительности объекта испытаний, 4 – объект испытаний (например, акселерометр), 5 – ось вращения ОДГ, 6 – вал вращения, 7 – монтажный диск.

ОДГ позволяет поворачивать объект испытаний на равные или неравные углы вокруг оси вращения с большой точностью. Точность угла поворота указывается в марки-

ровке ОДГ. Например, ОДГ-5 означает, что цена деления угла поворота ОДГ составляет 5 угловых секунд.

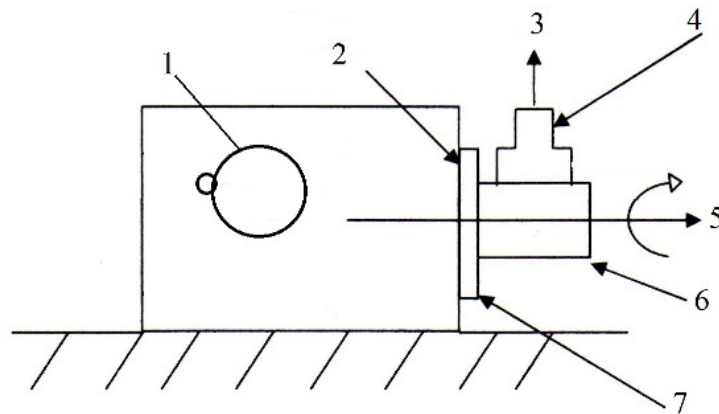


Рис. 1.4. Схема оптической делительной головки

Поскольку наклон ОДГ относительно вертикали вызывает дополнительную погрешность в измерениях, для выставки ОДГ относительно плоскости горизонта могут использоваться прецизионные жидкостные уровни. При этом регулирование наклонов происходит с использованием винтов в стойках основания.

1.6.2. Одноосные поворотные установки

Одноосная поворотная установка (рис. 1-5) имеет вертикально расположенную ось вращения и предназначена для определения калибровочной характеристики гироскопов [47].

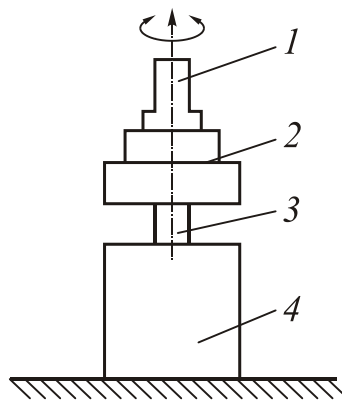


Рис. 1.5. Схема одноосной поворотной установки

Здесь обозначено: 1 – объект испытаний, 2 – монтажное приспособление, 3 – отсчетное устройство и токоподводы, 4 – двигатель.

Для компенсации трения в оси вращения используют шарикоподшипники или газодинамические опоры. Прецизионные жидкостные уровни могут быть использованы для юстировки оси вращения поворотной установки относительно вертикали, регулируя наклоны (допуски) шайбами под основанием стола или стойками.

Ориентация установки относительно сторон света (запад-восток и север-юг) не играет особой роли, если одноосная поворотная установка используется только для измерений масштабного коэффициента гироскопа, используя конечные вращения стола.

Производители поворотных установок обеспечивают управление величиной скорости вращения стола от 0.1 %/с до 3000 %/с [66]. Также можно изменять скорость вращения по синусоидальному или другому закону.

Питание, заземление и управляющие провода к объекту испытания (ОИ) подводятся через токоподводы (токосъемники) поворотной установки, так же и выходные сигналы гироскопа через отдельные линии токосъемника передаются на компьютер.

Выходные сигналы гироскопа также могут передаваться по радиоканалу с частотой, например, 2 ГГц, скорость передачи данных на приемную антенну - 100 кбит/сек.

1.6.3. Двухосные поворотные установки

Двухосная поворотная установка (рис. 1.6) содержит вращающуюся вручную либо автоматически горизонтальную ось и внутреннюю ось вращения или поворота на фиксированные углы с шарикоподшипниковыми либо газодинамическими опорами [47].

Выставка направлений на запад-восток и север-юг осуществляется с помощью теодолита и по звездам. Альтернативный вариант выставки – с помощью наземного гироскопа.

Горизонтальная ось вращения позволяет установить внутреннюю ось вращения параллельно или перпендикулярно оси вращения Земли.

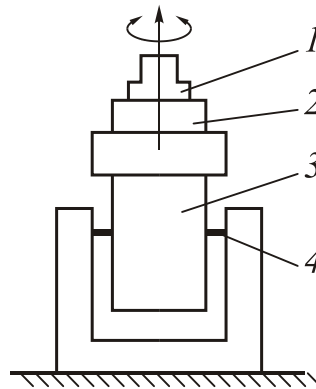


Рис. 1.6. Схема двухосной поворотной установки

Здесь обозначено: 1 – объект испытаний, 2 – монтажное приспособление, 3 – двигатель, токоподводы и отсчетное устройство, 4 – горизонтальная ось вращения.

Угол между осью вращения стола и плоскостью горизонта, когда ось вращения стола установлена параллельно оси вращения Земли, должен быть равен географической широте места испытаний.

1.6.4. Трехосные поворотные установки

Трехосная поворотная установка предназначена для испытания блока инерциальных датчиков или инерциальных измерительных модулей [47].

Трехосная поворотная установка (рис. 1.7) содержит три рамки карданного подвеса, движением которых можно управлять – задавать определенные углы поворота или заданную угловую скорость вращения (на рис. 1.7 обозначено 1 – объект испытаний, 2 – внутренняя, 3 – средняя и 4 – внешняя или наружная оси вращения).

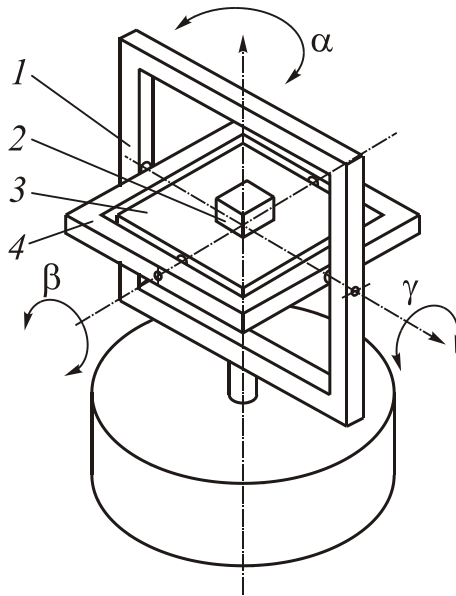


Рис. 1.7. Схема трехосной поворотной установки

Обозначим $\theta_i, \theta_m, \theta_o$ - углы поворота повороты внутренней, средней и наружной рам карданного подвеса соответственно. Матрица направляющих косинусов имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_i & \sin \theta_i \\ 0 & -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_m & 0 & -\sin \theta_m \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_m & 0 & \cos \theta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_o & \sin \theta_o & 0 \\ -\sin \theta_o & \cos \theta_o & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1)$$

Для поворотной установки с другой ориентацией рам матрица направляющих косинусов будет иметь другой вид.

1.6.5. Центрифуги

Центрифуги используют для определения зависимости выходных сигналов и параметров инерциальных приборов от линейных ускорений, которые значительно превосходят по величине ускорение силы тяжести. На рис. 1.8 показана центрифуга CARCO 824DS производства концерна ACUTRONIC (Швейцария).



Рис. 1.8. Центрифуга CARCO 824DS

Габариты центрифуги:

- высота общая, мм - 1270;
- ширина, мм - 2160;
- радиус стола, мм - 762;

Испытываемое изделие:

- вес номинальный, кг - 9;
- габариты, мм - 508 x 254 x 254;
- токоподводы: 30 линий по 2А каждая

Основные технические характеристики центрифуги CARCO 824DS приведены в табл.1.1.

Таблица 1.1. *Технические характеристики CARCO 824DS*

Технические характеристики	CARCO 824DS	
	824DS-1	824DS-2
Угловая скорость, град/сек.	1300	1700
Стабильность угловой скорости, %	0.0001	0.0001
Время набора 40 g, сек.	35	13
Диапазон изменения температуры, град С	-55+85	-55+85
Стабильность, град С	+/-1,0	+/-1,0

Величину линейного ускорения можно регулировать изменением угловой скорости вращения центрифуги и радиуса вращения.

Для испытаний микромеханических гироскопов и акселерометров следует использовать специальные центрифуги, например [41], центрифугу 9050 компании *WebTechnology* (США) с микропроцессорным управлением и программированием режимов. Данная центрифуга с приводом мощностью 4 кВт от электродвигателя постоянного тока и числом оборотов 20000 об/мин, позволяет развивать максимальное линейное ускорение до 30 000 g.

1.6.6. Вибростенды

Для вибрационных испытаний в качестве испытательного оборудования и создания вибрации используются вибростенды.

Вибростенды (ВС) бывают механическими (рис. 1.9), гидравлическими (рис. 1.10) и электродинамическими (рис. 1.11) [27].

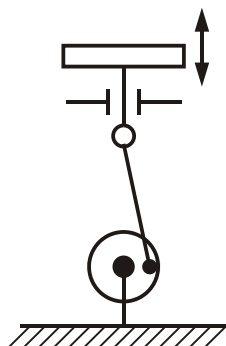


Рис. 1.9. *Схема механического ВС*

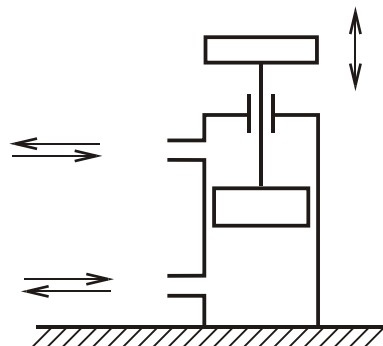


Рис. 1.10. *Схема гидравлического ВС*

Наиболее распространенными являются электродинамические вибростенды.

Электродинамический вибростенд состоит из стойки управления и вибратора. Схема устройства вибратора электродинамического вибростенда показана на рис. 1.11.

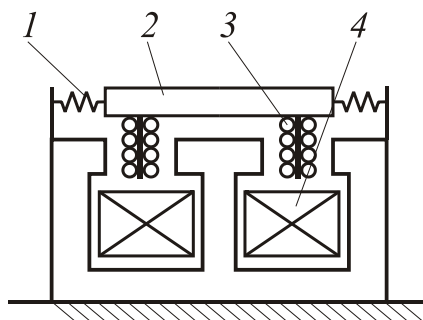


Рис. 1.11. *Схема электродинамического вибростенда*

Здесь обозначено: 1 – подвесные и направляющие пружины, 2 – платформа (стол), 3 – подвижная катушка, 4 – электромагнит.

Согласно закону Ампера, на проводник (катушку) по которому течет ток и который находится в магнитном поле, действует электромагнитная сила F_e , направленная в соответствии с правилом левой руки либо вниз, либо вверх в зависимости от направления тока в катушке:

$$d\vec{F}_e = i \cdot (d\vec{l} \times \vec{B}),$$

где dF_e - элементарная электромагнитная сила или сила Ампера; i - величина тока в катушке, \vec{B} - вектор магнитной индукции в зазоре постоянного магнита, $d\vec{l}$ - вектор, равный длине элемента проводника катушки и направленный в ту же сторону, в которую движется ток.

Работа электродинамического вибростенда описывается системой уравнений:

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + cx = F_e(t);$$

$$L \frac{di}{dt} + ri + Bl \frac{dx}{dt} = U(t),$$

где m - масса подвижной системы вибратора; h, c - коэффициент демпфирования и жесткость плоской пружины, x - перемещение платформы (стола) вибратора; $F_e(t)$ - электромагнитная сила; $L, r, i, U(t)$ - индуктивность, активное сопротивление провода катушки, ток в катушке и приложенное к ней напряжение, B - магнитная индукция в зазоре постоянного магнита, l - длина проводника катушки.

Синусоидальное изменение тока вызывает синусоидальные колебания платформы в вертикальной плоскости. Амплитуда колебаний зависит от веса изделия, силы F_e и свойств плоской пружины 1. Частота колебаний определяется частотой переменного тока, протекающего через подвижную катушку. Для создания магнитного потока, взаимодействующего с током в подвижной катушке, применяют электромагниты 4, у которых ток подмагничивания может достигать десятки ампер.

В странах СНГ наиболее широкое распространение получили электродинамические вибростенды серии ВЭДС производства завода «Точмашприбор», г. Армавир (РФ) (рис. 1.12). Такие стенды позволяют проводить испытания изделий на воздействие однокомпонентной гармонической вибрации, широкополосной случайной вибрации и ударной вибропрочности.



Рис. 1.12. Вибростенд серии ВЭДС

В табл. 1.2 представлены технические характеристики вибростендов серии ВЭДС.

Среди зарубежных вибростендов широкую известность получили вибростенды компании Brüel&Kjær (Дания).

Низкочастотный диапазон ограничен допустимым перемещением подвижной части вибратора внутри неподвижной части магнитного поля. Амплитуда виброперемещения ограничена величиной от 1 мм до 1.5 см для малых вибраторов и 2.5 см для больших, предел виброускорения составляет 100 м/с² на частоте 20 Гц. Низкочастотная вибрация ограничена полосой пропускания усилителя мощности и/или особенностью конструкции подвеса стола вибратора.

Таблица 1.2. – Технические характеристики вибростендов серии ВЭДС

Наименование	ВЭДС-100	ВЭДС-200	ВЭДС-400	ВЭДС-1500
Максимальная возбуждающая сила, Н	1000	2000	4000	15000
Рабочий диапазон частот, Гц				
- номинальный	20-2500	20-2500	20-1500	20-1500
- расширенный	5-5000	5-5000	5-3500	5-2500
Максимальное ускорение, м/с ²	400			430
Максимальное перемещение стола, мм	±4,5			±6
Максимальная масса нагрузки, кг	22	45	0	300
Потребляемая мощность от сети (380/220 В, 50 Гц), кВт	5	7	9	40

Амплитуда высокочастотного виброускорения ограничена величиной электромагнитной силы или пределом допустимого напряжения вибратора. Например, для вывешенной массы ОИ 30 кг вместе с монтажным приспособлением, вибратор с максимальной возбуждающей силой 30 000 Н может достичь предельного виброускорения 1000 м/с² или СКО 300 м/с².

Структурная схема вибростенда с обратной связью показана на рис. 1.13.

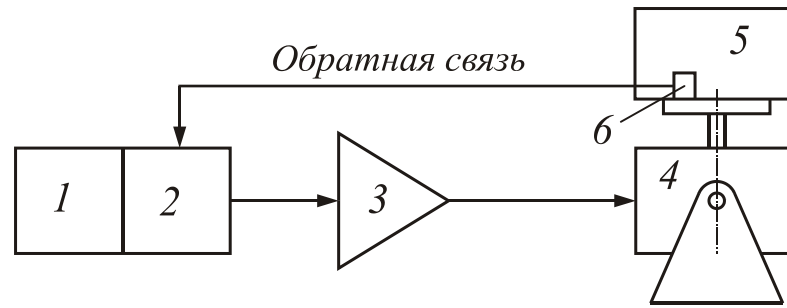


Рис. 1.13. Структурная схема вибростенда с обратной связью

В комплект вибростенда входит вибродатчик 6, преобразующий механические колебания в электрический сигнал, пропорциональный ускорению. Эти сигналы используют для автоматической регулировки амплитуды, что позволяет автоматически поддерживать заданный режим испытаний. Задающий генератор 1 вырабатывает гармонические электрические колебания. Уровень этих колебаний может изменяться регулятором амплитуды 2, связанным с вибропреобразователем 6 обратной связью. Усилитель мощности 3 доводит электрические колебания до требуемого уровня. Вибратор 4 преобразует энергию электрических колебаний в энергию механических колебаний подвижной системы вибратора, совершаемых совместно с изделием 5.

Электродинамические вибростенды могут создавать виброускорение с частотой от 5 Гц до 2000 Гц. Некоторые вибраторы позволяют достичь от 10 кГц до 100 кГц для ОИ малой массы.

Для получения амплитудно-частотной характеристики акселерометра, его жестко крепят к столу вибростенда и возбуждают синусоидальную вибрацию вдоль оси чувствительности. Поддерживают одинаковый уровень вибрации с помощью пьезодатчика, а частоту меняют в полосе пропускания обычно от 25 Гц до 2 кГц. Выходной сигнал акселерометра записывают и сравнивают с эталонным сигналом пьезодатчика, используя анализатор спектра в режиме определения передаточной функции.

На практике виброиспытания проводят на основе нормативных руководств, так называемых *нормалей*. Отечественные и зарубежные нормы предполагают проведение испытаний методом гармонической вибрации с фиксированной частотой, плавающей (качающейся) частотой и широкополосной случайной вибрации (ШСВ).

При виброиспытаниях с фиксированной частотой в нормалях указывают такие параметры вибрации как амплитуды ускорения или перемещения на каждой частоте, диапазон частот, время действия вибрации на каждой частоте.

При виброиспытаниях с качающейся частотой перемещение и ускорение изменяется по законам:

$$x = x_m \sin 2\pi ft; \quad a_x = a_{xm} \sin 2\pi ft,$$

где частота вибрации меняется по логарифмическому закону $\ln f = kt$ или $f = e^{kt}$.

Этот метод дает возможность определить резонансные частоты изделия, величины амплитуд при резонансах.

Недостаток испытаний методом гармонической вибрации с фиксированной и качающейся частотой состоит в том, что возбуждение резонансов в испытываемом изделии происходит последовательно, а не одновременно, как это имеет место при ШСВ.

1.6.7. Виброфуги

Для создания комплексного механического воздействия, состоящего из вибрации и постоянного ускорения, используют виброфуги – сложное и дорогостоящее испытательное оборудование, полученное соединением центрифуги и вибростенда.

Из существующих виброфуг следует отметить модель V67-4H (рис. 1.14) производства компании ACTIDYN SYSTEMES (Франция).

Технические характеристики виброфуги V67-4H:

- уровень ускорения – от 5 до 80 g;
- номинальный радиус – 4 м;
- угловая скорость - 30-135 об/мин;
- время готовности – 8 мин;
- сила вибратора – 50000 Н;
- диапазон частот – 10-2000 Гц;
- высота общая, мм - 4016;
- радиус вращения, мм – 4650;
- вес ОИ (max) , кг – 120;
- габариты ОИ, мм – 600 x 600 x 600;
- токоподводы: 10 линий по 1А.



Рис. 1.14. Виброфуга V67-4H

1.6.8. Ударные стенды

Ударные стенды предназначены для проведения испытаний на ударопрочность и стойкость к механическим ударам.

Ударные стенды классифицируют по таким признакам:

- по характеру ударов - стенды одиночных и многократных ударов;
- по способу создания ударных нагрузок - стенды свободного падения и вынужденного разгона платформы;
- по конструкции тормозного оборудования.

Как пример, рассмотрим ударный стенд ТИРАшок 4110М-1 [19] (рис. 1.15), который применяется для проведения испытаний на ударную нагрузку многократного или одиночного действия согласно ГОСТ 20.57.406, стандартов МЭК 68-2-27, МЭК 68-2-29 и «Мороз». Возможно использование для проверки рабочих средств измерения (ударного акселерометра и сенсоров удара) по пиковым значениям ударного ускорения.



Рис. 1.15. Ударный стенд ТИРАшок 4110М-1

Особенности ударного стенда ТИРАшок 4110М-1:

- ударное ускорение до 300g с обычным и до 1000g со специальным фундаментом;
- высокая точность повторения ударов;
- длительность удара не меньше 0,2мс при максимальных ускорениях и не меньше 30мс при малых ударах;
- масса объекта испытаний до 450 кг;
- частота повторения до 180 ударов в минуту;
- размеры стола для объекта испытаний: до 400 x 500мм.

Технические характеристики ударного стенда ТИРАшок 4110М-1 приведены в табл.1.3.

Таблица 1.3. Технические характеристики ударного стенда ТИРАшок 4110М-1:

Размеры стола, мм	180 x 380, 400 x 500
Максимальный вес объекта испытаний, кг	450
Максимальная высота падения стола, мм	35 (рессора +25)
Частота ударов, уд/мин	0-180
Пиковое значение ускорения, g	0,2-1000
длительность ударного импульса, мс	0,2-35
Смена пикового ускорения от удара до удара, %	<1,5
Форма ударного импульса	половина синусоиды
Габариты ударного стенда, L x D x H, мм	900 x 650 x 850
Габариты стойки управления, L x D x H, мм	610 x 1150 x 810
Вес, кг	800
Время непрерывной работы, час	8
Мощность, кВт	3,2
Рабочее напряжение, В и частота, Гц	380 (3 фаз.) , 50±1

Следует отметить, что для испытаний микромеханических приборов используются специализированные малогабаритные ударные стенды [19], у которых реализованы дру-

гие способы создания ударных нагрузок по принципу «арбалета», «пневмокомпрессора» и «плоской пружины».

1.6.9. Кольца Гельмгольца

Для электромагнитных испытаний используются кольца Гельмгольца.

Разработанные немецким физиком Гельмгольцем больше века назад, названные его именем кольца обычно используются учеными и инженерами для создания магнитного поля разного уровня и формы, в зависимости от целей и задач испытаний.

Таковыми целями являются:

- проверка эффективности защиты магнитного экрана;
- определение чувствительности электронного оборудования к магнитным полям;
- калибровка навигационных приборов, магнитометров, датчиков Холла и др.

Обычно используют одноосные кольца Гельмгольца, которые состоят из пары одинаково намотанных и соединенных последовательно катушек (рис. 1.16).



Рис. 1.16. Одноосные кольца Гельмгольца

Магнитное поле создается внутри колец, если на вход катушек подать постоянный или переменный ток. Магнитная индукция магнитного поля B может быть представлена формулой (в системе СИ)

$$B = \lambda \frac{nI}{R},$$

где $\lambda = 9 \cdot 10^{-7} \mu$, единицей измерения магнитной индукции является Тесла, n - количество витков одной катушки, I - величина электрического тока в амперах, R - радиус катушки в метрах, μ - относительная магнитная проницаемость.

Очевидно, что величину магнитной индукции можно регулировать во-первых, величиной тока, проходящего через катушки, во-вторых, числом витков катушек, и в-третьих, размером колец (их радиусом).

Кроме одноосных, на практике используют двухосные и трехосные кольца Гельмгольца (рис. 1.17).



Рис. 1.17. Трехосные кольца Гельмгольца

Каждая пара колец или катушек запитывается независимо одна от другой. В результате вектор магнитной индукции каждой пары колец может регулироваться, как того требует программа испытаний. Так, трехосные кольца Гельмгольца могут использоваться для удаления эффекта магнитного поля Земли.

1.6.10. Стенды качки

Для испытаний изделий при воздействии качки и длительных наклонов используются стенды качки.

На рис. 1.18 изображена схема одноосного стенда качки УК-900-1к производства компании «Вибросервистест» (РФ).

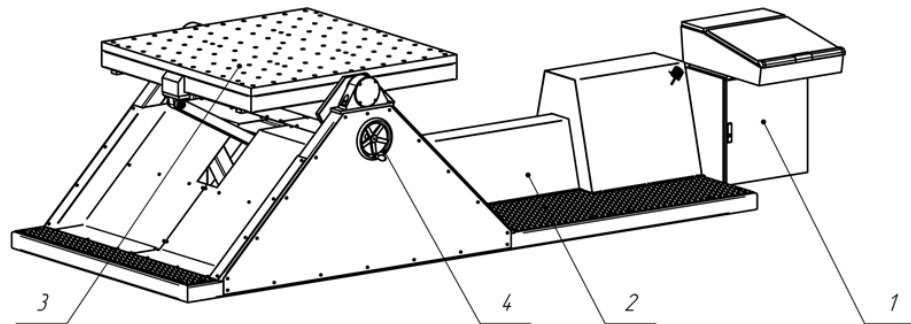


Рис. 1.18. Стенд качки и длительных наклонов УК-900-1к

Здесь обозначено: 1 – пульт управления, 2 – установка качки, 3 – платформа, 4 – ручной привод фиксации положения платформы.

Технические характеристики стенда качки и длительных наклонов УК-900-1к приведены в табл.1.4.

Таблица 1.4. Технические характеристики стенда УК-900-1к:

Наименование показателя	Значение
Угол наклона, град.	± 45
Период качки, с	7-16
Режим работы	продолжительный
Масса испытуемого изделия, не более, кг	900
Входное напряжение главной цепи, В	380

Частота, Гц	50±1
Количество фаз	3
Потребляемая мощность не более, кВт	20
Точность амплитуды качки рабочего стола, град.	0,01
Разрешение задания периода качки, мс	1
Точность поддержания заданного положения стола, град.	±1
Точность обработки периода качения, с	±0,5

Для имитации трехосной качки предназначен стенд Скорсби. Впервые был разработан инженерами компании «SPERRY» (США). В 1932 г. компания поставила гировертикаль на шаровом гироскопе вместе со стендом Скорсби заводу «Электроприбор», г. Ленинград (СССР). После модернизации стенд до сих пор используется в ЦНИИ «Электроприбор» г. Санкт-Петербург (РФ) [37] для испытаний различных морских навигационных приборов (рис. 1.19).



Рис. 1.19. Стенд Скорсби ЦНИИ «Электроприбор»

Классический испытательный стенд Скорсби морского приборостроения – это горизонтальная платформа с объектом испытаний, которая находится в трехосном кардановом подвесе. Каждая из осей карданова подвеса имитирует качку корабля с углами рыскания, килевой и бортовой качки. В цапфах осей карданова подвеса расположены реверсивные двигатели, которые управляются независимо друг от друга, что позволяет задавать параметры качки отдельно по каждой оси, например:

- бортовая качка с амплитудой $(5\pm 1)^\circ$ и периодом (15 ± 1) с;
- килевая качка с амплитудой $(5\pm 1)^\circ$ и периодом (6 ± 1) с.

Отметим, что аналогом стенда Скорсби на заводах морского приборостроения (например, на Киевском заводе автоматики им. Г.И. Петровского) является стенд «Креchet».

В авиационной промышленности стенды Скорсби имитируют колебания летательного аппарата по углам рыскания, крена и тангажа. Используются как стандартное оборудование для проведения большого числа испытаний инерциальных чувствительных элементов и бортовой авионике.

Современный стенд Скорсби модели 9790-BVR (рис. 1-20) производства компании «Ideal Aeromsmith» (США) предназначен для испытаний гироскопических приборов, а также датчиков движения, которые используют в разных областях техники. Частота колебаний может изменяться от 3 до 60 циклов за минуту. Имеет интерфейс RS-232 (возможна

опция IEEE-488). В отличие от классического стенда Скорсби в модели 9790-BVR используется запатентованный способ создания движения платформы по трем угловым координатам с помощью единого угла поворота приводного вала [46].



Рис. 1.20. Стенд 9790-BVR производства компании «Ideal Aerosmith» (США)

1.6.11. Акустические камеры

Акустические камеры предназначены для испытаний приборов и авиационно-космических конструкций при воздействии акустических нагрузок в широком диапазоне частот.

На рис. 1.21 изображена акустическая камера РК-1500 из Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского (РФ) [7].



Рис. 1.21. Акустическая камера РК-1500 ЦАГИ

Акустическая камера РК-1500 предназначена для исследования прочностных и усталостных характеристик авиационно-космических конструкций под воздействием акустических нагрузок в широком диапазоне частот регулируемой спектральной плотности. Объем и размеры экспериментальной камеры позволяют проводить испытания натуральных конструкций и полномасштабных агрегатов. Поле звуковых давлений создается с помощью системы генерации звука, связанной с экспериментальной камерой через трубы. Обеспечена возможность местного облучения отдельных зон конструкции

и испытания с повышением давления в отдельных замкнутых объемах конструкции. Камера оборудована автоматизированным измерительно-вычислительным и управляющим комплексом для осуществления функционально-технологического контроля за процессом эксперимента.

Основные параметры акустической камеры РК-1500 приведены в табл.1.6.

Для испытаний микромеханических гироскопов и акселерометров при воздействии акустического шума используют специальные стенды [42] (рис. 1.21).

Испытуемый гироскоп помещается на вращающемся столе. Стол располагается напротив сопла акустической установки. Акустический датчик-преобразователь определяет уровень звукового давления в нескольких сантиметрах от испытуемого датчика. Испытания проводятся в следующей последовательности:

- проводится контроль собственных шумовых характеристик гироскопа без вращения стола и с выключенной акустической установкой;
- проводится контроль уровня шума гироскопа при заданной угловой скорости вращения стола;

Таблица 1.6. Основные параметры акустической камеры РК-1500

Максимальный уровень звукового давления	до 164дБ
Объем испытательного бокса	1504 м ³
Размеры испытательного бокса	14.6 x 9.2 x 11.2 м
Рабочая полоса частот	45... 10000 Гц
Мощность генераторов звука	до 1200 кВт
Количество каналов опроса данных	256
Скорость опроса данных	до 200 кГц/канал
Точность воспроизведения нагрузок	±3 дБ
Динамический диапазон управления	±20 дБ
Местная система излучения (до 4 зон конструкции)	4 канала

- включается акустическая установка и определяется изменение показаний гироскопа при заданном звуковом давлении;
- без изменения уровня звука изменяется направление вращения стола при сохранении заданного значения угловой скорости;
- варьируется как величина скорости вращения, так и уровень звукового давления.



Рис. 1.21. Стенд для акустических испытаний микромеханических гироскопов

1.6.12. Климатические камеры

Климатические камеры предназначены для проведения климатических испытаний. Типовые камеры предназначены для работы в диапазоне температур от -70 до $+100^{\circ}\text{C}$ [24]. Возможность работы в таком широком диапазоне температур достигается за счет применения 3-х основных блоков: каскадной холодильной машины (от -5 до -70°C), одноступенчатой холодильной машины (от $+50$ до -5°C) и электронагревателя, работающего во всем диапазоне температур. Схематично, рабочий объем представлен на рис. 1.22.

Воздух, находящийся в рабочем объеме 1 циркулирует благодаря применению высокоскоростного осевого вентилятора 3, привод которого 2 установлен в щите автоматики камеры.

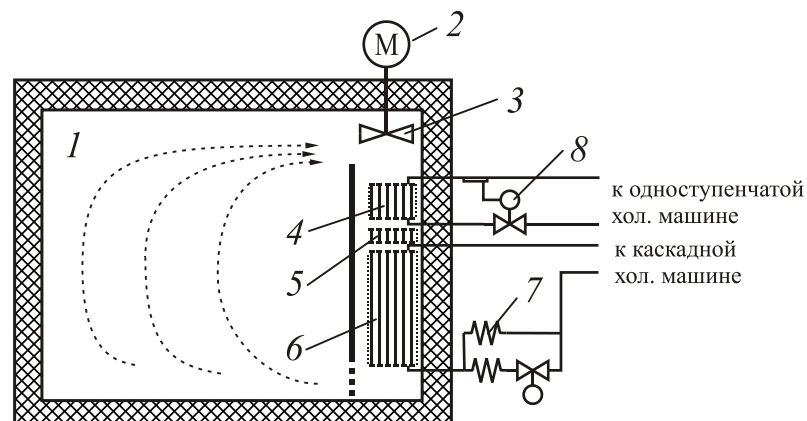


Рис. 1.22. Схема рабочего объема климатической камеры

Для охлаждения на температурах от -5 до -70°C используется испаритель 6 каскадной холодильной машины. Для дросселирования хладагента предусмотрена система капиллярных трубок 7, расположенная непосредственно на холодильном агрегате. С целью регулирования производительности одна из трубок может отключаться соленоидным вентилем.

В случае, если холодопроизводительность каскадной машины избыточна, производится её компенсация с помощью трубчатого электронагревателя (ТЭН) 5, который работает в режиме широтно-импульсной модуляции по ПИД закону регулирования.

При работе в диапазоне температур от $+50$ до -5 °С нагрев осуществляется ТЭНом 5, а охлаждение с помощью испарителя 4 одноступенчатой холодильной машины. Для дросселирования хладагента применяется терморегулирующий вентиль 8, автоматически регулирующий подачу хладагента в испаритель в зависимости от температуры на выходе. При этом холодильная машина работает в позиционном режиме.

Контрольные вопросы к разделу 1:

1. Что называется испытанием?
2. Из чего состоит жизненный цикл изделия?
3. В какой стадии жизненного цикла изделия присутствуют испытания?
4. Назовите внешние воздействующие факторы.
5. Что называют условиями эксплуатации изделия?
6. Какие виды испытаний вы знаете (классификация испытаний)?
7. Что такое «программа испытаний» и из каких разделов она состоит?
8. Что называют «методикой испытаний» и что она содержит?
9. Назовите виды испытательного оборудования.
10. Нарисовать схему оптической делительной головки.
11. Нарисовать схему одноосной поворотной установки.
12. Нарисовать схему двухосной поворотной установки.
13. Нарисовать схему трехосной поворотной установки.
14. Что такое центрифуга?
15. Нарисовать схемы трех типов вибростендов.
16. Принцип работы электродинамического вибростенда.
17. Для чего используются кольца Гельмгольца?

Глава 2. ИСПЫТАНИЯ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Испытание акселерометров зависит от их типов, назначений и условий эксплуатации. Поскольку существует несколько типов акселерометров, предназначенных для определенных целей использования, испытания определенного вида акселерометров имеют свои особенности. Между тем, можно уверенно выделить общие цели испытаний акселерометров.

Таковыми целями является определение следующих параметров и характеристик:

- масштабного коэффициента;
- нулевого сигнала (смещения нуля);
- коэффициентов перекрестной связи;
- линейности или нелинейности статической характеристики;
- порога чувствительности;
- диапазона измерения;
- повторяемости от пуска к пуску.

2.1. Математическая модель осевых акселерометров

По своему физическому принципу действия большинство практически используемых навигационных акселерометров можно разделить на осевые, у которых чувствительный элемент движется вдоль оси, и маятниковые, у которых чувствительный элемент движется как физический маятник вокруг оси.

Кинематическая схема осевого акселерометра изображена на рис. 2.1[4]. Здесь обозначено: 1 – корпус, 2 – демпфирующая среда, 3 – инерционная масса или чувствительный элемент акселерометра, 4,5 – упругий подвес, ось x - ось чувствительности.

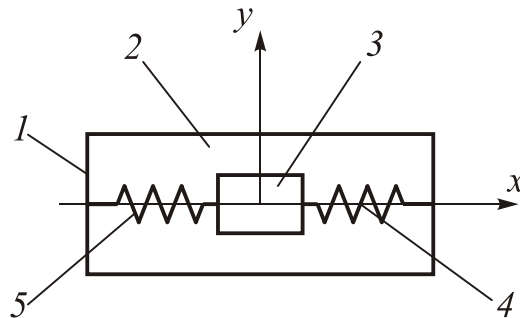


Рис. 2.1. Схема осевого акселерометра

Поскольку обычно число акселерометров в инерциальных системах равно трем, составим уравнения движения для блока акселерометров, изображенного на рис.2.2. Для получения уравнений движения воспользуемся основным уравнением динамики

$$m_i \vec{w}_i = \vec{F}_i, \quad (2.1)$$

где m_i - масса чувствительного элемента акселерометра, \vec{w}_i - абсолютное ускорение, \vec{F}_i - главный вектор внешних сил, i - порядковый номер акселерометра. На рис. 2.2 акселерометры обозначены A_i , $i = 1, 2, 3$.

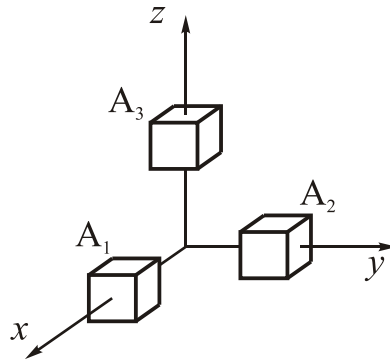


Рис. 2.2. Расположение акселерометров в инерциально-измерительном модуле

Будем считать, что на чувствительный элемент акселерометра действуют силы гравитации $m_i \vec{g}$, упругости $\vec{F}_i^{\text{упр}}$, демпфирования $\vec{F}_i^{\text{дем}}$ и силы помех $\vec{F}_i^{\text{п}}$:

$$\vec{F}_i = m_i \vec{g} + \vec{F}_i^{\text{упр}} + \vec{F}_i^{\text{дем}} + \vec{F}_i^{\text{п}}. \quad (2.2)$$

Следует отметить, что при использовании компенсационного режима работы (режима «электрической пружины») в правой части следует добавить электромагнитные силы.

Силы упругости представим в виде

$$\vec{F}_i^{\text{упр}} = -c_i \cdot \vec{r}_i, \quad (2.3)$$

где c_i - коэффициенты жесткости упругого подвеса, \vec{r}_i - радиус-вектор относительного смещения центра масс чувствительного элемента i -го акселерометра.

Проекции сил упругости в матричной форме будут иметь вид:

$$\begin{bmatrix} F_{1x}^{\text{упр}} \\ F_{2y}^{\text{упр}} \\ F_{3z}^{\text{упр}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \\ z_3 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Силы демпфирования представим в виде

$$\vec{F}_i^{\text{дем}} = -f_i \cdot \dot{\vec{r}}_i, \quad (2.5)$$

где f_i - коэффициенты демпфирования.

В матричной форме последнее выражение можно представить в следующем виде

$$\begin{bmatrix} F_{1x}^{\text{дем}} \\ F_{2y}^{\text{дем}} \\ F_{3z}^{\text{дем}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Силы помех $\vec{F}_i^{\text{п}}$ запишем в виде проекций на оси $Ox_i y_i z_i$, связанные с корпусом i -го прибора:

$$\vec{F}_i^{\text{п}} = F_{ix}^{\text{п}} \vec{i} + F_{iy}^{\text{п}} \vec{j} + F_{iz}^{\text{п}} \vec{k}. \quad (2.7)$$

Согласно теореме о сложении ускорений [34], абсолютное ускорение состоит из переносного, относительного и ускорения Кориолиса:

$$\vec{w}_i = \vec{w}_{ei} + \vec{w}_{ri} + \vec{w}_{ci}. \quad (2.8)$$

Подставим последнее выражение в основное уравнение динамики (2.1):

$$m_i(\vec{w}_{ei} + \vec{w}_{ri} + \vec{w}_{ci}) = \vec{F}_i.$$

Поскольку съём информации происходит относительно корпуса акселерометра, выделим из последнего выражения динамическую составляющую с относительным ускорением:

$$m_i \vec{w}_{ri} = \vec{F}_i + (-m_i \vec{w}_{ei}) + (-m_i \vec{w}_{ci}), \quad (2.9)$$

причем

$$\vec{w}_{ri} = \ddot{x}_i \cdot \vec{i} + \ddot{y}_i \cdot \vec{j} + \ddot{z}_i \cdot \vec{k}. \quad (2.10)$$

При движении с ускорением основания \vec{w}_O , а также при наличии угловой скорости $\vec{\omega}$ и углового ускорения $\vec{\varepsilon}$, переносное ускорение имеет вид

$$\vec{w}_{ei} = \vec{w}_O + \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho}_i). \quad (2.11)$$

Здесь $\vec{\rho}_i$ - радиус-вектор, соединяющий начало общей системы координат $Oxyz$ с центром масс соответствующего чувствительного элемента, или, другими словами, расстояние от центра O до i -го акселерометра.

Ускорение основания \vec{w}_O и ускорение силы тяжести \vec{g} выразим через их проекции на оси чувствительности i -го акселерометра $Ox_i y_i z_i$:

$$\begin{aligned} \vec{w}_O &= w_{xi} \vec{i} + w_{yi} \vec{j} + w_{zi} \vec{k}; \\ \vec{g} &= g_{xi} \vec{i} + g_{yi} \vec{j} + g_{zi} \vec{k}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Согласно выражению (2.11), проекции переносного ускорения на оси чувствительности i -го акселерометра примут вид

$$\begin{aligned} w_{exi} &= w_{xi} + \varepsilon_y \rho_{iz} - \varepsilon_z \rho_{iy} + \omega_x \omega_y \rho_{iy} + \omega_x \omega_z \rho_{iz} - (\omega_y^2 + \omega_z^2) \rho_{ix}; \\ w_{eyi} &= w_{yi} + \varepsilon_z \rho_{ix} - \varepsilon_x \rho_{iz} + \omega_y \omega_z \rho_{iz} + \omega_x \omega_y \rho_{ix} - (\omega_x^2 + \omega_z^2) \rho_{iy}; \\ w_{ezi} &= w_{zi} + \varepsilon_x \rho_{iy} - \varepsilon_y \rho_{ix} + \omega_x \omega_z \rho_{ix} + \omega_y \omega_z \rho_{iy} - (\omega_x^2 + \omega_y^2) \rho_{iz}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Ускорение Кориолиса зависит от переносной угловой скорости и относительной линейной скорости:

$$\vec{w}_{ci} = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{ri}, \quad (2.14)$$

а в проекциях на оси чувствительности i -го акселерометра будем иметь

$$\begin{aligned} w_{cxi} &= 2(\omega_y \dot{z}_i - \omega_z \dot{y}_i); \\ w_{cyi} &= 2(\omega_z \dot{x}_i - \omega_x \dot{z}_i); \\ w_{czi} &= 2(\omega_x \dot{y}_i - \omega_y \dot{x}_i). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Подставляя полученные выражения в правую часть основного уравнения динамики, после несложных преобразований получим полные уравнения движения акселерометров:

$$\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + f_1\dot{x}_1 + c_1x_1 &= m_1(g_{x1} - w_{x1}) - m_1(\varepsilon_y\rho_{1z} - \varepsilon_z\rho_{1y}) - \\
&- m_1[\omega_x\omega_y\rho_{1y} + \omega_x\omega_z\rho_{1z} - (\omega_y^2 + \omega_z^2)\rho_{1x}] - 2m_1(\omega_y\dot{z}_1 - \omega_z\dot{y}_1) + F_x^n; \\
m_2\ddot{y}_2 + f_2\dot{y}_2 + c_2y_2 &= m_2(g_{y2} - w_{y2}) - m_2(\varepsilon_z\rho_{2x} - \varepsilon_x\rho_{2z}) - \\
&- m_2[\omega_y\omega_z\rho_{2z} + \omega_x\omega_y\rho_{2x} - (\omega_x^2 + \omega_z^2)\rho_{2y}] - 2m_2(\omega_z\dot{x}_2 - \omega_x\dot{z}_2) + F_y^n; \\
m_3\ddot{z}_3 + f_3\dot{z}_3 + c_3z_3 &= m_3(g_{z3} - w_{z3}) - m_3(\varepsilon_x\rho_{3y} - \varepsilon_y\rho_{3x}) - \\
&- m_3[\omega_x\omega_z\rho_{3x} + \omega_y\omega_z\rho_{3y} - (\omega_x^2 + \omega_y^2)\rho_{3z}] - 2m_3(\omega_x\dot{y}_3 - \omega_y\dot{x}_3) + F_z^n.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Очевидно, что на движение чувствительных элементов акселерометров оказывает влияние не только гравитационное поле Земли, упругие силы и силы демпфирования, но и движение основания с линейным ускорением w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} , а также движение с угловой скоростью $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, угловым ускорением $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ и размещение акселерометров на удалении от центра O (проекции $\vec{\rho}_i$).

Поскольку для первого акселерометра осью чувствительности является ось Ox_1 , то в силу физического принципа работы акселерометра имеем справедливое равенство $\dot{z}_1 = \dot{y}_1 = 0$, для второго: $\dot{x}_2 = \dot{z}_2 = 0$, а для третьего: $\dot{y}_3 = \dot{x}_3 = 0$. Теперь, опуская динамические слагаемые, содержащие составляющие ускорения Кориолиса, запишем

$$\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + f_1\dot{x}_1 + c_1x_1 &= m_1(g_{x1} - w_{x1}) - m_1(\varepsilon_y\rho_{1z} - \varepsilon_z\rho_{1y}) - \\
&- m_1[\omega_x\omega_y\rho_{1y} + \omega_x\omega_z\rho_{1z} - (\omega_y^2 + \omega_z^2)\rho_{1x}] + F_x^n; \\
m_2\ddot{y}_2 + f_2\dot{y}_2 + c_2y_2 &= m_2(g_{y2} - w_{y2}) - m_2(\varepsilon_z\rho_{2x} - \varepsilon_x\rho_{2z}) - \\
&- m_2[\omega_y\omega_z\rho_{2z} + \omega_x\omega_y\rho_{2x} - (\omega_x^2 + \omega_z^2)\rho_{2y}] + F_y^n; \\
m_3\ddot{z}_3 + f_3\dot{z}_3 + c_3z_3 &= m_3(g_{z3} - w_{z3}) - m_3(\varepsilon_x\rho_{3y} - \varepsilon_y\rho_{3x}) - \\
&- m_3[\omega_x\omega_z\rho_{3x} + \omega_y\omega_z\rho_{3y} - (\omega_x^2 + \omega_y^2)\rho_{3z}] + F_z^n.
\end{aligned}$$

Используем известное понятие «кажущегося ускорения» [11]:

$$\vec{a} = \vec{w} - \vec{g}',$$

где \vec{w} - абсолютное ускорение, \vec{g}' - ускорение силы тяготения Земли.

В нашем случае проекции «кажущегося ускорения» на оси чувствительности i -го акселерометра равны:

$$\begin{aligned}
a_{x1} &= -(w_{x1} - g_{x1}) + \varepsilon_y\rho_{1z} - \varepsilon_z\rho_{1y} + \omega_x\omega_y\rho_{1y} + \omega_x\omega_z\rho_{1z} - (\omega_y^2 + \omega_z^2)\rho_{1x}; \\
a_{y2} &= -(w_{y2} - g_{y2}) + \varepsilon_z\rho_{2x} - \varepsilon_x\rho_{2z} + \omega_y\omega_z\rho_{2z} + \omega_x\omega_y\rho_{2x} - (\omega_x^2 + \omega_z^2)\rho_{2y}; \\
a_{z3} &= -(w_{z3} - g_{z3}) + \varepsilon_x\rho_{3y} - \varepsilon_y\rho_{3x} + \omega_x\omega_z\rho_{3x} + \omega_y\omega_z\rho_{3y} - (\omega_x^2 + \omega_y^2)\rho_{3z}.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Теперь с новыми обозначениями уравнения движения трех акселерометров примут вид:

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + f_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 &= -m_1 a_{1x} + F_x^n; \\
m_2 \ddot{y}_2 + f_2 \dot{y}_2 + c_2 y_2 &= -m_2 a_{2y} + F_y^n; \\
m_3 \ddot{z}_3 + f_3 \dot{z}_3 + c_3 z_3 &= -m_3 a_{3z} + F_z^n.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

После окончания переходного процесса смещения чувствительных элементов акселерометров будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
x_1 &= -\frac{m_1}{c_1} a_{x1} + \frac{F_{1x}^n}{c_1}; \\
y_2 &= -\frac{m_2}{c_2} a_{y2} + \frac{F_{2y}^n}{c_2}; \\
z_3 &= -\frac{m_3}{c_3} a_{z3} + \frac{F_{3z}^n}{c_3}.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Полученные смещения могут быть преобразованы в выходные сигналы акселерометров: $x_1 \rightarrow U_{ax}$, $y_2 \rightarrow U_{ay}$, $z_3 \rightarrow U_{az}$. Тогда последние три уравнения примут вид

$$\begin{aligned}
U_{ax} &= B_{ax} + S_{ax} a_{x1} + n_{ax}; \\
U_{ay} &= B_{ay} + S_{ay} a_{y2} + n_{ay}; \\
U_{az} &= B_{az} + S_{az} a_{z3} + n_{az}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Здесь введены следующие обозначения для масштабных коэффициентов:

$$S_{ax} = -\frac{m_1}{c_1}, \quad S_{ay} = -\frac{m_2}{c_2}, \quad S_{az} = -\frac{m_3}{c_3},$$

нулевых сигналов B_{ax}, B_{ay}, B_{az} и случайных шумов n_{ax}, n_{ay}, n_{az} :

$$B_{ax} + n_{ax} = \frac{F_{1x}^n}{c_1}, \quad B_{ay} + n_{ay} = \frac{F_{2y}^n}{c_2}, \quad B_{az} + n_{az} = \frac{F_{3z}^n}{c_3}.$$

Выходные сигналы в зависимости от физического принципа их получения могут иметь размерность напряжения, частоты и т.п. В матричной форме будем иметь

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & S_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & S_{az} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \tag{2.21}$$

Здесь диагональная матрица размерности 3×3 является матрицей масштабных коэффициентов.

Из-за погрешностей изготовления и установки акселерометров в инерциально-измерительный модуль направления осей чувствительности акселерометров Ox_1, Oy_2, Oz_3 не ортогональны. Это приводит к появлению углов *невыставок* между номинальными осями $Oxyz$ и реальными осями чувствительности акселерометров Ox_1, Oy_2, Oz_3 . Число таких углов равно шести (рис. 2.3). Введем следующие обозначения для этих углов: Δ_{xz} - смещение оси Ox вокруг Oz , Δ_{xy} - смещение оси Ox вокруг Oy ,

Δ_{yx} - смещение оси Oy вокруг Ox , Δ_{yz} - смещение оси Oy вокруг Oz , Δ_{zx} - смещение оси Oz вокруг Ox , Δ_{zy} - смещение оси Oz вокруг Oy .

Следует отметить, что каждый акселерометр «привязан» к своей базе. Другими словами, каждый акселерометр имеет свою систему координат, поэтому каждая пара углов невыставок не зависит от двух других пар.

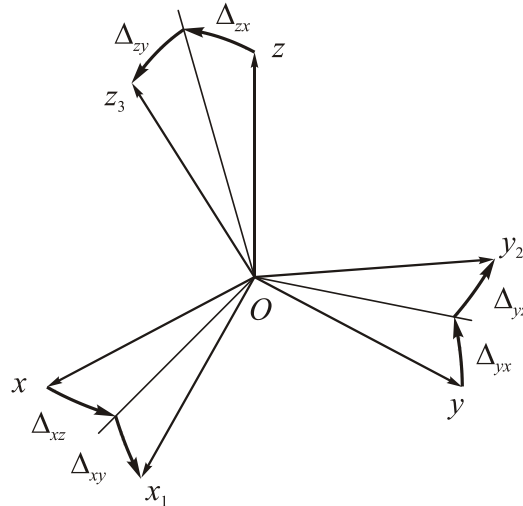


Рис. 2.3. Кинематика углов невыставки акселерометров

Получим матрицу направляющих косинусов C , связывающих положение Ox_1, Oy_2, Oz_3 и $Oxyz$:

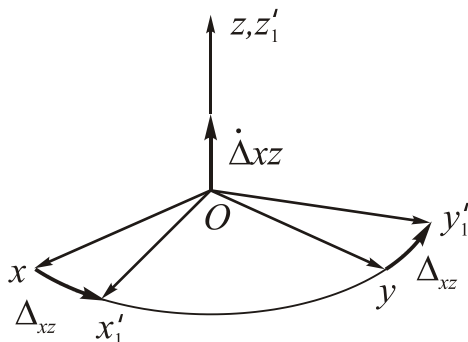
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Связь проекций ускорений a_{x1}, a_{y2}, a_{z3} и a_x, a_y, a_z также выражается через матрицу направляющих косинусов C :

$$\begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим вначале отклонение оси Ox_1 относительно Ox .

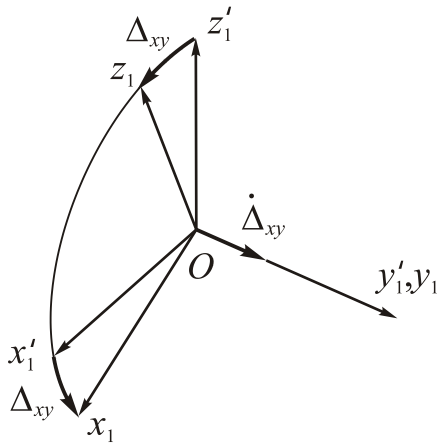
Первый поворот на угол Δ_{xz} (рис. 2.4) приводит к появлению матрицы направляющих косинусов C_{xz} :



C_{xz}	x	y	z
x'_1	$\cos \Delta_{xz}$	$\sin \Delta_{xz}$	0
y'_1	$-\sin \Delta_{xz}$	$\cos \Delta_{xz}$	0
z'_1	0	0	1

Рис. 2.4. Угол невыставки Δ_{xz} .

Второй поворот на угол Δ_{xy} (рис. 2.5) приводит к появлению матрицы направляющих косинусов C_{xy} :



C_{xy}	x'_1	y'_1	z'_1
x_1	$\cos \Delta_{xy}$	0	$-\sin \Delta_{xy}$
y_1	0	1	0
z_1	$\sin \Delta_{xy}$	0	$\cos \Delta_{xy}$

Рис. 2.5. Угол невыставки Δ_{xy}

Чтобы получить матрицу направляющих косинусов от двух поворотов Δ_{xz} и Δ_{xy} , надо перемножить C_{xy} и C_{xz} :

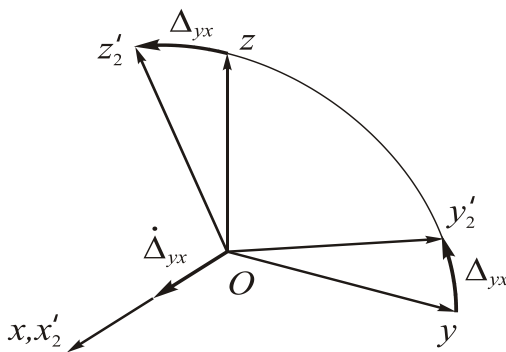
$$C_{xy} C_{xz} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{xy} & 0 & -\sin \Delta_{xy} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta_{xy} & 0 & \cos \Delta_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta_{xz} & \sin \Delta_{xz} & 0 \\ -\sin \Delta_{xz} & \cos \Delta_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Согласно правилу перемножения двух матриц, первую строку матрицы направляющих косинусов $C_{xy} C_{xz}$ получим в результате умножения элементов 1-ой строки матрицы C_{xy} на 1-й, 2-й и 3-й столбцы матрицы C_{xz} :

$$Ox_1: \cos \Delta_{xy} \cos \Delta_{xz} \quad \cos \Delta_{xy} \sin \Delta_{xz} \quad -\sin \Delta_{xy}.$$

Теперь рассмотрим отклонение оси Oy_2 относительно Oy .

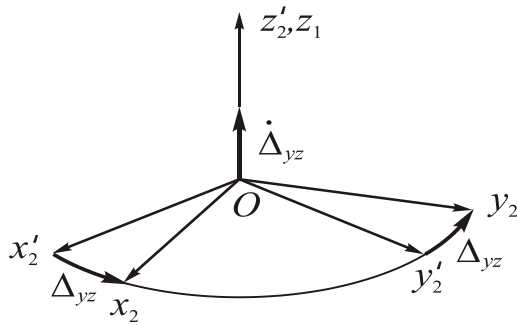
Третий поворот на угол Δ_{yx} (рис. 2.6) приводит к появлению матрицы направляющих косинусов C_{yx} :



C_{yx}	x	y	z
x'_2	1	0	0
y'_2	0	$\cos \Delta_{yx}$	$\sin \Delta_{yx}$
z'_2	0	$-\sin \Delta_{yx}$	$\cos \Delta_{yx}$

Рис. 2.6. Угол невыставки Δ_{yx}

Четвертый поворот на угол Δ_{yz} (рис. 2.7) приводит к появлению матрицы направляющих косинусов C_{yz} :



C_{yz}	x'_2	y'_2	z'_2
x_2	$\cos \Delta_{yz}$	$\sin \Delta_{yz}$	0
y_2	$-\sin \Delta_{yz}$	$\cos \Delta_{yz}$	0
z_2	0	0	1

Рис. 2.7. Угол невыставки Δ_{yz}

Чтобы получить матрицу направляющих косинусов от двух поворотов Δ_{yz} и Δ_{yx} , надо перемножить C_{yz} и C_{yx} :

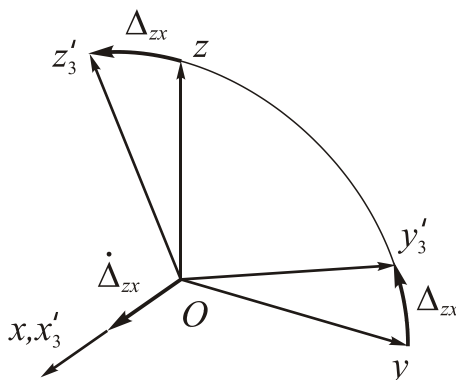
$$C_{yz} C_{yx} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{yz} & \sin \Delta_{yz} & 0 \\ -\sin \Delta_{yz} & \cos \Delta_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta_{yx} & \sin \Delta_{yx} \\ 0 & -\sin \Delta_{yx} & \cos \Delta_{yx} \end{bmatrix}.$$

Вторую строку матрицы направляющих косинусов получим в результате умножения элементов 2-ой строки матрицы C_{yz} на 1-й, 2-й и 3-й столбцы матрицы C_{yx} :

$$Oy_2: -\sin \Delta_{yz} \cos \Delta_{yx} \quad \cos \Delta_{yz} \cos \Delta_{yx} \quad \cos \Delta_{yz} \sin \Delta_{yx}.$$

И, наконец, рассмотрим отклонение оси Oz_3 относительно Oz .

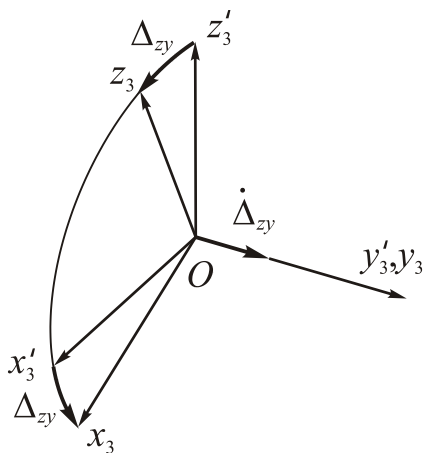
Пятый поворот на угол Δ_{zx} (рис. 2.8) приводит к появлению матрицы направляющих косинусов C_{zx} :



C_{zx}	x	y	z
x'_3	1	0	0
y'_3	0	$\cos \Delta_{zx}$	$\sin \Delta_{zx}$
z'_3	0	$-\sin \Delta_{zx}$	$\cos \Delta_{zx}$

Рис. 2.8. Угол невыставки Δ_{zx}

Шестой поворот на угол Δ_{zy} (рис. 2.9) приводит к появлению матрицы направляющих косинусов C_{zy} :



C_{zy}	x'_3	y'_3	z'_3
x_3	$\cos \Delta_{zy}$	0	$-\sin \Delta_{zy}$
y_3	0	1	0
z_3	$\sin \Delta_{zy}$	0	$\cos \Delta_{zy}$

Рис. 2.9. Угол невыставки Δ_{zy}

Чтобы получить матрицу направляющих косинусов от двух поворотов Δ_{zy} и Δ_{zx} , надо перемножить C_{yz} и C_{yx} :

$$C_{zy}C_{zx} = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{zy} & 0 & -\sin \Delta_{zy} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta_{zy} & 0 & \cos \Delta_{zy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta_{zx} & \sin \Delta_{zx} \\ 0 & -\sin \Delta_{zx} & \cos \Delta_{zx} \end{bmatrix}.$$

Третью строку матрицы направляющих косинусов получим в результате умножения элементов 3-ой строки матрицы C_{zy} на 1-й, 2-й и 3-й столбцы матрицы C_{zx} :

$$Oz_3: \sin \Delta_{zy} \quad -\cos \Delta_{zy} \sin \Delta_{zx} \quad \cos \Delta_{zy} \cos \Delta_{zx}.$$

Объединяя 1-ую, 2-ю и 3-ю строки, получим полную матрицу направляющих косинусов

$$C = \begin{bmatrix} \cos \Delta_{xy} \cos \Delta_{xz} & \cos \Delta_{xy} \sin \Delta_{xz} & -\sin \Delta_{xy} \\ -\sin \Delta_{yz} & \cos \Delta_{yz} \cos \Delta_{yx} & \cos \Delta_{yz} \sin \Delta_{yx} \\ \sin \Delta_{zy} & -\cos \Delta_{zy} \sin \Delta_{zx} & \cos \Delta_{zy} \cos \Delta_{zx} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Учитывая, что реальные величины углов неортогональности составляют единицы угловых минут, можно линеаризовать полученную матрицу направляющих косинусов:

$$C \approx \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Теперь, с учетом углов неортогональности, можно записать

$$\begin{bmatrix} a_{x1} \\ a_{y2} \\ a_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Подставим полученные проекции в уравнения выходных сигналов акселерометров (2.21):

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

где

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & S_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & S_{az} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} S_{ax} & S_{ax}\Delta_{xz} & -S_{ax}\Delta_{xy} \\ -S_{ay}\Delta_{yz} & S_{ay} & S_{ay}\Delta_{yx} \\ S_{az}\Delta_{zy} & -S_{az}\Delta_{zx} & S_{az} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, погрешности изготовления и монтажа акселерометров к базовым поверхностям приводят к перекрестным связям в их показаниях.

Если требуется получить отдельные выходные сигналы акселерометров, то последние выражения представляют в виде

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} + k_{11}a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z + n_{ax}; \\ U_{ay} &= B_{ay} + k_{21}a_x + k_{22}a_y + k_{23}a_z + n_{ay}; \\ U_{az} &= B_{az} + k_{31}a_x + k_{32}a_y + k_{33}a_z + n_{az}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Итак, выходные сигналы блока акселерометров, кроме полезных составляющих $k_{11}a_x$ для A_1 , $k_{22}a_y$ для A_2 и $k_{33}a_z$ для A_3 , содержат составляющие $k_{12}a_y, k_{13}a_z$ для A_1 , $k_{21}a_x, k_{23}a_z$ для A_2 и $k_{31}a_x, k_{32}a_y$ для A_3 , приводящие к перекрестным связям.

Коэффициенты $k_{12}, k_{13}, k_{21}, k_{23}, k_{31}, k_{32}$ называют коэффициентами перекрестной связи.

Выходные сигналы акселерометров можно представить в единицах ускорения. Для этого разделим выражения (2.25) или (2.26) на соответствующие масштабные коэффициенты, выделив при этом относительные погрешности масштабного коэффициента e_{ax}, e_{ay}, e_{az} :

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= a_{x0} + (1 + e_{ax})a_x + \Delta_{xz}a_y - \Delta_{xy}a_z + \bar{n}_{ax}; \\ \tilde{a}_y &= a_{y0} + (1 + e_{ay})a_y - \Delta_{yz}a_x + \Delta_{yx}a_z + \bar{n}_{ay}; \\ \tilde{a}_z &= a_{z0} + (1 + e_{az})a_z + \Delta_{zy}a_x - \Delta_{zy}a_y + \bar{n}_{az}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= \frac{U_{ax}}{S_{ax}}, & a_{x0} &= \frac{B_{ax}}{S_{ax}}, & e_{ax} &= \frac{E_{ax}}{S_{ax}}, & \bar{n}_{ax} &= \frac{n_{ax}}{S_{ax}}; \\ \tilde{a}_y &= \frac{U_{ay}}{S_{ay}}, & a_{y0} &= \frac{B_{ay}}{S_{ay}}, & e_{ay} &= \frac{E_{ay}}{S_{ay}}, & \bar{n}_{ay} &= \frac{n_{ay}}{S_{ay}}; \\ \tilde{a}_z &= \frac{U_{az}}{S_{az}}, & a_{z0} &= \frac{B_{az}}{S_{az}}, & e_{az} &= \frac{E_{az}}{S_{az}}, & \bar{n}_{az} &= \frac{n_{az}}{S_{az}}. \end{aligned}$$

Здесь E_{ax}, E_{ay}, E_{az} - абсолютные погрешности масштабных коэффициентов.

Следует отметить, что если в основной математической модели (2.16) принять не упрощенную (диагональную) матрицу жесткости (2.4), а полную матрицу, то это приведет опять же к перекрестным связям в сигналах акселерометров, которые были уже получены благодаря рассмотрению погрешностей изготовления и монтажа акселерометров к базовым поверхностям.

2.2. Математическая модель маятниковых акселерометров

Получим математическую модель маятникового акселерометра, схема которого изображена на рис. 2.10 [4]. Здесь приняты такие обозначения: 1 – корпус прибора, 2 – упругий подвес, 3 – демпфер, 4 – инерционная масса или чувствительный элемент акселерометра, ось Ox - ось чувствительности, φ_1 - угол отклонения чувствительного элемента акселерометра.

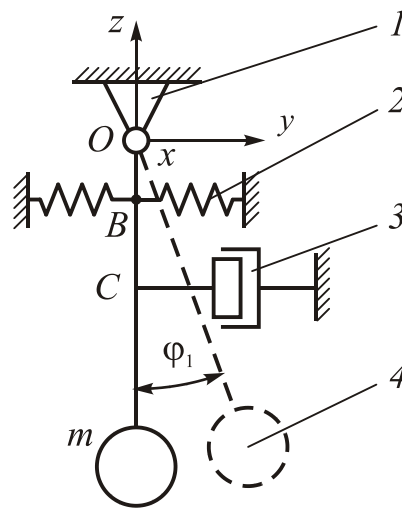


Рис. 2.10. Маятниковый акселерометр

Для получения уравнений движения воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы во вращающейся системе координат [34]:

$$\frac{d\vec{K}_O^\omega}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_O^\omega = \vec{M}_O^e - m\vec{\rho}_C \times \vec{w}_O.$$

В проекциях на оси чувствительности, получим

$$\begin{aligned} I_{1x}\dot{\omega}_{1x} + (I_{1z} - I_{1y})\omega_{1y}\omega_{1z} &= M_{1x} + m_1 \left[y_1 (g_{z1} - w_{z1}) - z_1 (g_{y1} - w_{y1}) \right]; \\ I_{2y}\dot{\omega}_{2y} + (I_{2x} - I_{2z})\omega_{2x}\omega_{2z} &= M_{2y} + m_2 \left[z_2 (g_{x2} - w_{x2}) - x_2 (g_{z2} - w_{z2}) \right]; \\ I_{3z}\dot{\omega}_{3z} + (I_{3y} - I_{3x})\omega_{3x}\omega_{3y} &= M_{3z} + m_3 \left[x_3 (g_{y3} - w_{y3}) - y_3 (g_{x3} - w_{x3}) \right], \end{aligned} \quad (2.28)$$

где I_{ix}, I_{iy}, I_{iz} - осевые моменты инерции, $i = 1, 2, 3$ - номер акселерометра, $\omega_{ix}, \omega_{iy}, \omega_{iz}$ - проекции угловых скоростей, M_{ix}, M_{iy}, M_{iz} - проекции суммарного момента внешних сил, x_i, y_i, z_i - координаты плеч маятников (рис. 2.11), w_{xi}, w_{yi}, w_{zi} - проекции переносного ускорения основания (2.13), g_{xi}, g_{yi}, g_{zi} - проекции ускорения силы тяжести.

Будем считать, что суммарный момент внешних сил состоит из моментов упругости \vec{M}_i^{yup} , демпфирования \vec{M}_i^δ , момента, вызванного податливостью упругого подвеса \vec{M}_i^{nd} и момента помех \vec{M}_i^n :

$$\vec{M}_i = \vec{M}_i^{yup} + \vec{M}_i^{\delta em} + \vec{M}_i^{nd} + \vec{M}_i^n.$$

Отметим, что при использовании компенсационного режима работы (режима «электрической пружины») в правой части следует добавить электромагнитные моменты, создаваемые датчиками моментов.

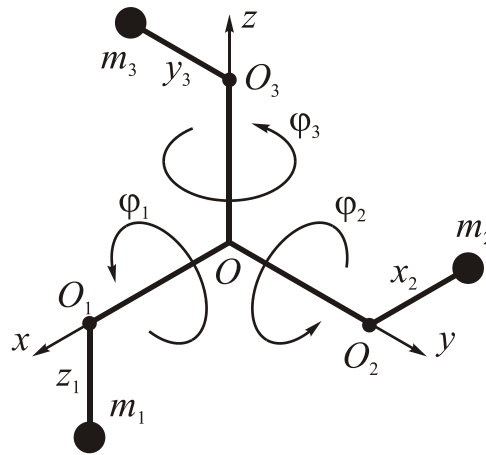


Рис. 2.11. Положение инерционных масс акселерометров и их угловые смещения

Проекции момента упругости представим в виде

$$\begin{bmatrix} M_{1x}^{yup} \\ M_{2y}^{yup} \\ M_{3z}^{yup} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

где c_i - коэффициенты угловой жесткости упругого подвеса, φ_i - относительные угловые смещения чувствительного элемента i -го акселерометра вокруг осей x_i, y_i, z_i (рис. 2.11).

Проекции момента демпфирования представим в виде

$$\begin{bmatrix} M_{1x}^\delta \\ M_{2y}^\delta \\ M_{3z}^\delta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 \\ 0 & f_2 & 0 \\ 0 & 0 & f_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

где f_i - коэффициенты демпфирования.

В дальнейшем будем пренебрегать влиянием центробежных моментов инерции. Подставляя проекции упругого момента и демпфирующего момента в исходные уравнения (2.28), с учетом обозначений «кажущегося ускорения» (2.17), получим

$$\begin{aligned} I_{1x}\ddot{\varphi}_1 + f_1\dot{\varphi}_1 + c_1\varphi_1 &= M_{1x}^{nd} + M_{1x}^n - I_{1x}\dot{\omega}_x + m_1(y_1a_{z1} - z_1a_{y1}); \\ I_{2y}\ddot{\varphi}_2 + f_2\dot{\varphi}_2 + c_2\varphi_2 &= M_{2y}^{nd} + M_{2y}^n - I_{2y}\dot{\omega}_y + m_2(z_2a_{x2} - x_2a_{z2}); \\ I_{3z}\ddot{\varphi}_3 + f_3\dot{\varphi}_3 + c_3\varphi_3 &= M_{3z}^{nd} + M_{3z}^n - I_{3z}\dot{\omega}_z + m_3(x_3a_{y3} - y_3a_{x3}). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Учитывая положение инерционных масс акселерометров (рис. 2.11), имеем значения их координат (l - величина маятниковости):

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = -l, \quad x_2 = -l, \quad y_2 = 0, \quad z_2 = 0, \quad x_3 = 0, \quad y_3 = -l, \quad z_3 = 0.$$

Подставим данные значения в уравнения (2.31). После окончания переходных процессов в установившемся движении получим

$$\begin{aligned} c_1 \varphi_1 &= M_{1x}^{n\delta} + M_{1x}^n + m_1 l a_{y1}; \\ c_2 \varphi_2 &= M_{2y}^{n\delta} + M_{2y}^n + m_2 l a_{z2}; \\ c_3 \varphi_3 &= M_{3z}^{n\delta} + M_{3z}^n + m_3 l a_{x3}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

или

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{c_1} M_{1x}^{n\delta} + \frac{1}{c_1} M_{1x}^n + \frac{m_1 l}{c_1} a_{y1}; \\ \varphi_2 &= \frac{1}{c_2} M_{2y}^{n\delta} + \frac{1}{c_2} M_{2y}^n + \frac{m_2 l}{c_2} a_{z2}; \\ \varphi_3 &= \frac{1}{c_3} M_{3z}^{n\delta} + \frac{1}{c_3} M_{3z}^n + \frac{m_3 l}{c_3} a_{x3}. \end{aligned}$$

Последние уравнения запишем в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_{01} + \frac{1}{c_1} M_{1x}^{n\delta} + S_{a1} a_{y1}; \\ \varphi_2 &= \varphi_{02} + \frac{1}{c_2} M_{2y}^{n\delta} + S_{a2} a_{z2}; \\ \varphi_3 &= \varphi_{03} + \frac{1}{c_3} M_{3z}^{n\delta} + S_{a3} a_{x3}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

где $\varphi_{01} = \frac{1}{c_1} M_{1x}^n$, $\varphi_{02} = \frac{1}{c_2} M_{2y}^n$, $\varphi_{03} = \frac{1}{c_3} M_{3z}^n$ - постоянные углы смещения чувствительных элементов, $S_{a1} = \frac{m_1 l}{c_1}$, $S_{a2} = \frac{m_2 l}{c_2}$, $S_{a3} = \frac{m_3 l}{c_3}$ - масштабные коэффициенты.

Запишем последние уравнения в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{1x}^{n\delta} \\ m_{2y}^{n\delta} \\ m_{3z}^{n\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & S_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & S_{a3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{y1} \\ a_{z2} \\ a_{x3} \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

где $m_{1x}^{n\delta} = \frac{1}{c_1} M_{1x}^{n\delta}$, $m_{2y}^{n\delta} = \frac{1}{c_2} M_{2y}^{n\delta}$, $m_{3z}^{n\delta} = \frac{1}{c_3} M_{3z}^{n\delta}$.

По аналогии с осевыми акселерометрами, необходимо учесть углы неортогональностей или невыставки, вызванные погрешностями изготовления базовых поверхностей и монтажа акселерометров. С учетом матрицы направляющих косинусов, проекции кажущегося ускорения на базовые оси чувствительных элементов трех акселерометров будут иметь вид

$$\begin{bmatrix} a_{y1} \\ a_{z2} \\ a_{x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Подставим данные выражения в последнее матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{1x}^{nd} \\ m_{2y}^{nd} \\ m_{3z}^{nd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix}, \quad (2.36)$$

где

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}.$$

Итак, полученные выражения для угловых смещений чувствительных элементов маятниковых акселерометров свидетельствуют о перекрестном влиянии ускорений, вызванном углами невыставки осей чувствительности акселерометров.

Рассмотрим подробнее моменты \vec{M}_i^{nd} , вызванные податливостью упругого подвеса чувствительного элемента акселерометра [36].

Движение с ускорением \vec{a} приводит к возникновению силы инерции

$$\vec{F}_i = -m_i \vec{a}, \quad (2.37)$$

где m_i - масса чувствительного элемента i -го акселерометра. Проекция данной силы инерции имеют вид

$$F_{ix} = -m_i a_x, \quad F_{iy} = -m_i a_y, \quad F_{iz} = -m_i a_z.$$

За счет конечной жесткости упругого подвеса чувствительного элемента данная сила вызывает упругую деформацию элементов крепления $\vec{\delta}_i(\delta_{ix}, \delta_{iy}, \delta_{iz})$, которая вычисляется по формуле

$$\vec{\delta}_i = \kappa_i \vec{F}_i, \quad (2.38)$$

где κ - податливость, по величине обратная жесткости. Матрица податливости имеет вид

$$\mathbf{\kappa}_i = \begin{bmatrix} \kappa_{ixx} & \kappa_{ixy} & \kappa_{ixz} \\ \kappa_{iyx} & \kappa_{iyy} & \kappa_{iyz} \\ \kappa_{izx} & \kappa_{izy} & \kappa_{izz} \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

Коэффициент податливости κ_{xy} по своему физическому смыслу представляет собой упругое смещение центра масс акселерометра по оси Ox при единичной нагрузке, действующей по оси Oy .

Формулу (2.38) запишем в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \delta_{ix} \\ \delta_{iy} \\ \delta_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{ixx} & \kappa_{ixy} & \kappa_{ixz} \\ \kappa_{iyx} & \kappa_{iyy} & \kappa_{iyz} \\ \kappa_{izx} & \kappa_{izy} & \kappa_{izz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{iz} \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

Тогда проекции упругой деформации подвеса чувствительного элемента примут вид

$$\begin{aligned} \delta_{ix} &= F_{ix} \kappa_{ixx} + F_{iy} \kappa_{ixy} + F_{iz} \kappa_{ixz}; \\ \delta_{iy} &= F_{ix} \kappa_{iyx} + F_{iy} \kappa_{iyy} + F_{iz} \kappa_{iyz}; \\ \delta_{iz} &= F_{ix} \kappa_{izx} + F_{iy} \kappa_{izy} + F_{iz} \kappa_{izz}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Сила инерции \vec{F}_i при наличии упругой деформации подвеса чувствительного элемента акселерометра $\vec{\delta}_i$ создает момент силы

$$\vec{M}_i^{n\delta} = \vec{\delta}_i \times \vec{F}_i. \quad (2.42)$$

Проекция данного момента на оси $Oxyz$

$$\begin{aligned} M_{ix}^{n\delta} &= \delta_{iy} F_{iz} - \delta_{iz} F_{iy}; \\ M_{iy}^{n\delta} &= \delta_{iz} F_{ix} - \delta_{ix} F_{iz}; \\ M_{iz}^{n\delta} &= \delta_{ix} F_{iy} - \delta_{iy} F_{ix}. \end{aligned}$$

Подставляя в последнее выражение значения (2.41) и проекции силы инерции (2.37), получим

$$\begin{aligned} M_{ix}^{n\delta} &= k_{iyx} a_x a_z + k_{iyz} a_z^2 + k_{izx} a_x a_y + k_{izy} a_y^2 + (k_{iyy} - k_{izz}) a_y a_z; \\ M_{iy}^{n\delta} &= k_{ixy} a_y a_z + k_{izx} a_x^2 + k_{izy} a_x a_y + k_{ixz} a_z^2 + (k_{izz} - k_{ixx}) a_x a_z; \\ M_{iz}^{n\delta} &= k_{iyz} a_x a_z + k_{iyx} a_x^2 + k_{ixz} a_y a_z + k_{ixy} a_y^2 + (k_{ixx} - k_{iyy}) a_x a_y, \end{aligned} \quad (2.43)$$

где

$$\begin{aligned} k_{iyx} &= \kappa_{iyx} m_i^2, \quad k_{iyz} = \kappa_{iyz} m_i^2, \quad k_{izx} = -\kappa_{izx} m_i^2, \quad k_{izy} = -\kappa_{izy} m_i^2, \quad k_{iyy} - k_{izz} = (\kappa_{iyy} - \kappa_{izz}) m_i^2, \\ k_{ixy} &= -\kappa_{ixy} m_i^2, \quad k_{izx} = \kappa_{izx} m_i^2, \quad k_{izy} = \kappa_{izy} m_i^2, \quad k_{ixz} = -\kappa_{ixz} m_i^2, \quad k_{izz} - k_{ixx} = (\kappa_{izz} - \kappa_{ixx}) m_i^2, \\ k_{iyz} &= -\kappa_{iyz} m_i^2, \quad k_{iyx} = -\kappa_{iyx} m_i^2, \quad k_{ixz} = \kappa_{ixz} m_i^2, \quad k_{ixy} = \kappa_{ixy} m_i^2, \quad k_{ixx} - k_{iyy} = (\kappa_{ixx} - \kappa_{iyy}) m_i^2. \end{aligned}$$

Разделив полученные выражения на соответствующие коэффициенты жесткости, запишем в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} m_{1x}^{n\delta} \\ m_{2y}^{n\delta} \\ m_{3z}^{n\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix}, \quad (2.44)$$

где

$$m_{11} = \frac{k_{1zx}}{c_1}, \quad m_{12} = \frac{k_{1yy} - k_{1zz}}{c_1}, \quad m_{13} = \frac{k_{1yx}}{c_1},$$

$$\begin{aligned}
m_{21} &= \frac{k_{2zy}}{c_2}, \quad m_{22} = \frac{k_{2xy}}{c_2}, \quad m_{23} = \frac{k_{2zz} - k_{2xx}}{c_2}, \\
m_{31} &= \frac{k_{3xx} - k_{3yy}}{c_3}, \quad m_{32} = \frac{k_{3xz}}{c_3}, \quad m_{33} = \frac{k_{3yz}}{c_3}, \\
n_{11} &= 0, \quad n_{12} = \frac{k_{1zy}}{c_1}, \quad n_{13} = \frac{k_{1yz}}{c_1}, \\
n_{21} &= \frac{k_{2zx}}{c_2}, \quad n_{22} = 0, \quad n_{23} = \frac{k_{2xz}}{c_2}, \\
n_{31} &= \frac{k_{3yx}}{c_3}, \quad n_{32} = \frac{k_{3xy}}{c_3}, \quad n_{33} = 0.
\end{aligned}$$

Подставим полученные значения проекций момента от податливости в выражения (2.36) и получим полные выражения для угловых смещений трех акселерометров:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \\ \varphi_{03} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Таким образом, выходные сигналы маятниковых акселерометров, кроме полезных составляющих ускорения, еще зависят от перекрестных связей (элементы над и под главной диагональю первой матрицы (3x3)), а также зависят от податливости упругого подвеса (вторая и третья матрицы (3x3)), которая приводит к дополнительным составляющим сигнала, пропорциональным g^2 .

Полученные угловые смещения могут быть преобразованы в выходные сигналы акселерометров: $\varphi_3 \rightarrow U_{ax}$, $\varphi_1 \rightarrow U_{ay}$, $\varphi_2 \rightarrow U_{az}$. Теперь уравнения выходных сигналов примут вид:

$$\begin{bmatrix} U_{ay} \\ U_{az} \\ U_{ax} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ay} \\ B_{az} \\ B_{ax} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ a_z \\ a_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix}$$

Для полноты картины полученное уравнение следует дополнить вектором-столбцом (3x1) случайных шумов n_{ax}, n_{ay}, n_{az} . Теперь в более компактной форме будем иметь

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \mathbf{N} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}. \quad (2.46)$$

Здесь $\mathbf{K}, \mathbf{M}, \mathbf{N}$ - матрицы 3x3, элементы которых определяются в результате калибровки блока акселерометров.

Часто приходится иметь дело с отдельными сигналами акселерометров, которые можно получить из матричной формы:

$$\begin{aligned}
U_{ax} &= B_{ax} + k_{xx}a_x + k_{xy}a_y + k_{xz}a_z + M_{11}a_xa_y + M_{12}a_ya_z + M_{13}a_xa_z + \\
&+ N_{11}a_x^2 + N_{12}a_y^2 + N_{13}a_z^2 + n_{ax}; \\
U_{ay} &= B_{ay} + k_{yx}a_x + k_{yy}a_y + k_{yz}a_z + M_{21}a_xa_y + M_{22}a_ya_z + M_{23}a_xa_z + \\
&+ N_{21}a_x^2 + N_{22}a_y^2 + N_{23}a_z^2 + n_{ay}; \\
U_{az} &= B_{az} + k_{zx}a_x + k_{zy}a_y + k_{zz}a_z + M_{31}a_xa_y + M_{32}a_ya_z + M_{33}a_xa_z + \\
&+ N_{31}a_x^2 + N_{32}a_y^2 + N_{33}a_z^2 + n_{az},
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Сравнивая последние уравнения (2.46) и (2.47), введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
k_{xx} &= k_{33}, & k_{xy} &= k_{31}, & k_{xz} &= k_{32}, \\
k_{yx} &= k_{13}, & k_{yy} &= k_{11}, & k_{yz} &= k_{12}, \\
k_{zx} &= k_{23}, & k_{zy} &= k_{21}, & k_{zz} &= k_{22}, \\
M_{11} &= m_{31}, & M_{12} &= m_{32}, & M_{13} &= m_{33}, \\
M_{21} &= m_{11}, & M_{22} &= m_{12}, & M_{23} &= m_{13}, \\
M_{31} &= m_{21}, & M_{32} &= m_{22}, & M_{33} &= m_{23}; \\
N_{11} &= n_{31}, & N_{12} &= n_{32}, & N_{13} &= n_{33}, \\
N_{21} &= n_{11}, & N_{22} &= n_{12}, & N_{23} &= n_{13}, \\
N_{31} &= n_{21}, & N_{32} &= n_{22}, & N_{33} &= n_{23}.
\end{aligned}$$

Таким образом, погрешности изготовления и монтажа акселерометров к базовым поверхностям приводят к перекрестным связям в их показаниях или к погрешностям, пропорциональным g . Податливость упругого подвеса чувствительного элемента акселерометра приводит к дополнительным погрешностям, пропорциональным g^2 .

2.3. Временные характеристики акселерометров

Рассмотрим осевой акселерометр, уравнение движения (2.18) которого нами были получены ранее:

$$m_1\ddot{x}_1 + f_1\dot{x}_1 + c_1x_1 = -m_1a_{1x} + F_x^{\text{п}}.$$

Разделим все члены данного уравнения на массу (поскольку структура уравнений акселерометров одинакова, для простоты опустим индексы, указывающие на номер акселерометра) и положим $F_x^{\text{п}} = 0$.

Получим уравнение одномассовой механической системы в стандартной форме

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = -a_x, \tag{2.49}$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$, $2\xi\omega_0 = \frac{f}{m}$, ω_0 - собственная частота колебаний акселерометра, ξ - относительный коэффициент затухания, a_x - проекция на ось чувствительности кажущегося ускорения.

Корни характеристического уравнения имеют вид:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}. \tag{2.50}$$

Решение обыкновенного дифференциального уравнения (2.49) будем искать в виде суммы частного решения и общего решения однородного уравнения:

$$x = -\frac{a_x}{\omega_0^2} + C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (2.51)$$

В зависимости от величины ξ возможны три варианта корней:

1. Если $0 < \xi < 1$, тогда $\lambda_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$;
2. Если $\xi = 1$, тогда $\lambda = -\omega_0$;
3. Если $\xi > 1$, тогда $\lambda_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2-1}$.

В первом случае *слабо* демпфированного акселерометра, когда $0 < \xi < 1$, найдем постоянные интегрирования C_1, C_2 при нулевых начальных условиях и получим временную характеристику акселерометра при движении объекта с постоянным ускорением:

$$x(t) = -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t \right) \right]; \quad (2.52)$$

Для *сильно* демпфированного акселерометра ($\xi > 1$) после аналогичного решения получим:

$$x(t) = -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(ch\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} sh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t \right) \right]. \quad (2.53)$$

Для акселерометра с $\xi = 1$ и $\lambda = -\omega_0$ общее решение будет отличаться от предыдущих двух случаев:

$$x = -\frac{a_x}{\omega_0^2} + e^{\lambda t} (C_1 + C_2 t).$$

Находя постоянные интегрирования C_1, C_2 при нулевых начальных условиях, получим переходную характеристику акселерометра

$$x(t) = -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\omega_0 t} (1 + \omega_0 t) \right]. \quad (2.54)$$

Интересно отметить, что на первый взгляд выражения (2.52) и (2.53) очень похожи. Однако, это сходство обманчиво - для слабо демпфированного акселерометра мы имеем затухающие гармонические сигналы (рис. 2.12) вокруг установившегося положения

$$x_{уст} = -\frac{a_x}{\omega_0^2}.$$

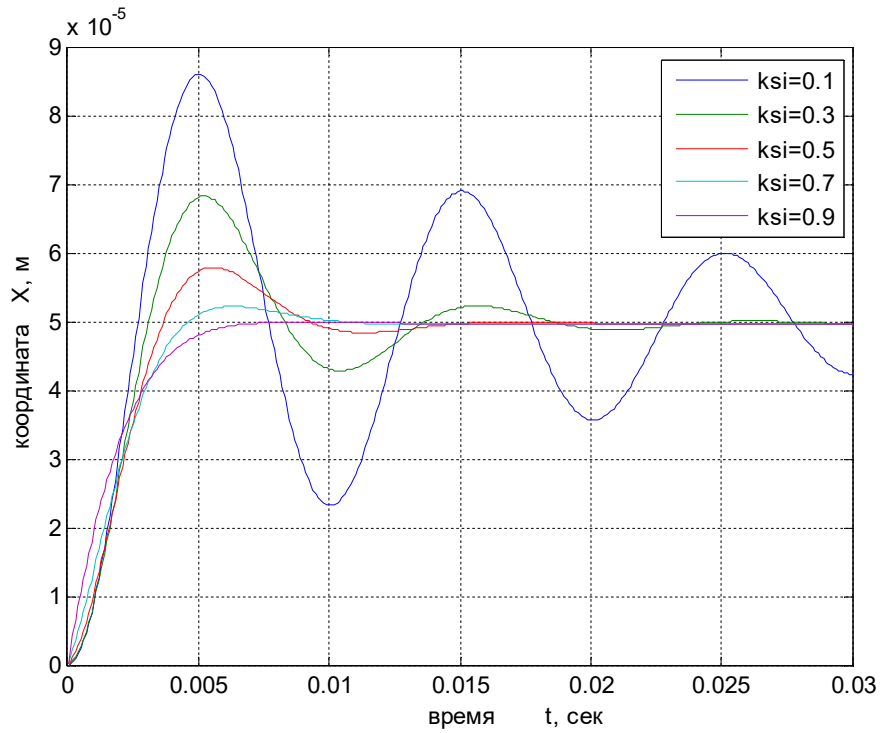


Рис. 2.12. Переходная характеристика слабо демпфированного акселерометра, $0 < \xi < 1$.

А для сильно демпфированного акселерометра мы имеем аperiodическое движение (рис. 2.13), которое при $t \rightarrow \infty$ также сходится к $x_{уст} = -\frac{a_x}{\omega_0^2}$.

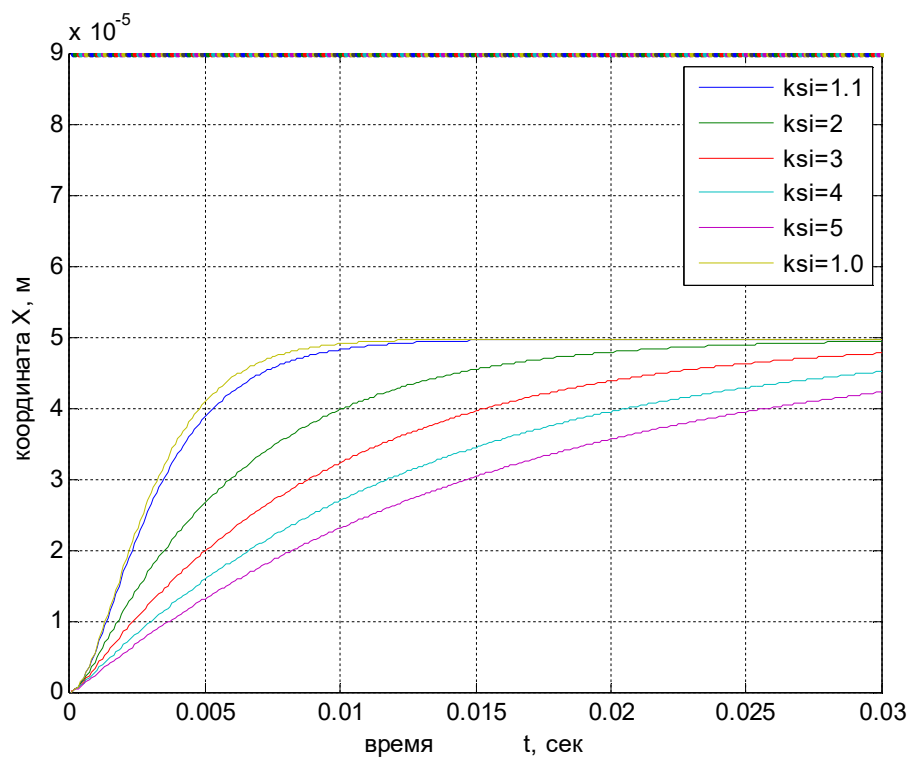


Рис. 2.13. Переходная характеристика сильно демпфированного акселерометра ($\xi > 1$)

Следует отметить, что переходные характеристики маятникового акселерометра имеют аналогичный вид, поскольку уравнение движения маятникового акселерометра также описывает движение одномассовой системы. Отличие состоит в том, что движение чувствительного элемента осевого акселерометра характеризуется линейной координатой, а маятникового – угловой.

Таким образом, временные характеристики акселерометра представляют собой переходные характеристики движения одномассовой системы. В случае слабо демпфированного акселерометра ($0 < \xi < 1$) переходная характеристика описывает затухающие колебания вокруг установившегося движения. Время затухания колебаний уменьшается с увеличением демпфирования. В случае сильно демпфированного акселерометра ($\xi > 1$) переходная характеристика описывает апериодическое движение к установившемуся движению чувствительного элемента.

2.4. Статические испытания акселерометров

Первые три основных параметра акселерометра (масштабный коэффициент, нулевой сигнал (смещения нуля), коэффициенты перекрестной связи) могут быть определены с помощью статических испытаний, которые проводят в гравитационном поле Земли методом тестовых и/или последовательных поворотов с использованием оптической делительной головки.

Определение основных параметров акселерометра с целью их дальнейшего использования называют *калибровкой*.

На практике наиболее широко используется два метода калибровки акселерометров:

- **метод тестовых поворотов**, который состоит в измерении выходного сигнала объекта испытаний в двух положениях, отличающихся ориентацией на 180° .
- **метод последовательных поворотов**, который состоит в измерении выходного сигнала объекта испытаний в нескольких положениях, отличающихся определенным шагом угла поворота ОДГ.

2.4.1. Метод тестовых поворотов

Вначале рассмотрим применение метода тестовых поворотов для определения нулевого сигнала и масштабного коэффициента акселерометра.

На рис. 2.14 условно изображен акселерометр со связанной системой координат $Oxyz$. Ось чувствительности акселерометра – ось Ox . Ускорение \vec{a} имеет проекции a_x, a_y, a_z на оси $Oxyz$.

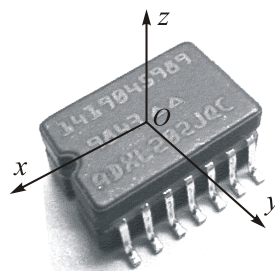


Рис. 2.14. Оси акселерометра

Выходной сигнал осевого акселерометра (напряжение, В), полученный из (2.28), можно представить в виде

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z + n_x, \quad (2.55)$$

где u_0 – нулевой сигнал; a_x, a_y, a_z – проекции ускорения \vec{a} ; k_x – масштабный коэффициент; k_y, k_z – коэффициенты перекрестной связи; n_x – шумовая составляющая.

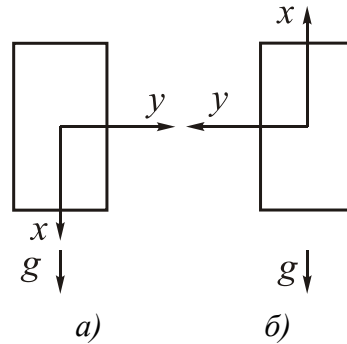


Рис. 2.15. Положения акселерометра

Расположим акселерометр так, чтобы его ось чувствительности Ox совпала с направлением \vec{g} – ускорения силы тяжести (рис. 2.15,а).

Тогда $a_x = -g, a_y = a_z = 0$. Подставим данные значения в выражение (2.55). После усреднения выходного сигнала в течение 60 сек получим:

$$u_{\downarrow} = u_0 - k_x g. \quad (2.56)$$

Повернем акселерометр на 180° вокруг оси Oz так, чтобы ось чувствительности была противоположна направлению \vec{g} (рис. 2.15,б).

Тогда $a_x = g, a_y = a_z = 0$. Подставим данные значения в выражение (2.55). Усредняя выходной сигнала в течение 60 сек, получим:

$$u_{\uparrow} = u_0 + k_x g. \quad (2.57)$$

Суммируя сигналы (2.56) и (2.57), получим значение нулевого сигнала:

$$u_0 = \frac{1}{2}(u_{\downarrow} + u_{\uparrow}). \quad (2.58)$$

Вычитая сигналы (2.56) и (2.57), получим значение масштабного коэффициента:

$$k_x = \frac{1}{2g}(u_{\downarrow} - u_{\uparrow}). \quad (2.59)$$

В качестве примера, рассмотрим микромеханический акселерометр ADXL203EB производства компании Analog Devices Inc.TM (США). Измерим выходной сигнал при различном напряжении питания:

1) $U_{\text{пит}} = \pm 5\text{В} : u_{\downarrow} = 3,5\text{В}, u_{\uparrow} = 1,5\text{В}.$

2) $U_{\text{пит}} = \pm 6\text{В} : u_{\downarrow} = 4,21\text{В}, u_{\uparrow} = 1,66\text{В}.$

Вычисляя по формулам (2.58) и (2.59), получим

1) $u_0 = 2,5\text{В}, k_x = 1,0\text{В}/g;$

2) $u_0 = 2,53\text{В}, k_x = 1,27\text{В}/g.$

Таким образом, изменение номинального напряжения питания на 1В приводит к изменению нулевого сигнала и масштабного коэффициента.

Рассмотрим теперь применение метода тестовых поворотов для определения коэффициентов перекрестной связи.

Расположим акселерометр так, чтобы его ось Oy совпадала с направлением \vec{g} (рис. 2.16,а).

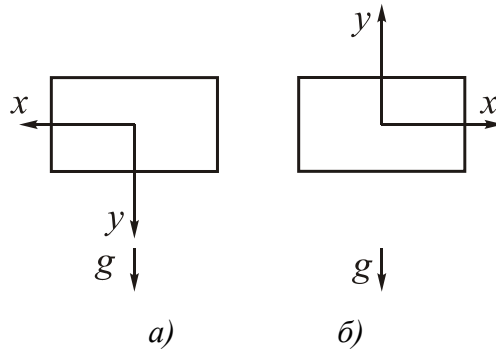


Рис. 2.16. К определению перекрестных связей

Тогда $a_x = 0$, $a_y = -g$, $a_z = 0$. Подставим данные значения в выражение (2.55). После усреднения выходного сигнала получим:

$$u'_{\downarrow} = u_0 - k_y g. \quad (2.60)$$

Повернем акселерометр на 180° вокруг оси Oz так, чтобы ось Oy была противоположна направлению \vec{g} (рис. 2.16,б). Теперь $a_x = 0$, $a_y = g$, $a_z = 0$. Подставим данные значения в выражение (2.55) и усредним выходной сигнал:

$$u'_{\uparrow} = u_0 + k_y g. \quad (2.61)$$

Вычитая сигналы (2.60) и (2.61), получим значение коэффициента k_y :

$$k_y = \frac{1}{2g} (u'_{\downarrow} - u'_{\uparrow}). \quad (2.62)$$

Теперь расположим акселерометр так, чтобы его ось Oz совпадала с направлением \vec{g} (рис. 2.17,а).

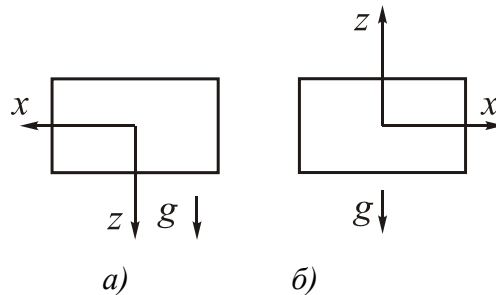


Рис. 2.17. К определению коэффициента K_z

В этом случае $a_x = a_y = 0$, $a_z = -g$. Подставим данные значения в выражение (2.55). После усреднения выходного сигнала получим:

$$u''_{\downarrow} = u_0 - k_z g. \quad (2.63)$$

Повернем акселерометр на 180° вокруг оси Oy так, чтобы ось Oz была противоположна направлению \vec{g} (рис. 2.17,б). Теперь $a_x = a_y = 0$, $a_z = g$. Подставим данные значения в выражение (2.55) и усредним выходной сигнал:

$$u''_{\uparrow} = u_0 + k_z g. \quad (2.64)$$

Вычитая сигналы (2.63) и (2.64), получим значение коэффициента k_z :

$$k_z = \frac{1}{2g} (u''_{\downarrow} - u''_{\uparrow}). \quad (2.65)$$

Таким образом, применение метода тестовых поворотов позволяет определить нулевой сигнал, масштабный коэффициент и коэффициенты перекрестной связи акселерометра.

2.4.2. Метод последовательных поворотов

Рассмотрим определение параметров акселерометра с учетом наклона ОДГ относительно плоскости горизонта (рис. 2.18) с помощью метода последовательных поворотов.

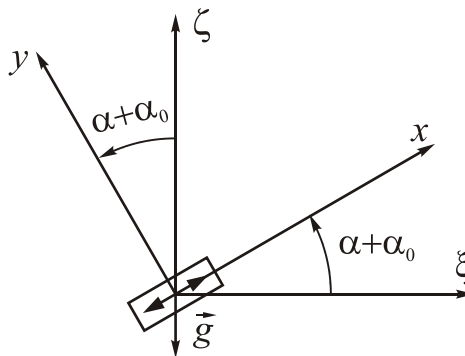


Рис. 2.18. Расположение оси чувствительности акселерометра с учетом наклона ОДГ

Здесь α - угол наклона оси Ox над плоскостью горизонта, который изменяется в определенной последовательности, $\alpha_0 = const$ - погрешность выставки ОДГ относительно плоскости горизонта.

Найдем проекции ускорения \vec{a} . С учетом того, что $\vec{g} \perp Oz$, получим

$$\begin{aligned} a_x &= g \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \alpha_0\right) = -g \sin(\alpha + \alpha_0); \\ a_y &= g \cos(\pi + \alpha + \alpha_0) = -g \cos(\alpha + \alpha_0); \\ a_z &= 0. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Рассмотрим модель выходного сигнала маятникового акселерометра [66]:

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z + k_{xy} a_x a_y. \quad (2.67)$$

Подставим полученные значения проекций ускорения в формулу (2.67):

$$\begin{aligned} u &= u_0 - k_x g \sin \alpha \cos \alpha_0 - k_x g \cos \alpha \sin \alpha_0 - k_y g \cos \alpha \cos \alpha_0 + \\ &+ k_y g \sin \alpha \sin \alpha_0 + k_{xy} \frac{g^2}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha_0 + k_{xy} \frac{g^2}{2} \cos 2\alpha \sin 2\alpha_0 + n_{ax}. \end{aligned}$$

Последнее выражение можно представить в виде разложения в ряд Фурье:

$$u = C_0 + C_1 \sin \alpha + C_2 \cos \alpha + C_3 \sin 2\alpha + C_4 \cos 2\alpha + \xi. \quad (2.68)$$

Сгруппируем полученные слагаемые:

$$\begin{aligned} u = u_0 + g(k_y \sin \alpha_0 - k_x \cos \alpha_0) \sin \alpha - g(k_x \sin \alpha_0 + k_y \cos \alpha_0) \cos \alpha + \\ + k_{xy} \frac{g^2}{2} \cos 2\alpha_0 \sin 2\alpha + k_{xy} \frac{g^2}{2} \sin 2\alpha_0 \cos 2\alpha + n_{ax}. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Тогда коэффициенты Фурье примут вид

$$\begin{aligned} C_0 &= u_0; \\ C_1 &= g(k_y \sin \alpha_0 - k_x \cos \alpha_0); \\ C_2 &= -g(k_x \sin \alpha_0 + k_y \cos \alpha_0); \\ C_3 &= k_{xy} \frac{g^2}{2} \cos 2\alpha_0; \\ C_4 &= k_{xy} \frac{g^2}{2} \sin 2\alpha_0. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Для n испытаний будем иметь систему уравнений:

$$\begin{aligned} u_1 &= C_0 + C_1 \sin \alpha_1 + C_2 \cos \alpha_1 + C_3 \sin 2\alpha_1 + C_4 \cos 2\alpha_1 + \xi_1; \\ u_2 &= C_0 + C_1 \sin \alpha_2 + C_2 \cos \alpha_2 + C_3 \sin 2\alpha_2 + C_4 \cos 2\alpha_2 + \xi_2; \\ &\dots \\ u_n &= C_0 + C_1 \sin \alpha_n + C_2 \cos \alpha_n + C_3 \sin 2\alpha_n + C_4 \cos 2\alpha_n + \xi_n. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Запишем систему (2.71) в матричной форме:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{c} + \boldsymbol{\xi}, \quad (2.72)$$

где \mathbf{u} - вектор – столбец выходных сигналов размерности $(n \times 1)$, \mathbf{A} - матрица размерности $(n \times 5)$, \mathbf{c} - вектор – столбец искомых коэффициентов Фурье размерности (5×1) ; $\boldsymbol{\xi}$ - вектор – столбец случайных шумов размерности $(n \times 1)$, причем

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}; \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & \sin 2\alpha_1 & \cos 2\alpha_1 \\ 1 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & \sin 2\alpha_2 & \cos 2\alpha_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & \sin 2\alpha_n & \cos 2\alpha_n \end{bmatrix}; \mathbf{c} = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}.$$

Оценки выходных сигналов акселерометра (модель линейной регрессии) запишем в матричной форме

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{c}}, \quad (2.73)$$

где $\hat{\mathbf{u}}$ - вектор – столбец $(n \times 1)$ оценок \mathbf{u} , $\hat{\mathbf{c}}$ - вектор оценок параметров.

Будем решать данное уравнение методом наименьших квадратов в матричной форме (Приложение 2):

$$\hat{\mathbf{c}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{u}. \quad (2.74)$$

Теперь, зная коэффициенты Фурье $\hat{C}_0, \hat{C}_1, \hat{C}_2, \hat{C}_3, \hat{C}_4$, используем выражения (2.70) для нахождения искоемых параметров акселерометра.

Так, из первого уравнения имеем тривиальное выражение:

$$u_0 = \hat{C}_0. \quad (2.75)$$

Используем 4-е и 5-е уравнения системы (2.70) для нахождения α_0 :

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\hat{C}_4}{\hat{C}_3}. \quad (2.76)$$

Эти же уравнения используем для определения вибромаятникового коэффициента:

$$k_{xy} = \frac{2}{g^2} \sqrt{\hat{C}_3^2 + \hat{C}_4^2}; \quad (2.77)$$

Из 2-го и 3-го уравнений системы (2.70) после элементарных преобразований получим

$$k_x = -\frac{1}{g} (\hat{C}_1 \cos \alpha_0 + \hat{C}_2 \sin \alpha_0); \quad (2.78)$$

$$k_y = \frac{1}{g} (\hat{C}_1 \sin \alpha_0 - \hat{C}_2 \cos \alpha_0). \quad (2.79)$$

Таким образом, используя метод последовательных поворотов, можно определить параметры маятникового акселерометра, а также наклон ОДГ относительно плоскости горизонта.

Приведем скрипт-файл MatLAB программы для определения параметров акселерометра:

```
clear all;clc
% данные измерений канала X, Вольт
ux=[2.4222,2.2718,2.0485,1.7695,1.7845,1.6715,1.4637,1.4245,1.4825,1.8148,1.9230,2.1868...
2.6312,2.6808,3.0432,3.1541,3.2491,3.5837,3.5867,3.5335,3.3768,3.1925,2.9905,2.8262,2.488]
aln=0; % начальное значение угла,град
alk=360; % конечное значение угла,град
al=aln:15:alk; % угол поворота,град
alfa=al*pi/180; % радианная мера угла поворота
% вычисление элементов матриц
sn=sin(alfa); cs=cos(alfa);
sn2=sin(2*alfa); cs2=cos(2*alfa);
Sn=sn'; Cs=cs';
Sn2=sn2'; Cs2=cs2';
Et=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
E=Et';
At=[E Sn Cs Sn2 Cs2];
A=At';
C=(A'*A)\(A'*ux); % вычисление к-тов Фурье по МНК
c0=C(1);c1=C(2);c2=C(3);c3=C(4);c4=C(5);
u0=c0 % нулевой сигнал, В
alf0rad=(atan(c4/c3))/2; % погрешность выставки ,рад
alfa0=alf0rad*180/pi % погрешность выставки ,град
Kx=-(c1*cos(alf0rad)+c2*sin(alf0rad))% масштабный к-т, В/g
Ky=(c1*sin(alf0rad)-c2*cos(alf0rad)) % к-т перекрестной связи, В/g
```

$K_{xy}=2*\sqrt{c_3^2+c_4^2}$ % вибромятн. к-т, В/g²

2.4.3. Климатические испытания акселерометра

Целью настоящих испытаний является определение зависимости основных параметров акселерометра от температуры, давления, влажности и других климатических факторов. Мы остановимся на испытаниях, исследующих влияние температуры на параметры акселерометров.

Раньше климатические испытания проводились либо на «холоде» - в морозильных камерах с фиксированной отрицательной температурой, либо в «тепле» - в специальных нагревательных шкафах.

Современные климатические испытания проводят с использованием климатических камер или термокамер, позволяющих проводить испытания в диапазоне от -70°C до +100°C. На рис. 2.19 показана схема такой установки.

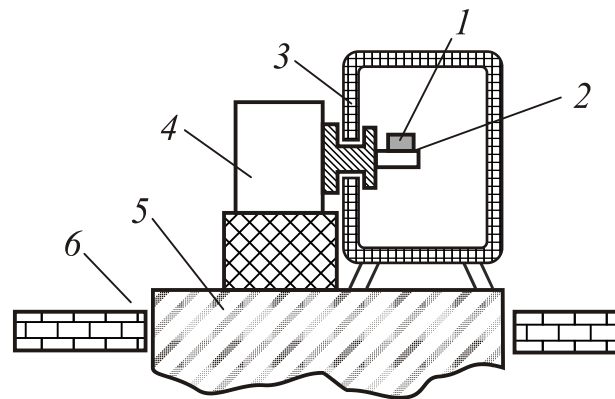


Рис. 2.19. Схема установки для климатических испытаний: 1- акселерометр, 2 - базовая площадка, 3 - термокамера, 4 – ОДГ, 5 – развязанный фундамент, 6 – основание.

Для определенного ряда температур проводят испытания посредством тестовых поворотов в поле силы тяжести и устанавливают зависимость параметров акселерометра от температуры.

Отметим, что на практике существует несколько способов борьбы с влиянием температуры:

1. Термостабилизация – искусственное создание некоторого объема с постоянной температурой. Недостатки термостабилизации: большое энергопотребление, увеличение габаритов и времени готовности;
2. Термостатирование – нагрев изделия с помощью нагревательного элемента (термостата). Недостатком термостатирования является снижение ресурса акселерометра;
3. Термокомпенсация - используя термодатчик, можно алгоритмически учесть (компенсировать) выявленные изменения параметров акселерометра.

Особенно это имеет большое значение для микромеханических акселерометров, поскольку конструктивно последние представляют собой микросхемы, состоящие из нескольких полупроводниковых слоев-пленок, критично реагирующих на изменение температуры.

Если в результате проведения климатических испытаний установлена линейная зависимость (рис. 2.20) параметров акселерометра от изменения температуры, то используют линейную аппроксимацию [30]:

$$u_0 = u_0^H + \alpha \cdot \Delta T, \quad k_x = k_x^H + \beta \cdot \Delta T, \quad \Delta T = T - T_H, \quad (2.80)$$

где u_0^H, k_x^H - номинальные значения нулевого сигнала и масштабного коэффициента, определенные при номинальной температуре T_H (обычно $T_H = 25^\circ \text{C}$), T - текущая температура, измеренная термодатчиком; α, β - коэффициенты температурной чувствительности нулевого сигнала и масштабного коэффициента.

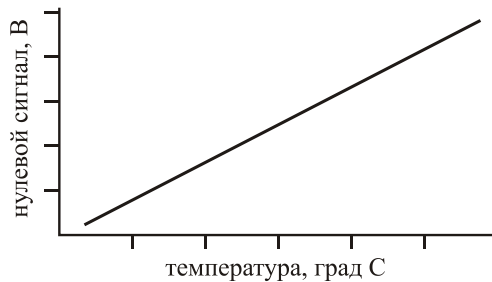


Рис. 2.20. Линейная зависимость нулевого сигнала акселерометра от изменения температуры

Для определения коэффициентов α, β необходимо методом тестовых поворотов определить нулевой сигнал и масштабный коэффициент при двух значениях температуры — номинальной T_H и другой T_3 , заданной в программе испытаний. Для этого используют термокамеру и получают два значения нулевых сигналов u_0^H и u_0 и масштабных коэффициентов k_x^H и k_x . Затем, используя выражения (2.80), вычисляют коэффициенты температурной чувствительности:

$$\alpha = \frac{1}{\Delta T} (u_0 - u_0^H), \quad \beta = \frac{1}{\Delta T} (k_x - k_x^H), \quad \Delta T = T_3 - T_H. \quad (2.81)$$

Теперь, зная коэффициенты температурной чувствительности α, β и измеренную термодатчиком текущую температуру T , можно по формулам (2.80) вычислить текущие значения нулевого сигнала u_0 и масштабного коэффициента k_x .

Если в результате проведения климатических испытаний установлена слабая нелинейная зависимость (рис. 2.21) параметров акселерометра от изменения температуры, то используют кусочно-линейную аппроксимацию.

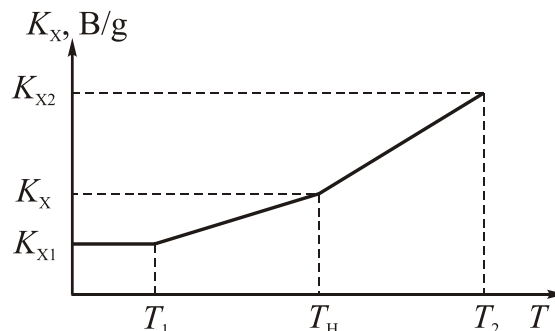


Рис. 2.21. Слабая нелинейная зависимость масштабного коэффициента акселерометра от изменения температуры

Для этого разбивают всю характеристику на два фрагмента, каждый из которых аппроксимируют линейной зависимостью с разными значениями коэффициентов температурной чувствительности α_1, α_2 и β_1, β_2 .

Для первого участка найдем нулевой сигнал при номинальной температуре:

$$u_0^H = u_{01} + \alpha_1 \cdot (T_H - T_1) = u_{01} + \alpha_1 \cdot \Delta T_1, \text{ где } \Delta T_1 = T_H - T_1.$$

Отсюда найдем

$$\alpha_1 = \frac{1}{\Delta T_1} (u_0^H - u_{01}). \quad (2.82)$$

Аналогично получим выражение для масштабного коэффициента:

$$k_x^H = k_{x1} (1 + \beta_1 \cdot \Delta T_1).$$

Из последнего выражения получим

$$\beta_1 = \frac{1}{\Delta T_1 \cdot k_x^H} (k_x^H - k_{x1}). \quad (2.83)$$

Получим для второго участка нулевой сигнал при номинальной температуре:

$$u_{02} = u_0^H + \alpha_2 \cdot (T_2 - T_H) = u_0^H + \alpha_2 \cdot \Delta T_2, \text{ где } \Delta T_2 = T_2 - T_H$$

Тогда

$$\alpha_2 = \frac{1}{\Delta T_2} (u_{02} - u_0^H). \quad (2.84)$$

Из выражения для масштабного коэффициента:

$$k_{x2} = k_x^H (1 + \beta_2 \cdot \Delta T_2),$$

получим коэффициент температурной чувствительности:

$$\beta_2 = \frac{1}{\Delta T_2 \cdot k_x^H} (k_{x2} - k_x^H). \quad (2.85)$$

Если же в результате проведения климатических испытаний установлена сильная нелинейная зависимость (рис. 2.22) параметров акселерометра от изменения температуры, то можно по аналогии с предыдущим случаем разбивать кривую зависимости параметра от температуры на несколько фрагментов и для каждого отрезка применять линейную аппроксимацию, а можно использовать для k -го параметра регрессионную модель:

$$k = c_0 + c_1 \cdot \Delta T + c_2 \cdot \Delta T^2 + c_3 \cdot \Delta T^3 + \xi, \quad (2.86)$$

где $\Delta T = T - T_H$, ξ - температурный шум.

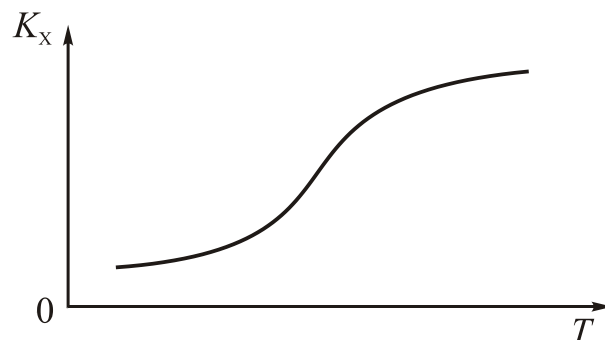


Рис. 2.22. Сильная нелинейная зависимость масштабного коэффициента акселерометра от изменения температуры

Покажем, как вычисляются коэффициенты c_0, c_1, c_2, c_3 по результатам испытаний с помощью МНК.

Пусть в результате n испытаний получена следующая система алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \text{1-е испытание: } k_1 &= c_0 + c_1 \cdot \Delta T_1 + c_2 \cdot \Delta T_1^2 + c_3 \cdot \Delta T_1^3 + \xi_1, & \Delta T_1 &= T_1 - T_H, \\ \text{2-е испытание: } k_2 &= c_0 + c_1 \cdot \Delta T_2 + c_2 \cdot \Delta T_2^2 + c_3 \cdot \Delta T_2^3 + \xi_2, & \Delta T_2 &= T_2 - T_H, \\ & \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots \\ \text{n-е испытание: } k_n &= c_0 + c_1 \cdot \Delta T_n + c_2 \cdot \Delta T_n^2 + c_3 \cdot \Delta T_n^3 + \xi_n, & \Delta T_n &= T_n - T_H. \end{aligned}$$

Данную систему уравнений запишем в матричной форме

$$\mathbf{K} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{c} + \boldsymbol{\xi}, \quad (2.87)$$

$$\text{где } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T_1 & \Delta T_1^2 & \Delta T_1^3 \\ 1 & \Delta T_2 & \Delta T_2^2 & \Delta T_2^3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \Delta T_n & \Delta T_n^2 & \Delta T_n^3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}$$

Используя матричный МНК, найдем оценку искоемых коэффициентов c_0, c_1, c_2, c_3 :

$$\hat{\mathbf{c}} = (\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{K}. \quad (2.88)$$

Аналогичные испытания проводят при изменении давления и влажности.

2.4.4. Электромагнитные испытания акселерометров

Целью данных испытаний является исследование влияния внешнего магнитного поля на параметры акселерометра. Испытания проводятся с использованием колец Гельмгольца.

Испытания проводятся методом тестовых поворотов в поле силы тяжести с использованием либо одной пары колец Гельмгольца (рис. 1.16) либо двух или трех пар (рис. 1.17), которые создают электромагнитное поле. Прибор устанавливают на приспособление и задают ему нужную ориентацию относительно вектора силы тяжести и электромагнитного поля. Выходной сигнал акселерометра записывают до, во время и после действия электромагнитного поля. Проводится несколько серий испытаний для различных ориентаций акселерометра и электромагнитного поля. Благодаря таким испытаниям удается установить зависимость параметров акселерометра от электромагнитного поля.

Следует отметить, что электромагнитные испытания имеет смысл проводить для тех акселерометров, у которых имеются электромагнитные компоненты, например, датчики угла или датчики момента, на работу которых оказывает влияние магнитное поле. Если же таких компонентов нет, как, например, у микромеханических акселерометров с емкостными датчиками перемещения, то такие акселерометры менее подвержены влиянию электромагнитного поля.

2.5. Динамические испытания акселерометров

2.5.1. Испытания акселерометров на центрифуге

Основная задача данных испытаний – установить линейность или нелинейность выходного сигнала акселерометра при значительных по сравнению с ускорением силы тяжести входных ускорениях.

Для испытаний используют центрифуги (рис. 2.23).

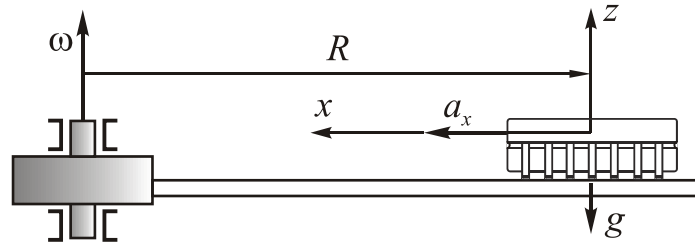


Рис. 2.23. Схема испытаний на центрифуге

Воспользуемся выражением для усредненного выходного сигнала осевого акселерометра:

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z. \quad (2.89)$$

Задаем центрифуге различные значения ускорения a_x . Согласно стандарту [47], предлагается следующий ряд ускорений:

$$5 \cdot 10^3 \text{ м/с}^2; 1 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 2 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 4 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 6 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 8 \cdot 10^4 \text{ м/с}^2; 1 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2.$$

Для схемы испытаний, показанной на рис. 2.23, будем иметь

$$a_x = \omega^2 R, \quad a_y = 0, \quad a_z = g. \quad (2.90)$$

Здесь ω - угловая скорость вращения центрифуги, R - радиус вращения. Так для $a_x = 1 \cdot 10^5 \text{ м/с}^2$ при $R = 1 \text{ м}$, получим $\omega = 316 \text{ 1/с}$ или около 3028 об/мин.

Подставим выражения (2.90) в выражение (2.89). Для i -того измерения получим

$$u_i = u_0 + k_z g + k_x \omega_i^2 R. \quad (2.91)$$

Обозначим

$$c_0 = u_0 + k_z g. \quad (2.92)$$

Проведя n испытаний, для i -того измерения получим

$$u_i = c_0 + k_{xi} \omega_i^2 R. \quad (2.93)$$

Если в результате испытаний экспериментальная зависимость $u = f(a_x)$ имеет нелинейный вид, для определения ее характеристик используют следующий полином

$$u_i = k_0 + k_1 a_{xi} + k_2 a_{xi}^2 + k_3 a_{xi}^3 + k_4 a_{xi}^4 + \xi_i, \quad (2.94)$$

где k_0, k_1, k_2, k_3, k_4 - искомые коэффициенты регрессионной модели, ξ_i - шумы измерений.

Для n испытаний выражение (2.94) можно записать в матричной форме

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}_x \mathbf{k}, \quad (2.95)$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & a_{x1} & a_{x1}^2 & a_{x1}^3 & a_{x1}^4 \\ 1 & a_{x2} & a_{x2}^2 & a_{x2}^3 & a_{x2}^4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & a_{xn} & a_{xn}^2 & a_{xn}^3 & a_{xn}^4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix}.$$

Методом наименьших квадратов (МНК) находим оценки коэффициентов k_0, k_1, k_2, k_3, k_4 :

$$\hat{\mathbf{k}} = (\mathbf{A}_x^T \mathbf{A}_x)^{-1} \mathbf{A}_x^T \mathbf{u}. \quad (2.96)$$

Акселерометр может быть подвержен испытаниям, определяющим предельный уровень измеряемого ускорения. Для этого входное ускорение увеличивают небольшими шагами сверх допустимого уровня. Выходной сигнал должен записываться на каждом шаге. Обычно при величине входного ускорения, превышающего на 10-20% допустимый уровень, наступает разрушение (повреждение) акселерометра. После чего проводят повторно методом тестовых поворотов статические испытания, которыми определяют новые параметры датчика.

Отметим, что данные испытания необходимо проводить с особой осторожностью, поскольку вращение центрифуги на критически высоких оборотах может вызвать разрушение крепежного приспособления, привести к повреждению акселерометра и представляет опасность для технического персонала.

2.5.2. Частотные характеристики акселерометров

Рассмотрим реакцию осевого акселерометра на воздействие гармонической вибрации, при этом уравнение (2.49) примет вид:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = q_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (2.97)$$

Решение обыкновенного дифференциального уравнения (2.97) будем искать в виде суммы частного решения $x^* = x_m^* \sin(\omega t + \gamma)$ и общего решения однородного уравнения:

$$x = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) + C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (2.98)$$

Для **слабо** демпфированного акселерометра, когда $0 < \xi < 1$, найдем постоянные интегрирования C_1, C_2 при нулевых начальных условиях и получим выражение для смещения чувствительного элемента акселерометра при вибрации объекта:

$$x(t) = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) - x_m^* e^{-\xi\omega_0 t} \left[\sin \gamma \cdot \cos(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t) + \frac{(\omega \cos \gamma + \xi\omega_0 \sin \gamma)}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t) \right]. \quad (2.99)$$

Для **сильно** демпфированного акселерометра ($\xi > 1$) после аналогичного решения получим:

$$x(t) = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) - x_m^* e^{-\xi \omega_0 t} \left[\sin \gamma \cdot ch\left(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 t\right) + \frac{(\omega \cos \gamma + \xi \omega_0 \sin \gamma)}{\omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}} sh\left(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega_0 t\right) \right]. \quad (2.100)$$

Из полученных выражений (2.99) и (2.100) следует, что колебания чувствительного элемента акселерометра, вызванные действием вибрации, являются результатом сложения двух движений:

- вынужденных колебаний с частотой вибрации,
- затухающего движения с частотой собственных колебаний, возникающего из-за действия вибрации.

Причем, эти затухающие движения отличаются тем, что у слабо демпфированного акселерометра затухающее движение имеет гармонический характер, а у сильно демпфированного акселерометра затухающее движение имеет аperiodический характер.

Для акселерометра с $\xi = 1$ и $\lambda = -\omega_0$ общее решение будет отличаться от предыдущих двух случаев:

$$x = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) + e^{\lambda t} (C_1 + C_2 t).$$

Находя постоянные интегрирования C_1, C_2 при нулевых начальных условиях, получим временную характеристику акселерометра

$$x(t) = x_m^* \sin(\omega t + \gamma) - x_m^* e^{-\omega_0 t} \left[\sin \gamma + (\omega \cos \gamma + \omega_0 \sin \gamma) t \right]. \quad (2.101)$$

Из последнего выражения следует, что движение чувствительного элемента акселерометра с $\xi = 1$, вызванное действием вибрации, является результатом сложения вынужденных колебаний с частотой вибрации и затухающего аperiodического движения.

Зависимость амплитуды вынужденных колебаний x_m^* от частоты вибрации

Дважды дифференцируя x^* и подставляя в исходное уравнение (2.97), получим

$$x_m^* (\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \gamma) + 2\xi \omega_0 x_m^* \omega \cos(\omega t + \gamma) = q_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Заметим, что

$$\omega t + \varphi = (\omega t + \gamma) + \varphi - \gamma.$$

Воспользуемся базовой тригонометрической формулой

$$\begin{aligned} \sin(\omega t + \varphi) &= \sin[(\omega t + \gamma) + (\varphi - \gamma)] = \\ &= \sin(\omega t + \gamma) \cos(\varphi - \gamma) + \cos(\omega t + \gamma) \sin(\varphi - \gamma). \end{aligned}$$

Тогда предыдущее тождество запишем в виде

$$\begin{aligned} x_m^* (\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \gamma) + 2\xi \omega_0 x_m^* \omega \cos(\omega t + \gamma) &= \\ = q_m \sin(\omega t + \gamma) \cos(\varphi - \gamma) + q_m \cos(\omega t + \gamma) \sin(\varphi - \gamma). \end{aligned}$$

Поскольку это равенство должно выполняться в любой момент времени, тогда, приравнявая коэффициенты при тригонометрических функциях, получаем

$$\begin{aligned} x_m^* (\omega_0^2 - \omega^2) &= q_m \cos(\varphi - \gamma), \\ 2\xi \omega_0 x_m^* \omega &= q_m \sin(\varphi - \gamma). \end{aligned}$$

Суммируя квадраты правых частей и деля второе уравнение на первое, получим

$$x_m^* = \frac{q_m}{\sqrt{4\xi^2 \omega_0^2 \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}}; \quad (2.102)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \frac{2\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.103)$$

Исследуем зависимость амплитуды x_m^* от частоты ω и коэффициента ξ . Амплитуду вынужденных колебаний (2.102) выразим следующим образом

$$x_m^* = \frac{q_m}{\omega_0^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}.$$

Введем в рассмотрение статическое отклонение $x_{cm} = \frac{q_m}{\omega_0^2}$ и расстройку $\zeta = \frac{\omega}{\omega_0}$.

Тогда амплитуда вынужденных колебаний или амплитудно-частотная характеристика и коэффициент динамичности μ примут вид соответственно [13]:

$$x_m^* = \frac{x_{cm}}{\sqrt{4\xi^2 \zeta^2 + (1 - \zeta^2)^2}},$$

$$\mu = \frac{x_m^*}{x_{cm}} = \frac{1}{\sqrt{4\xi^2 \zeta^2 + (1 - \zeta^2)^2}}.$$

На рис. 2.24 представлена зависимость коэффициента динамичности от расстройки при различных значениях ξ .

Максимум функции $\mu(\zeta)$ соответствует значению ζ_i , при котором подкоренное выражение минимально. Чтобы определить ζ_i , рассмотрим функцию

$$y = 4\xi^2 \zeta^2 + (1 - \zeta^2)^2.$$

Дифференцируя ее по ζ и приравнявая нулю, определяем

$$\zeta_i = \sqrt{1 - 2\xi^2}.$$

Область допустимых значений $\xi^2 \leq \frac{1}{2}$. Это означает, что при таких значениях ξ_i

коэффициент динамичности имеет экстремальные значения. При $\xi^2 \geq \frac{1}{2}$ амплитуда вынужденных колебаний монотонно убывает с увеличением ζ .

При этом

$$\mu_{\max} = \frac{1}{2\xi_i \sqrt{1 - \xi_i^2}}.$$

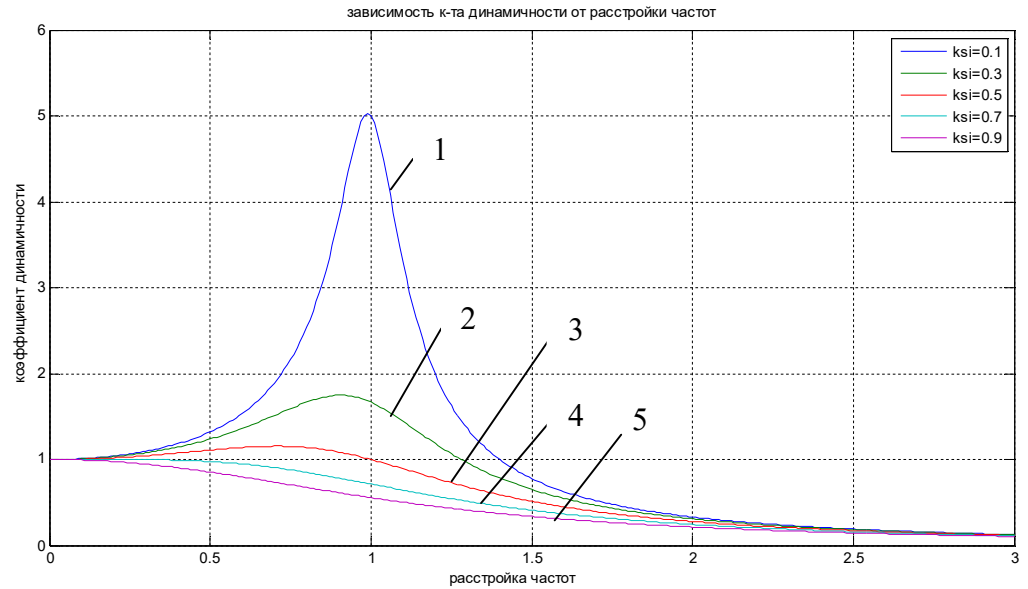


Рис. 2.24. Зависимость коэффициента динамичности от расстройки частот

Рассчитаем некоторые критические значения ζ_i и $\mu_{\max}(\zeta_i)$ для различных значений ξ_i :

ξ_i	ζ_i	$\mu_{\max}(\zeta_i)$
0	1	∞
0,1	0,989949	5,025189
0,3	0,905539	1,747141
0,5	0,707107	1,154701
0,7	0,141421	1,0002
0,7071	0,004379	1

Итак, с увеличением ξ_i положение максимума функции $\mu(\zeta_i)$ смещается влево (рис. 2.24).

При $\zeta = 1$ наступает явление резонанса. Если $\xi = 0$, тогда при $\zeta = 1$ коэффициент динамичности $\mu \rightarrow \infty$.

Остановимся на фазовой характеристике или фазо-частотной характеристике (ФЧХ):

$$\operatorname{tg}(\varphi - \gamma) = \frac{2\xi\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Тогда

$$\varphi - \gamma = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}.$$

На рис. 2.25 изображен график [13] зависимости $\varphi - \gamma = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}$.

Следует отметить, что в теории автоматического управления [38] используют формулу

$$\gamma = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}.$$

В этом случае, график ФЧХ будет иметь вид зеркального отображения графика на рис. 2.25, а величина фазы будет изменяться в пределах от 0 до -180° .

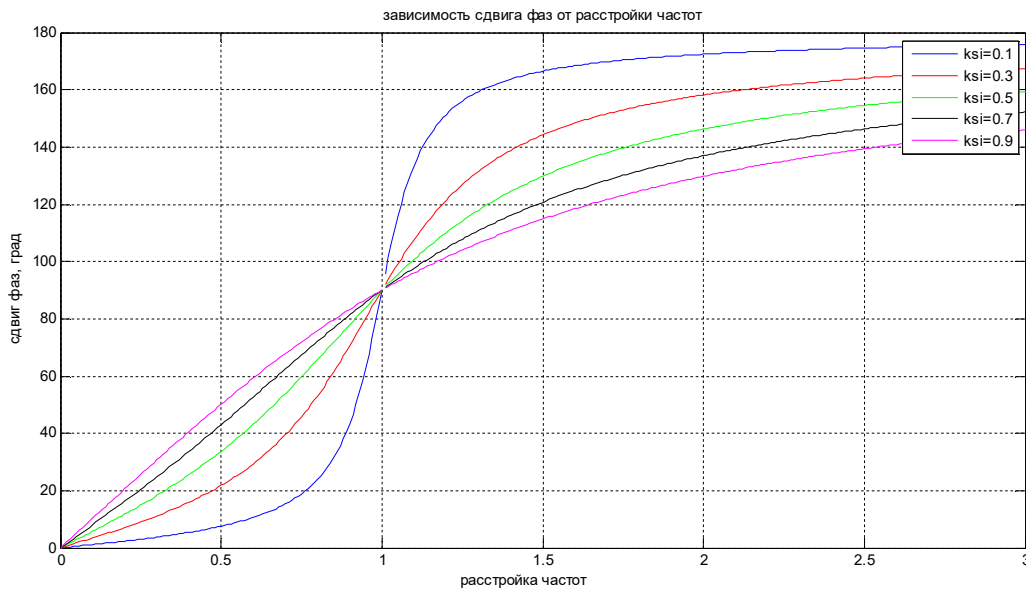


Рис. 2.25. Зависимость фазы колебаний от расстройки частот

Заметим, что здесь имеют место два случая:

- 1) при $0 \leq \zeta \leq 1$ расчет ведется по формуле $\varphi - \gamma = \arctg \frac{2\xi\zeta}{1 - \zeta^2}$;
- 2) при $\zeta > 1$ расчет ведется по формуле $\varphi - \gamma = \pi - \arctg \frac{2\xi\zeta}{\zeta^2 - 1}$.

Отметим общие свойства вынужденных колебаний акселерометра, отличающие их от собственных колебаний:

- Амплитуда вынужденных колебаний не зависит от начальных условий.
- Вынужденные колебания при наличии сил сопротивления не затухают.
- Частота вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы.
- Даже при малой вынуждающей силе можно получить интенсивные вынужденные колебания, если сопротивление мало, а частота возмущающей силы близка к частоте собственных колебаний.
- Даже при больших значениях возмущающей силы вынужденные колебания можно создать малыми, если частота возмущающей силы намного больше частоты собственных колебаний.

2.5.3. Вибрационные испытания акселерометров

Вибрация представляет собой гармонические, полигармонические и случайные колебания.

Прежде всего надо иметь в виду, что испытания разных типов акселерометров отличаются друг от друга.

Целями виброиспытаний навигационных акселерометров являются:

- оценка виброустойчивости;
- оценка вибропрочности;

- определение резонансных частот и полосы пропускания.

Вибропрочность – способность изделия сохранять работоспособность после воздействия вибрации.

Виброустойчивость – способность изделия сохранять работоспособность во время действия вибрации.

При испытаниях на виброустойчивость, прибор во включенном состоянии испытывают на воздействие вибрации на фиксированной частоте и с определенной амплитудой виброускорения и виброперемещения в течение строго определенного времени, оговоренного ТУ.

При испытаниях на вибропрочность, прибор в выключенном состоянии испытывают на воздействие вибрации на фиксированной частоте и большей амплитудой виброускорения и виброперемещения в течение строго определенного времени, оговоренного ТУ. Затем, после окончания испытаний акселерометр проверяют на работоспособность.

В качестве испытательного оборудования используются электродинамические вибростенды.

Для получения АЧХ акселерометра, его жестко крепят к столу вибростенда (рис. 2.26) и возбуждают синусоидальную вибрацию вдоль оси чувствительности. Поддерживают одинаковый уровень вибрации, например 1g, с помощью пьезодатчика, а частоту меняют в полосе пропускания обычно от 25 Гц до 2 кГц. Выходной сигнал акселерометра записывают и сравнивают с эталонным сигналом пьезодатчика, используя анализатор спектра определяют АЧХ.

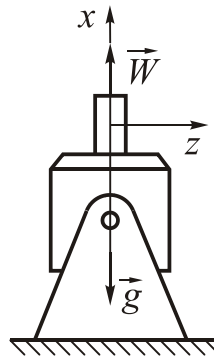


Рис. 2.26. Схема крепления акселерометра при виброиспытаниях

Из полученного графика АЧХ (рис. 2.27) определяют резонансную частоту ω_0 акселерометра, максимальное значение амплитуды, которое соответствует резонансной частоте ω_0 , а также полосу пропускания ω_n - частоту, до которой обеспечивается стабильность амплитуды выходного сигнала акселерометра в пределах 3дБ [4].

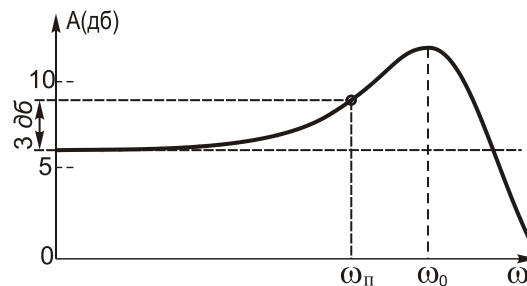


Рис. 2.27. Полоса пропускания акселерометра

На рис. 2.28 представлена структурная схема стенда виброиспытаний навигационных акселерометров [9]. Установка для виброиспытаний состоит из персонального компьютера 1, блока питания 2, виброконтроллера 3, усилитель 4, вибратор 5, эталонный пьезоэлектрический датчик 6, преобразователь заряда 7, исследуемый акселерометр 8, блок электроники 9 и блок управления акселерометра 10.

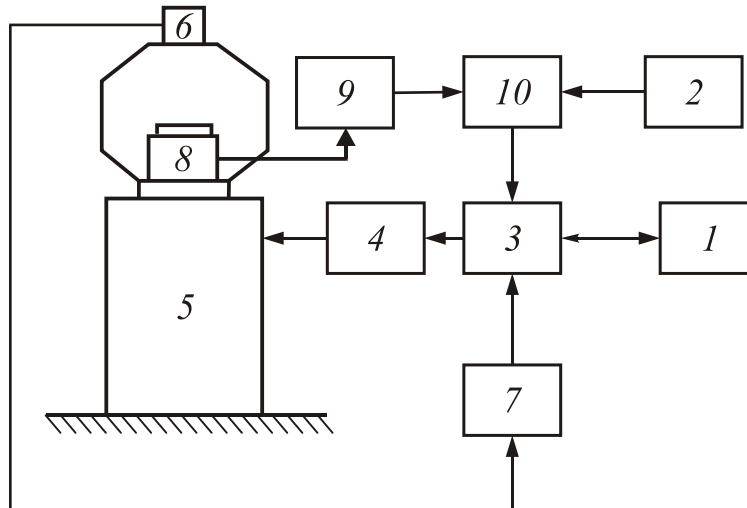


Рис. 2.28. Схема виброиспытаний навигационных акселерометров

Напряжение из блока питания 2 подается на блок контроля акселерометра 10, затем на блок электроники 9, а также на акселерометр 8, закрепленный на вибраторе 5. Персональный компьютер 1 управляет процессом вибрации через виброконтроллер 3 и усилитель 4. Обратная связь реализована посредством контрольного пьезоэлектрического датчика 6 и преобразователя заряда 7. Сигнал последнего попадает на виброконтроллер 3 и таким образом корректируется управляющий сигнал. Исходный сигнал акселерометра, через блок электроники 9 и блок контроля акселерометра 10 передается на виброконтроллер 3, откуда транслируется на персональный компьютер и сохраняется.

Состав виброиспытательной установки может состоять из следующего оборудования [9]:

- вибратора Brüel&Kjær PM Vibration Exciter Type 4809;
- усилитель мощности Brüel&Kjær 2718;
- виброконтроллер VR 8500-2 Vibration Research Corporation;
- пьезоэлектрический акселерометр Brüel&Kjær 8305/-001;
- преобразователь заряда Brüel&Kjær 2647В.

Вибратор В&К PM Vibration Exciter Type 4809 имеет частотный диапазон 10 - 20000 Гц, силу выталкивания - 45 Н и максимальное ускорение 736 м/с².

Усилитель мощности В&К 2718 имеет частотный диапазон 10 - 20000 Гц и максимальный ток - 5 А. Выходная мощность - 75 ВА; неравномерность амплитудно-частотной характеристики - ± 0.5 Дб.

Виброконтроллер VR 8500-2 Vibration Research Corporation имеет частотный диапазон 0.00001 - 43000 Гц. Неравномерность АЧХ ± 0.15 Дб. Виброконтроллер имеет 4 основных канала и с помощью дополнительной электронной платы можно увеличить количество каналов до 16. Данное устройство позволяет не только задавать управляющий сиг-

нал для вибратора, но и принимать и записывать исходный сигнал из дополнительного прибора (в нашем случае исследуемого акселерометра). Погрешность измерения ± 0.1 Дб.

На рис. 2.29 изображена амплитудно-частотная характеристика навигационного акселерометра с максимумом АЧХ – 1,7 Дб и полосой пропускания – 1526Гц.

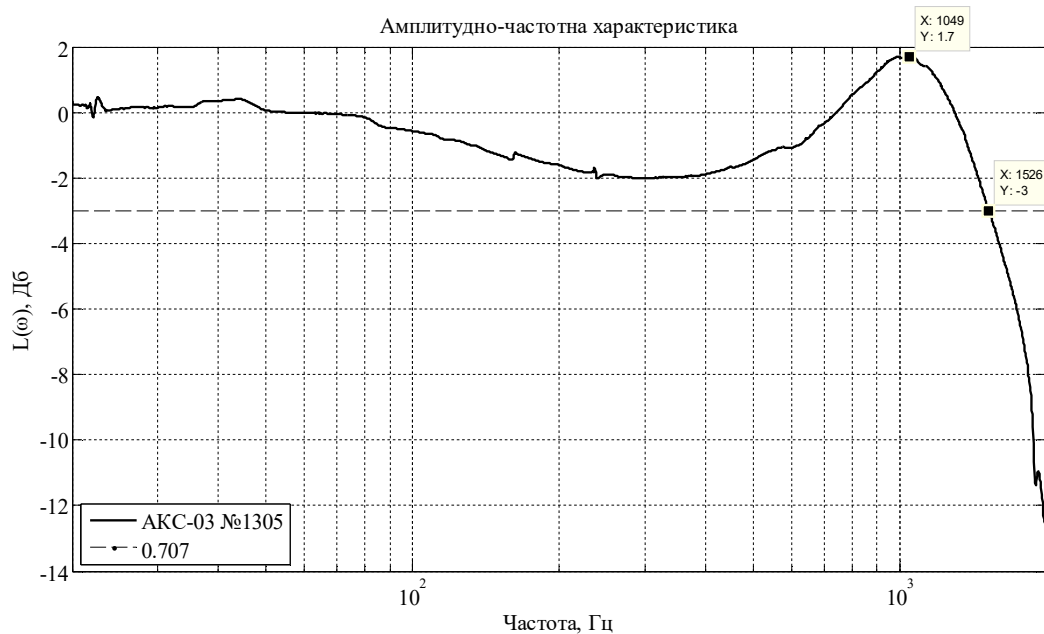


Рис. 2.29. Амплитудно-частотная характеристика навигационного акселерометра

Схема виброиспытаний микромеханических (MEMS) акселерометров изображена на рис. 2.30 [63]. Здесь введены такие обозначения: 1- вибростенд, 2- монтажное приспособление, 3 – монтажная сота, 4 – микроакселерометры, w – виброускорение.

Все сказанное выше о виброиспытаниях относится и микромеханическим акселерометрам. Отличие состоит в массовости производства и следовательно, испытания MEMS имеют также массовый характер. При этом возникает задача создания автоматизированной испытательной системы, включающей специальное программное обеспечение по управлению испытаниями и обработке результатов испытаний.

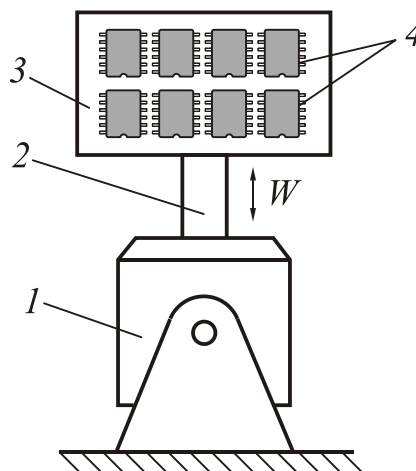


Рис. 2.30. Схема виброиспытаний микромеханических акселерометров

2.5.4. Акселерометр при акустическом воздействии

Во время старта ракет уровень интенсивности акустического воздействия реактивных двигателей достигает такого значения, что его можно представлять как реальное механическое воздействие, способное вызвать реакцию у акселерометра.

Выясним, как влияет акустическое воздействие на временную характеристику навигационного акселерометра.

Пусть акселерометр кроме полезной составляющей ускорения a_x измеряет еще дополнительную составляющую $n_x(t)$, вызванную, например, акустическим воздействием:

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = a_x + n_x(t). \quad (2.111)$$

Акустическое воздействие можно описать полигармонической функцией вида

$$n_x(t) = \sum_{i=1}^N n_i e^{-\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \beta_i). \quad (2.112)$$

Здесь n_i - амплитудные значения воздействия, ω_i, β_i - частоты и начальные фазы воздействия, α_i - коэффициенты затухания, N - число гармоник, причем $N \gg 1$.

Подставляя последнее выражение в дифференциальное уравнение (2.111) и решая его при нулевых начальных условиях, после громоздких преобразований получим переходную характеристику *слабо* демпфированного акселерометра ($0 < \xi < 1$):

$$\begin{aligned} x(t) = & -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(\cos \sqrt{1-\xi^2} \omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \sqrt{1-\xi^2} \omega_0 t \right) \right] + \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{2n_i \omega_i}{D(\omega_i)} (\alpha_i - \xi\omega_0) e^{-\xi\omega_0 t} \left(\cos \sqrt{1-\xi^2} \omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \sqrt{1-\xi^2} \omega_0 t \right) + \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{n_i \omega_i}{D(\omega_i)} \frac{(\alpha_i^2 + \omega_i^2 - \omega_0^2)}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_0 t} \sin \sqrt{1-\xi^2} \omega_0 t + \\ & + \sum_{i=1}^N \frac{n_i \omega_i}{D(\omega_i)} e^{-\alpha_i t} \left[2(\alpha_i - \xi\omega_0) \cos(\omega_i t + \varphi_i) + \frac{1}{\omega_i} (\alpha_i^2 - \omega_i^2 + \omega_0^2 - 2\alpha_i \xi \omega_0) \sin(\omega_i t + \varphi_i) \right]. \end{aligned} \quad (2.113)$$

Здесь $D(\omega_i) = (\alpha_i^2 + \omega_i^2 - \omega_0^2)^2 + 4(\alpha_i - \xi\omega_0) [\alpha_i \omega_0^2 - \xi\omega_0 (\alpha_i^2 + \omega_i^2)]$.

Как и должно было быть, первое слагаемое полученного переходного процесса (2.113) полностью совпадает с переходным процессом акселерометра (2.52) при ступенчатом воздействии. Второе и третье слагаемые являются вынужденными затухающими колебаниями, имеющими частоту собственных колебаний. Последняя составляющая характеризует влияние затухающего гармонического воздействия.

Для *сильно* демпфированного акселерометра ($\xi > 1$) переходная характеристика примет вид:

$$\begin{aligned}
x(t) = & -\frac{a_x}{\omega_0^2} \left[1 - e^{-\xi\omega_0 t} \left(ch\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} sh\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t \right) \right] + \\
& + \sum_{i=1}^N \frac{2n_i\omega_i}{D(\omega_i)} (\alpha_i - \xi\omega_0) e^{-\xi\omega_0 t} \left(ch\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} sh\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t \right) + \\
& + \sum_{i=1}^N \frac{n_i\omega_i}{D(\omega_i)} \frac{(\alpha_i^2 + \omega_i^2 - \omega_0^2)}{\omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}} e^{-\xi\omega_0 t} sh\sqrt{\xi^2 - 1}\omega_0 t + \\
& + \sum_{i=1}^N \frac{n_i\omega_i}{D(\omega_i)} e^{-\alpha_i t} \left[2(\alpha_i - \xi\omega_0)\cos(\omega_i t + \varphi_i) + \frac{1}{\omega} (\alpha_i^2 - \omega_i^2 + \omega_0^2 - 2\alpha_i\xi\omega_0)\sin(\omega_i t + \varphi_i) \right].
\end{aligned} \tag{2.114}$$

Сравнение аналитических зависимостей переходных характеристик (2.113) и (2.114) для слабо и сильно демпфированных акселерометров показывает почти одинаковый вид полученных выражений. Отличие состоит в гиперболических функциях, которые содержат первые три слагаемые у сильно демпфированных акселерометров. Однако на самом деле характер переходных характеристик кардинально отличается: у слабо демпфированных акселерометров мы имеем наложение гармонических затухающих колебаний, а у сильно демпфированных акселерометров – наложение вынужденных затухающих колебаний на аperiodическое движение.

Для анализа точных аналитических решений дифференциального уравнения (2.111) примем воздействие в виде одной гармоники с затуханием:

$$n_x(t) = n_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t,$$

где n_0 - амплитудное значение воздействия, ω - частота воздействия, α - коэффициент затухания. В силу принципа суперпозиции данное допущение не изменит качественно результат воздействия, но позволит значительно упростить аналитические преобразования.

С учетом реальных значений акселерометра выполняется сильное неравенство $\xi\omega_0 \gg \alpha$. Это приводит к быстрому затуханию собственных колебаний и колебаний, происходящих на частоте собственных колебаний, но вызванных входным воздействием (в выражениях (2.113) и (2.114) это слагаемые содержащие $e^{-\xi\omega_0 t}$) по сравнению с вынужденными колебаниями (в выражениях (2.113) и (2.114) это последние слагаемые содержащие $e^{-\alpha t}$).

Представим полное решение (2.113) и (2.114) в виде

$$x(t) \approx x_a(t) + \tilde{x}(t),$$

где $x_a(t)$ - установившееся движение чувствительного элемента акселерометра из-за действия постоянного ускорения a_x , $\tilde{x}(t)$ - колебания, вызванные затухающим воздействием.

Разделим условно весь частотный диапазон на три участка: низкочастотный, резонансный и высокочастотный.

Рассмотрим низкочастотный диапазон: $\omega \ll \omega_0$. Из полного решения (2.113) и (2.114) получим

$$x(t) \approx -\frac{a_x}{\omega_0^2} + \frac{n_0}{\omega_0^2} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varepsilon_1),$$

где $\varepsilon_l = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi\omega}{\omega_0}$.

Если сравнить амплитуду вынужденных колебаний с установившимся значением смещения без акустического воздействия, то получим отношение $\frac{n_0}{a_x}$.

Таким образом, при входном воздействии, когда $n_0 \geq a_x$, амплитуда вынужденных колебаний акселерометра из-за акустического воздействия может быть соизмеримой по величине с установившимся значением смещения чувствительного элемента акселерометра, вызванного постоянным ускорением (полезным сигналом).

Рассмотрим случай резонанса: $\omega = \omega_0$. Из полного решения (2.113) и (2.114) получим

$$x(t) \approx -\frac{a_x}{\omega_0^2} - \frac{n_0}{2\xi\omega_0^2} e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \varepsilon_r).$$

где $\varepsilon_r = \operatorname{arctg} \frac{\omega_0}{\alpha}$.

Сравнение амплитуды вынужденных колебаний с установившимся значением без акустического воздействия позволяет получить отношение $\frac{n_0}{2\xi a_x}$, откуда следует, что при резонансе и $\xi > 0,5$ амплитуда колебаний меньше, а при $\xi < 0,5$ - больше, чем при низкочастотных колебаниях.

Рассмотрим высокочастотный диапазон: $\omega \gg \omega_0$. Из полного решения (2.113) и (2.114) будем иметь

$$x(t) \approx -\frac{a_x}{\omega_0^2} - \frac{n_0}{\omega^2} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varepsilon_h),$$

где $\varepsilon_h = \operatorname{arctg} \frac{2\xi\omega_0}{\omega}$.

Если сравнить амплитуды вынужденных колебаний с установившимся значением без акустического воздействия, то получим отношение $\frac{n_0\omega_0^2}{a_x\omega^2}$, из которого следует, что высокочастотные колебания уменьшают амплитуду вынужденных колебаний.

Для численных оценок влияния акустического шума необходимо знать n_0 , ω и α . Известно [23,42], что уровень интенсивности акустического воздействия при старте баллистической ракеты и реактивного самолета на расстоянии 100 м от места старта составляет 150 дБ и 140 дБ соответственно.

Воспользуемся формулой [39], связывающей звуковое давление P с уровнем интенсивности акустического воздействия I_a :

$$20 \lg \frac{P}{P_{\min}} = I_a. \quad (2.115)$$

За «точку отсчета» принимают звуковое давление самого слабого из слышимых звуков, у которого $P_{\min} = 2 \cdot 10^{-5} \frac{H}{M^2}$.

Задавая $I_a = 150$ дБ, по формуле (9) найдем $P = 632,5 \frac{H}{M^2}$.

Теперь, зная звуковое давление P , найдем силу, с которой акустический шум действует на акселерометр:

$$F = P \cdot S,$$

где S - площадь поверхности акселерометра.

Под действием данной силы по третьему закону Ньютона возникает сила инерции, равная ей по величине и обратная по направлению. Зная величину силы инерции и массу акселерометра m , можно найти амплитуду ускорения n_0 :

$$n_0 = \frac{P \cdot S}{m}. \quad (2.116)$$

Пусть $m = 0,1$ кг и $S = 10^{-3}$ м². Тогда для $I_a = 150$ дБ получим $n_0 = 6,32$ м/с². Параметры акселерометра примем такими: $\omega_0 = 2\pi f_0$, $f_0 = 100$ Гц, $\xi = 0,7071$. Задавая $a_x = 2g$, по формуле (2.113) рассчитаем временную характеристику слабо демпфированного акселерометра при акустическом воздействии различной частоты и при движении с постоянным ускорением.

На рис. 2.31 изображены временные характеристики такого акселерометра в течение 2 сек.

Верхняя, средняя и нижняя кривые соответствуют отклонению акселерометра с акустическим воздействием на частотах 90 Гц, 100 Гц и 110 Гц, при $\xi = 0,7071$ и $\alpha = 0,1$.

При тех же параметрах акселерометра и воздействия, по формуле (2.114) рассчитаем временную характеристику сильно демпфированного акселерометра $\xi = 1,1$ при акустическом воздействии на частотах 90 Гц, 100 Гц и 110 Гц (рис. 2.32).

Если переходной процесс слабо демпфированного акселерометра без акустического воздействия заканчивается при $t = 0,01-0,04$ с в зависимости от значения ξ , то при акустическом воздействии время переходного процесса увеличивается, особенно в случае резонанса.

Итак, анализ полученных выражений и численные расчеты переходной характеристики акселерометра показали, что акустическое воздействие приводит к появлению на выходе акселерометра дополнительных гармонических затухающих сигналов с различными амплитудами.

В полосе пропускания акселерометра (низкочастотный и резонансный диапазоны) и при входном воздействии таком, что $n_0 \geq a_x$ амплитуда вынужденных колебаний акселерометра из-за акустического воздействия может быть соизмеримой по величине с полезным сигналом – установившемся значением смещения чувствительного элемента акселерометра, вызванного постоянным ускорением.

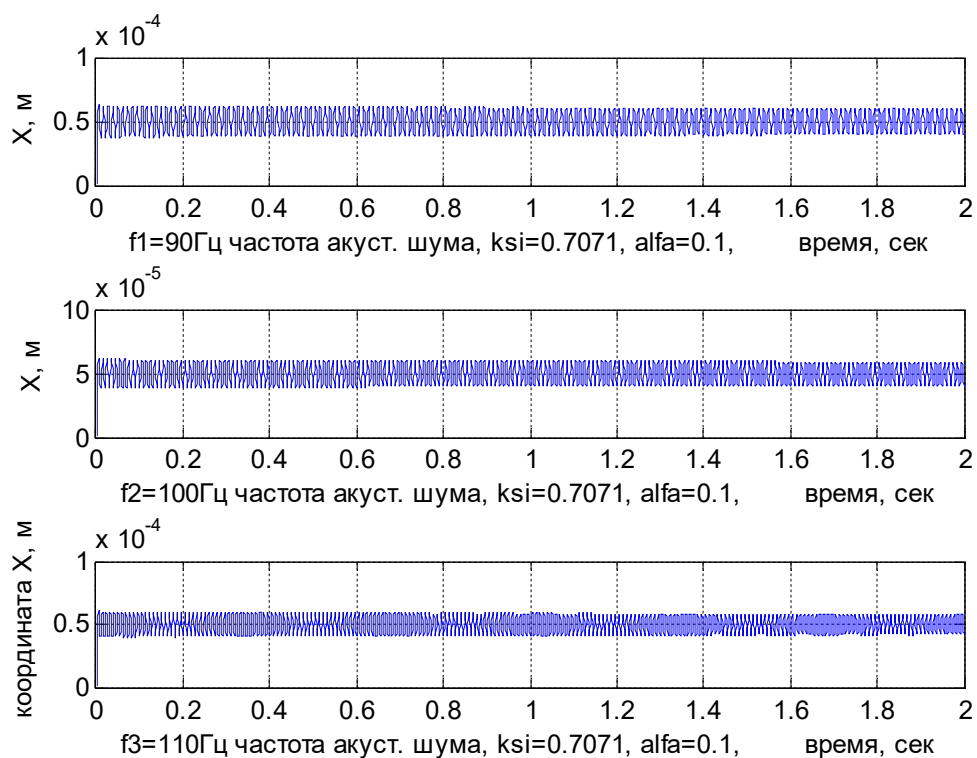


Рис. 2.31. Временные характеристики слабо демпфированного акселерометра

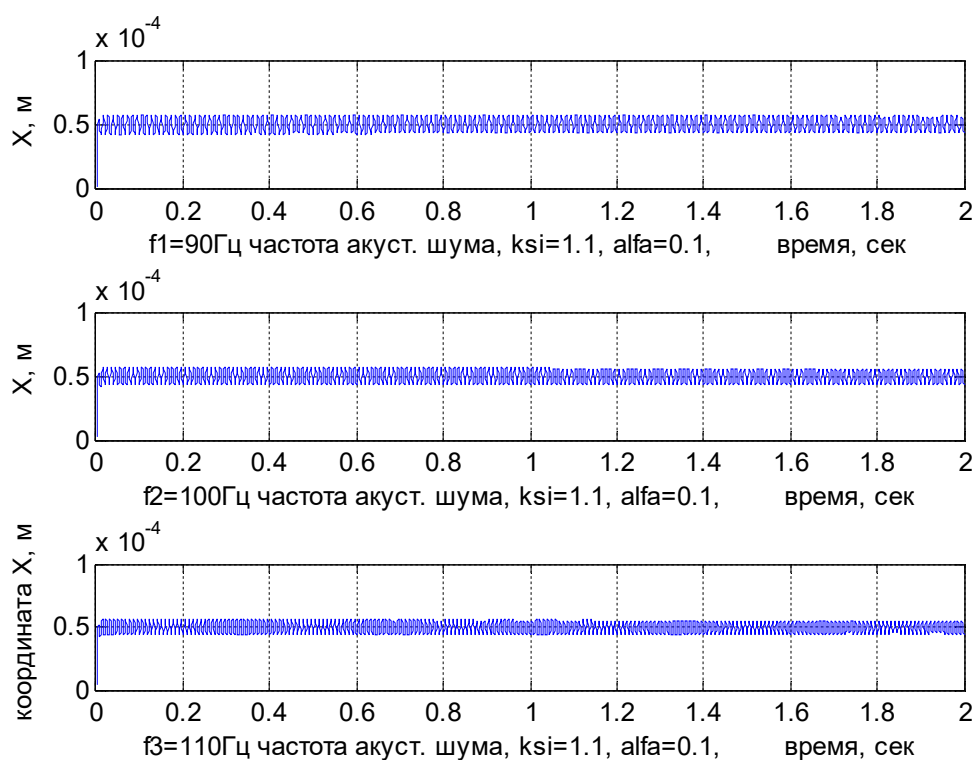


Рис. 2.32. Временные характеристики сильно демпфированного акселерометра

Амплитуды вынужденных колебаний зависят от частоты колебаний – с увеличением частоты колебаний амплитуды уменьшаются. Основное влияние акустическое воздей-

ствие оказывает на время переходного процесса. С точки зрения уменьшения длительности переходного процесса использование сильно демпфированного акселерометра предпочтительнее по сравнению с использованием слабо демпфированного акселерометра.

2.5.5. Исследование шумовых характеристик микроакселерометров

Миниатюризация инерциальных датчиков ограничена не столько возможностью производства микро- и нано- структур, сколько влиянием шума на полезный сигнал [59].

В качестве примера рассмотрим шумовые параметры выходного сигнала микроакселерометра ADXL202 фирмы Analog Devices Inc.® с диапазоном измерения $\pm 2 \text{ g}$. Для измерений использовался макет инерциального измерительного модуля с USB-портом [6]. На рис. 2.33 представлены выходные сигналы блока микроакселерометров ADXL202, содержащие шумовые составляющие.

Для исследования шумовых характеристик микроакселерометров используют вариации Аллана (Приложение 4):

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

где R, K, B, N, Q - коэффициенты случайного ускорения, определяемые как:

- R - квазидетерминированное изменение входного ускорения;
- K - случайное блуждание ускорения;
- B - нестабильность смещения нуля;
- N - случайное блуждание скорости (белый шум);
- Q - квантование выходного сигнала.

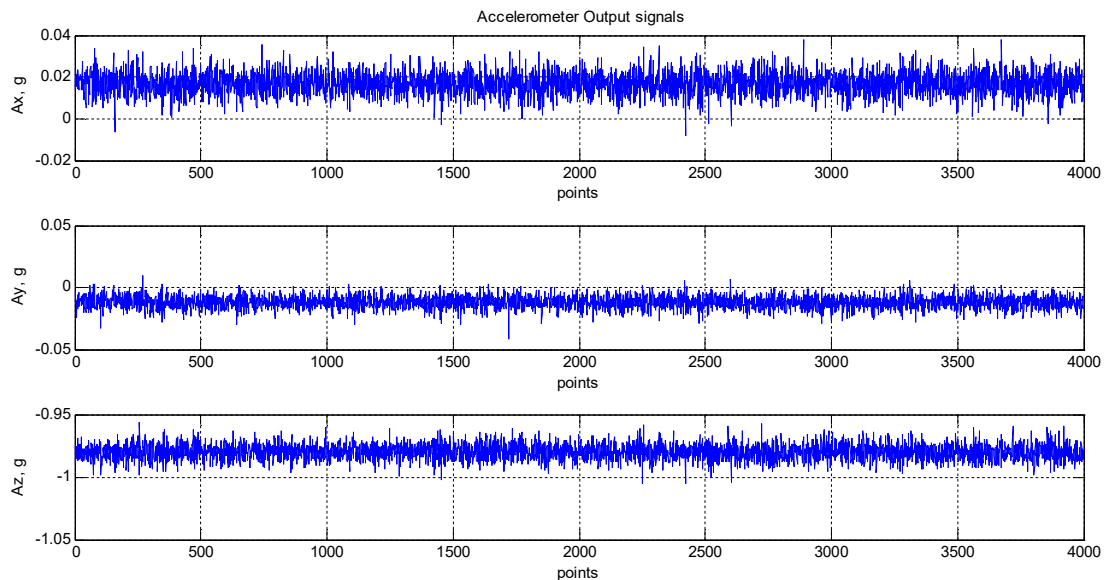


Рис. 2.33. Выходные сигналы блока микроакселерометров ADXL202

В результате двухчасовых записей выходных сигналов микроакселерометров ADXL202 с частотой опроса 400 Гц были построены графики вариаций Аллана (рис. 2.34).

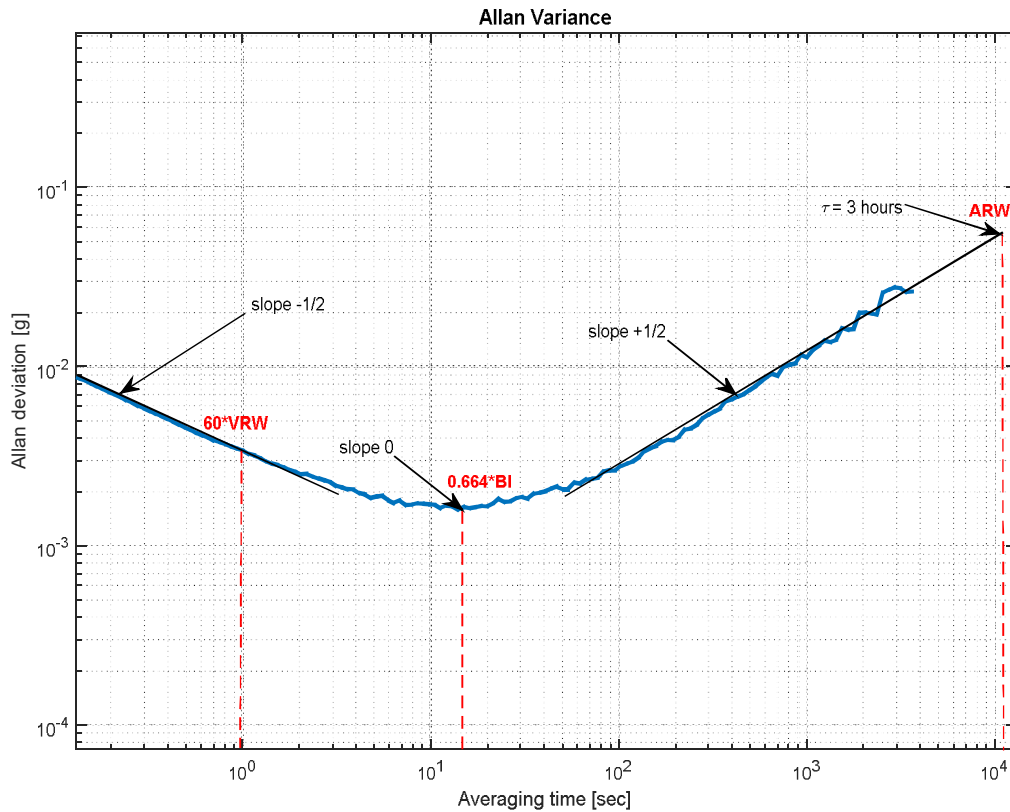


Рис. 2.34. График вариаций Аллана для акселерометра A_x

Для двух других акселерометров A_y и A_z графики имеют схожий характер. Из анализа графиков была составлена табл.2.1, содержащая численные значения искомых коэффициентов:

Таблица 2.1. Численные значения коэффициентов вариаций Аллана

Наименование параметра	A_x	A_y	A_z
N - случайное блуждание скорости, $10^{-5} g\sqrt{s}$	5,8	5,0	5,8
B - нестабильность смещения нуля, $10^{-3} g$	2,6	2,6	2,6
K - случайное блуждание ускорения, $10^{-2} g\sqrt{s}$	5,5	3,5	3,7

Как видно из графиков в выходном сигнале отсутствует шумовые составляющие, вызванные квазидетерминированным изменением входного ускорения и квантованием выходного сигнала.

Контрольные вопросы к разделу 2:

1. Что собой представляет переходная характеристика слабо демпфированного акселерометра?
2. Что собой представляет переходная характеристика сильно демпфированного акселерометра?
3. В чем заключается метод тестовых поворотов?
4. В чем заключается метод последовательных поворотов?
5. Как влияет наклон ОДГ на результаты испытаний акселерометров?

6. Нарисовать схему климатических испытаний акселерометров.
7. Нарисовать схему испытаний акселерометров на центрифуге.
8. Что такое АЧХ и ФЧХ акселерометра?
9. Нарисовать схему вибрационных испытаний акселерометров.

Глава 3. ИСПЫТАНИЯ ГИРОСКОПОВ

Гироскопы разрабатываются и производятся для очень широкого применения. Требования по точности для таких приборов отличаются на восемь порядков [66]. Точно так же отличаются условия функционирования таких приборов от потенциально более мягких морских условий эксплуатации до высоко динамичных условий использования ракет, оснащенных гиперзвуковыми двигателями.

Методы испытаний гироскопов должны отражать класс точности прибора, а также условия его применения.

Испытания гироскопов можно условно разделить на *автономную проверку* и *испытания в замкнутой системе* [32].

Автономная проверка гироскопов

Автономная проверка гироскопов начинается с их входного контроля.

Входной контроль проводят для того, чтобы не допустить в производство продукции, которая не соответствует требованиям конструкторской и нормативно-технической документации.

Входной контроль гироскопов устанавливают сплошным.

Входной контроль необходимо проводить в специально отведенном помещении (участке), оборудованном необходимыми средствами контроля, испытаний и оргтехники, а также отвечающем требованиям безопасности труда.

Рабочие места и персонал, осуществляющий входной контроль, должны быть аттестованы. К входному контролю допускается продукция, принятая отделом технического контроля (ОТК), представительством заказчика, Государственной приемкой предприятия-поставщика и поступившая с сопроводительной документацией.

Порядок проведения входного контроля:

- проверить сопроводительные документы, удостоверяющие качество продукции, и зарегистрировать продукцию в журналах учета результатов входного контроля;
- проверить комплектность, упаковку, маркировку, внешний вид;
- провести контроль качества продукции по технологическому процессу входного контроля.

В производство должна передаваться принятая по результатам входного контроля продукция с соответствующей отметкой в учетных или сопроводительных документах. Допускается маркировка (клеймение) принятой продукции. Продукция, поступившая от предприятия-поставщика до проведения входного контроля, должна храниться отдельно от принятой и забракованной входным контролем. Забракованная при входном контроле продукция должна маркироваться "брак" и направляться в изолятор брака.

После входного контроля автономная проверка механических гироскопов заключается:

- в контроле всех электрических цепей (статора двигателя, датчиков угла и момента, магнитного подвеса, обогревателей и терморпар), для чего измеряется сопротивление цепи и производится проверка ее функционирования;
- в проверке правильности подключения фаз, определяющей направление вращения ротора, полярностей выходного сигнала датчика угла и направления реакции дат-

чика момента гарантирует точность исполнения электрического монтажа внутри гироскопа и в испытательном оборудовании.

При автономной проверке двухстепенного поплавкового гироскопа определяются коэффициент демпфирования гироскопа, качество заполнения прибора поддерживающей жидкостью, нестабильность положения выходной оси, а также работоспособность обогревателей и термодатчиков.

Если в процессе проведения испытаний возникнут несоответствия фактических показателей с требованиями ТУ, испытания должны быть прерваны, а несоответствия полностью устранены.

Испытания гироскопов в замкнутой системе

Испытания гироскопов в замкнутой системе предназначены для получения калибровочной характеристики, измерения погрешностей (дрейфов или уходов) и для анализа шумовых характеристик гироскопа (вариации Аллана).

Обычно такие испытания автоматизированы. Участие оператора в автоматизированных испытаниях сводится к контролю, проверке оборудования и прекращению испытаний при обнаружении неполадок. Ответственный за испытания инженер должен проанализировать полученные данные и дать им оценку, заключающуюся либо в определении фактической точности прибора, либо в выяснении причин отклонений точности прибора.

Испытания гироскопов в замкнутой системе подразделяются на три категории:

- калибровочные испытания;
- испытания в режиме одноосного гиросtabilизатора;
- испытания в режиме обратной связи по моменту (режим «электрической пружины»).

Следует отметить, что последние две категории относятся к механическим гироскопам.

3.1. Калибровочные (статические) испытания гироскопов

Целью калибровочных испытаний является получение статической характеристики гироскопа, определение масштабного коэффициента, динамического диапазона гироскопа, нулевого сигнала и порога чувствительности.

Для калибровочных испытаний используют одноосные поворотные установки [47].

Одноосная поворотная установка (рис. 1.5) имеет вертикально расположенную ось вращения. Для компенсации трения в оси вращения используют шарикоподшипники или газодинамические опоры.

Для выставки поворотной установки относительно вертикали могут быть использованы прецизионные жидкостные уровни. Наклоны поворотной установки регулируются шайбами под основанием стола или стойками.

Ориентация установки относительно сторон света (запад-восток и север-юг) не играет особой роли, если одноосная поворотная установка используется только для измерений масштабного коэффициента гироскопа, используя законченные вращения стола.

Гироскоп с монтажным (зажимным) приспособлением закрепляется на поворотном столе для выполнения различных лабораторных испытаний.

Продолжительные вращения поворотной установки с различной скоростью и направлением вращения вокруг оси параллельной входной оси гироскопа используются для калибровки гироскопа – определения нулевого сигнала и масштабного коэффициента.

Статической характеристикой гироскопа называется зависимость его выходного сигнала от входной угловой скорости (рис. 3.1) [66]. В идеальном случае характеристика должна быть линейной во всем динамическом диапазоне. Реально имеет место то или иное приближение к идеальной характеристике.

На практике используют следующие параметры калибровочной характеристики:

- *масштабный коэффициент гироскопа M* равен тангенсу угла наклона калибровочной характеристики к оси абсцисс;
- *порог чувствительности* – это минимальная угловая скорость, на которую реагирует гироскоп. Порог чувствительности определяется некоторой малой *зоной застоя* в начале калибровочной характеристики, внутри которой реакция гироскопа на входную угловую скорость отсутствует;
- *нулевой сигнал* – выходной сигнал гироскопа при отсутствии входной угловой скорости.
- *динамический диапазон* – диапазон измерения гироскопом угловой скорости.

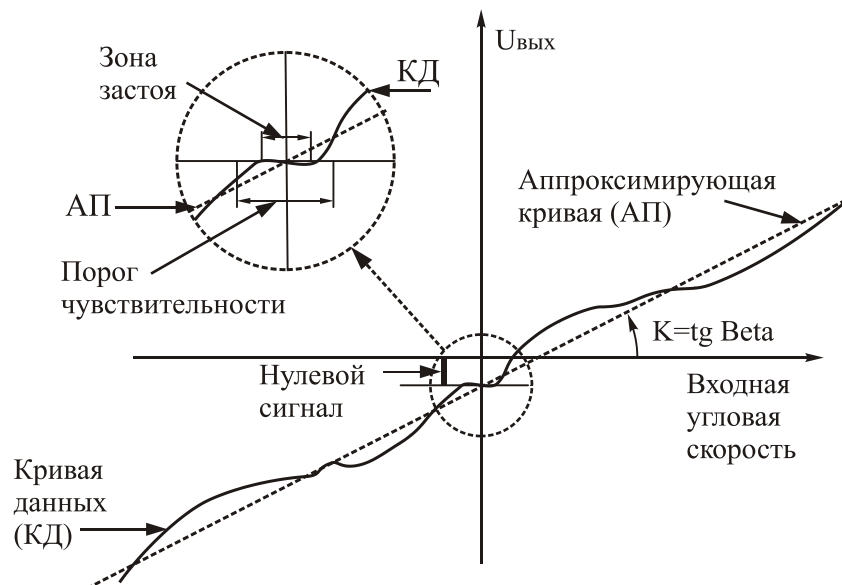


Рис. 3.1. Статическая характеристика гироскопа

Выходным сигналом может быть напряжение $U_{вых}$ для микромеханических гироскопов, ток $i_{вых}$ для механических гироскопов и ДНГ, разность частот Δf для лазерных и твердотельных волновых гироскопов и разность фаз $\Delta \varphi$ для волоконно-оптических гироскопов.

Статическую характеристику определяют при климатических и других испытаниях.

В качестве примера на рис. 3.2 [66] показана установка для калибровочных испытаний с использованием прецизионного поворотного стола и термокамеры.

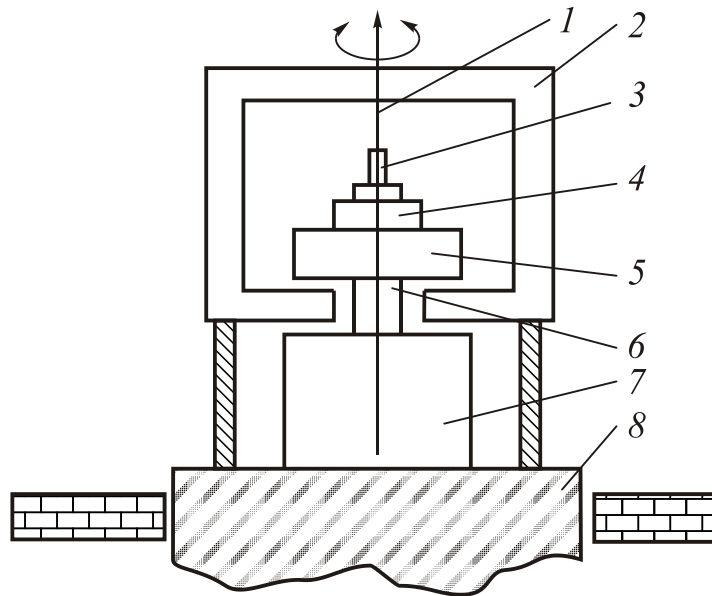


Рис. 3.2. Установка для калибровочных испытаний

Установка содержит одноосную поворотную установку с вертикальной осью вращения 1, термокамеру 2, гироскоп 3, монтажное приспособление 4, стол или плиту 5, токоподводы 6, двигатель 7 и развязанный фундамент 8. Угловая скорость может изменяться от долей град/час до многих сотен град/сек. Производители в настоящее время предлагают поворотные столы с угловой скоростью от 0,1град/сек до 3000 град/сек.

Оборудование обычно устанавливается с вертикальным расположением оси вращения стола на гранитное основание или «развязанный» фундамент, чтобы обеспечить виброизоляцию и устойчивость. С целью безопасности данное оборудование огораживают сеткой или стенками.

Для испытаний на определение масштабного коэффициента, гироскоп надежно устанавливается на поворотном столе так, чтобы его ось чувствительности совпадала или была параллельна оси вращения стола.

Поворотный стол можно использовать для разных режимов испытаний. Основной принцип использования поворотного стола состоит в сравнении выходного сигнала гироскопа с угловой скоростью стола. Следует внимательно следить, чтобы угловая скорость стола точно соответствовала программе испытаний.

Программа испытаний может быть представлена в виде следующего ряда входной угловой скорости поворотной установки [47]:

+10°/с и затем -10°/с
 +100°/с и затем -100°/с
 +200°/с и затем -200°/с
 +400°/с и затем -400°/с

и т.д.

Масштабный коэффициент гироскопа калибруется в результате продолжительного вращения поворотного стола при различных величинах угловой скорости вращения и когда входная ось гироскопа параллельна оси вращения стола.

В результате калибровочных испытаний оцениваются следующие характеристики:

- изменение среднего значения масштабного коэффициента в результате изменения угловой скорости вращения стола, его линейность;

- после испытаний на устойчивость к внешним воздействиям определяется СКО разброса масштабного коэффициента одного гироскопа от запуска к запуску или партии гироскопов, изготовленных по одной и той же технологии;
- зависимость средней величины масштабного коэффициента от изменения температуры;
- какой-либо гистерезис выходного сигнала гироскопа (рис. 3.3).

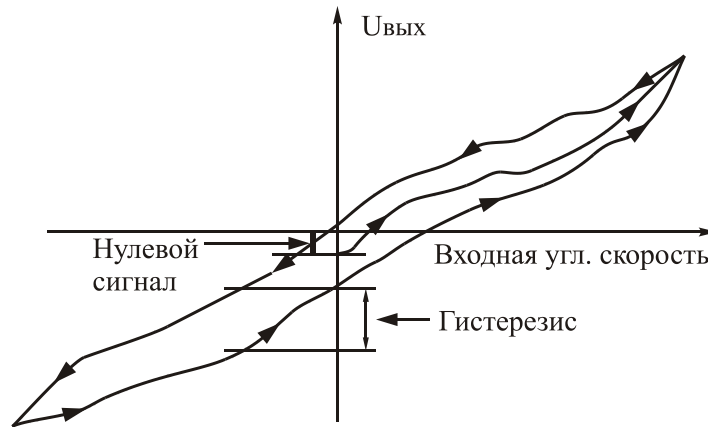


Рис. 3.3. Статическая характеристика гироскопа с эффектом гистерезиса

В случае трехстепенных гироскопов, таких как ДНГ, данный способ испытаний может быть применен относительно двух ортогональных осей чувствительности.

Данные из проведенных испытаний обычно анализируются путем сравнения выходного сигнала гироскопа со связанной величиной угловой скорости вращения стола, обычно измеряемой тахогенератором. Данный процесс повторяется для всех собранных последовательностей данных испытаний, после чего, используя метод наименьших квадратов (МНК) (Приложение 2), строится аппроксимирующая прямая $y = a_0 + a_1x$, коэффициенты которой равны нулевому сигналу и масштабному коэффициенту. Кроме того, можно графическим способом вычислить тангенс угла наклона этой прямой к оси абсцисс, который равен масштабному коэффициенту гироскопа.

На рис. 3.4 изображена статическая характеристика гироскопа типа ДУС.

Линейный характер полученной статической характеристики позволяет графическим способом вычислить масштабный коэффициент гироскопа: $k=0,451$ В/град/сек. Диапазон измерения также легко определить: ± 30 град/сек. Однако остальные параметры из полученной статической характеристики определить невозможно. Для этого необходимо построить фрагмент статической характеристики в зоне ± 1 град/сек (рис. 3.5) с более детальным разрешением.

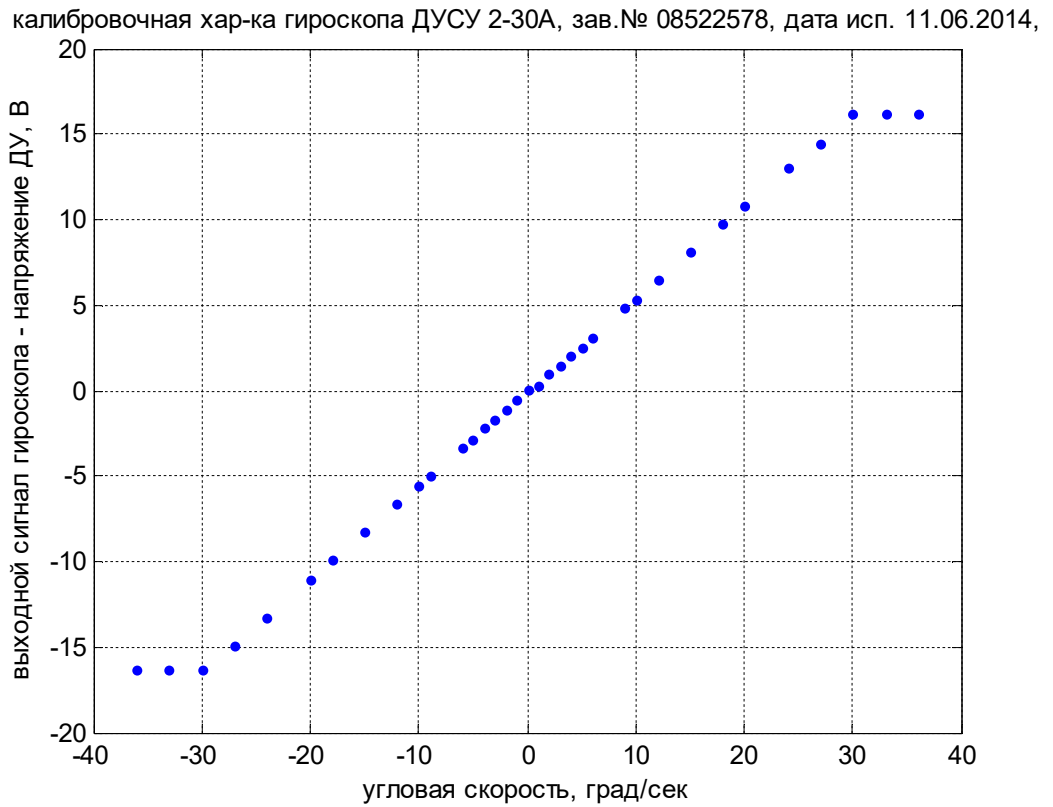


Рис. 3.4. Статическая характеристика гироскопа типа ДУС

Полученный фрагмент калибровочной характеристики позволяет определить нулевой сигнал гироскопа: $u_0 = 0,11\text{В}$, порог чувствительности: $\pm 0,4$ град/сек и зону застоя: $\pm 0,2$ град/сек.

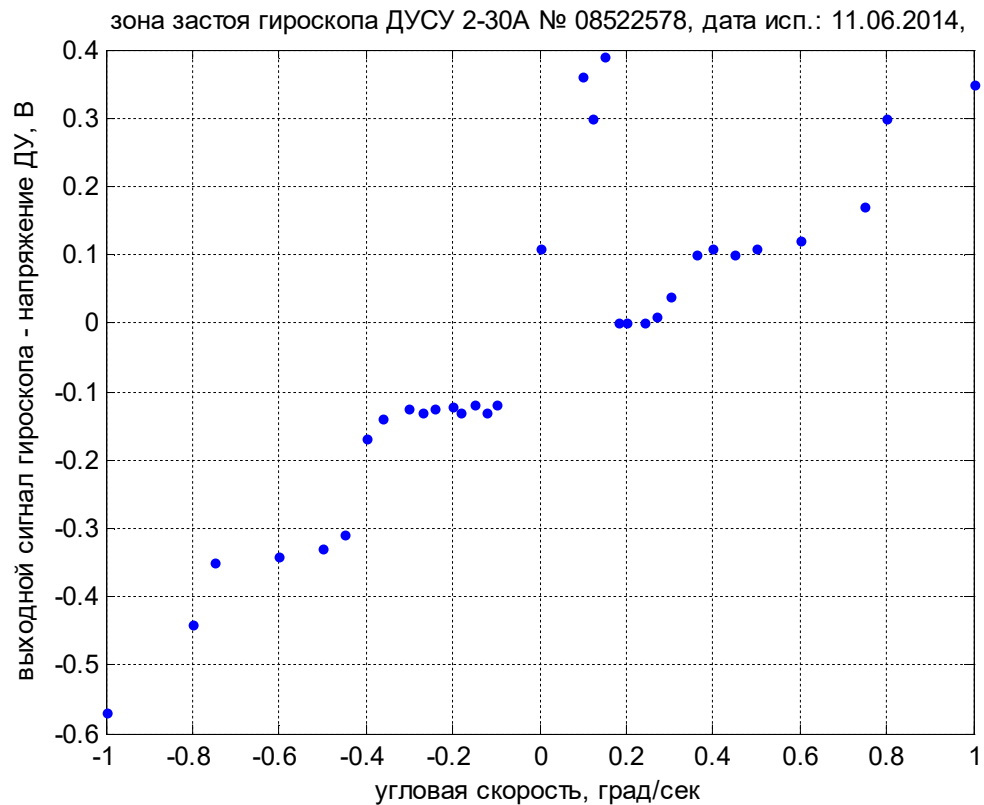


Рис. 3.5. Фрагмент статической характеристики в зоне ± 1 град/сек

Здесь в интервале $[0; 0,17\text{с}]$ наблюдаются выбросы, связанные вероятно с промахами измерений (Приложение 1).

Если в результате испытаний обнаружена нелинейность статической характеристики, то используя МНК более высокого порядка, например, четвертого, можно определить ее параметры.

Выходной сигнал двухстепенного механического гироскопа запишем в виде

$$U_{\text{вых}} = B_{\omega} + S_{\omega} \omega_{\text{вх}} + n_{\omega}, \quad (3.1)$$

где B_{ω} - нулевой сигнал, ω_i - входная угловая скорость, S_{ω} - масштабный коэффициент, n_{ω} - случайный шум.

Для измерительного блока, состоящего из трех гироскопов, оси чувствительности которых расположены вдоль осей Ox_1, Oy_2, Oz_3 , выходные сигналы будут иметь вид:

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + S_{\omega x} \omega_{x1} + n_{\omega x}; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + S_{\omega y} \omega_{y2} + n_{\omega y}; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + S_{\omega z} \omega_{z3} + n_{\omega z}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ - нулевые сигналы гироскопов, $S_{\omega x}, S_{\omega y}, S_{\omega z}$ - масштабные коэффициенты каждого из гироскопов, $\omega_{x1}, \omega_{y2}, \omega_{z3}$ - значения проекций угловой скорости на оси чувствительности гироскопов Ox_1, Oy_2, Oz_3 , $n_{\omega x}, n_{\omega y}, n_{\omega z}$ - шумы измерений.

Полученную систему уравнений запишем в матричной форме

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{\omega x} & 0 & 0 \\ 0 & S_{\omega y} & 0 \\ 0 & 0 & S_{\omega z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y2} \\ \omega_{z3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Из-за погрешностей изготовления и установки гироскопов в инерциально-измерительный модуль направления осей чувствительности гироскопов Ox_1, Oy_2, Oz_3 не ортогональны. Это приводит к появлению углов *невываек* между номинальными осями $Oxyz$ и реальными осями чувствительности гироскопов Ox_1, Oy_2, Oz_3 . Число таких углов равно шести (рис. 2.3).

По аналогии с (2.24) с учетом углов *невываек* или неортогональности, можно записать

$$\begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y2} \\ \omega_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}.$$

Подставляя последнее выражение в (3.3), получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

где

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xz} & -\Delta_{xy} \\ -\Delta_{yz} & 1 & \Delta_{yx} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}.$$

Однако, как показывает практика, механическим гироскопам присущи дрейфы, которые зависят от g и g^2 . Получим аналитическую модель дрейфа двухстепенного гироскопа.

3.2. Модель дрейфа двухстепенного поплавкового гироскопа

Напомним принцип работы двухстепенного гироскопа, изображенного на рис. 3.6.

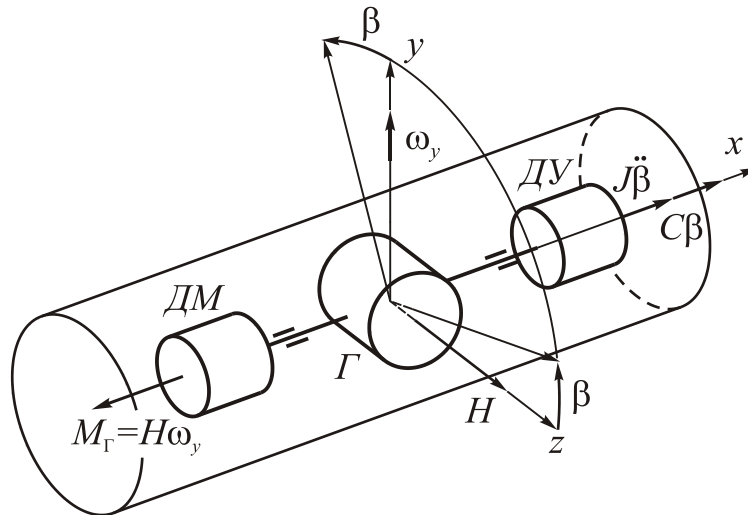


Рис. 3.6. Кинематическая схема двухстепенного гироскопа

Прямоугольная система координат $Oxyz$ связана с основанием прибора. Ось Oy - ось чувствительности гироскопа или, согласно [32], входная ось, ось Ox - выходная ось гироскопа, ось Oz связана с направлением вектора кинетического момента гироскопа \vec{H} . При вращении основания вокруг оси Oy с угловой скоростью ω_y , возникает гироскопический момент $M_\Gamma = H\omega_y$ - вектор кинетического момента гироскопа стремится совместиться с вектором угловой скорости и появляется угол β . Методом кинестатики составим уравнение движения двухстепенного гироскопа:

$$I\ddot{\beta} + f\dot{\beta} + c\beta - H\omega_y = M_x + M_{\text{ДМ}}, \quad (3.5)$$

где I, f, c - момент инерции гироскопа, коэффициенты демпфирования и жесткости гироскопа соответственно, $M_x, M_{\text{ДМ}}$ - моменты помех и датчика момента.

Момент помех M_x приводит к возникновению угловой скорости дрейфа (ухода) гироскопа

$$\omega_y^* = \frac{M_x}{H}. \quad (3.6)$$

Очевидно, что угловая скорость дрейфа является погрешностью гироскопа, которую следует определить в ходе испытаний.

Опишем подробнее природу возникновения M_x [36]. Как показала практика, момент помех можно разложить на составляющие:

$$M_x = M_{x0} + M_{xI} + M_{xII}, \quad (3.7)$$

где M_{x0} - момент реакций токоподводов, магнитного подвеса датчика угла (ДУ) и датчика момента ДМ или не зависящий от линейного ускорения суммарный момент внешних сил, M_{xI} - момент внешних сил, зависящий от линейного ускорения в первой степени, M_{xII} - момент внешних сил, зависящий от линейного ускорения во второй степени.

I. Расчет момента внешних сил, зависящего от линейного ускорения в первой степени. Разбалансировку или смещение центра масс гиروزла (ротора и внутренней рамки подвеса) зададим радиусом-вектором $\vec{\rho}(x, y, z)$ (рис. 3.7).

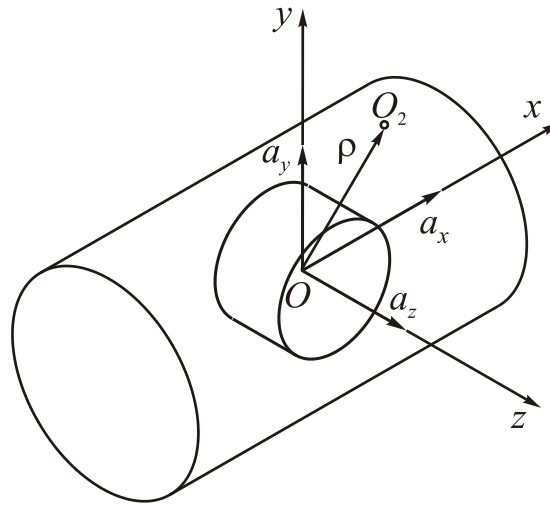


Рис. 3.7. Схема смещения центра масс гиروزла

Движение объекта с кажущимся ускорением [36] $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ вызывает появление силы инерции $\vec{F} = -m\vec{a}$ (m - масса гиروزла) и момента силы

$$\vec{M}_I = \vec{\rho} \times \vec{F} = M_{Ix}\vec{i} + M_{Iy}\vec{j} + M_{Iz}\vec{k}.$$

Согласно формуле векторного произведения

$$\vec{\rho} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (yF_z - zF_y)\vec{i} + \dots$$

Здесь $F_x = -ma_x, F_y = -ma_y, F_z = -ma_z$.

Нас интересует проекция момента на ось Ox

$$M_{Ix} = yF_z - zF_y = zma_y - yma_z.$$

За счет остаточной плавучести и конвекционных потоков жидкости в поплавковом гироскопе возникает возмущающий момент

$$M_x^{\text{ж}} = -k_x^{\text{ж}} a_x,$$

где $k_x^{\text{ж}}$ - коэффициент конвективного момента жидкости.

Итак, суммируя правые части последних двух выражений, получим

$$M_{xI} = M_{Ix} + M_x^{\text{ж}} = zma_y - yma_z - k_x^{\text{ж}} a_x. \quad (3.8)$$

II. Расчет момента внешних сил, зависящего от линейного ускорения во второй степени. Получим выражение для M_{xII} .

Движение с ускорением \vec{W} приводит к возникновению силы инерции

$$\vec{F}_p = -m_p \vec{a},$$

где m_p - масса ротора гироскопа. Проекции данной силы инерции имеют вид

$$F_{px} = -m_p a_x, \quad F_{py} = -m_p a_y, \quad F_{pz} = -m_p a_z. \quad (3.9)$$

За счет конечной жесткости шарикоподшипниковых опор ротора данная сила вызывает упругую деформацию элементов крепления ротора $\vec{\delta}_p(\delta_x, \delta_y, \delta_z)$ (рис. 3.8), которая вычисляется по формуле

$$\vec{\delta}_p = \kappa \vec{F}_p, \quad (3.10)$$

где κ - податливость, по величине обратная жесткости. Матрица податливости имеет вид

$$\kappa = \begin{bmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & \kappa_{xz} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} & \kappa_{yz} \\ \kappa_{zx} & \kappa_{zy} & \kappa_{zz} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

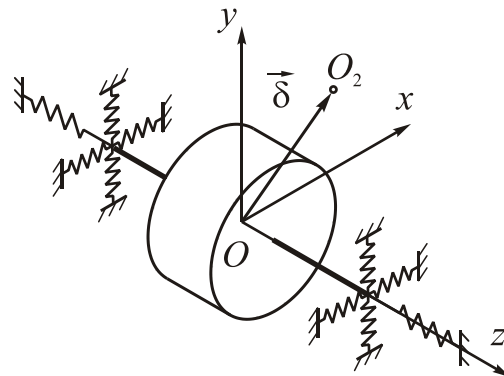


Рис. 3.8. Упругая деформация элементов крепления ротора гироскопа

Коэффициент податливости κ_{xy} по своему физическому смыслу представляет собой упругое смещение центра масс ротора по оси Ox при единичной нагрузке, действующей по оси Oy .

Формулу (3.10) запишем в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & \kappa_{xz} \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} & \kappa_{yz} \\ \kappa_{zx} & \kappa_{zy} & \kappa_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{px} \\ F_{py} \\ F_{pz} \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

Тогда проекции упругой деформации крепления ротора примут вид

$$\begin{aligned}
\delta_x &= F_{px} \kappa_{xx} + F_{py} \kappa_{xy} + F_{pz} \kappa_{xz}; \\
\delta_y &= F_{px} \kappa_{yx} + F_{py} \kappa_{yy} + F_{pz} \kappa_{yz}; \\
\delta_z &= F_{px} \kappa_{zx} + F_{py} \kappa_{zy} + F_{pz} \kappa_{zz}.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Сила инерции \vec{F}_p при наличии упругой деформации крепления ротора $\vec{\delta}_p$ создает момент силы

$$\vec{M}_{II} = \vec{\delta}_p \times \vec{F}_p. \tag{3.14}$$

Нас интересует проекция данного момента на ось Ox

$$M_{xII} = \delta_y F_{pz} - \delta_z F_{py}.$$

Подставляя в последнее выражение значения (3.13) и проекции силы инерции (3.9), получим

$$M_{xII} = m_p^2 \left[a_x a_z \kappa_{yx} + a_z^2 \kappa_{yz} - a_x a_y \kappa_{zx} - a_y^2 \kappa_{zy} + (\kappa_{yy} - \kappa_{zz}) a_y a_z \right]. \tag{3.15}$$

Суммарный момент помех получим, подставляя в уравнение (3.7) выражения (3.8) и (3.15):

$$\begin{aligned}
M_x &= M_{x0} + z m a_y - y m a_z - k_x^* a_x + \\
&+ m_p^2 \left[a_x a_z \kappa_{yx} + a_z^2 \kappa_{yz} - a_x a_y \kappa_{zx} - a_y^2 \kappa_{zy} + (\kappa_{yy} - \kappa_{zz}) a_y a_z \right].
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Используя полученное выражение (3.16), дрейф гироскопа найдем по формуле (3.6):

$$\omega_y^* = \omega_0 + k_x a_x + k_z a_y + k_y a_z + k_{yx} a_x a_z + k_{yz} a_z^2 + k_{zx} a_x a_y + k_{zy} a_y^2 + (k_{yy} - k_{zz}) a_y a_z. \tag{3.17}$$

Здесь обозначено: $\omega_0 = \frac{M_{x0}}{H}$ - независящая от линейного ускорения составляющая

дрейфа, $k_x = -\frac{k_x^*}{H}$ - конвективный коэффициент жидкости, $k_y = -\frac{ym}{H}$ - коэффициент

радиальной разбалансировки гиросузла, $k_z = \frac{zm}{H}$ - коэффициент осевой разбалансировки

гиросузла, $k_{yx} = \frac{m_p^2 \kappa_{yx}}{H}$, $k_{yz} = \frac{m_p^2 \kappa_{yz}}{H}$, $k_{zx} = -\frac{m_p^2 \kappa_{zx}}{H}$, $k_{zy} = -\frac{m_p^2 \kappa_{zy}}{H}$, $k_{yy} = \frac{m_p^2 \kappa_{yy}}{H}$,

$k_{zz} = \frac{m_p^2 \kappa_{zz}}{H}$ - коэффициенты неравножесткости подшипниковых опор ротора гироскопа.

Чем выше жесткость подшипниковых опор ротора, тем ниже коэффициенты податливости или неравножесткости.

В результате испытаний гироскопа должны быть определены коэффициенты выражения (3.17) и независящая составляющая дрейфа - всего 9 параметров (разность $k_{yy} - k_{zz}$ - считается как один параметр).

3.3. Испытания гироскопа в режиме одноосного гиросtabilизатора

Схема установки для испытаний гироскопа показана на рис. 3.9. Гироскоп 1 установлен на поворотном столе 2, который приводится во вращение с помощью безредукторного двигателя 3. Платформой одноосного гиросtabilизатора является поворотный стол.

Поворотный стол установлен на неподвижном относительно Земли основании 5 и может наклоняться относительно оси цапф 4, совпадающей с направлением на запад. Ось вращения поворотного стола совпадает с вектором \vec{U} угловой скорости вращения Земли относительно инерциального пространства и образует с горизонтальным направлением на север N угол φ , равный широте места. На рис. 3.9 входная ось гироскопа совпадает с осью поворотного стола и направлена на юг.

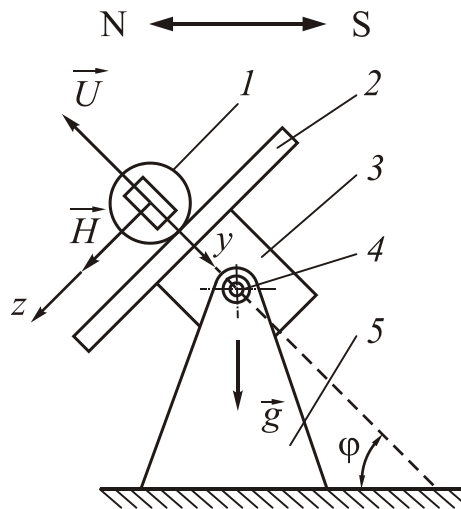


Рис. 3.9. Схема установки для испытаний гироскопа в режиме одноосного гиросtabilизатора

Следящая система в виде усилителя (на рисунке не показан) и безредукторного двигателя 3 реагирует на выходной сигнал гироскопа, пропорциональный угловому перемещению корпуса прибора вокруг входной оси Oy (оси чувствительности) от некоторого базового направления в инерциальном пространстве, и вращает стол с угловой скоростью $\dot{\alpha}$ относительно Земли так, чтобы гироскоп сохранял свое положение неизменным в инерциальном пространстве.

Задача системы стабилизации состоит во взаимной компенсации этих вращений, благодаря чему идеальный гироскоп должен сохранять неизменную ориентацию в инерциальном пространстве.

Уравнения одноосного гиросtabilизатора запишем в виде [28]

$$\begin{aligned} I\ddot{\beta} + f\dot{\beta} - H\omega_y &= M_x + M_{\text{дм}}; \\ I_{\text{пл}}\ddot{\alpha} + f_{\text{пл}}\dot{\alpha} - H\dot{\beta} - K_p\beta &= M_y. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Здесь $I_{\text{пл}}, f_{\text{пл}}, K_p, M_y$ - момент инерции платформы (поворотного стола) относительно оси вращения, коэффициент демпфирования, крутизна канала разгрузки и момент трения опор подвеса платформы. Для снижения трения шарикоподшипники оси поворотного стола заменены воздушными гидростатическими подшипниками.

Здесь первое уравнение – уравнение движения гироскопа, второе – гироскопа платформы. За счет обеспечения высокой крутизны канал разгрузки поддерживает малую величину угла β в установившемся режиме. Так при $K_p = 0,7 \cdot 10^5$ Гсм/рад и $M_y = 100$ Гсм,

$$\beta_{уст} = \frac{M_y}{K_p} = \frac{100}{0,7 \cdot 10^5} = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 4,9'.$$

В установившемся режиме и при $M_{DM} = 0$ из первого уравнения следует, что

$$H\omega_y + M_x = 0.$$

Так как $M_x = H\omega_y^*$, то $\omega_y + \omega_y^* = 0$ или $\omega_y^* = -\omega_y$.

Для схемы установки гироскопа, показанной на рис. 3.10, когда входная ось гироскопа направлена вниз, гироскоп измеряет

$$\omega_y = \dot{\alpha} - U.$$

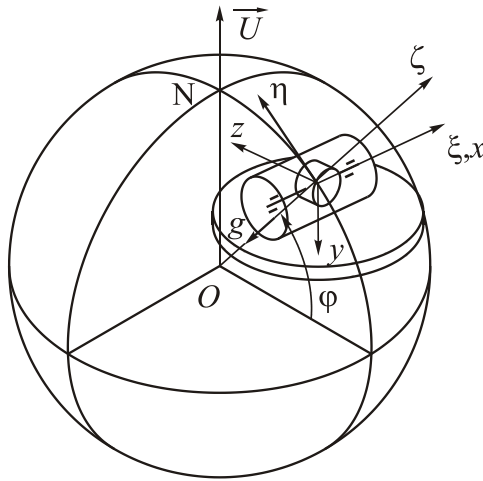


Рис. 3.10. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат для схемы испытаний I. Входная ось гироскопа параллельна земной оси

Тогда

$$\omega_y^* = -\dot{\alpha} + U. \tag{3.19}$$

Для схемы установки гироскопа, когда входная ось направлена вверх, гироскоп измеряет угловую скорость $\omega_y = -\dot{\alpha} + U$.

Тогда

$$\omega_y^* = \dot{\alpha} - U. \tag{3.20}$$

Угол поворота стола отсчитывается при помощи оптического считывающего устройства. Обработка данных испытаний производится путем сравнения угловой скорости стола за время прохождения углового интервала в один или десять градусов с соответствующей составляющей угловой скорости вращения Земли.

Испытания проводятся в трех положениях стола:

I- наклонном, когда ось стола параллельна земной оси (входная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена сначала на юг: $\omega_y = \dot{\alpha} - U$, а потом на север:

$$\omega_y = -\dot{\alpha} + U);$$

- II-горизонтальном (входная ось гироскопа вертикальна и направлена сначала вниз $\omega_y = \dot{\alpha} - U \sin \varphi$, а потом вверх $\omega_y = -\dot{\alpha} + U \sin \varphi$);
- III-вертикальном (входная ось гироскопа горизонтальна и направлена на юг: $\omega_y = \dot{\alpha} - U \cos \varphi$).

При испытаниях гироскопа необходимо тщательно ориентировать прибор относительно поворотного стола, т.к. погрешность выставки влияет на точность определения разбАллансировок гироскопа и его коэффициентов неравножесткости.

3.3.1. Схема испытаний I. Входная ось гироскопа параллельна земной оси.

Данная схема испытаний полностью совпадает со схемой, изображенной на рис. 3.9.

Найдем проекции линейного ускорения корпуса гироскопа. Поскольку основание неподвижно, то $\vec{w} = \vec{g}$. Вначале найдем проекцию \vec{g} на ось Oy (рис. 3.11): $g_y = g \sin \varphi$

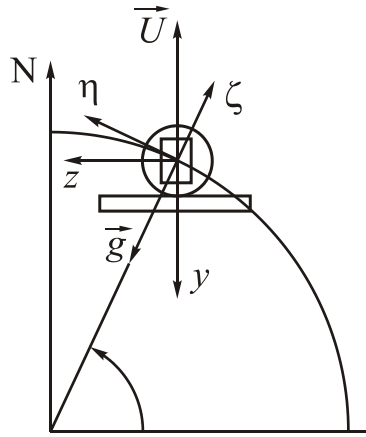


Рис. 3.11. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний I

Поскольку гироскоп закреплен на столе, который вращается с угловой скоростью $\dot{\alpha}$, то чтобы получить проекции \vec{g} на оси Ox и Oz надо учесть вращение стола. Вид сверху на поворотный стол изображен на рис. 3.12.

Тогда проекции \vec{g} на оси Ox и Oz примут вид

$$g_z = g \cos \varphi \cos \alpha; \quad g_x = g \cos \varphi \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -g \cos \varphi \sin \alpha.$$

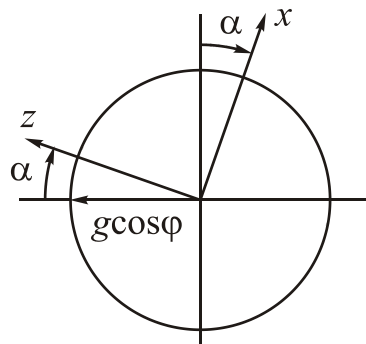


Рис. 3.12. Схема испытаний I. Вид сверху на поворотный стол.

Итак, имеем

$$\begin{aligned} g_x &= -g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_y &= g \sin \varphi; \\ g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Подставим выражения (3.21) в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \cos \varphi \sin \alpha + k_z g \sin \varphi + k_y g \cos \varphi \cos \alpha - \\ &- k_{yx} g^2 \cos^2 \varphi \sin \alpha \cos \alpha + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha - \\ &- k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \sin \alpha + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned}$$

С учетом того, что $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$, $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$ можно преобразовать последнее выражение к виду

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi - \\ &- (k_x g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ &+ \left[k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi \right] \cos \alpha - \\ &- k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.22)$$

В общем виде разложение угловой скорости дрейфа гироскопа в ряд Фурье имеет вид

$$\omega_y^* = C_0 + C_1 \sin \alpha + C_2 \cos \alpha + C_3 \sin 2\alpha + C_4 \cos 2\alpha. \quad (3.23)$$

Сравнивая выражения (3.22) и (3.23), получим значения коэффициентов Фурье:

$$\begin{aligned} C_{0S} &= \omega_0 + k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1S} &= -k_x g \cos \varphi - k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\ C_{2S} &= k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\ C_{3S} &= -k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Здесь индекс «S» означает, что входная ось гироскопа направлена на юг.

Переходом к коэффициентам Фурье, мы перешли от девяти неизвестных параметров дрейфа гироскопа (3.17) к пяти неизвестным C_0, C_1, \dots, C_4 уравнениям (3.23). Измеряя скорость вращения стола $\dot{\alpha}$ и сравнивая ее с угловой скоростью Земли, получим дрейф гироскопа (3.19). Необходимо сделать n (минимум пять) измерений ω_y^* для разных фиксированных поворотов $\alpha_1^S, \alpha_2^S, \dots, \alpha_n^S$, чтобы получить n значений дрейфа:

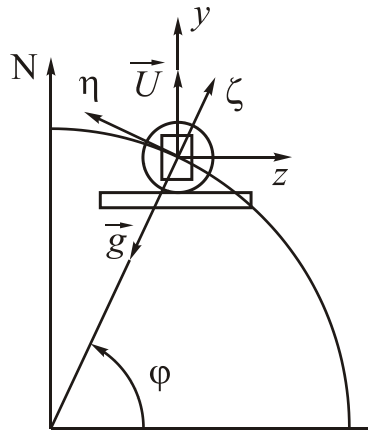


Рис. 3.14. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний I

Чтобы получить проекции \vec{g} на оси Ox и Oz надо учесть вращение стола. Вид сверху на поворотный стол изображен на рис. 3.15.

Тогда проекции \vec{g} на оси Ox и Oz примут вид

$$g_z = g \cos \varphi \cos(\pi + \alpha) = -g \cos \varphi \cos \alpha;$$

$$g_x = g \cos \varphi \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -g \cos \varphi \sin \alpha .$$

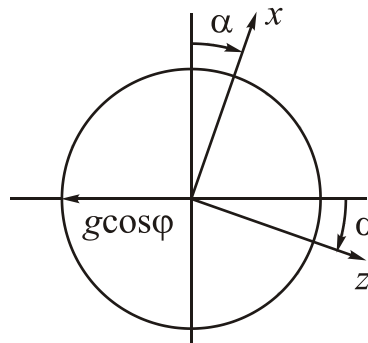


Рис. 3.15. Схема испытаний I. Вид сверху на поворотный стол

Итак, имеем

$$g_x = -g \cos \varphi \sin \alpha;$$

$$g_y = -g \sin \varphi;$$

$$g_z = -g \cos \varphi \cos \alpha.$$

(3.28)

Подставим выражения (3.28) в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* = & \omega_0 - k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ & + (-k_x g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ & + \left[-k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi \right] \cos \alpha + \\ & + k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Сравнивая полученное выражение с рядом Фурье (3.23), получим коэффициенты Фурье:

$$\begin{aligned}
C_{0N} &= \omega_0 - k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\
C_{1N} &= -k_x g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\
C_{2N} &= -k_y g \cos \varphi + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\
C_{3N} &= k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\
C_4 &= k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.
\end{aligned}
\tag{3.29}$$

Проведя n (минимум пять) измерений ω_y^* для разных фиксированных углов поворота стола $\alpha_1^N, \alpha_2^N, \dots, \alpha_n^N$, получим n значений дрейфа:

$$\begin{aligned}
\omega_{y1}^N &= C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha_1^N + C_{2N} \cos \alpha_1^N + C_{3N} \sin 2\alpha_1^N + C_{4N} \cos 2\alpha_1^N; \\
\omega_{y2}^N &= C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha_2^N + C_{2N} \cos \alpha_2^N + C_{3N} \sin 2\alpha_2^N + C_{4N} \cos 2\alpha_2^N; \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}
\tag{3.30}$$

$$\omega_{yn}^N = C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha_n^N + C_{2N} \cos \alpha_n^N + C_{3N} \sin 2\alpha_n^N + C_{4N} \cos 2\alpha_n^N;$$

или в матричной форме

$$\mathbf{\Omega}_N = \mathbf{A}_N \mathbf{C}_N,
\tag{3.31}$$

$$\text{где } \mathbf{\Omega}_N = \begin{bmatrix} \omega_{y1}^N \\ \omega_{y2}^N \\ \vdots \\ \omega_{yn}^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_N = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1^N & \cos \alpha_1^N & \sin 2\alpha_1^N & \cos 2\alpha_1^N \\ 1 & \sin \alpha_2^N & \cos \alpha_2^N & \sin 2\alpha_2^N & \cos 2\alpha_2^N \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \sin \alpha_n^N & \cos \alpha_n^N & \sin 2\alpha_n^N & \cos 2\alpha_n^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_N = \begin{bmatrix} C_{0N} \\ C_{1N} \\ C_{2N} \\ C_{3N} \\ C_4 \end{bmatrix}.$$

Используя МНК, решение уравнения (3.31) ищем в виде

$$\hat{\mathbf{C}}_N = (\mathbf{A}_N^T \mathbf{A}_N)^{-1} \mathbf{A}_N^T \mathbf{\Omega}_N.
\tag{3.32}$$

Таким образом, проведя $2n$ (минимум десять) измерений угловой скорости стола и проведя вычисления по формулам (3.27) и (3.32), мы получим численные значения коэффициентов Фурье (3.24) и (3.29).

Покажем, как определить искомые параметры дрейфа гироскопа через известные оценки коэффициентов Фурье. Составим таблицу из полученных коэффициентов Фурье табл.3.1:

Таблица 3.1. Формулы для коэффициентов Фурье. Схема испытаний I в режиме одноосного гиросtabilизатора.

$\hat{C}_{0S} = \omega_0 + k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi +$ $+ k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$ $\hat{C}_{1S} = -(k_x g + k_{zx} g^2 \sin \varphi) \cos \varphi;$ $\hat{C}_{2S} = [k_y g + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi] \cos \varphi;$ $\hat{C}_{3S} = -k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$ $\hat{C}_4 = k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.$	$\hat{C}_{0N} = \omega_0 - k_z g \sin \varphi + k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi +$ $+ k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$ $\hat{C}_{1N} = (-k_x g + k_{zx} g^2 \sin \varphi) \cos \varphi;$ $\hat{C}_{2N} = [-k_y g + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi] \cos \varphi;$ $\hat{C}_{3N} = k_{yx} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.$ $\hat{C}_4 = k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi.$
---	---

- 1) Найдем ω_0 . Для этого сложим \hat{C}_{0N} и \hat{C}_{0S} :

$$\hat{C}_{0N} + \hat{C}_{0S} = 2\omega_0 + 2k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi.$$

Отсюда находим ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{2} (\hat{C}_{0N} + \hat{C}_{0S}) - k_{zy} g^2 \sin^2 \varphi - k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \quad (3.33)$$

Последнее слагаемое равно \hat{C}_4 . Кроме того, в силу симметрии подшипников ротора гироскопа $\kappa_{yz} = \kappa_{zy}$, тогда $k_{yz} = -k_{zy}$.

Тогда получим

$$\omega_0 = \frac{1}{2} (\hat{C}_{0N} + \hat{C}_{0S}) + (2tg^2\varphi - 1)\hat{C}_4. \quad (3.34)$$

- 2) Найдем k_z . Для этого вычтем \hat{C}_{0N} из \hat{C}_{0S} :

$$\hat{C}_{0S} - \hat{C}_{0N} = 2k_z g \sin \varphi.$$

Отсюда находим k_z :

$$k_z = \frac{1}{2g \sin \varphi} (\hat{C}_{0S} - \hat{C}_{0N}). \quad (3.35)$$

- 3) Найдем k_y . Для этого вычтем \hat{C}_{2N} из \hat{C}_{2S} :

$$\hat{C}_{2S} - \hat{C}_{2N} = 2k_y g \cos \varphi.$$

Теперь

$$k_y = \frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{2S} - \hat{C}_{2N}). \quad (3.36)$$

- 4) Найдем $k_{yy} - k_{zz}$. Для этого сложим \hat{C}_{2N} и \hat{C}_{2S} :

$$\hat{C}_{2N} + \hat{C}_{2S} = 2(k_{yy} - k_{zz}) g^2 \sin \varphi \cos \varphi.$$

Теперь

$$k_{yy} - k_{zz} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{2N} + \hat{C}_{2S}). \quad (3.37)$$

- 5) Аналогично найдем k_x . Для этого сложим \hat{C}_{1N} и \hat{C}_{1S} :
- $$\hat{C}_{1N} + \hat{C}_{1S} = -2k_x g \cos \varphi.$$

$$\text{Тогда } k_x = -\frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{1N} + \hat{C}_{1S}). \quad (3.38)$$

- 6) Найдем k_{zx} . Для этого вычтем \hat{C}_{1N} и \hat{C}_{1S} :
- $$\hat{C}_{1N} - \hat{C}_{1S} = 2k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi.$$

Откуда

$$k_{zx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{1N} - \hat{C}_{1S}). \quad (3.39)$$

- 7) Коэффициент k_{yx} можно найти из четвертых уравнений системы:

$$k_{yx} = -\frac{2\hat{C}_{3S}}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad \text{или} \quad k_{yx} = \frac{2\hat{C}_{3N}}{g^2 \cos^2 \varphi}. \quad (3.40)$$

- 8) Коэффициент k_{yz} можно найти из пятых уравнений системы:

$$k_{yz} = \frac{2\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi}. \quad (3.41)$$

- 9) Так как $k_{zy} = -k_{yz}$, то

$$k_{zy} = -\frac{2\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi}. \quad (3.42)$$

Итак, полученные формулы (3.33)-(3.42) позволяют определить искомые параметры дрейфа гироскопа.

Для каждой совокупности данных испытаний гироскопа, входная ось которого параллельна земной оси (одна совокупность может быть получена за полный оборот стола вокруг входной оси, направленной на север, другая – за полный оборот стола вокруг входной оси, направленной на юг), можно определить набор коэффициентов Фурье, а затем коэффициенты дрейфа гироскопа [32]. Сравнение коэффициентов, полученных для разных данных, позволяет оценить разброс коэффициентов и судить о точности гироскопа. Изменение коэффициентов дрейфа, определенных спустя несколько дней или недель, свидетельствует об их нестабильности во времени. Если эта нестабильность велика, требуется дополнительная механическая регулировка для стабильности ω_0 , k_z и k_y . Однако, k_x и коэффициенты податливости являются конструктивными параметрами прибора, которые не должны меняться, если не происходит существенного ухудшения точности гироскопа, вызванного, например, отказом подшипников ротора или утечкой жидкости.

3.3.2. Схема испытаний II. Входная ось гироскопа вертикальна.

На рис. 3.16 изображена схема установки.

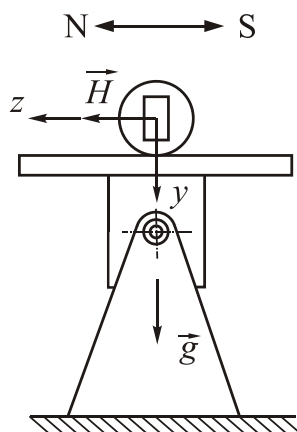


Рис. 3.16. Схема испытаний II. Входная ось гироскопа вертикальна и направлена вниз

Поскольку входная ось гироскопа совпадает с вертикалью места (рис. 3.17), то выходной сигнал гироскопа будет пропорционален

$$\omega_y = \dot{\alpha} - U \sin \varphi. \quad (3.43)$$

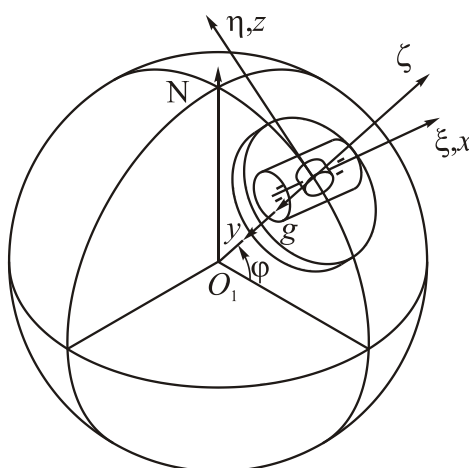


Рис. 3.17. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат для схемы испытаний II. Входная ось гироскопа вертикальна и направлена вниз

На рис. 3.18 схема установки привязана к плоскости меридиана.

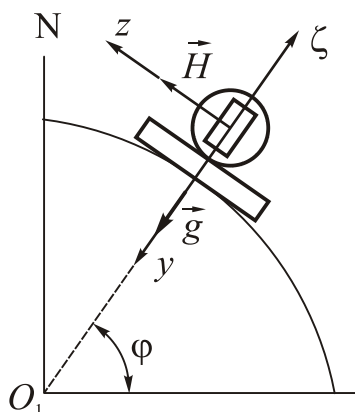


Рис. 3.18. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний II

Благодаря системе стабилизации можно измерить дрейф гироскопа по формуле

$$\omega_y^* = -\dot{\alpha} + U \sin \varphi. \quad (3.44)$$

Напомним, что обработка данных испытаний производится путем сравнения угловой скорости стола за время прохождения углового интервала в 1° или 10° с составляющей угловой скорости вращения Земли. Каждый интервал соответствует одному отсчету времени.

Проекция ускорения \vec{g} примут следующие значения

$$g_x = 0, \quad g_y = g, \quad g_z = 0. \quad (3.45)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\omega_{y\downarrow}^* = \omega_0 + k_z g + k_{zy} g^2. \quad (3.46)$$

Развернем корпус гироскопа на 180° относительно оси Ox . Схема установки показана на рис. 3.19.

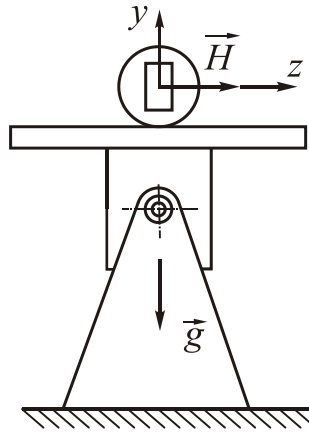


Рис. 3.19. Схема испытаний II. Входная ось гироскопа вертикальна и направлена вверх

Проекция ускорения примут следующие значения

$$g_x = 0, \quad g_y = -g, \quad g_z = 0. \quad (3.47)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\omega_{y\uparrow}^* = \omega_0 - k_z g + k_{zy} g^2. \quad (3.48)$$

Разность дрейфов (3.46) и (3.48) позволяет вычислить k_z :

$$k_z = \frac{\omega_{y\downarrow}^* - \omega_{y\uparrow}^*}{2g}. \quad (3.49)$$

К сожалению, данная схема испытаний позволяет определить только один коэффициент дрейфа.

3.3.3. Схема испытаний III. Входная ось гироскопа горизонтальна

На рис. 3.20 изображена схема установки.

Поскольку входная ось гироскопа совпадает с линией горизонта, то выходной сигнал гироскопа будет пропорционален величине

$$\omega_y = \dot{\alpha} - U \cos \varphi. \quad (3.50)$$

Благодаря системе стабилизации можно измерить дрейф гироскопа по формуле

$$\omega_y^* = -\dot{\alpha} + U \cos \varphi. \quad (3.51)$$

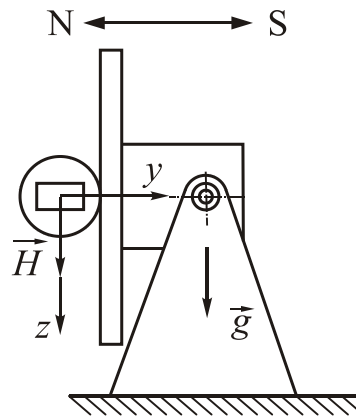


Рис. 3.20. Схема испытаний III. Входная ось гироскопа горизонтальна

На рис. 3.21 схема установки «привязана» к плоскости меридиана.

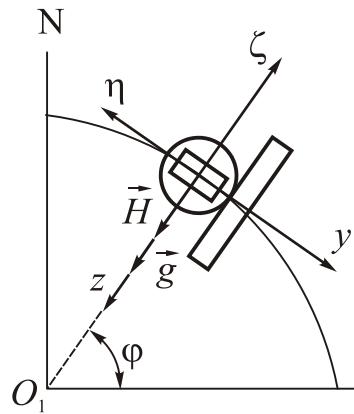


Рис. 3.21. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний III

Проекция \vec{g} на плоскость горизонта равна нулю. С учетом вращения поворотного стола (рис. 3.22), проекции ускорения примут следующие значения

$$g_x = -g \sin \alpha, \quad g_y = 0, \quad g_z = g \cos \alpha. \quad (3.52)$$

После подстановки последних выражений в формулу дрейфа, получим

$$\omega_y^* = \omega_0 + k_{yz} \frac{g^2}{2} - k_x g \sin \alpha + k_y g \cos \alpha - k_{yx} \frac{g^2}{2} \sin 2\alpha + k_{yz} \frac{g^2}{2} \cos 2\alpha. \quad (3.53)$$

Тогда коэффициенты Фурье примут вид

$$\begin{aligned} C_0 &= \omega_0 + k_{yz} \frac{g^2}{2}; & C_1 &= -k_x g; & C_2 &= k_y g; \\ C_3 &= -k_{yx} \frac{g^2}{2}; & C_4 &= k_{yz} \frac{g^2}{2}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

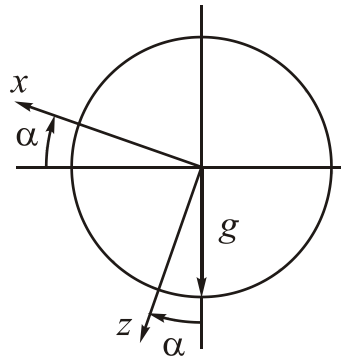


Рис. 3.22. Схема испытаний III. Вид сверху на поворотный стол

Теперь благодаря уравнениям (3.60) можно вычислить искомые параметры дрейфа

$$\begin{aligned} \omega_0 &= C_0 - C_4; \\ k_x &= -\frac{C_1}{g}; k_y = \frac{C_2}{g}; \\ k_{yx} &= \frac{2C_3}{g^2}; k_{yz} = -\frac{2C_4}{g^2}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Для данной схемы испытаний нет смысла вращать корпус гироскопа на 180° - поскольку больше пяти параметров дрейфа не получить.

Итак, первая схема испытаний, когда входная ось гироскопа параллельна оси вращения Земли, является наиболее информативной – позволяет получить все девять коэффициентов модели дрейфа гироскопа. Остальные две схемы испытаний позволяют получить ограниченное число искомых параметров.

3.4. Испытание гироскопа в режиме обратной связи по моменту (режим «электрической пружины»)

Объектом испытаний является двухстепенной гироскоп с обратной связью по моменту (рис. 3.23), уравнение движения которого имеет вид

$$I\ddot{\beta} + f\dot{\beta} + c\beta - H\omega_y = M_x + M_{\text{ДМ}}.$$

Здесь $M_x, M_{\text{ДМ}}$ - моменты помех и датчика момента. Момент помех вызывает дрейф гироскопа

$\omega_y^* = \frac{M_x}{H}$, который следует определить.

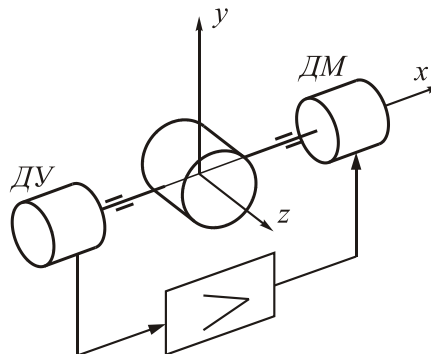


Рис. 3.23. Кинематическая схема двухстепенного гироскопа с обратной связью по моменту

Определим момент датчика момента, который бы компенсировал прецессию гироскопа ($\beta \rightarrow 0$):

$$M_{\text{ДМ}} = -H(\omega_y + \omega_y^*).$$

По величине тока датчика момента и масштабного коэффициента определяют момент, уравновешивающий поплавковый гиросузел и, следовательно, можно определить угловую скорость прецессии гироскопа

$$\omega_y + \omega_y^* = -\frac{M_{\text{ДМ}}}{H}.$$

Если расположить гироскоп так, чтобы его входная ось Oy была перпендикулярна оси вращения Земли ($\omega_y = 0$), то можно определить дрейф гироскопа

$$\omega_y^* = -\frac{M_{\text{ДМ}}}{H}. \quad (3.56)$$

Датчик момента здесь играет роль системы стабилизации, которая компенсирует прецессионное движение гироскопа (собственный дрейф), вызванное моментами помех. Получается, что поворотный стол, который в режиме одноосного гиросtabilизатора компенсировал вращение Земли, здесь как бы не нужен. Нужна площадка, которую можно поворачивать на фиксированные углы для получения пяти или больше значений дрейфа (3.56), которые используются для расчетов коэффициентов дрейфа

$$\omega_0, k_x, k_z, k_y, k_{yx}, k_{yz}, k_{zx}, k_{zy}, k_{yy}, k_{zz}.$$

Наиболее часто используют три схемы испытаний:

- I- выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена сначала на север, а потом на юг;
- II- выходная ось гироскопа вертикальна и направлена сначала вниз, а потом вверх;
- III- выходная ось гироскопа горизонтальна и направлена на север, а входная ось сначала направлена на запад, а потом на восток.

3.4.1. Схема I. Выходная ось гироскопа параллельна земной оси.

Режим обратной связи по моменту наиболее эффективен, когда выходная ось гироскопа параллельна оси стола, а та в свою очередь параллельна земной оси (рис. 3.24). Рассмотрим сначала случай, когда выходная ось направлена на север, а входная ось направлена на восток.

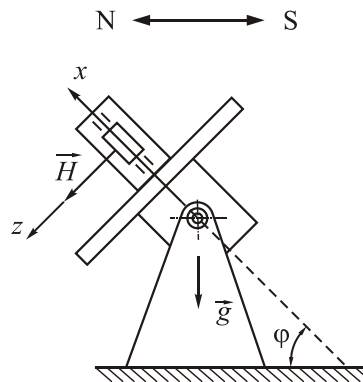


Рис. 3.24. Схема установки для испытаний гироскопа в режиме обратной связи по моменту

Ориентация гироскопа относительно географической системы координат показана на рис. 3.25.

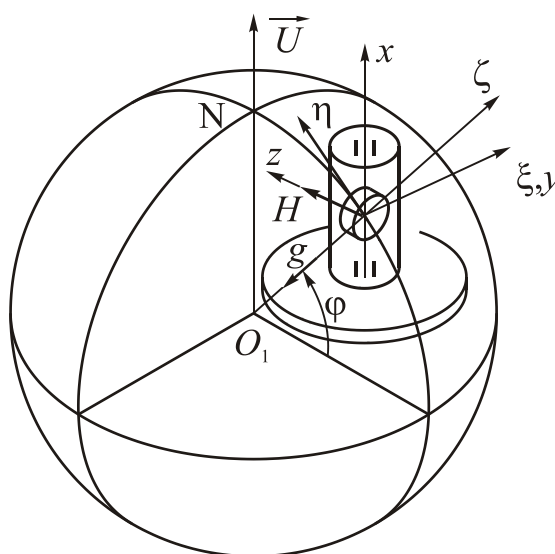


Рис. 3.25. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат для схемы I. Выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена на север

Для нахождения проекций ускорения корпуса гироскопа воспользуемся рис. 3.26 и рис. 3.27.

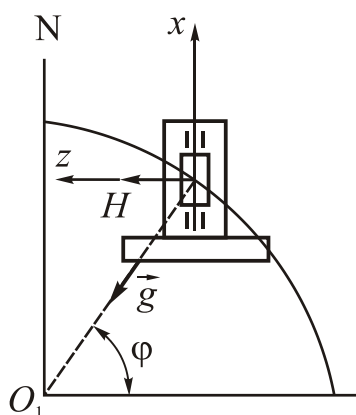


Рис. 3.26. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний I

Чтобы получить проекции \vec{g} на оси Oy и Oz надо учесть поворот стола. Вид сверху на поворотный стол изображен на рис. 3.27.

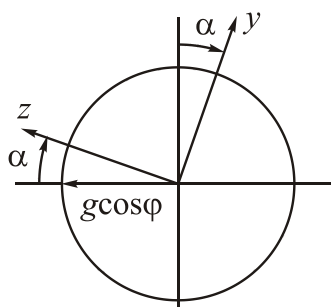


Рис. 3.27. Схема испытаний I. Вид сверху на поворотный стол

Итак, имеем

$$\begin{aligned} g_x &= -g \sin \varphi; \\ g_y &= -g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Подставим выражения (3.57) в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi - k_z g \cos \varphi \sin \alpha + k_y g \cos \varphi \cos \alpha - \\ &- k_{yx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \cos \alpha + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \sin \alpha + k_{zy} g^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha - \\ &-(k_{yy} - k_{zz}) g^2 \cos^2 \varphi \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

С учетом того, что

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha), \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha),$$

можно преобразовать последнее выражение к виду

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi + (k_{zy} + k_{yz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ &+ (-k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ &+ [k_y g \cos \varphi - k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi] \cos \alpha + \\ &+ (k_{zz} - k_{yy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.58)$$

В общем виде разложение дрейфа гироскопа в ряд Фурье имеет вид (3.23). Сравнивая выражения (3.58) и (3.23), получим значения коэффициентов Фурье:

$$\begin{aligned} C_{0N} &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1N} &= -k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\ C_{2N} &= k_y g \cos \varphi - k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\ C_{3N} &= (k_{zz} - k_{yy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Здесь индекс «N» означает, что выходная ось гироскопа направлена на север.

Переходом к коэффициентам Фурье, мы перешли от девяти неизвестных параметров дрейфа гироскопа (3.17) к пяти неизвестным C_0, C_1, \dots, C_4 уравнения (3.23). По величине тока датчика момента измеряют дрейф гироскопа (3.56). Необходимо сделать n (минимум пять) измерений ω_y^* для разных α_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а затем, используя метод наименьших квадратов в матричной форме, определить искомые коэффициенты Фурье (3.59).

Выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена на юг.

Развернем гироскоп на поворотном столе на 180° относительно оси Oz так, как показано на рис. 3.28

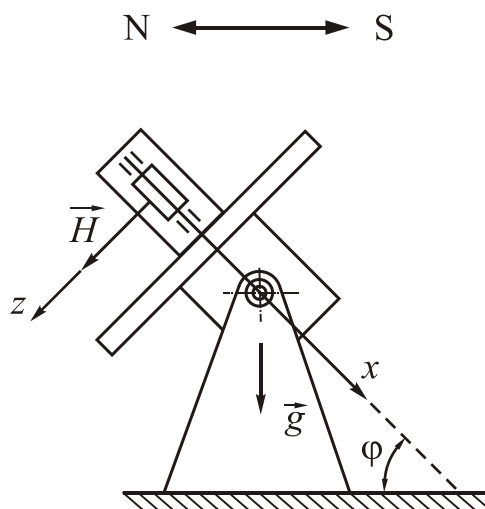


Рис. 3.28. Схема I. Выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена на юг

Ориентация гироскопа относительно географической системы координат показана на рис. 3.29.

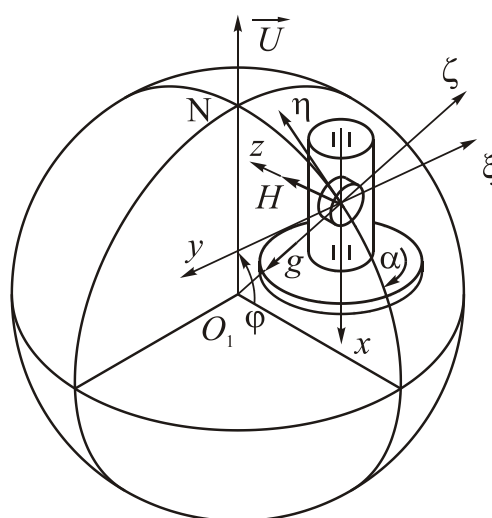


Рис. 3.29. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат

Для нахождения проекций ускорения корпуса гироскопа воспользуемся рис. 3.30 и рис. 3.31 .

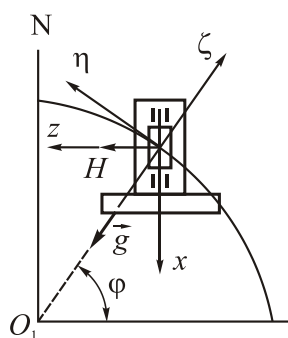


Рис. 3.30. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний I

Тогда, имеем

$$\begin{aligned} g_x &= g \sin \varphi; \\ g_y &= g \cos \varphi \sin \alpha; \\ g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.60)$$

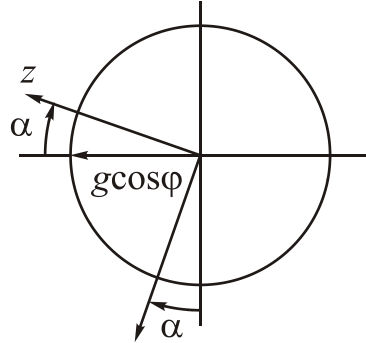


Рис. 3.31. Схема испытаний I. Вид сверху на поворотный стол

Подставим выражения (3.60) в формулу дрейфа гироскопа (3.17)

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + k_z g \cos \varphi \sin \alpha + k_y g \cos \varphi \cos \alpha + \\ &+ k_{yx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \cos \alpha + k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi \sin \alpha + k_{zy} g^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + (k_{yy} - k_{zz}) g^2 \cos \varphi \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Опуская промежуточные преобразования, получим

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + (k_{zy} + k_{yz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ &+ (k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi) \sin \alpha + \\ &+ [k_y g \cos \varphi + k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi] \cos \alpha + \\ &+ (k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Сравнивая выражение (3.61) и (3.23), получим значения коэффициентов Фурье:

$$\begin{aligned} C_{0S} &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1S} &= k_z g \cos \varphi + k_{zx} g^2 \cos \varphi \sin \varphi; \\ C_{2S} &= k_y g \cos \varphi + k_{yx} g^2 \sin \varphi \cos \varphi; \\ C_{3S} &= (k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= (k_{yz} - k_{zy}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Отметим, что в силу симметрии подшипников ротора гиromотора $K_{yz} = K_{zy}$, тогда $k_{yz} = -k_{zy}$ и $C_{0S} = \omega_0 + k_x g \sin \varphi$.

По величине тока датчика момента измеряют дрейф гироскопа (3.56). Необходимо сделать n (минимум пять) измерений ω_y^* для разных α_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а затем, снова используя метод наименьших квадратов в матричной форме, определить искомые коэффициенты Фурье (3.62).

Таким образом, проведя десять измерений дрейфа и проведя соответствующие вычисления, мы получим численные значения коэффициентов Фурье (3.59) и (3.62).

Установим связь между коэффициентами Фурье и коэффициентами дрейфа, для этого составим табл. 3.2:

Таблица 3.2. Формулы для коэффициентов Фурье. Схема испытаний I в режиме обратной связи по моменту.

$\hat{C}_{0S} = \omega_0 + k_x g \sin \varphi;$	$\hat{C}_{0N} = \omega_0 - k_x g \sin \varphi;$
$\hat{C}_{1S} = k_z g \cos \varphi + k_{zx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$	$\hat{C}_{1N} = -k_z g \cos \varphi + k_{zx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$
$\hat{C}_{2S} = k_y g \cos \varphi + k_{yx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$	$\hat{C}_{2N} = k_y g \cos \varphi - k_{yx} \frac{g^2}{2} \sin 2\varphi;$
$\hat{C}_{3S} = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$	$\hat{C}_{3N} = -(k_{yy} - k_{zz}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi;$
$\hat{C}_4 = k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi.$	$\hat{C}_4 = k_{yz} g^2 \cos^2 \varphi.$

С помощью таблицы рассчитаем параметры дрейфа гироскопа:

$$\omega_0 = \frac{1}{2} (\hat{C}_{0S} + \hat{C}_{0N}); \quad (3.63)$$

$$k_x = \frac{1}{2g \sin \varphi} (\hat{C}_{0S} - \hat{C}_{0N}); \quad (3.64)$$

$$k_z = \frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{1S} - \hat{C}_{1N}); \quad (3.65)$$

$$k_{zx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{1S} + \hat{C}_{1N}); \quad (3.66)$$

$$k_{zx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{1S} + \hat{C}_{1N}); \quad (3.67)$$

$$k_y = \frac{1}{2g \cos \varphi} (\hat{C}_{2S} + \hat{C}_{2N}); \quad (3.68)$$

$$k_{yx} = \frac{1}{g^2 \sin 2\varphi} (\hat{C}_{2S} - \hat{C}_{2N}); \quad (3.69)$$

$$k_{yy} - k_{zz} = \frac{2\hat{C}_{3S}}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad \text{или} \quad k_{yy} - k_{zz} = -\frac{2\hat{C}_{3N}}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad (3.70)$$

Так как $k_{yz} = -k_{zy}$, то

$$k_{yz} = \frac{\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi}, \quad k_{zy} = -\frac{\hat{C}_4}{g^2 \cos^2 \varphi} \quad (3.71)$$

Итак, по формулам (3.63)-(3.71) удается вычислить все девять коэффициентов дрейфа гироскопа.

3.4.2. Схема испытаний II. Выходная ось гироскопа вертикальна

На рис. 3.32 изображена схема установки.

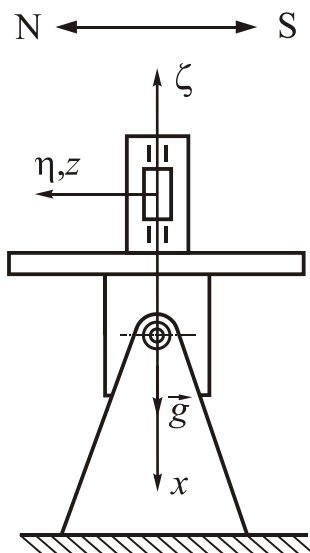


Рис. 3.32. Схема испытаний II. Выходная ось гироскопа вертикальна и направлена вниз

Ориентация гироскопа относительно географической системы координат показана на рис. 3.33.

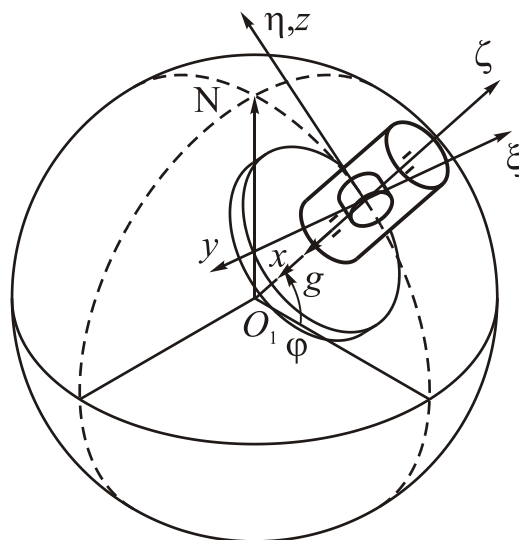


Рис. 3.33. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат

Привязка установки к плоскости меридиана показана на рис. 3.34.

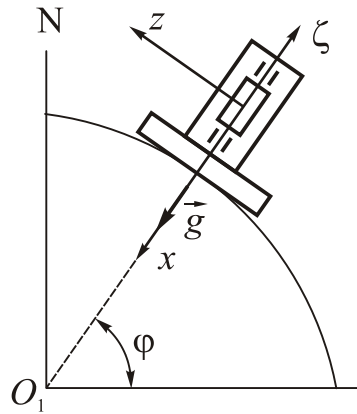


Рис. 3.34. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний II

Проекции ускорения корпуса гироскопа примут следующие значения:

$$g_x = g, \quad g_y = 0, \quad g_z = 0.$$

Подставим данные значения в формулу дрейфа (3.17):

$$\omega_{y\downarrow}^* = \omega_0 + k_x g.$$

Развернем корпус гироскопа на 180° вокруг оси oz . Схема установки показана на рис. 3.35. Теперь выходная ось направлена вверх, а входная ось – на восток.

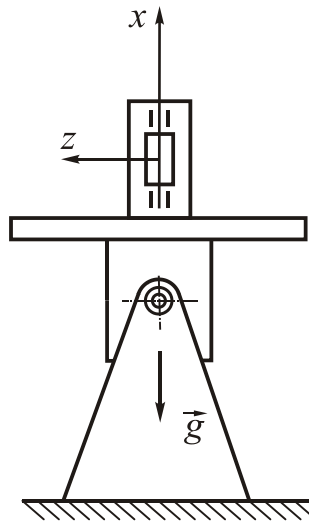


Рис. 3.35. Схема испытаний II. Выходная ось гироскопа вертикальна и направлена вверх

Проекции ускорения корпуса гироскопа примут следующие значения

$$g_x = -g, \quad g_y = 0, \quad g_z = 0.$$

Подставим данные значения в формулу дрейфа (3.17):

$$\omega_{y\uparrow}^* = \omega_0 - k_x g.$$

Используя новые выражения для дрейфов, получим формулы только для двух коэффициентов дрейфа:

$$\omega_0 = \frac{\omega_{y\downarrow}^* + \omega_{y\uparrow}^*}{2}; \quad k_x = \frac{\omega_{y\downarrow}^* - \omega_{y\uparrow}^*}{2g}. \quad (3.72)$$

3.4.3. Схема испытаний III. Выходная ось гироскопа горизонтальна

На рис. 3.36 изображена схема установки. Ось кинетического момента направлена вверх по вертикали.

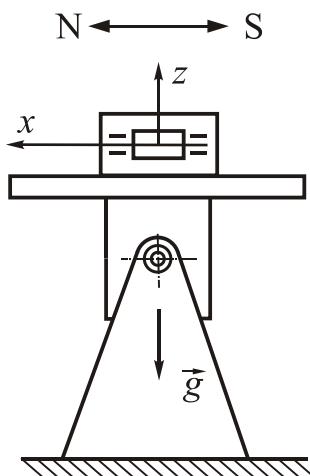


Рис. 3.36. Схема испытаний III. Выходная ось гироскопа горизонтальна, а входная ось направлена на запад

Ориентация гироскопа относительно географической системы координат показана на рис. 3.37.

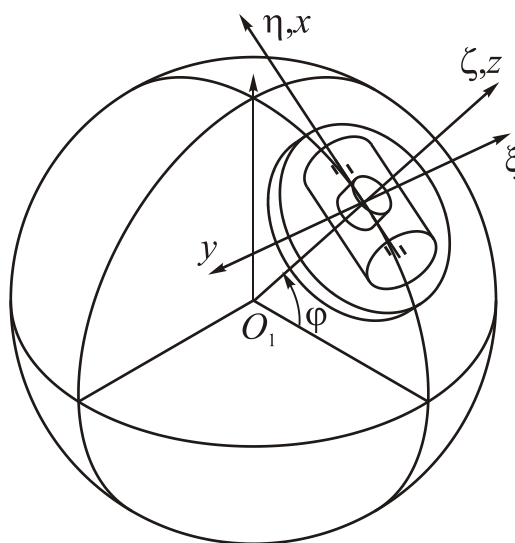


Рис. 3.37. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат

Привязка установки к плоскости меридиана показана на рис. 3.38. Проекция ускорения корпуса гироскопа примут следующие значения:

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = -g.$$

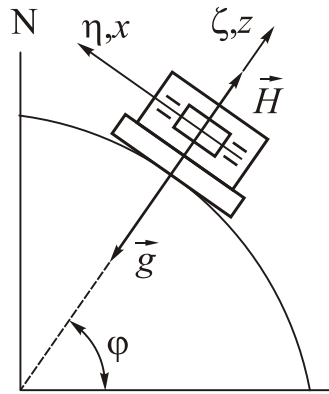


Рис. 3.38. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний III

Подставим данные значения в формулу дрейфа (3.17):

$$\omega_{yW}^* = \omega_0 - k_y g + k_{yz} g^2.$$

Развернем корпус гироскопа на 180° вокруг оси ox . На рис. 3.39 изображена схема установки. Теперь ось кинетического момента направлена вниз, а входная ось – на восток.

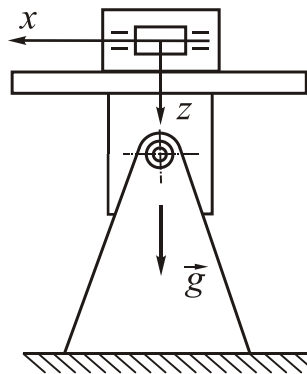


Рис. 3.39. Схема испытаний III. Выходная ось гироскопа горизонтальна, а входная ось направлена на восток

Проекции ускорения корпуса гироскопа примут следующие значения

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = g.$$

Подставим данные значения в формулу дрейфа (3.17):

$$\omega_{yE}^* = \omega_0 + k_y g + k_{yz} g^2.$$

Используя полученные выражения дрейфов, получим формулы для других двух коэффициентов дрейфа:

$$k_y = \frac{\omega_{yE}^* - \omega_{yW}^*}{2g}; \quad k_{yz} = \frac{\omega_{yE}^* + \omega_{yW}^* - \omega_0}{2g^2} - \frac{\omega_0}{g^2}. \quad (3.73)$$

Здесь ω_0 считается известным из предыдущего испытания.

Таким образом, схемы испытаний II и III позволяют определить лишь часть коэффициентов дрейфа гироскопа.

Отметим, что режим обратной связи по моменту еще называют режимом «электрической пружины», а направление вдоль оси вращения Земли по-другому называют направлением на Полярную звезду.

При испытаниях гироскопа в режиме обратной связи по моменту, как и в режиме одноосного гиросtabilизатора, необходима точная выставка гироскопа в плоскости меридиана. Для точной начальной выставки используют теодолит или наземный гироскопас.

Если гироскоп меняет ориентацию в процессе испытаний, то неперпендикулярность его входной оси и оси стола приведет к искажению данных, так как гироскоп будет реагировать на вращение стола. Аналогично неточная выставка стола приведет к ошибкам, поскольку гироскоп будет реагировать на вращение Земли.

3.5. Испытания гироскопов на центрифуге

Целью испытаний гироскопов на центрифуге является исследование выходных сигналов и дрейфов гироскопов при больших ускорениях, а также определение способности гироскопов противостоять длительным либо короткодействующим ускорениям во включенном (рабочем), либо выключенном (нерабочем) состоянии [66].

Данные испытания обычно принадлежат заключительной серии испытаний гироскопов и могут привести к разрушению приборов. Особенно это относится к испытаниям по исследованию допустимых диапазонов ускорений безопасной эксплуатации.

При установке гироскопов на центрифугу следует внимательно и точно выставлять оси гироскопа, так чтобы во-первых, вращение центрифуги не вызывало прецессии гироскопа, и во-вторых, чтобы максимальная угловая скорость центрифуги не превышала допустимой входной угловой скорости гироскопа. Если же целью испытаний является исследование именно такого направления вектора ускорения, при котором вращение центрифуги вызывает прецессию гироскопа, тогда последний устанавливают в дополнительную вращательную установку, которую размещают на центрифуге. Эта вращательная установка парирует вращение центрифуги и прецессия гироскопа не возникает.

Испытания на центрифуге проводят, как правило, в режиме обратной связи по моменту.

Цель данных испытаний – изучение влияния перегрузок (больших ускорений) на работоспособность прибора и определение коэффициентов дрейфа при действии перегрузок.

Рассмотрим схему испытаний, при которой входная ось перпендикулярна оси вращения центрифуги, а выходная ось параллельна оси вращения центрифуги и направлена вверх (рис. 3.40).

При постоянной угловой скорости вращения центрифуги $\omega = const$ величина центростремительного ускорения определяется по формуле

$$w'' = \omega^2 R, \quad (3.80)$$

где ω - угловая скорость вращения центрифуги, R - расстояние от оси вращения до центра масс гироскопа. Величину центростремительного ускорения задают, регулируя ω и R .

Пусть $w'' = 10g$. В табл.3.3 приведены результаты вычисленной угловой скорости центрифуги для различного радиуса.

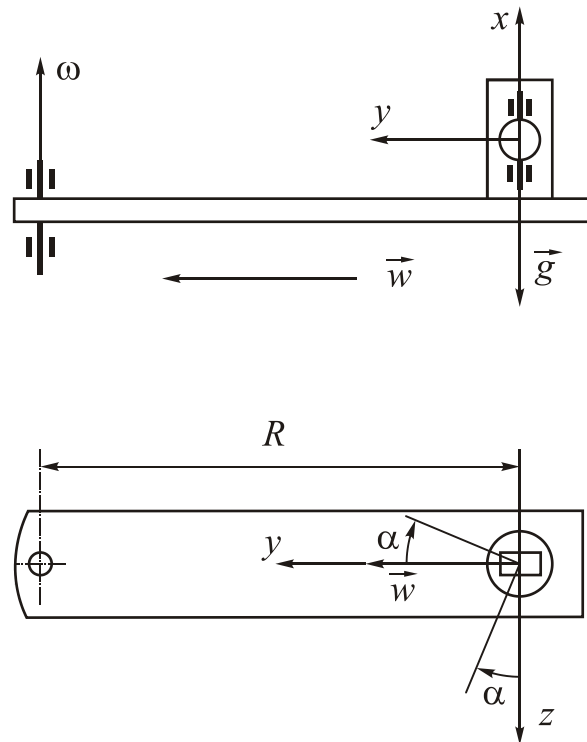


Рис. 3.40. Схема испытаний, при которой входная ось перпендикулярна оси вращения центрифуги, а выходная ось параллельна оси вращения центрифуги и направлена вверх

Таблица 3.3. Угловая скорость центрифуги для различного радиуса R

R , м	1	5	10
ω , об/мин	100	42	30

Найдем проекции кажущегося ускорения корпуса гироскопа:

$$a_x = w_x^H - g_x, \quad a_y = w_y^H - g_y, \quad a_z = w_z^H - g_z.$$

С учетом поворота корпуса гироскопа на угол α (рис. 3.40), получим

$$\begin{aligned} w_x^H &= 0; & g_x &= -g; & a_x &= g; \\ w_y^H &= w^H \cos \alpha; & g_y &= 0; & a_y &= w^H \cos \alpha; \\ w_z^H &= w^H \sin \alpha; & g_z &= 0; & a_z &= w^H \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.81)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g + k_z w^H \cos \alpha + k_y w^H \sin \alpha + k_{yx} g w^H \sin \alpha + k_{yz} (w^H)^2 \sin^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} g w^H \cos \alpha + k_{zy} (w^H)^2 \cos^2 \alpha + (k_{yy} - k_{zz}) (w^H)^2 \sin \alpha \cos \alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned}$$

С учетом того, что

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\alpha), \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

последнее выражение можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \omega_y^* = & \omega_0 + k_x g + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{(w^H)^2}{2} + (k_y + k_{yx} g) w^H \sin \alpha + (k_z + k_{zx} g) w^H \cos \alpha + \\ & + (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2} \sin 2\alpha + (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2} \cos 2\alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned} \quad (3.82)$$

В общем виде разложение дрейфа гироскопа в ряд Фурье имеет вид

$$\omega_y^* = C_0 + C_1 \sin \alpha + C_2 \cos \alpha + C_3 \sin 2\alpha + C_4 \cos 2\alpha. \quad (3.83)$$

Сравнивая выражения (3.82) и (3.83), получим значения коэффициентов Фурье:

$$\begin{aligned} C_{0\uparrow} &= \omega_0 + k_x g + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{(w^H)^2}{2} + \xi_{\uparrow}; \\ C_{1\uparrow} &= (k_y + k_{yx} g) w^H; \\ C_{2\uparrow} &= (k_z + k_{zx} g) w^H; \\ C_{3\uparrow} &= (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2}; \\ C_{4\uparrow} &= (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2}. \end{aligned} \quad (3.84)$$

Здесь индекс « \uparrow » означает, что выходная ось гироскопа направлена вверх.

Переходом к коэффициентам Фурье, мы перешли от девяти неизвестных параметров дрейфа гироскопа к пяти неизвестным C_0, C_1, \dots, C_4 уравнения (3.83). По величине тока датчика момента измеряют дрейф гироскопа. Необходимо сделать минимум пять измерений ω_y^* для разных α_i^{\uparrow} ($i = 1, 5$), чтобы получить пять значений дрейфа. В общем случае для n измерений будем иметь:

$$\begin{aligned} \omega_{y\uparrow 1} &= C_{0\uparrow} + C_{1\uparrow} \sin \alpha_1^{\uparrow} + C_{2\uparrow} \cos \alpha_1^{\uparrow} + C_{3\uparrow} \sin 2\alpha_1^{\uparrow} + C_{4\uparrow} \cos 2\alpha_1^{\uparrow}; \\ \omega_{y\uparrow 2} &= C_{0\uparrow} + C_{1\uparrow} \sin \alpha_2^{\uparrow} + C_{2\uparrow} \cos \alpha_2^{\uparrow} + C_{3\uparrow} \sin 2\alpha_2^{\uparrow} + C_{4\uparrow} \cos 2\alpha_2^{\uparrow}; \\ &\dots \\ \omega_{y\uparrow n} &= C_{0\uparrow} + C_{1\uparrow} \sin \alpha_n^{\uparrow} + C_{2\uparrow} \cos \alpha_n^{\uparrow} + C_{3\uparrow} \sin 2\alpha_n^{\uparrow} + C_{4\uparrow} \cos 2\alpha_n^{\uparrow} \end{aligned} \quad (3.85)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{\Omega}_{\uparrow} = \mathbf{A}_{\uparrow} \mathbf{C}_{\uparrow}, \quad (3.86)$$

$$\text{где } \mathbf{\Omega}_{\uparrow} = \begin{bmatrix} \omega_{y\uparrow 1} \\ \omega_{y\uparrow 2} \\ \vdots \\ \omega_{y\uparrow n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{\uparrow} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1^{\uparrow} & \cos \alpha_1^{\uparrow} & \sin 2\alpha_1^{\uparrow} & \cos 2\alpha_1^{\uparrow} \\ 1 & \sin \alpha_2^{\uparrow} & \cos \alpha_2^{\uparrow} & \sin 2\alpha_2^{\uparrow} & \cos 2\alpha_2^{\uparrow} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \sin \alpha_n^{\uparrow} & \cos \alpha_n^{\uparrow} & \sin 2\alpha_n^{\uparrow} & \cos 2\alpha_n^{\uparrow} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{\uparrow} = \begin{bmatrix} C_{0\uparrow} \\ C_{1\uparrow} \\ C_{2\uparrow} \\ C_{3\uparrow} \\ C_{4\uparrow} \end{bmatrix}.$$

Решение уравнения (3.86) ищем в виде

$$\hat{C}_{\uparrow} = (\mathbf{A}_{\uparrow}^T \mathbf{A}_{\uparrow})^{-1} \mathbf{A}_{\uparrow}^T \boldsymbol{\Omega}_{\uparrow}. \quad (3.87)$$

Изменим ориентацию гироскопа, повернув прибор на 180° вокруг входной оси. Теперь входная ось перпендикулярна оси вращения центрифуги, а выходная ось параллельна оси вращения центрифуги и направлена вниз (рис. 3.41).

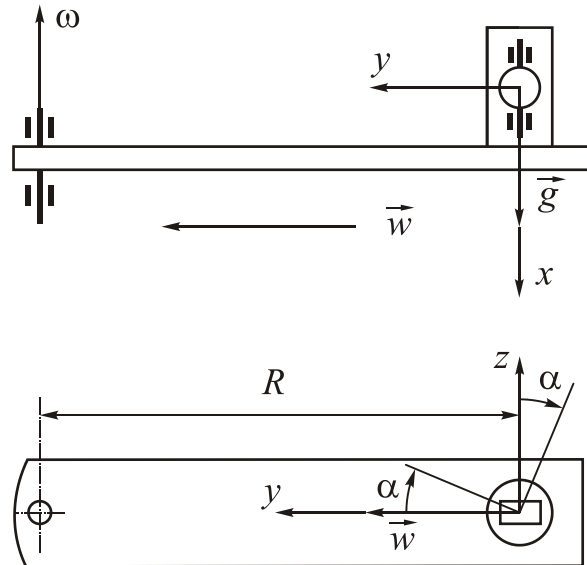


Рис. 3.41. Схема испытаний, при которой входная ось перпендикулярна оси вращения центрифуги, а выходная ось параллельна оси вращения центрифуги и направлена вниз

Проекции линейного ускорения корпуса гироскопа в данном случае примут вид:

$$\begin{aligned} w_x^H &= 0; & g_x &= g; & a_x &= -g; \\ w_y^H &= w^H \cos \alpha; & g_y &= 0; & a_y &= w^H \cos \alpha; \\ w_z^H &= -w^H \sin \alpha; & g_z &= 0; & a_z &= -w^H \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.88)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g + k_z w^H \cos \alpha - k_y w^H \sin \alpha + k_{yx} g w^H \sin \alpha + k_{yz} (w^H)^2 \sin^2 \alpha - \\ &- k_{zx} g w^H \cos \alpha + k_{zy} (w^H)^2 \cos^2 \alpha - (k_{yy} - k_{zz}) (w^H)^2 \sin \alpha \cos \alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned}$$

Можно преобразовать последнее выражение к виду

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g + (k_{yz} + k_{zy}) \frac{(w^H)^2}{2} - (k_y + k_{yx} g) w^H \sin \alpha + (k_z + k_{zx}) w^H \cos \alpha - \\ &- (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2} \sin 2\alpha + (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2} \cos 2\alpha + \xi_{\uparrow}. \end{aligned}$$

(3.89)

Тогда коэффициенты Фурье примут вид:

Таблица 3.4. Формулы для оценок коэффициентов Фурье.

$\hat{C}_{0\uparrow} = \omega_0 + k_x g;$	$\hat{C}_{0\downarrow} = \omega_0 - k_x g;$
$\hat{C}_{1\uparrow} = (k_y + k_{yx} g) w^H;$	$\hat{C}_{1\downarrow} = (-k_y + k_{yx} g) w^H;$
$\hat{C}_{2\uparrow} = (k_z + k_{zx} g) w^H;$	$\hat{C}_{2\downarrow} = (k_z - k_{zx} g) w^H;$
$\hat{C}_{3\uparrow} = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2};$	$\hat{C}_{3\downarrow} = -(k_{yy} - k_{zz}) \frac{(w^H)^2}{2};$
$\hat{C}_4 = (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2}.$	$\hat{C}_4 = (k_{zy} - k_{yz}) \frac{(w^H)^2}{2}.$

Используя полученную таблицу, получим выражения искомых параметров дрейфа гироскопа:

$$\omega_0 = \frac{1}{2} (\hat{C}_{0\uparrow} + \hat{C}_{0\downarrow}); \quad (3.94)$$

$$k_x = \frac{1}{2g} (\hat{C}_{0\uparrow} - \hat{C}_{0\downarrow}); \quad (3.95)$$

$$k_y = \frac{1}{2w} (\hat{C}_{1\uparrow} - \hat{C}_{1\downarrow}); \quad (3.96)$$

$$k_{yx} = \frac{1}{2gw} (\hat{C}_{1\uparrow} + \hat{C}_{1\downarrow}); \quad (3.97)$$

$$k_z = \frac{1}{2w} (\hat{C}_{2\uparrow} + \hat{C}_{2\downarrow}); \quad (3.98)$$

$$k_{zx} = \frac{1}{2gw} (\hat{C}_{2\uparrow} - \hat{C}_{2\downarrow}); \quad (3.99)$$

$$k_{yy} - k_{zz} = \frac{2\hat{C}_{3\uparrow}}{w^2} \quad \text{или} \quad k_{yy} - k_{zz} = -\frac{2\hat{C}_{3\downarrow}}{w^2}; \quad (3.100)$$

$$k_{yz} = -\frac{\hat{C}_4}{w^2}; \quad (3.101)$$

$$k_{zy} = \frac{\hat{C}_4}{w^2}. \quad (3.102)$$

Итак, с помощью формул (3.94)-(3.102) удастся вычислить все девять коэффициентов дрейфа гироскопа при испытании на центрифуге.

Центрифуга (угловая скорость вращения) оказывает нежелательное воздействие на гироскоп - при положении входной оси гироскопа перпендикулярном оси вращения центрифуги появляется гироскопический момент, который компенсируется датчиком момента. При этом данный момент значительно превосходит по уровню момент, вызванный неравножесткостью или разбалансировкой ротора гироскопа, который необходимо измерить в результате испытаний. Таким образом, возникает проблема в разделении «полезно-

го» сигнала (ток в цепи датчика момента пропорционален моменту от неравножесткости) и «помехи» от угловой скорости центрифуги.

Один из способов компенсации воздействия, обусловленного вращением центрифуги, состоит в уменьшении кинетического момента гироскопа путем снижения скорости вращения ротора [32]. Но при этом могут измениться коэффициенты неравножесткости. Второй способ заключается в установке противовращающейся платформы на конце плеча центрифуги, с тем чтобы суммарная угловая скорость, действующая на гироскоп, была равна нулю.

3.6. Электромагнитные испытания гироскопов

Целью данных испытаний является изучение и измерение каких-либо влияний, которые могут оказывать внешние магнитные поля на уходы гироскопа. Данные испытания проводят методом тестовых поворотов в режиме обратной связи по моменту или в режиме одноосного гиросtabilизатора, с добавлением пары катушек Гельмгольца, которые располагают таким образом, чтобы вектор напряженности магнитного поля был расположен вдоль или перпендикулярно оси чувствительности гироскопа.

Вначале проводят испытания гироскопа при его определенной географической ориентации и при выключенных магнитных катушках. Затем аналогичные испытания повторяют при подаче электропитания на катушки. Обычно, полная серия измерений выполняется для различных ориентаций магнитного поля по отношению к осям гироскопа для определения максимального влияния. Как правило, гироскоп во время проведения испытаний не выключают, чтобы исключить влияние эффекта «ВКЛ-ВЫКЛ» и также гироскопу дают войти в установившееся состояние перед записью первой серии измерений. Записанные данные анализируются для определения среднего значения дрейфа для каждой серии испытаний. Сравнивают значения среднего дрейфа при отсутствии и наличии магнитного поля для каждой его ориентации с целью определения амплитуды или какой-либо зависимости дрейфа от величины и ориентации магнитного поля. Типичная чувствительность гироскопа показана на рис. 3.42 [66].

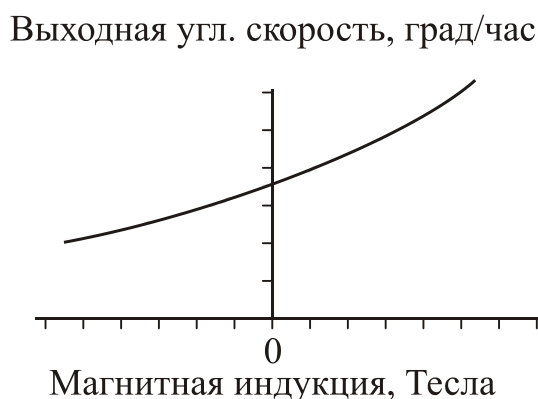


Рис. 3.42. Типичная чувствительность гироскопа при электромагнитных испытаниях

3.7. Вибрационные испытания гироскопов

Как правило, вибрационные испытания являются последней серией испытаний гироскопа, поскольку они потенциально опасны из-за высокого риска разрушения прибора.

Настоятельно рекомендуется [66] исследовать собственные частоты колебаний монтажного приспособления, которое используется для крепления гироскопа на вибративном столе, до проведения каких-либо испытаний на случайную вибрацию. Это позволит исключить влияние резонансов монтажного приспособления на усиление входного ускорения.

Обычно при проведении вибрационных испытаний преследуют четыре цели:

1. Исследование АЧХ датчика и его резонансных частот;
2. Определение дрейфов из-за неравножесткости или дрейфов, зависящих от g^2 ;
3. Изучение надежности и ресурса гироскопа в условиях воздействия вибрации. При этом датчик может либо находиться в рабочем состоянии (испытания на виброустойчивость - способность изделия сохранять работоспособность в условиях воздействия вибрации), либо быть выключенным (испытания на вибропрочность - способность изделия сохранять работоспособность после воздействия вибрации);
4. Оценка изменения шумовых параметров выходного сигнала гироскопа в зависимости от вида вибрации.

Для вибрационных испытаний используют электродинамические вибростенды, которые позволяют создавать различные виды вибрационных воздействий (гармоническая, полигармоническая, случайная вибрация). Стол вибратора может совершать либо вертикальные, либо горизонтальные колебания.

В случае испытаний на гармоническую вибрацию, стол вибростенда совершает гармонические колебания определенной амплитуды ускорения и в определенной полосе частот.

В случае испытаний на случайную вибрацию, задается спектральная плотность виброускорения и ширина полосы частот вибрации.

В процессе проведения виброиспытаний с использованием электродинамического вибростенда, возможно использование электромагнитных катушек или колец, снижающих влияние электромагнитного поля (degaussing coils – *англ.*), так как вибратор генерирует очень значительное магнитное поле. Как показывают испытания на магнитную чувствительность, это поле может вызывать дрейф гироскопа.

Исследование АЧХ.

Первую серию испытаний следует провести при низком уровне ускорения и включенном гироскопе, чтобы определить резонансы датчика и частоты таких резонансов. Это даст возможность исследованиям в дальнейшем уберечь датчик от разрушения. Гироскоп соответственно ориентируется и жестко крепится к столу вибростенда. Во время таких испытаний вибродатчик (миниатюрный акселерометр) крепится к испытываемому гироскопу или к его монтажному приспособлению, для измерения ускорения с которым движется гироскоп. Вибростенд работает в режиме обратной связи, чтобы обеспечить требуемый уровень виброускорения. Как правило, выбирают режим гармонической вибрации с максимальной величиной виброускорения $1 g$. Частота вибрации медленно меняется от нескольких герц до верхнего предела, обычно 10 kHz . Такой режим испытаний часто называют методом «качающейся или плавающей частоты» (sine sweep). В течение такого «качания» выходной сигнал гироскопа постоянно измеряется для того, чтобы найденные таким способом резонансы не вызвали поломки гироскопа, а частоты резонанса были зафиксированы. Эти испытания могут быть повторены для других ориентаций гироскопа, чтобы определить свободные от резонансов частотные диапазоны.

Определение дрейфов из-за неравножесткости упругого подвеса гироскопа.

Испытания проводят на воздействие горизонтальной и вертикальной вибрации.

Испытания механических гироскопов проводят в режиме обратной связи по моменту. Гироскоп обычно его закрепляют так, чтобы ось чувствительности была перпендикулярна оси вращения Земли. Гироскоп испытывают для того, чтобы определить среднее значение дрейфа для данной ориентации за определенный период времени. Гармоническая вибрация, действующая на гироскоп, задается с частотой значительно удаленной от частоты резонансов, которые определены методом «качающейся частоты». Испытания проводят для выбранного заранее уровня виброускорения и выходной сигнал гироскопа фиксируют за период колебаний обычно в течение десятков минут. Такие испытания повторяют при разных амплитудах и разных фиксированных частотах.

Испытания на надежность и ресурс гироскопа

Для испытаний с целью определения срока службы (ресурса), живучести и соприемлемости датчика обычно используют случайную вибрацию. Испытания проводят как описано выше, но частота и амплитуда постоянно изменяется по случайному закону, спектр которого ограничен по частоте определенной шириной (полосой), а амплитуда – величиной спектральной плотности. Данная спектральная плотность определяет максимальное ускорение, с которым движется датчик, закрепленный на столе вибростенда.

В зависимости от сферы применения испытываемого датчика, гироскоп может находиться во включенном (рабочем) или выключенном (нерабочем) состоянии. Если, например, исследуется чувствительность к повреждениям во время транспортировки, то датчик подвергают действию вибрации в течение недель или месяцев в нерабочем состоянии. В этом случае датчик должен быть паспортизован до и после испытаний, чтобы установить какие-либо изменения в своем поведении. Если же исследуется датчик, устанавливаемый на тактических ракетах, на участке полета, когда значительны динамические воздействия, датчик должен быть во включенном состоянии, но время действия вибрации должно быть коротким, например 10с или еще меньше. Выходной сигнал гироскопа должен быть записан до и после проведения таких виброиспытаний для установления значения каких-либо наблюдаемых изменений в поведении датчика.

3.7.1. Определение дрейфов из-за неравножесткости.

Случай горизонтальной вибрации

Остановимся на определении коэффициентов неравножесткости двухстепенного гироскопа, пропорциональных g^2 . Рассмотрим случай горизонтальной гармонической вибрации $w^g = w_m \sin \omega t$.

На рис. 3.43 изображена схема установки. Здесь 1 - гироскоп, 2 - пьезодатчик, 3 - стол с направляющими или салазками, 4 - вибростенд, 5 - технологическая призма или поворотный стол.

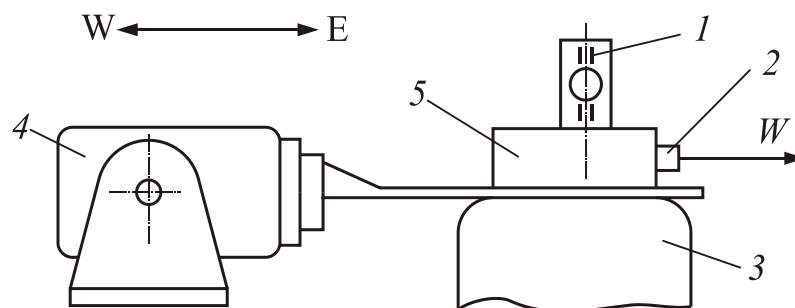


Рис. 3.43. Схема установки испытаний гироскопа при горизонтальной вибрации

Рассмотрим схему I, когда выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена на север, а входная ось – на восток (рис. 3.44).

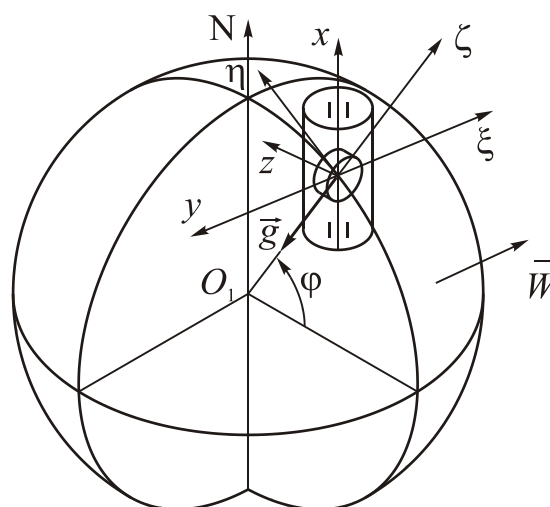


Рис. 3.44. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат при горизонтальной вибрации

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки будет иметь вид, представленный на рис. 3.45.

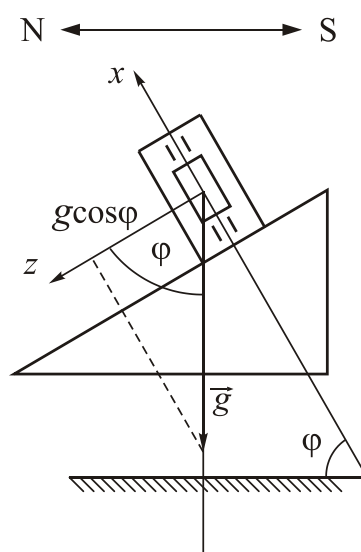


Рис. 3.45. Расположение установки в плоскости меридиана

Найдем проекции кажущегося ускорения корпуса гироскопа:

$$a_x = w_x^{\delta} - g_x, \quad a_y = w_y^{\delta} - g_y, \quad a_z = w_z^{\delta} - g_z. \quad (3.103)$$

С учетом поворота корпуса гироскопа на угол α (рис. 3.46), получим

$$\begin{aligned} w_x^{\delta} &= 0; & g_x &= -g \sin \varphi; & a_x &= g \sin \varphi; \\ w_y^{\delta} &= w^{\delta} \cos \alpha; & g_y &= -g \cos \varphi \sin \alpha; & a_y &= w^{\delta} \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha; \\ w_z^{\delta} &= w^{\delta} \sin \alpha; & g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha; & a_z &= w^{\delta} \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.104)$$

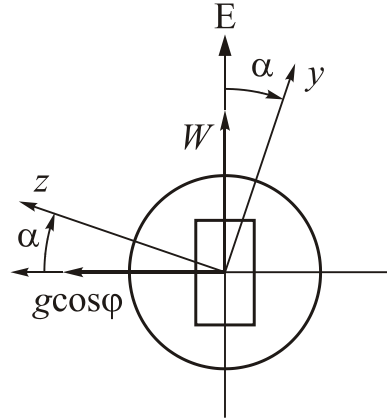


Рис. 3.46. Схема испытаний на горизонтальную вибрацию.
Вид сверху на поворотный стол

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 + k_x g \sin \varphi + k_z (w^{\delta} \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + \\ &+ k_y (w^{\delta} \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) + k_{yx} g \sin \varphi (w^{\delta} \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) + \\ &+ k_{yz} (w^{\delta} \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha)^2 + k_{zx} g \sin \varphi (w^{\delta} \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + \\ &+ k_{zy} (w^{\delta} \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)^2 + \\ &+ (k_{yy} - k_{zz}) (w^{\delta} \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) (w^{\delta} \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha). \end{aligned}$$

Усредним дрейф гироскопа за период вибрации T , введя оператор усреднения

$$\langle \omega_y^*(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \omega_y^*(t) dt.$$

С учетом того, что $\langle w^{\delta} \rangle = w_m \langle \sin \omega t \rangle = 0$, а также $\langle (w^{\delta})^2 \rangle = \frac{w_m^2}{2}$, после неслож-

ных преобразований получим

$$\begin{aligned} \langle \omega_y^* \rangle_N &= C_{0N} + \tilde{C}_0 + (C_{1N} + \tilde{C}_1) \sin \alpha + (C_{2N} + \tilde{C}_2) \cos \alpha + \\ &+ (C_{3N} + \tilde{C}_3) \sin 2\alpha + (C_{4N} + \tilde{C}_4) \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.105)$$

Здесь коэффициенты Фурье $C_{0N}, C_{1N}, C_{2N}, C_{3N}, C_{4N}$ зависят от g и совпадают с коэффициентами Фурье для ранее рассмотренного случая испытаний гироскопа в режиме обратной связи по моменту (схема I, когда выходная ось гироскопа параллельна

земной оси и направлена на север) и определяются выражениями (3.65), а коэффициенты Фурье \tilde{C}_i зависят от амплитуды вибрации и имеют вид

$$\tilde{C}_0 = (k_{yz} + k_{zy}) \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_1 = \tilde{C}_2 = 0; \quad \tilde{C}_3 = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_4 = (k_{zy} - k_{yz}) \frac{w_m^2}{4}.$$

С учетом симметрии шарикоподшипников, имеем $k_{yz} = -k_{zy}$. Тогда

$$\tilde{C}_0 = \tilde{C}_1 = \tilde{C}_2 = 0; \quad \tilde{C}_3 = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_4 = k_{zy} \frac{w_m^2}{2}. \quad (3.106)$$

Итак, можно сделать вывод о том, что горизонтальная вибрация при данной схеме расположения гироскопа приводит к изменению ограниченного числа коэффициентов неравножесткости.

Испытания проводятся при нескольких уровнях w_m . По полученным данным определяются коэффициенты Фурье разложения в ряд по гармоникам угла α . Если каждый из коэффициентов Фурье представить в виде графика зависимости от w_m^2 , то наклоны кривых будут определять интересующие нас коэффициенты неравножесткости, так как составляющие, зависящие от g не меняются с изменением w_m^2 и представляют постоянные смещения графиков вдоль оси ординат.

Развернем корпус гироскопа на 180° вокруг оси кинетического момента так, чтобы выходная ось была направлена на юг, а входная ось – на запад (рис. 3.47).

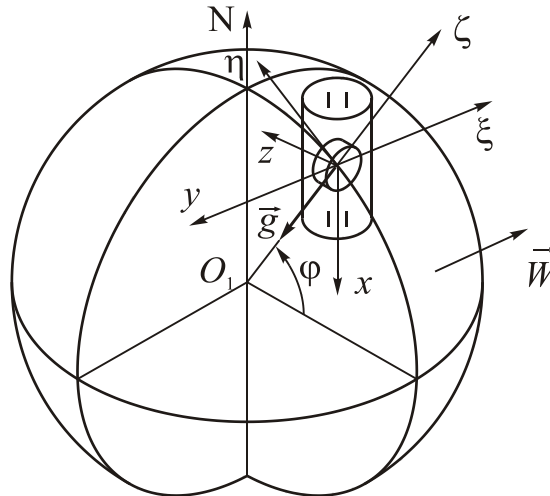


Рис. 3.47. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат при горизонтальной вибрации

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки будет иметь вид, представленный на рис. 3.48.

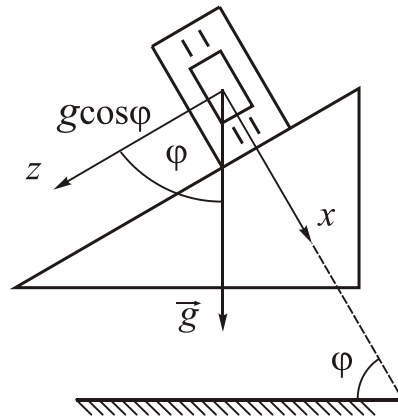


Рис. 3.48. Расположение установки в плоскости меридиана

Найдем проекции линейного ускорения корпуса гироскопа:

$$a_x = w_x^g - g_x, \quad a_y = w_y^g - g_y, \quad a_z = w_z^g - g_z.$$

С учетом поворота корпуса гироскопа на угол α (рис. 3.49), получим

$$\begin{aligned} w_x^g &= 0; & g_x &= g \sin \varphi; & a_x &= -g \sin \varphi; \\ w_y^g &= -w^g \cos \alpha; & g_y &= g \cos \varphi \sin \alpha; & a_y &= -w^g \cos \alpha - g \cos \varphi \sin \alpha; \\ w_z^g &= w^g \sin \alpha; & g_z &= g \cos \varphi \cos \alpha; & a_z &= w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.107)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x g \sin \varphi - k_z (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + k_y (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) - \\ &- k_{yx} g \sin \varphi (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha) + k_{yz} (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha)^2 + \\ &+ k_{zx} g \sin \varphi (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) - k_{zy} (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha)^2 - \\ &- (k_{yy} - k_{zz}) (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) (w^g \sin \alpha - g \cos \varphi \cos \alpha). \end{aligned}$$

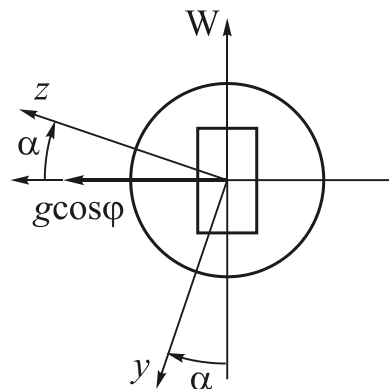


Рис. 3.49. Схема испытаний на горизонтальную вибрацию. Вид сверху на поворотный стол

Усредняя дрейф гироскопа за период вибрации, после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} \langle \omega_y^* \rangle_s &= C_{0S} + \tilde{C}_0 + (C_{1S} + \tilde{C}_1) \sin \alpha + (C_{2S} + \tilde{C}_2) \cos \alpha + \\ &+ (C_{3S} - \tilde{C}_3) \sin 2\alpha + (C_{4S} + \tilde{C}_4) \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (3.108)$$

Здесь коэффициенты Фурье $C_{0S}, C_{1S}, C_{2S}, C_{3S}, C_{4S}$ зависят от g и совпадают с коэффициентами Фурье для ранее рассмотренного случая испытаний гироскопа в режиме обратной связи по моменту (схема I, когда выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена на юг) и определяются выражениями (3.68). Коэффициенты Фурье \tilde{C}_i отличаются от (3.106) знаком \tilde{C}_{3S} , который не влияет на величину.

Таким образом, метод тестовых поворотов «не работает» при вибрационных испытаниях.

Для определения других коэффициентов неравножесткости необходимо провести испытания при другой ориентации гироскопа.

Рассмотрим **схему II** (рис. 3.50), когда ось вращения гироскопа параллельна оси вращения Земли и направлена на север.

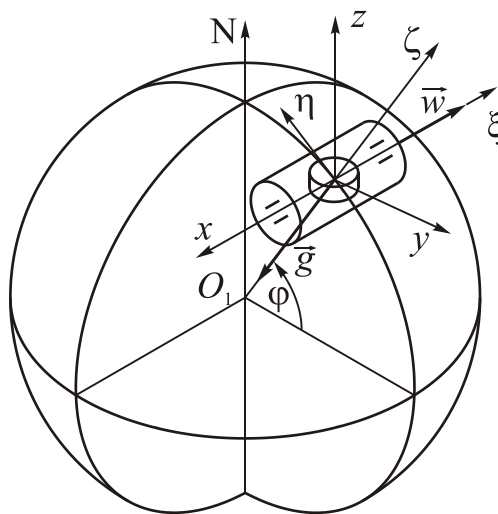


Рис. 3.50. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат при горизонтальной вибрации

Проекции линейного ускорения корпуса гироскопа в этом случае имеют вид:

$$a_x = w_x^g - g_x, \quad a_y = w_y^g - g_y, \quad a_z = w_z^g - g_z.$$

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки будет иметь вид, представленный на рис. 3.51.

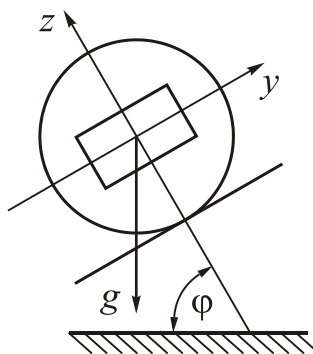


Рис. 3.51. Расположение установки в плоскости меридиана

С учетом поворота корпуса гироскопа на угол α (рис. 3.52), получим

$$\begin{aligned}
w_x^g &= -w^g \cos \alpha; & g_x &= g \cos \varphi \sin \alpha; & a_x &= -w^g \cos \alpha - g \cos \varphi \sin \alpha; \\
w_y^g &= -w^g \sin \alpha; & g_y &= -g \cos \varphi \cos \alpha; & a_y &= -w^g \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha; \\
w_z^g &= 0; & g_z &= -g \sin \varphi; & a_z &= g \sin \varphi.
\end{aligned} \quad (3.109)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned}
\omega_y^* &= \omega_0 - k_x (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) + k_z (-w^g \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha) - \\
&- k_{yx} g \sin \varphi (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) g \sin \varphi + k_{yz} g^2 \sin^2 \varphi - \\
&- k_{zx} (w^g \cos \alpha + g \cos \varphi \sin \alpha) (-w^g \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha) + \\
&+ k_{zy} (-w^g \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha)^2 + (k_{yy} - k_{zz}) (-w^g \sin \alpha + g \cos \varphi \cos \alpha) g \sin \varphi.
\end{aligned}$$

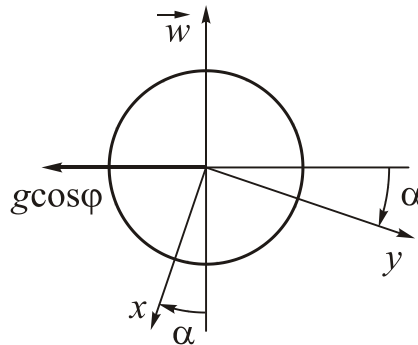


Рис. 3.52. Схема испытаний на горизонтальную вибрацию.
Вид сверху на поворотный стол

После усреднения оставляем слагаемые, содержащие $(w^g)^2$:

$$\langle \omega_y^* \rangle = k_{zy} \frac{w_m^2}{4} + k_{zx} \frac{w_m^2}{4} \sin 2\alpha - k_{zy} \frac{w_m^2}{4} \cos 2\alpha.$$

Сравнивая полученное выражение с разложением в ряд Фурье, получим

$$\tilde{C}_0 = k_{zy} \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_1 = \tilde{C}_2 = 0; \quad \tilde{C}_3 = k_{zx} \frac{w_m^2}{4}; \quad \tilde{C}_4 = -k_{zy} \frac{w_m^2}{4}.$$

Данная схема позволила оценить еще один коэффициент неравножесткости k_{zx} .

3.7.2. Испытания гироскопов при вертикальной вибрации

До сих пор мы рассматривали горизонтальную вибрацию. Рассмотрим случай испытаний гироскопов при вертикальной вибрации, когда выходная ось гироскопа параллельна оси вращения Земли и направлена на юг (схема I). Схема установки изображена на рис. 3.53.

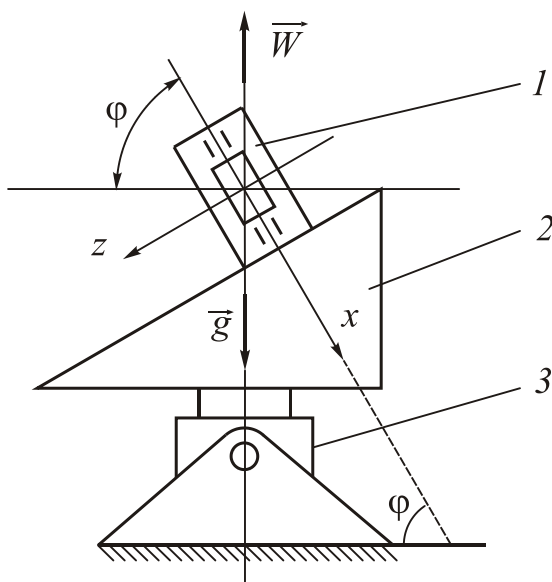


Рис. 3.53. Схема установки испытаний гироскопов при вертикальной вибрации

Относительно географической системы координат, схема испытаний будет иметь вид, представленный на рис. 3.54. Здесь введены такие обозначения: 1 – гироскоп, 2 – монтажная призма, 3 – вибростенд.

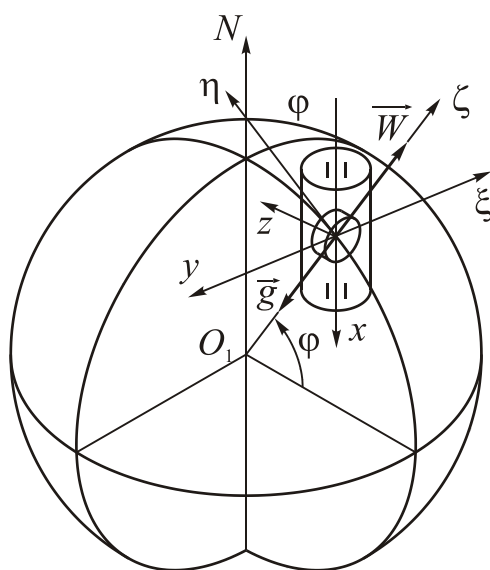


Рис. 3.54. Ориентация гироскопа относительно географической системы координат при вертикальной вибрации

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки изображен на рис. 3.55.

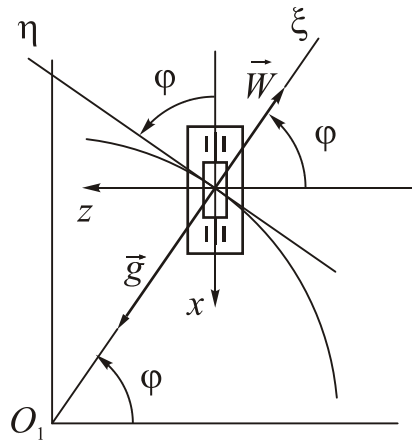


Рис. 3.55. Расположение установки в плоскости меридиана при вертикальной вибрации

Схема испытаний в плоскости параллели (вид сверху на гироскоп) изображена на рис. 3.56.

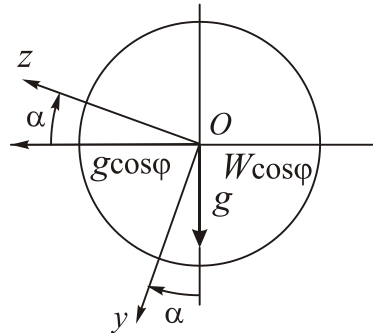


Рис. 3.56. Схема испытаний в плоскости параллели (вид сверху на гироскоп)

Используя последние два рисунка, найдем проекции кажущегося ускорения корпуса гироскопа:

$$\begin{aligned} w_x &= (w^g - g) \sin \varphi; \\ w_y &= (w^g - g) \cos \varphi \sin \alpha; \\ w_z &= (w^g - g) \cos \varphi \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.110)$$

Подставим данные выражения в формулу дрейфа гироскопа (3.17):

$$\begin{aligned} \omega_y^* &= \omega_0 - k_x (w^g - g) \sin \varphi + k_z (w^g - g) \cos \varphi \sin \alpha + k_y (w^g - g) \cos \varphi \cos \alpha + \\ &+ k_{yx} (w^g - g)^2 \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha + k_{yz} (w^g - g)^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \\ &+ k_{zx} (w^g - g)^2 \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha + k_{zy} (w^g - g)^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \alpha + \\ &+ (k_{yy} - k_{zz}) (w^g - g)^2 \cos^2 \varphi \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Усредняя дрейф гироскопа за период вибрации, после несложных преобразований получим

$$\langle \omega_y^* \rangle = C_0 + \tilde{C}_0 + (C_1 + \tilde{C}_1) \sin \alpha + (C_2 + \tilde{C}_2) \cos \alpha + \\ + (C_3 + \tilde{C}_3) \sin 2\alpha + (C_4 + \tilde{C}_4) \cos 2\alpha.$$

Здесь коэффициенты Фурье C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 зависят от g и совпадают с коэффициентами Фурье для ранее рассмотренного случая испытаний гироскопа в режиме обратной связи по моменту (схема I, когда выходная ось гироскопа параллельна земной оси и направлена на юг) и определяются выражениями (3.68), а коэффициенты Фурье \tilde{C}_i зависят от амплитуды вибрации. Рассмотрим постоянную составляющую дрейфа, которая зависит от последних слагаемых:

$$\langle \tilde{\omega}_y^* \rangle = \tilde{C}_0 + \tilde{C}_1 \sin \alpha + \tilde{C}_2 \cos \alpha + \tilde{C}_3 \sin 2\alpha + \tilde{C}_4 \cos 2\alpha.$$

С учетом того, что $\langle w^e \rangle = w_m \langle \sin \omega t \rangle = 0$, а также $\langle (w^e)^2 \rangle = \frac{w_m^2}{2}$, после несложных преобразований получим

$$\langle \tilde{\omega}_y^* \rangle = (k_{yz} + k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi + k_{zx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \sin \alpha + k_{yx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi \cos \alpha + \\ + k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{yz} - k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha.$$

Итак, коэффициенты Фурье \tilde{C}_i зависят от амплитуды вибрации и имеют вид

$$\tilde{C}_0 = (k_{yz} + k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi; \quad \tilde{C}_1 = k_{zx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi; \\ \tilde{C}_2 = k_{yx} \frac{w_m^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi; \quad \tilde{C}_3 = (k_{yy} - k_{zz}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi; \\ \tilde{C}_4 = (k_{yz} - k_{zy}) \frac{w_m^2}{4} \cos^2 \varphi. \quad (3.111)$$

Опуская аналогичные выкладки для случая, когда выходная ось гироскопа развернута на 180° , отметим, что полученные коэффициенты Фурье численно не отличаются от коэффициентов Фурье (3.111). Таким образом, метод тестовых поворотов при вибрации «не работает».

Вид коэффициентов Фурье (3.111) показывает, что максимальный эффект от действия вибрации на значения коэффициентов наблюдается при $\varphi = 45^\circ$. Аналогичный эффект будет наблюдаться при таком же угле отклонения выходной оси гироскопа от вертикали места.

Рассмотрим схемы испытаний II и III, когда выходная ось гироскопа вертикальна (рис. 3.57) и когда выходная ось гироскопа горизонтальна (рис. 3.58).

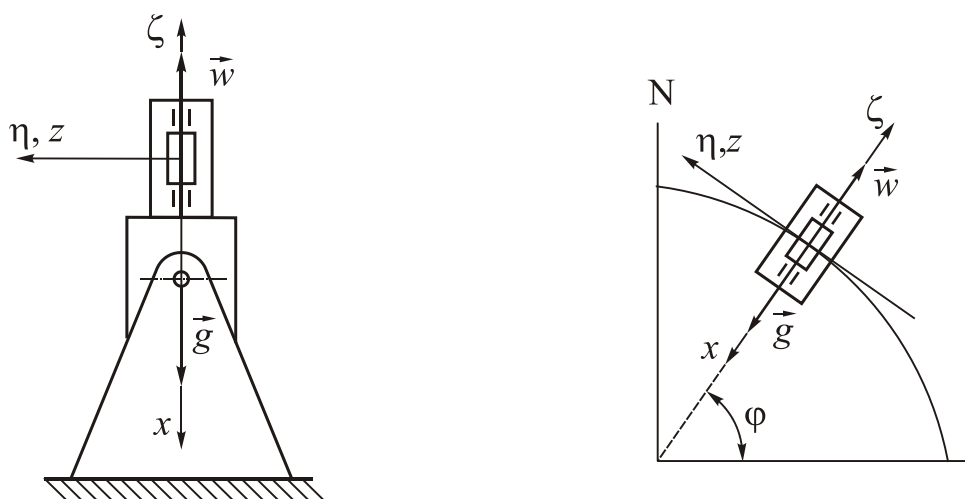


Рис. 3.57. Схема испытаний II, когда выходная ось гироскопа вертикальна

Для схемы II будем иметь

$$a_x = w^6 - g; \quad a_y = a_z = 0.$$

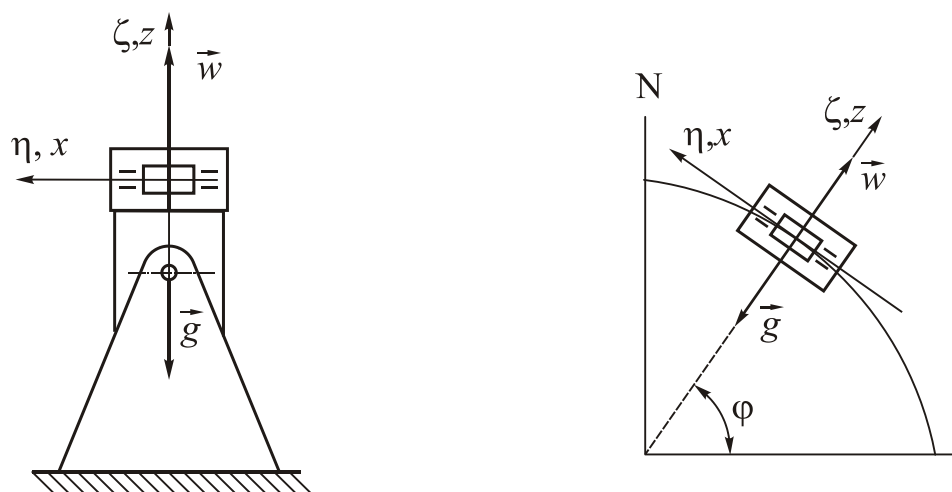


Рис. 3.58. Схема испытаний III, когда выходная ось гироскопа горизонтальна

Для схемы III имеем

$$a_x = a_y = 0; \quad a_z = w^6 - g.$$

Очевидно, что такие схемы расположения гироскопа на вибростенде не дают возможности получить постоянную составляющую дрейфа из-за неравножесткости упругого подвеса. Поэтому их используют для определения АЧХ, резонансных частот гироскопа и проведения испытаний на вибропрочность.

Испытания для определения АЧХ, резонансных частот гироскопа проводят для исследования расположения собственных частот гироскопа по отношению к частоте вибрации. Если собственные частоты гироскопа находятся в полосе вибрации, то применяют систему виброзащиты.

3.8. Испытания динамически настраиваемых гироскопов

Динамически настраиваемые гироскопы (ДНГ) нашли широкое применение в качестве чувствительных элементов приборов и систем ориентации, стабилизации и навигации в 80-90-х годах XX века. ДНГ, благодаря таким своим достоинствам, как малые габариты и энергопотребление, невысокая стоимость при отработанной технологии серийного изготовления, малое время готовности и высокая надежность, стали применяться сначала в авиации, а затем на морских судах (гироскопы SKR-80, «Яхта», «Крузи», «Гюйс»).

На рис. 3.59 показана конструктивная схема двухколечного ДНГ. Здесь $Oxyz$ - система координат, связанная с корпусом ДНГ.

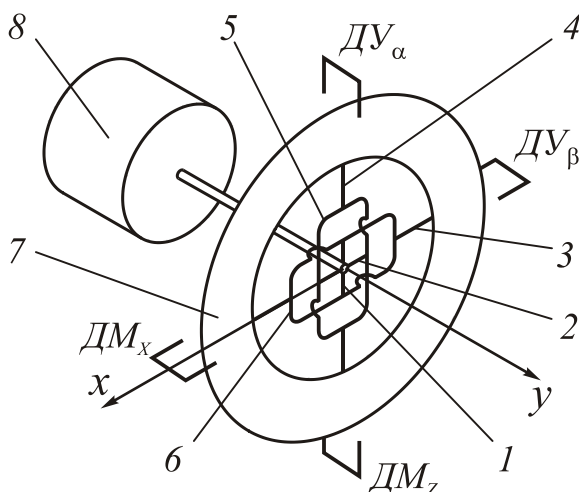


Рис. 3.59. Схема ДНГ с двухколечным подвесом: 1,2,3,4 - первая, вторая, третья и четвертая пары торсионов упругого подвеса; 5,6 - первое и второе кольца; 7 - ротор гироскопа; 8 - гиromотор.

В табл. 3.5 приведены для сравнения параметры двух ДНГ морского и авиационного назначения.

Таблица 3.5 Параметры двух ДНГ морского и авиационного назначения.

Параметры	ГБ-23	ГВК-6
Систематический дрейф		
- не зависящий от g , °/час	1,5	3
- зависящий от g , °/час/ g	1,5	0,5
- из-за неравножесткости, °/час/ g^2	0,1	0,05
- квадратурный уход, °/час/ g	1,0	0,5
Случайный дрейф (σ) за шесть часов, °/час	0,02	0,05
Частота вращения ротора, Гц (угловая скорость, об/мин)	200 (12000)	240 (14400)
Кинетический момент, Г см с ²	240	180
Постоянная времени, сек	50	50
Масса, кг	0,4	0,39
Ресурс, час	10000	1000

Линеаризованные уравнения движения двухколечного ДНГ имеют вид [2,10,20,35]:

$$\begin{aligned} I\ddot{\alpha} + h\dot{\alpha} + \Delta c\alpha + H\dot{\beta} + h\Omega\beta &= M_z - I\dot{\omega}_z - H^*\omega_x; \\ I\ddot{\beta} + h\dot{\beta} + \Delta c\beta - H\dot{\alpha} - h\Omega\alpha &= M_x - I\dot{\omega}_x + H^*\omega_z. \end{aligned} \quad (3.112)$$

Здесь обозначено:

$$I = B + b, \quad H = (A + 2b)\Omega, \quad H^* = (A + b - c + a)\Omega, \quad \Delta c = c_T - (c - a + b)\Omega^2,$$

Δc - остаточная жесткость ДНГ или погрешность динамической настройки, A, B - осевой и экваториальный моменты инерции ротора, a, b, c - моменты инерции колец упругого подвеса; Ω - угловая скорость вращения ротора, c_T - суммарная угловая жесткость торсионов, h - коэффициент вязкого демпфирования, M_x, M_z - моменты, приложенные к ротору гироскопа.

Характеристики гироскопов можно разделить на точностные и конструкционные [Бурмистров].

К *точностным характеристикам* относятся систематическая и случайная составляющие ухода (дрейфа) гироскопа, их зависимости от температуры окружающей среды, от воздействия линейных ускорений и других воздействующих факторов.

К *конструкционным характеристикам* относятся крутизна и линейность датчиков моментов гироскопа, крутизна и нулевые сигналы датчиков угла и другие параметры, характеризующие конструкцию гироскопа.

Определение точностных характеристик гироскопа проводится путем измерения угловой скорости движения вектора кинетического момента в инерциальном пространстве относительно осей чувствительности.

По принятой для ДНГ методике систематическая составляющая ухода определяется как среднее значение скорости ухода за 3 мин после наступления времени готовности. Случайная составляющая ухода определяется как изменение систематической составляющей ухода за несколько часов.

Так как углы отклонения маховика ДНГ должны быть малыми, угловая скорость движения вектора кинетического момента гироскопа измеряется в режиме обратной связи по моменту (в режиме «электрической пружины»), при котором сигналы с датчиков угла для обнуления подаются после соответствующего преобразования в датчики момента гироскопа.

Испытания проводят в установившемся тепловом режиме, чтобы результаты измерений не зависели от температуры. Для стационарного теплового режима модель дрейфов ДНГ примем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x &= \omega_{x0} + k_{x1}a_x + k_{z1}a_y + k_{y1}a_z + k_{11}a_xa_y + k_{12}a_ya_z + k_{13}a_za_x + k_{14}a_x^2 + k_{15}a_y^2 + k_{16}a_z^2; \\ \tilde{\omega}_z &= \omega_{z0} + k_{x2}a_x + k_{z2}a_y + k_{y2}a_z + k_{21}a_xa_y + k_{22}a_ya_z + k_{23}a_za_x + k_{24}a_x^2 + k_{25}a_y^2 + k_{26}a_z^2. \end{aligned} \quad (3.113)$$

Здесь обозначено: $\tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z$ - угловые скорости уходов ДНГ; ω_{x0}, ω_{z0} - независимая составляющая ухода, определяемая несовершенством ДУ, ДМ и упругого подвеса, несовершенством ШП, порождающих осевые, радиальные и угловые вибрации. Она изменяется при воздействии вибрации на корпус ДНГ, но не зависит от медленных поступательных ускорений. В независимую составляющую включается также уход из-за остаточной жесткости упругого подвеса вследствие ограниченной точности динамической настройки, %/ч;

k_{xi}, k_{yi}, k_{zi} ($i = 1, 2$) - коэффициенты составляющей ухода, зависящей от поступательного ускорения, $^{\circ}/(ч \cdot g; k_{ij}, k_{ij}, k_{ij}$ ($j = 1, 2, \dots, 6$) - коэффициенты составляющей ухода из-за неравножесткости упругого подвеса, $^{\circ}/(ч \cdot g^2; a_x, a_y, a_z$ - проекции на оси $Oxyz$ кажущегося ускорения корпуса ДНГ.

Данная модель дрейфов ДНГ отличается от принятой модели [10,12] наличием слагаемых, содержащих соответствующие проекции a^2 , которые расширяют модель до полного набора слагаемых с проекциями a_x^2, a_y^2, a_z^2 .

Для паспортизации уходов ДНГ по модели (3.113) необходимо знать двадцать коэффициентов – десять для дрейфа по одной оси и столько же по другой. Их можно рассчитать для конкретного образца, если для него известны инструментальные погрешности изготовления. Однако достоверно задать технологические погрешности изготовления в собранном гироскопе невозможно. Поэтому эти коэффициенты определяют экспериментально и вносят в паспорт гироскопа.

Так как углы отклонения маховика ДНГ должны быть малыми, то испытания прибора проводят в режиме «электрической пружины» - обратной связи по моменту. Вектор \vec{H} гироскопа ориентируют параллельно оси мира (рис. 3.60) и проводят так называемые «полярные испытания»: разворачивают корпус ДНГ вокруг вектора \vec{H} гироскопа (по углу α от 0° до 360°) на дискретные углы и измеряют при этом токи (пропорциональные угловым скоростям ухода) в цепях обратных связей, относящихся к взаимно перпендикулярным осям прецессии. В результате получают несколько серий измерений, каждая из которых представляет собой систему уравнений для определения двадцати коэффициентов, входящих в уравнения (3.113). Избыточность наблюдений позволяет минимизировать ошибки определения указанных коэффициентов.

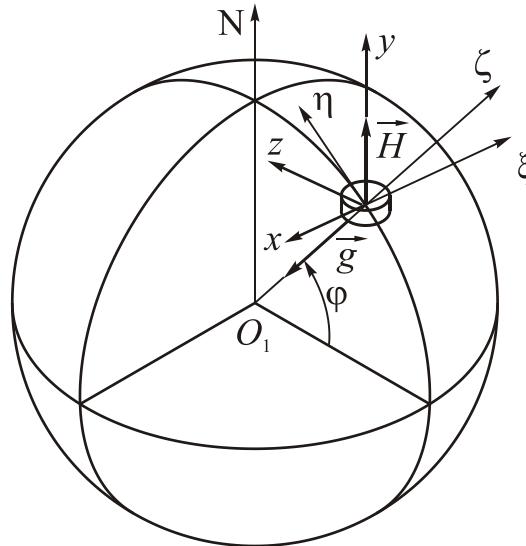


Рис. 3.60. Ориентация ДНГ относительно географической системы координат

Токи датчиков момента в этом режиме характеризуют действующие на гироскоп уводящие моменты. При известной крутизне датчиков момента уводящие моменты позволяют определить уходы гироскопа относительно его осей чувствительности.

Определение всех коэффициентов уравнений (3.113) проводится путем измерения уходов гироскопа при различной ориентации прибора относительно вектора гравитации \vec{g} .

Рассмотрим схему I (рис. 3.60), когда вектор кинетического момента гироскопа параллелен земной оси и направлен на север.

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки будет иметь вид, представленный на рис. 3.61.

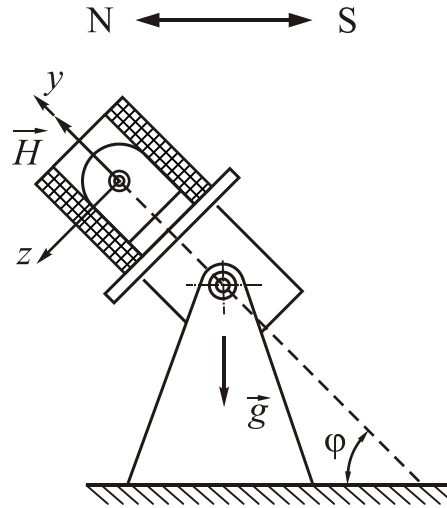


Рис. 3.61. Схема I. Вектор кинетического момента гироскопа параллелен земной оси и направлен на север

В условиях неподвижного основания $\vec{a} = -\vec{g}$. Проекции ускорения \vec{g} на оси $Oxyz$, связанные с корпусом гироскопа (рис. 3.62, 3-63) будут иметь вид

$$g_x = g \cos \varphi \sin \alpha, \quad g_y = -g \sin \varphi, \quad g_z = g \cos \varphi \cos \alpha, \quad (3.114)$$

где α - угол, отсчитываемый плоскости вращения его ротора.

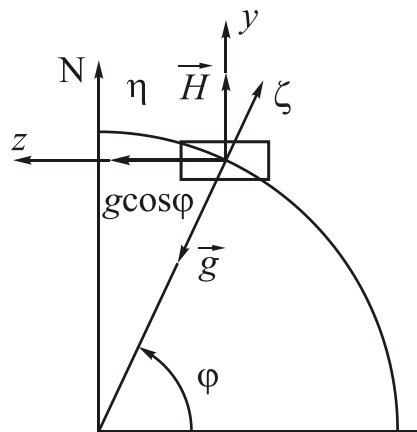


Рис. 3.62. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний I

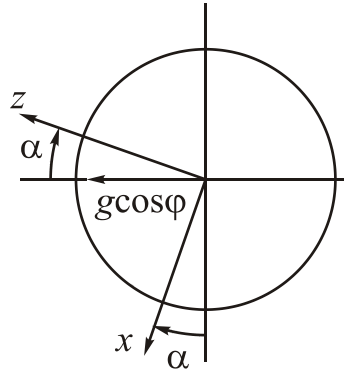


Рис. 3.63. Схема испытаний I. Вид сверху на поворотный стол

Подставим данные выражения для проекций ускорения в первую формулу дрейфов (3.113):

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x^N = & \omega_{x0} + k_{15}g^2 \sin^2 \varphi - k_{z1}g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi + \\ & + (k_{x1} - k_{11}g \sin \varphi) g \cos \varphi \sin \alpha + (k_{y1} - k_{12}g \sin \varphi) g \cos \varphi \cos \alpha + \\ & + k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, последнее выражение можно представить в виде разложения в ряд Фурье:

$$\tilde{\omega}_x^N = C_{0N} + C_{1N} \sin \alpha + C_{2N} \cos \alpha + C_{3N} \sin 2\alpha + C_4 \cos 2\alpha,$$

где коэффициенты Фурье имеют вид

$$\begin{aligned} C_{0N} &= \omega_{x0} + k_{15}g^2 \sin^2 \varphi - k_{z1}g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1N} &= (k_{x1} - k_{11}g \sin \varphi) g \cos \varphi; \\ C_{2N} &= (k_{y1} - k_{12}g \sin \varphi) g \cos \varphi; \\ C_{3N} &= k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \tag{3.115}$$

Развернем гироскоп на 180° вокруг оси Oz так, чтобы вектор \vec{H} был направлен на юг (рис. 3.64).

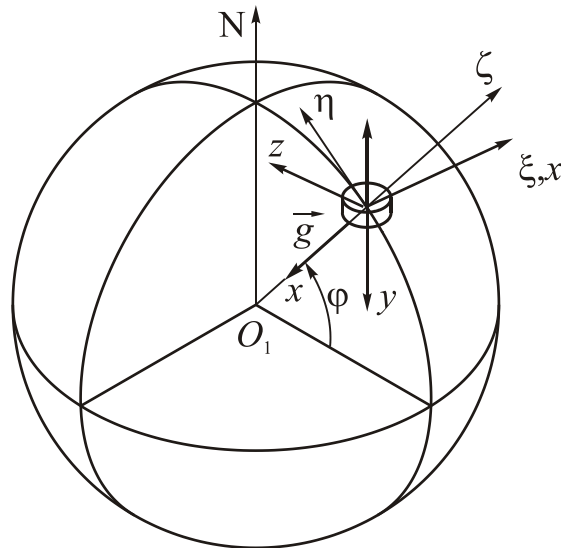


Рис. 3.64. Ориентация ДНГ относительно географической системы координат

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки будет иметь вид, представленный на рис. 3.65.

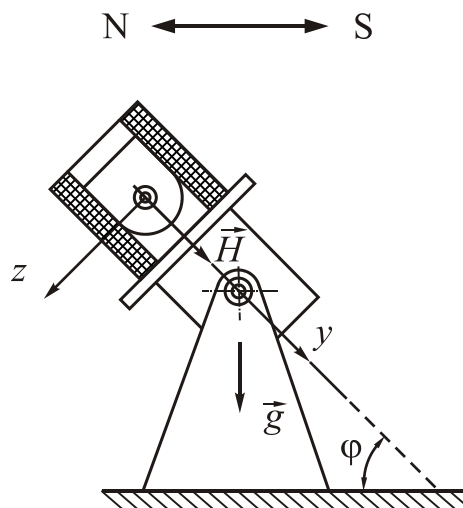


Рис. 3.65. Схема I. Вектор кинетического момента гироскопа параллелен земной оси и направлен на юг

Теперь проекции ускорения \vec{g} на оси $Oxyz$, связанные с корпусом гироскопа (рис. 3.66, 3-67) будут иметь вид

$$g_x = -g \cos \varphi \sin \alpha, \quad g_y = g \sin \varphi, \quad g_z = g \cos \varphi \cos \alpha, \quad (3.116)$$

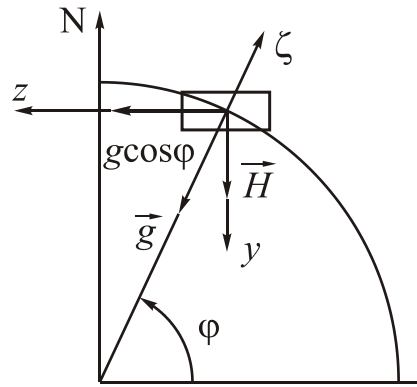


Рис. 3.66. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний I после разворота на 180°

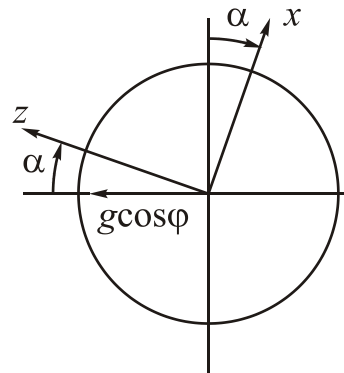


Рис. 3.67. Схема испытаний I. Вид сверху на поворотный стол после разворота на 180°

Подставим данные выражения для проекций ускорения в первую формулу дрейфов (3.113):

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_x^S = & \omega_{x0} + k_{15}g^2 \sin^2 \varphi + k_{z1}g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi - \\ & -(k_{x1} + k_{11}g \sin \varphi) g \cos \varphi \sin \alpha + (k_{y1} + k_{12}g \sin \varphi) g \cos \varphi \cos \alpha - \\ & -k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \sin 2\alpha + (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, последнее выражение можно представить в виде разложения в ряд Фурье (3.29), где коэффициенты Фурье имеют вид

$$\begin{aligned} C_{0S} &= \omega_{x0} + k_{15}g^2 \sin^2 \varphi + k_{z1}g \sin \varphi + (k_{14} + k_{16}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_{1S} &= -(k_{x1} + k_{11}g \sin \varphi) g \cos \varphi; \\ C_{2S} &= (k_{y1} + k_{12}g \sin \varphi) g \cos \varphi; \\ C_{3S} &= -k_{13} \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi; \\ C_4 &= (k_{16} - k_{14}) \frac{g^2}{2} \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (3.117)$$

Применяя методику расчета неизвестных коэффициентов Фурье, рассмотренную нами для двухстепенных гироскопов, находим для паспортизации ДНГ неизвестные параметры в правых частях уравнений (3.113). Отметим, что в силу симметрии упругого подвеса имеет место соотношение $k_{14} = -k_{16}$. Тогда из уравнений (3.115) и (3.117) можно найти все коэффициенты, кроме ω_{x_0} и k_{15} , которые необходимо разделить. Для этого необходимо использовать другую схему испытаний.

Рассмотрим схему II (рис. 3.68, 3-69), когда вектор кинетического момента гироскопа горизонтален, а ось Oz направлена вниз.

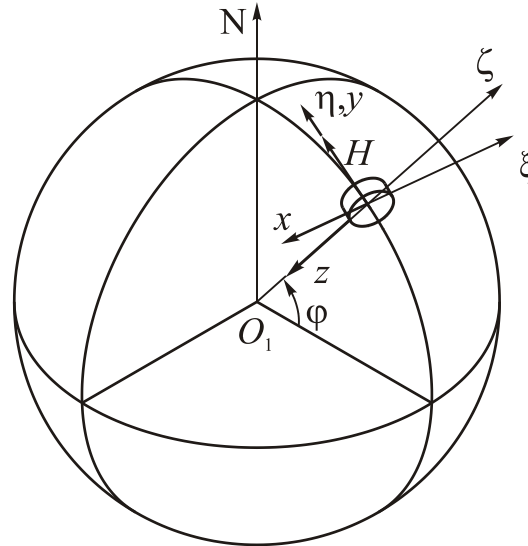


Рис. 3.68. Ориентация ДНГ относительно географической системы координат для схемы II

Относительно наблюдателя, находящегося в наземной испытательной лаборатории и плоскости меридиана, фрагмент установки будет иметь вид, представленный на рис. 3.69.

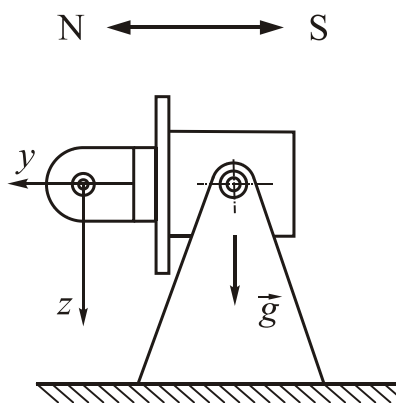


Рис. 3.69. Схема II. Вектор кинетического момента гироскопа горизонтален, а ось Oz направлена вниз.

Проекции ускорения \vec{g} на оси $Oxyz$, связанные с корпусом гироскопа (рис. 3.70) будут иметь вид

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = g.$$

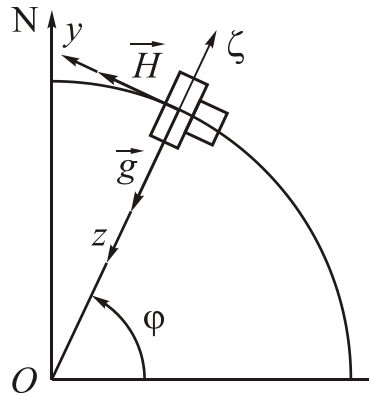


Рис. 3.70. Расположение установки в плоскости меридиана для схемы испытаний II

Подставляя последние значения в первую формулу дрейфов (3.113), получим

$$\omega_{x\downarrow} = \omega_{x0} + k_{y1}g + k_{16}g^2.$$

Развернем гироскоп на 180° вокруг оси Oy так, чтобы ось Oz была направлена вверх. Проекции ускорения \vec{g} на оси $Oxyz$ будут иметь вид

$$g_x = 0, \quad g_y = 0, \quad g_z = -g.$$

Подставляя последние значения в первую формулу дрейфов (3.113), получим

$$\omega_{x\uparrow} = \omega_{x0} - k_{y1}g + k_{16}g^2.$$

Теперь можно найти ω_{x0} :

$$\omega_{x0} = \frac{1}{2}(\omega_{x\uparrow} + \omega_{x\downarrow}) - k_{16}g^2.$$

Отметим, что параметры дрейфа $\tilde{\omega}_z$ определяются аналогично и могут измеряться одновременно с вычислением параметров дрейфа $\tilde{\omega}_x$.

Требования к испытательному оборудованию. Испытуемый гироскоп должен помещаться в специальное приспособление, обеспечивающее ему стационарный тепловой режим по истечении некоторого времени, которое определяется экспериментально. Жесткостные и тепловые условия места крепления ДНГ в приспособление должны быть такими, как в штатном приборе.

Приспособление вместе с гироскопом устанавливается на достаточно жесткий наклонно-поворотный стол, который в свою очередь, должен быть установлен на массивном фундаменте. Измерительная аппаратура для одновременного измерения уходов ω_x и ω_z вокруг осей Ox и Oz в режиме обратной связи по моменту должна обеспечивать измерение уходов с точностью до $0,001$ °/ч.

Влияние наклона испытательного оборудования на показания гироскопа

Наклон испытательного оборудования или монтажного приспособления может привести к дополнительным погрешностям в показаниях гироскопа [10]. Пусть ε_1 и ε_2 - углы наклона оси кинетического момента гироскопа относительно базовых осей $Ox_0y_0z_0$ (рис. 3.71).

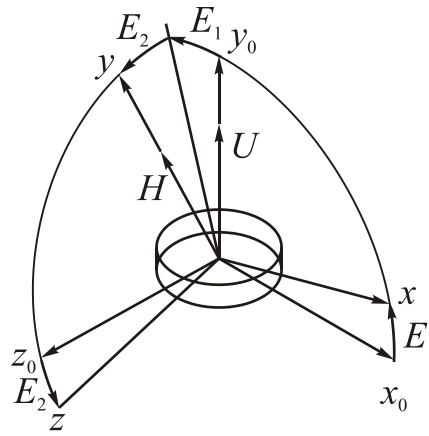


Рис. 3.71. Кинематическая схема влияния наклона испытательного оборудования на точность измерений

Эти наклоны вызовут проекции угловой скорости вращения Земли на оси чувствительности гироскопа, что приведет к дополнительным составляющим дрейфа ДНГ:

$$\Delta\omega_x = U \sin \varepsilon_1, \quad \Delta\omega_z = -U \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2. \quad (3.118)$$

Поскольку углы ε_1 и ε_2 достаточно малые, то справедливы приближенные выражения

$$\Delta\omega_x = U \varepsilon_1, \quad \Delta\omega_z = -U \varepsilon_2.$$

Отсюда можно получить допустимые значения углов наклона оси кинетического момента гироскопа относительно базовых осей $Ox_0y_0z_0$:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta\omega_x}{U} \text{ и } \varepsilon_2 = -\frac{\Delta\omega_z}{U}. \quad (3.119)$$

Так, при требовании к $\Delta\omega_x$ не более $0,001^\circ/\text{час}$, получим $\varepsilon_1 = 14''$.

3.9. Модель выходных сигналов блока механических гироскопов

Итак, мы показали, что дрейфы механических гироскопов содержат слагаемые, которые зависят от g и g^2 . Поэтому следует дополнить полученную ранее модель (3.4).

С учетом g - и g^2 -дрейфов выражения для выходных сигналов блока гироскопов представим в виде

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{1\omega} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_g \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{2g} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{g^2} \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 \\ a_y^2 \\ a_z^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (3.120)$$

где $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ - нулевые сигналы гироскопов, которые не содержат дрейфов, зависящих от g и g^2 , $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - проекции абсолютной угловой скорости основания, w_x, w_y, w_z - проекции ускорения основания,

$$\mathbf{M}_{1\omega} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_g = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{2g} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{g2} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}.$$

Как показывает практика [30], для ИИМ, в состав которых входят микромеханические гироскопы, при рассмотрении движений без вибрации и значительных перегрузок, бывает достаточно учитывать в модели выходных сигналов только слагаемые, содержащие g - дрейфы. В этом случае, выражения для выходных сигналов блока гироскопов представим в виде

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{1\omega} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_g \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (3.121)$$

3.10. Оптико-электронные гироскопы

Оптико-электронные гироскопы (кольцевые лазерные и волоконно-оптические гироскопы), в отличие от механических гироскопов, не имеют вращающихся частей (масс) и благодаря этому имеют следующие преимущества:

- слабая чувствительность к ускорениям (перегрузкам);
- малая потребляемая мощность (несколько Вт);
- малое время готовности (несколько секунд);
- высокая надежность (средняя наработка до отказа составляет 10000 час) и большой срок службы (10 лет);
- дискретный характер выходной информации;
- сравнительно низкая стоимость при отработанной технологии и высоких точностных характеристиках ($\sigma = 0,01$ °/час).

В основе принципа работы оптико-электронных гироскопов [33] лежит эффект Саньяка (рис. 3.72).

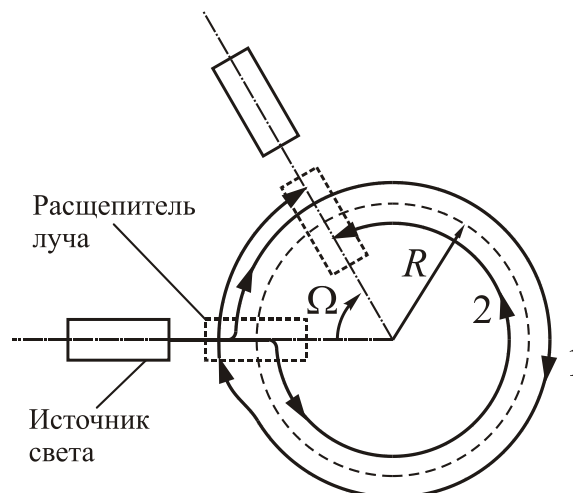


Рис. 3.72. Схема возникновения эффекта Саньяка

По круговому оптическому пути благодаря расщеплению луча свет распространяется в двух противоположных направлениях. Если при этом система находится в покое относительно инерциального пространства, оба световых луча распространяются встречно по оптическому пути одинаковой длины:

$$\Omega = 0 : L_1 = L_2 = L, \quad \Delta L = L_1 - L_2 = 0.$$

Время обхода лучом контура $L = 2\pi R$ равно

$$t_0 = \frac{2\pi R}{c},$$

где c - скорость света.

При появлении абсолютной угловой скорости $\Omega \neq 0$ путь луча 1 увеличивается, а луча 2- уменьшается (на величину расстояния между начальным и конечным положениями источника света l). Найдем это изменение путей лучей 1 и 2 за время t_0 :

$$l = \Omega R t_0 \quad (3.122)$$

Подставим в (3.122) значение t_0 :

$$l = \frac{2\pi R^2}{c} \Omega. \quad (3.123)$$

Длина хода луча 1 и луча 2 составляет

$$L_1 = 2\pi R + l; \quad L_2 = 2\pi R - l;$$

а их разность

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 2l = \frac{4\pi R^2}{c} \Omega. \quad (3.124)$$

С учетом площади оптического контура $S = \pi R^2$ выражение (3.124) примет вид

$$\Delta L = \frac{4S}{c} \Omega. \quad (3.125)$$

Разности хода лучей ΔL соответствует разность времени возвращения лучей в исходную точку

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{\Delta L}{c} = \frac{4S}{c^2} \Omega. \quad (3.126)$$

Если источник света излучает с частотой ω_0 , то в расщепителе возникает фазовый сдвиг интерференционных полос:

$$\Delta\varphi = \omega_0 \Delta t = \frac{4S\omega_0}{c^2} \Omega.$$

Коэффициент $h_{\text{и}} = \frac{4S\omega_0}{c^2}$ называют масштабным коэффициентом или чувствительностью интерферометра. Тогда

$$\Delta\varphi = h_{\text{и}} \Omega. \quad (3.127)$$

Итак, возникновение разности фаз (3.127) между световыми волнами при вращении оптической системы в инерциальном пространстве с угловой скоростью Ω называется эффектом Саньяка (1913 г.)

Формула (3.127) показывает, что, измеряя оптическим устройством фазовый сдвиг интерференционных полос $\Delta\varphi$, можно измерить угловую скорость. Однако, масштабный

коэффициент - величина малая, следовательно надо увеличивать площадь контура. В известных опытах Гале и Майкельсона в 1925 г. для определения угловой скорости суточного вращения Земли площадь оптического контура достигала 613 x 339 кв. метров. С увеличением площади контура возрастают энергетические потери. Все это привело к тому, что реализация схемы ДУС на базе интерферометра стала возможной только в связи с развитием световолоконной оптики и применением лазера (LASER –Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation - «усиление света с помощью вынужденного излучения»).

3.10.1. Волоконно-оптический гироскоп

На рис. 3.73 приведена общая схема волоконно-оптического гироскопа (ВОГ) [33].

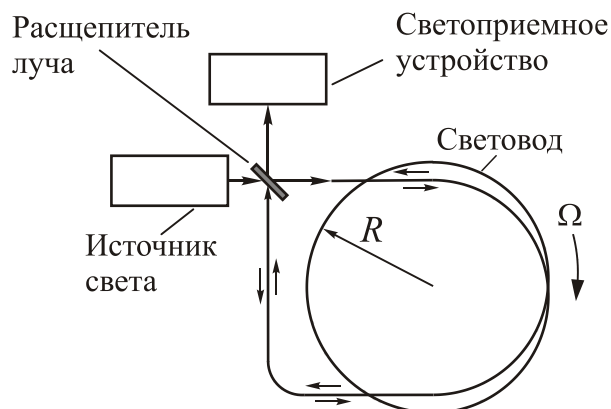


Рис. 3.73. Общая схема волоконно-оптического гироскопа

Одним из способов увеличения площади оптического контура является использование световолокна, намотанного на катушку:

$$S = N \cdot S_g,$$

где N - число витков, S_g - площадь оптического контура одного витка.

Теперь зависимость (3.127) примет вид

$$\Delta\varphi = \frac{4NS_g\omega_0}{c^2}\Omega.$$

Поскольку круговая частота $\omega_0 = 2\pi f$, то

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi fNS_g}{c^2}\Omega. \quad (3.128)$$

Длина волны связана с частотой излучения выражением

$$\lambda = \frac{c}{f}.$$

Выделим в выражении (3.128) длину волны

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi NS_g}{\lambda c}\Omega.$$

Выделим в последней формуле длину $L_g = 2\pi RN$ и диаметр $D = 2R$ катушки световолокна. Поскольку

$$4NS_g = 4N \cdot \pi R^2 = 2\pi RN \cdot 2R = L_g \cdot D,$$

то для ВОГ формула (3.127) примет вид

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi L_g D}{\lambda c} \Omega.$$

Коэффициент $h_{\text{ВОГ}} = \frac{2\pi L_g D}{\lambda c}$ называют масштабным коэффициентом или чувствительностью ВОГ. Тогда

$$\Delta\varphi = h_{\text{ВОГ}} \Omega. \quad (3.129)$$

Надо отметить, что выражение (3.129) идеально. На самом деле, выходной сигнал ВОГ имеет следующую структуру [66]:

$$\Delta\varphi = B_\omega + S_\omega \omega_{\text{вх}} + n_\omega, \quad (3.130)$$

где B_ω - нулевой сигнал, $\omega_{\text{вх}}$ - входная угловая скорость, S_ω - масштабный коэффициент, n_ω - случайный шум.

Масштабный коэффициент S_ω отличается от номинального значения $h_{\text{ВОГ}}$ погрешностью масштабного коэффициента. Нулевой сигнал содержит дрейф или уход ВОГ, который можно разделить на собственный дрейф ВОГ и дрейф, зависящий от влияния окружающей среды. Собственный дрейф ВОГ ω^* состоит из постоянной составляющей ω_0 , случайной составляющей ω_R и дрейфа от угла квантования ω_q :

$$\omega^* = \omega_0 + \omega_R + \omega_q. \quad (3.131)$$

Дрейф, зависящий от влияния окружающей среды, зависит от влияния внешних воздействующих факторов, например, температуры, электромагнитного поля и т.п.

Существуют исследования [8], посвященные влиянию вибраций и ускорений, значительно превышающих величину g , на величину дрейфа ВОГ. Данные вибрации и ускорения могут приводить к деформации оптического контура. В этом случае предлагается расширять модель выходного сигнала ВОГ (3.130) до модели практически совпадающей с моделью выходного сигнала механических гироскопов (3.120).

Однако, для обычных условий эксплуатации модель выходного сигнала ВОГ описывается выражением (3.130).

Реальную схему ВОГ рассмотрим на примере гироскопа ОИУС1000 [25]. Он состоит из суперлюминисцентного диода (СЛД), деполаризатора (ДП), фото-приемного устройства (ФПУ), волоконного разветвителя (ВР), кольцевого интерферометра Саньяка и блока электроники (рис. 3.74).

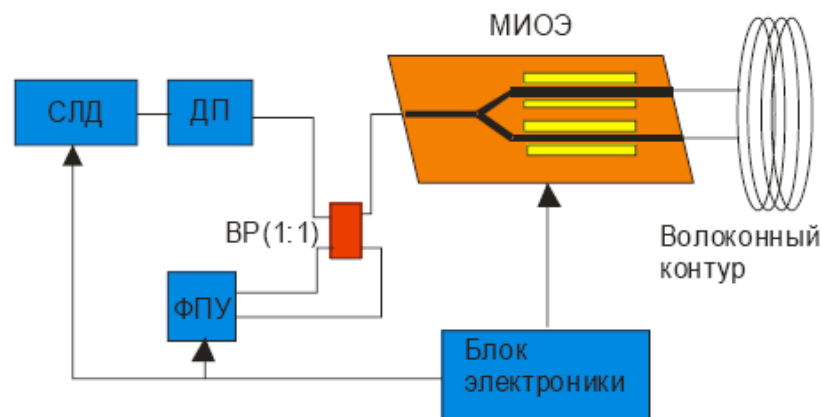


Рис. 3.74. Схема ВОГ ОИУС1000

Блок электроники управляет режимом работы СЛД, осуществляет энергоснабжение элементов ВОГ, обработку сигналов с фотодетектора, управление фазовыми модуляторами и передачу информации о величине угловой скорости по интерфейсу RS-485. Кольцевой интерферометр состоит из многофункционального интегрально-оптического элемента (МИОЭ) и сохраняющего состояние поляризации света волоконного контура.

Испытания гироскопа ОИУС1000 проходили в ЦНИИ «Электроприбор» (СПб.) на стенде АС1120Е фирмы Acutronic, установленном в термокамере VT7004 Voetsch фирмы Industrietchnik. Оценка характеристик шума и смещения нуля проводилась при температуре в термокамере $20 \pm 0,4^\circ\text{C}$. При этом записывались реализации длиной не менее 10 ч. Характеристики шума ВОГ рассчитывались с помощью метода вариаций Аллана (Приложение 4). Стабильность смещения нуля и шумовые характеристики ВОГ проверялись при выключенном двигателе поворотного стола при вертикальном направлении оси чувствительности прибора. Частота съема данных составляла 100 Гц.

Для определения изменения смещения нулевого сигнала от пуска к пуску было обработано 10 реализаций. По каждой было рассчитано среднее значение и СКО шума. Результаты испытаний сведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6. Смещения нулевого сигнала гироскопа ОИУС1000 от пуска к пуску

№ реализаций	Среднее значение дрейфа, град/час	СКО, град/час
1	13,184	0,008
2	13,059	0,007
3	13,106	0,007
4	13,238	0,007
5	13,180	0,007
6	13,057	0,008
7	13,055	0,008
8	13,046	0,007
9	13,049	0,007
10	13,044	0,007

В работе [60] показано, что для оценки параметров шума на выходе ВОГ целесообразнее вместо традиционных СКО использовать аппарат вариаций Аллана:

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

где R, K, B, N, Q - коэффициенты случайной скорости дрейфа (Приложение 4).

На рис. 3.75 показаны результаты расчетов вариаций Аллана для линейки ВОГ производства компании «Оптолинк». Авторы делают вывод, что шум на выходе ВОГ в основном состоит из случайного блуждания угла (angle random walk – ARW) и нестабильности нулевого сигнала (bias instability – BI). Кроме того, более детальное рассмотрение позволяет выделить дрейф угловой скорости (rate ramp – RR), шум типа Марковского процесса и фликкер-шум.

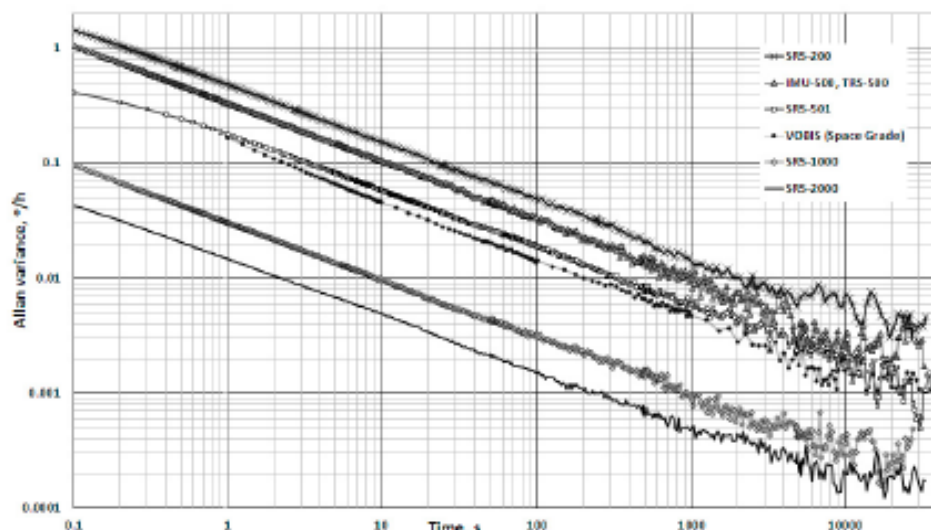


Рис. 3.75. Вариации Аллана ВОГ производства компании «Оптолинк»

В докладе [64] приводятся результаты работ, посвященные повышению точности ВОГ, предназначенных для морской БИНС Marins. Авторы советуют при разработке ВОГ не только использовать геометрический фактор – увеличивать диаметр катушки и длину волокна, а также уделять внимание контролю длины волны источника излучения и уменьшать влияние температурного градиента. На рис. 3.76 представлены вариации Аллана составляющей шума выходного сигнала двух различных ВОГ – обычного и оптимизированного.

Авторам удалось достичь величины шума $0,13 \mu rd / \sqrt{Hz}$ для источника излучения $160 \mu W$. Для гироскопа FOG120 с длиной волокна около одного километра данная величина шума эквивалентна случайному дрейфу $3,4 \cdot 10^{-4} град / \sqrt{час}$, а для гироскопа FOG200 с длиной волокна в несколько километров - $7,0 \cdot 10^{-5} град / \sqrt{час}$.

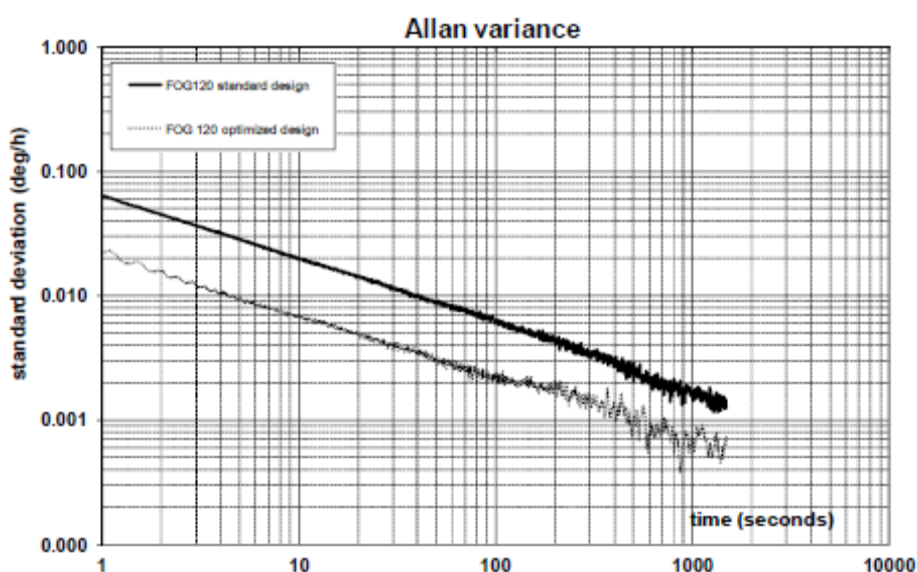


Рис. 3.76. Вариации Аллана ВОГ морской БИНС Marins

3.10.2. Лазерные гироскопы

На рис. 3.77 приведена общая схема кольцевого лазерного гироскопа (ЛГ) [33] треугольной формы.

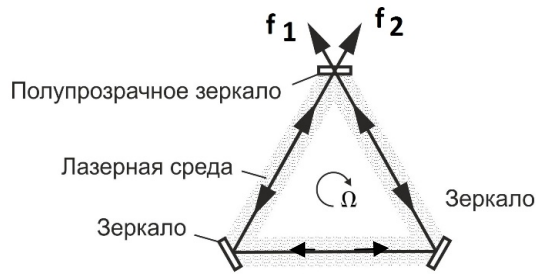


Рис. 3.77. Принципиальная схема кольцевого лазерного гироскопа

Отметим специфику ЛГ. Кольцевой ЛГ изготавливается подобно газовому лазеру: в кварцевом блоке путем расплавления создается канал, который заполняется смесью гелия и неона. Длина волны генерируемого лазером излучения $\lambda = 632,8$ нм (красный цвет). Лазер помещается в контур оптического резонатора, который представляет систему зеркал.

Резонатор применяют, чтобы увеличить число квантов в лазере — если два зеркала установить параллельно друг другу, получится туннель из ряда зеркал: свет переотражается десятки и сотни раз. При возбуждении газа спонтанное излучение атомов получает максимальное усиление в направлении оптической оси резонатора и активной среды.

Необходимым условием работы кольцевого ЛГ является выполнение *основного условия генерации*

$$L = m\lambda, \quad (3.132)$$

которое означает кратность периметра L длине световой волны λ . Здесь m — целое число ($m \approx 10^5 \dots 10^6$), причем $\lambda = \frac{c}{f}$, где f — частота волны генерирующего излучения.

В режиме генерации устанавливаются две встречно бегущие волны — лучи 1 и 2, пути которых на неподвижном основании полностью совпадают:

$$\Omega = 0: \quad L_1 = L_2 = L, \quad \Delta L = L_1 - L_2 = 0.$$

Лучи 1 и 2, смешиваясь с помощью полупрозрачного зеркала, образуют неподвижную интерференционную картинку на фотоприемнике.

При наличии угловой скорости основания $\Omega \neq 0$ оптические пути лучей

$$L_1 = L + l, \quad L_2 = L - l, \quad \Delta L = 2l.$$

В соответствии с (3.132) частоты генерации лучей равны

$$f_1 = \frac{mc}{L_1}, \quad f_2 = \frac{mc}{L_2}.$$

Найдем разность частот

$$\Delta f = f_2 - f_1 = mc \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) = mc \frac{L_1 - L_2}{L_1 L_2} = mc \frac{\Delta L}{L_1 L_2}. \quad (3.133)$$

С учетом того, что $\Delta L = \frac{4S}{c}\Omega$, а также $L_1 L_2 \approx L^2$, тогда разность частот

$$\Delta f = mc \frac{4S}{cL^2} \Omega.$$

Представим в знаменателе последнего выражения вместо одного значения L подставим необходимое условие генерации (3.132). Тогда получим разность частот

$$\Delta f = h \cdot \Omega, \quad (3.134)$$

где $h_{\text{ЛГ}} = \frac{4S}{\lambda L}$ - масштабный коэффициент или чувствительность кольцевого ЛГ.

Итак, спецификой ЛГ является то, что у него разность частот, а не сдвиг фаз, как у ВОГ, пропорциональна измеряемой угловой скорости.

Современные ЛГ имеют способность измерять $0,001^\circ/\text{час}$ или $0,0001$ угл. скорости Земли.

Зависимость (3.134) идеальна. На практике, ЛГ имеет такие основные погрешности [65]:

- сдвиг нуля;
- эффект «захвата» встречных волн или синхронизации (lock-in) (рис. 3.78);

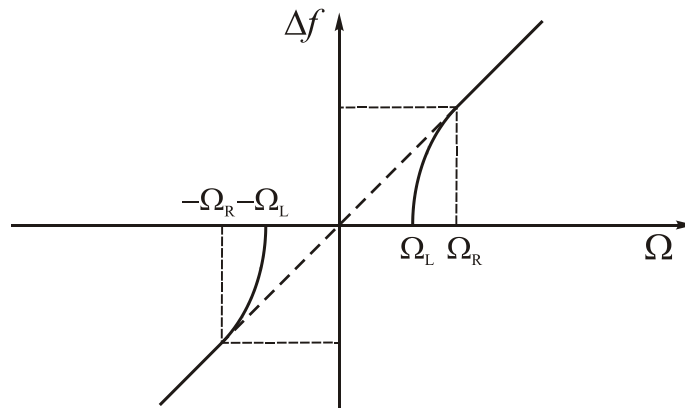


Рис. 3.78. Эффект «захвата» встречных волн

Сдвиг нуля – ЛГ имеет выходной сигнал при нулевой входной угловой скорости.

Эффект захвата математически можно представить в виде

$$\Delta f = \begin{cases} 0 & \text{для } \Omega^2 \leq \Omega_L^2 \\ \frac{4S}{L\lambda} \sqrt{\Omega^2 - \Omega_L^2} & \text{для } \Omega^2 > \Omega_L^2. \end{cases}$$

Причиной эффекта захвата встречных волн является рассеивание зеркал. Луч, движущийся по часовой стрелке, «навязывает» свою фазу колебаний встречному лучу и наоборот. В результате при вращении основания лазер генерирует встречные волны с одинаковой частотой, как при $\Omega = 0$.

Устраняют эффект захвата либо используя эффект Керра, либо используя виброподставку.

Схему ЛГ с виброподставкой рассмотрим на примере гироскопа RL-28 производства казенного предприятия специального приборостроения «Завод «Арсенал», г. Киев (рис. 3.79). Гироскоп RL-28 состоит из четырехугольного оптического резонатора 1, пьезокорректоров 2,3, виброподвеса 4, анодов 5,6, холодного катода 7, диафрагмы для селекции аксиальных мод 8, плоско-сферических зеркал 9,10, газопоглотителей 11,12, плоских зеркал 13,14, смесительной призмы 15, двухплощадочного фотоприемника 16, призмы канала мощности 17, фотоприемников 18, 19 и втулки виброподставки 20.

Выходной сигнал ЛГ имеет следующую структуру [66]:

$$\Delta f = B_\omega + S_\omega \omega_{\text{вх}} + n_\omega, \quad (3.135)$$

где B_ω - нулевой сигнал, ω_{ex} - входная угловая скорость, S_ω - масштабный коэффициент, n_ω - случайный шум.

Масштабный коэффициент S_ω отличается от номинального значения $h_{ЛГ}$ погрешностью масштабного коэффициента. Нулевой сигнал содержит дрейф или уход ЛГ, который можно разделить на собственный дрейф ЛГ и дрейф, зависящий от влияния окружающей среды. Собственный дрейф ЛГ ω^* по своей структуре аналогичен (3.131), но имеет свои особенности.

На выходной сигнал ЛГ оказывают влияние четыре основных типа шумов – случайное блуждание угла (angle random walk – ARW), нестабильность нулевого сигнала (bias instability–BI), случайное блуждание угловой скорости (rate random walk–RRW) и дрейф угловой скорости (rate ramp –RR) [16].

В сигнале ЛГ так же присутствует шум квантования (quantization noise – QN). Если источники этих шумов являются статистически независимыми, то их параметры позволяют определять вариации Аллана, которые в этом случае будут суммой квадратов каждого типа ошибок:

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_{QN}^2(\tau) + \sigma_{ARW}^2(\tau) + \sigma_{BI}^2(\tau) + \sigma_{RRW}^2(\tau) + \sigma_{RR}^2(\tau). \quad (3.136)$$

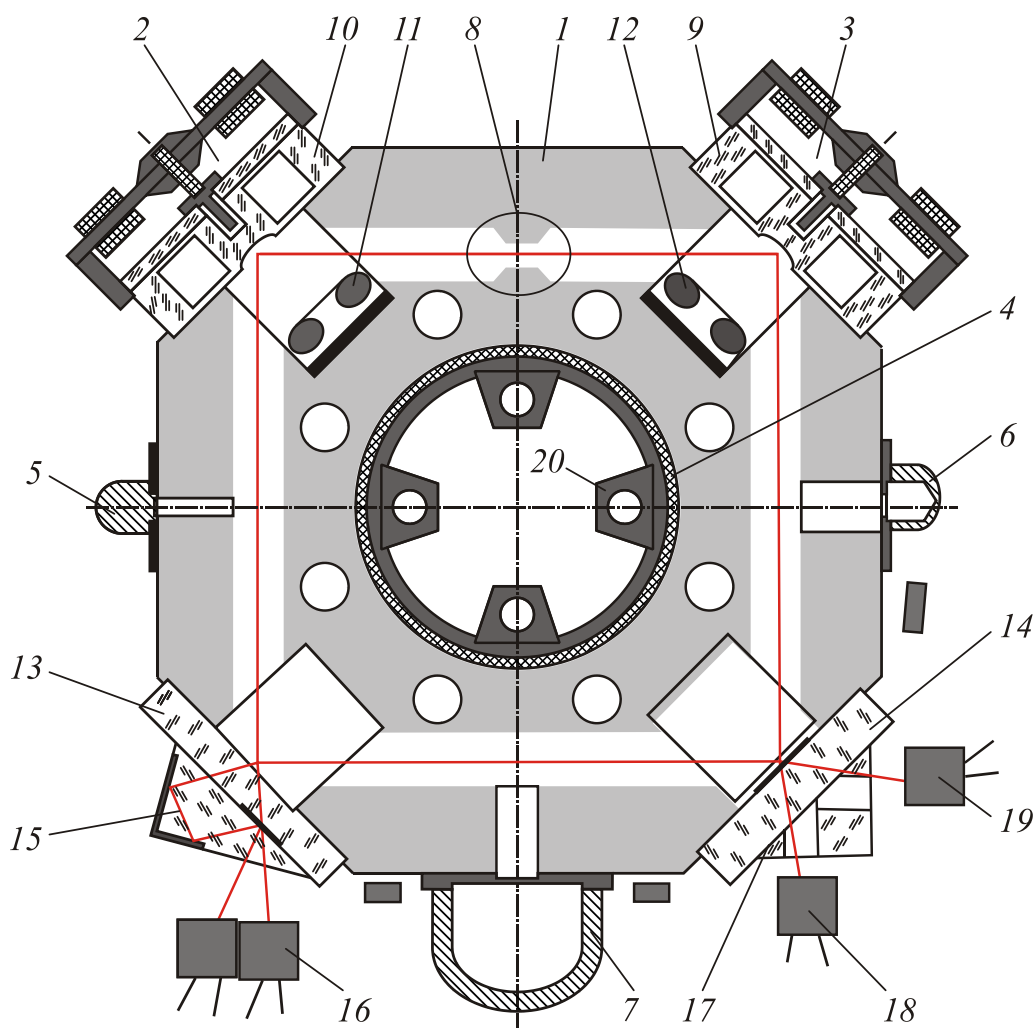


Рис. 3.79. Схема лазерного гироскопа RL-28

Из-за различных свойств они имеют различные наклоны на графике вариаций Аллана с логарифмическим масштабом по оси времени. Однако наличие в гироскопе RL-28 системы коррекции его периметра способствует практически полному отсутствию таких стохастических процессов, как случайное блуждание и дрейф угловой скорости (RRW и RR) (рис. 3.80). В таком случае, основной целью практического применения вариаций Аллана является определение коэффициентов доминирующих шумов случайного блуждания угла (ARW) и шума квантования (QN), которым соответствуют прямые с наклоном $-1/2$ и -1 дБ/декаду.

На рис. 3.80 представлен график вычислений вариаций Аллана по данным ЛГ RL-28. На этом графике участки, соответствующие процессам QN и ARW имеют нечеткие границы, что вызывает неопределенность при оценивании их параметров.

Для устранения такой неопределенности была произведена предварительная обработка сигнала с помощью вейвлет-преобразования. Вейвлеты представляют собой особые функции в виде коротких волн (всплесков) с нулевым интегральным значением и с локализацией по оси независимой переменной (времени или частоты), способных к сдвигу по этой оси и масштабированию (растяжению/сжатию). Любой из наиболее часто используемых типов вейвлетов порождает полную ортогональную систему функций. В случае вейвлет-анализа сигнала в связи с изменением масштаба вейвлеты способны выявить различие в характеристиках процесса на различных шкалах, а посредством сдвига можно проанализировать свойства процесса в различных точках на всем исследуемом интервале [43].

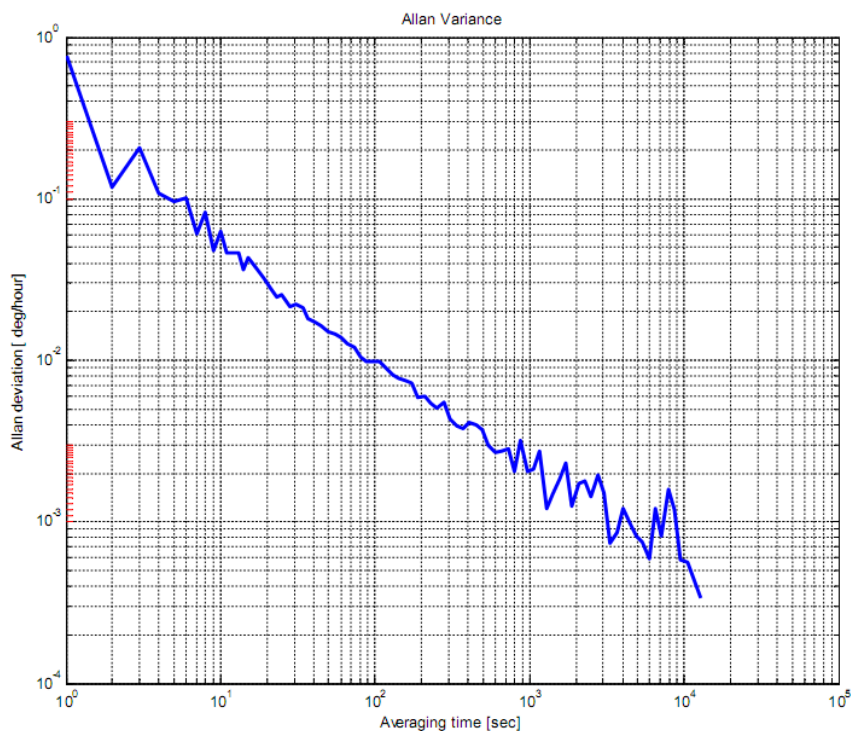


Рис. 3.80. Вариации Аллана лазерного гироскопа RL-28

Применение вейвлет-преобразования дает возможность произвести анализ нестационарного зашумления сигнала ЛГ, в результате чего можно определить и вычесть шум квантования. Для подтверждения корректности результатов при выделении шума квантования из исходного сигнала ЛГ, выделенный шум был проинтегрирован. Результаты представлены на рис. 3.81.

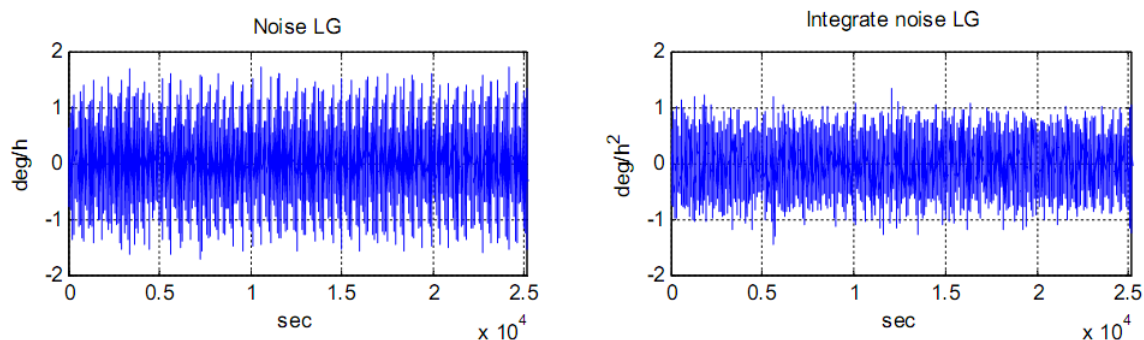


Рис. 3.81. Шум квантования, выделенный из исходного сигнала ЛГ и интеграл от этого шума

Следующим этапом исследования характеристик ЛГ при таком подходе будет вычисление ВА уже для двух составляющих от исходного сигнала ЛГ, полученных путем вейвлет-преобразования и определение параметров шумов (рис. 3.82).

Из графиков можно получить значения параметров QN и ARW:

$$QN = 0.35 \text{ угл. сек.}; \text{ ARW} = 0.012 \text{ } ^\circ / \sqrt{ч}.$$

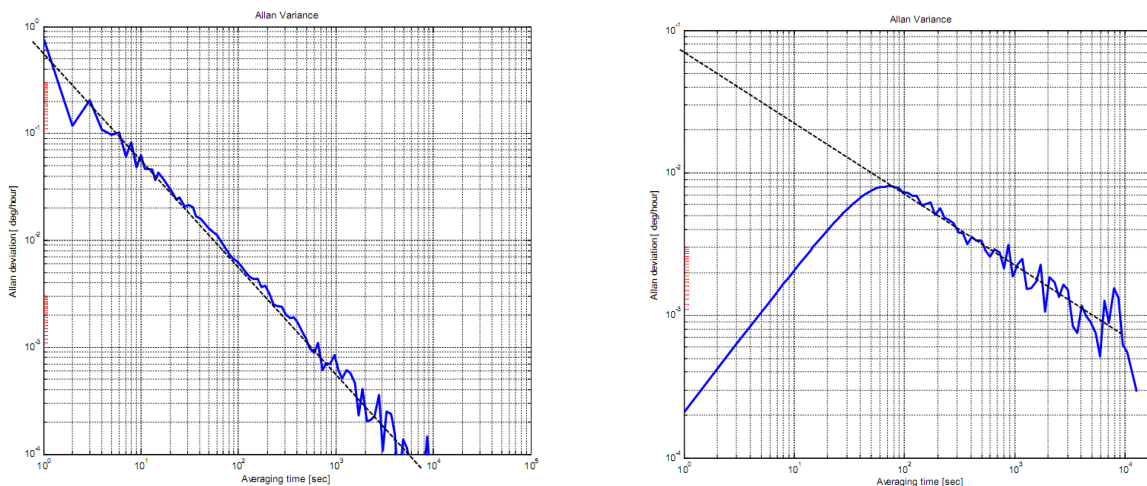


Рис. 3.82. Определение параметров шума квантования и случайного блуждания угла

Испытания ЛГ [52] подразделяют на приемочные, квалификационные и испытания на надежность.

Полный объем испытаний ЛГ состоит из 15 пунктов [52, раздел 12]:

1. Механические исследования изделия;
2. Электрические исследования изделия (сопротивление изоляции и т.п.);
3. Проверка утечки;
4. Проверка входного питания;
5. Проверка времени включения;
6. Проверка прогрева (прибора);
7. Проверка полярности;
8. Проверка температуры (датчика и окружающей среды);
9. Определение масштабного коэффициента;
10. Определение диапазона измерений (угловой скорости);
11. Определение вычета антизахвата и шума квантования;
12. Определение постоянной и случайной (random walk) скорости дрейфа;

13. Определение наклона оси чувствительности к плоскости резонатора;
14. Определение генерирующих полей (электромагнитной интерференции, магнитного рассеивания);
15. Испытания на влияние внешних воздействующих факторов (механических, климатических и др.).

Первые восемь пунктов являются подготовительными операциями или входным контролем. Испытания в основном определяются п.п. 9-14.

Следует отметить, что на практике не обязательно все пункты входят в программу испытаний определенного изделия. Объем испытаний определяется назначением объекта испытаний и требованиями заказчика.

Контрольные вопросы к разделу 3:

1. Что такое калибровочные испытания гироскопов?
2. Нарисовать типичную статическую характеристику и показать основные ее параметры.
3. Модель дрейфа (ухода) угловой скорости двухстепенного гироскопа.
4. Схема испытаний гироскопов в режиме одноосного гиросtabilизатора.
5. Схема испытаний гироскопов в режиме обратной связи по моменту.
6. Испытания гироскопов на центрифуге.
7. Электромагнитные испытания гироскопов.
8. Вибрационные испытания гироскопов.
9. Испытания динамически настраиваемых гироскопов.
10. Модель выходного сигнала ВОГ.
11. Модель выходного сигнала ЛГ.

Глава 4. КАЛИБРОВКА ИНЕРЦИАЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ

До сих пор мы рассматривали испытания инерциальных чувствительных элементов: гироскопов и акселерометров. Последние используются в составе различных инерциальных систем: инерциальных системах ориентации или курсовертикалях, инерциальных навигационных системах, построенных на базе гиростабилизированных платформ и бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС), бесплатформенных инерциальных системах ориентации (БИСО), гироскопах, гирогоризонткомпасах и т.д.

Любая БИНС и БИСО содержат инерциально-измерительный модуль (ИИМ), в состав которого входят блок гироскопов и блок акселерометров (рис. 4.1).

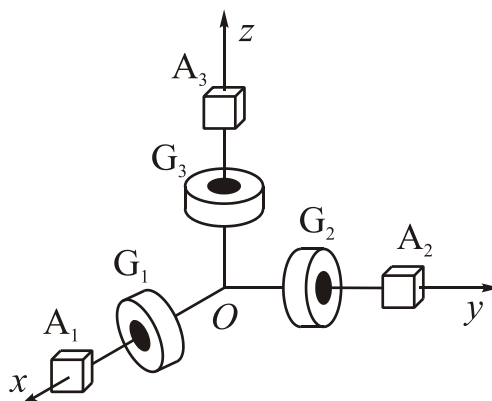


Рис. 4.1. Инерциально-измерительный модуль

Испытания БИНС и БИСО содержат этап калибровки ИИМ. Под калибровкой понимают определение параметров изделия для дальнейшего использования (например, учета и компенсации погрешностей прибора).

Обычно гироскопы и акселерометры, до того как поступить на участок сборки ИС, проходят автономные испытания и калибровку. Однако важно определить их параметры в составе ИИМ, поскольку выходные параметры гироскопов и акселерометров ИИМ будут «привязаны» к его базовым осям и могут отличаться от автономных калибровок.

4.1. Калибровка блока осевых акселерометров

Обычно калибровку блока акселерометров проводят методом тестовых поворотов [30,66]. При калибровке акселерометров в составе ИИМ, как правило, используется оптическая делительная головка (ОДГ), которая позволяет довольно точно поворачивать объект испытаний вокруг горизонтальной оси вращения. Для калибровки блока акселерометров методом тестовых поворотов необходимо проводить измерения выходных сигналов, вначале поворачивая блок, например, вокруг оси Ox , а затем, переставляя блок акселерометров на ОДГ так, чтобы поворот осуществлялся вокруг оси Oy .

Для калибровки блока акселерометров воспользуемся выражениями выходных сигналов осевых акселерометров в виде (2.25):

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}.$$

где B_{ax}, B_{ay}, B_{az} - нулевые сигналы, a_x, a_y, a_z - проекции кажущегося ускорения, k_{11}, k_{22}, k_{33} - масштабные коэффициенты, остальные элементы матрицы 3x3 – коэффициенты перекрестной связи, n_{ax}, n_{ay}, n_{az} - шумы измерений.

При калибровке акселерометров в составе ИИМ, как правило, используется ОДГ. Для уменьшения влияния шумов измерений выходные сигналы усредняются в течение 30...60 секунд. Поэтому в дальнейшем будем опускать n_{ax}, n_{ay}, n_{az} :

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} + k_{11}a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z; \\ U_{ay} &= B_{ay} + k_{21}a_x + k_{22}a_y + k_{23}a_z; \\ U_{az} &= B_{az} + k_{31}a_x + k_{32}a_y + k_{33}a_z. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Для последовательности фиксированных положений, получим значения выходных сигналов акселерометров.

Вначале, рассмотрим повороты блока акселерометров на 90° вокруг оси ox .

В первом – исходном положении (рис.4.2), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g.$$

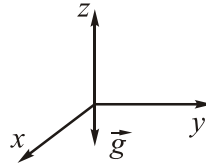


Рис.4.2. Первое положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax1} = B_{ax} + k_{13} \cdot g; \quad U_{ay1} = B_{ay} + k_{23} \cdot g; \quad U_{az1} = B_{az} + k_{33} \cdot g. \quad (4.2)$$

Во втором положении (рис.4.3), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = 0; \quad a_y = g; \quad a_z = 0.$$

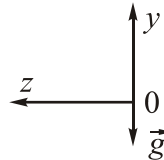


Рис.4.3. Второе положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax2} = B_{ax} + k_{12} \cdot g; \quad U_{ay2} = B_{ay} + k_{22} \cdot g; \quad U_{az2} = B_{az} + k_{32} \cdot g. \quad (4.3)$$

В третьем положении (рис.4.4), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g.$$

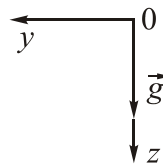


Рис.4.4. Третье положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax3} = B_{ax} - k_{13} \cdot g; \quad U_{ay3} = B_{ay} - k_{23} \cdot g; \quad U_{az3} = B_{az} - k_{33} \cdot g. \quad (4.4)$$

В четвертом положении (рис.4.5), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = 0; \quad a_y = -g; \quad a_z = 0.$$

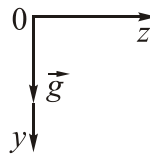


Рис.4.5. Четвертое положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax4} = B_{ax} - k_{12} \cdot g; \quad U_{ay4} = B_{ay} - k_{22} \cdot g; \quad U_{az4} = B_{az} - k_{32} \cdot g. \quad (4.5)$$

Теперь, рассмотрим повороты блока акселерометров на 90° вокруг оси oy .

В пятом положении (рис.4.6), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g.$$

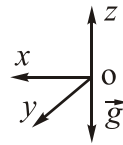


Рис.4.6. Пятое положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax5} = B_{ax} + k_{13} \cdot g; \quad U_{ay5} = B_{ay} + k_{23} \cdot g; \quad U_{az5} = B_{az} + k_{33} \cdot g. \quad (4.6)$$

В шестом положении (рис.4.7), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = -g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0.$$

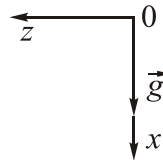


Рис.4.7. Шестое положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax6} = B_{ax} - k_{11} \cdot g; \quad U_{ay6} = B_{ay} - k_{21} \cdot g; \quad U_{az6} = B_{az} - k_{31} \cdot g. \quad (4.7)$$

В седьмом положении (рис.4.8), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g.$$

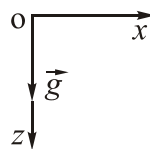


Рис.4.8. Седьмое положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax7} = B_{ax} - k_{13} \cdot g; \quad U_{ay7} = B_{ay} - k_{23} \cdot g; \quad U_{az7} = B_{az} - k_{33} \cdot g. \quad (4.8)$$

В восьмом положении (рис.4.9), проекции кажущегося ускорения примут вид

$$a_x = g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0.$$

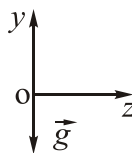


Рис.4.9. Восьмое положение

Подставляя данные значения проекций кажущегося ускорения в уравнения (4.1), будем иметь

$$U_{ax8} = B_{ax} + k_{11} \cdot g; \quad U_{ay8} = B_{ay} + k_{21} \cdot g; \quad U_{az8} = B_{az} + k_{31} \cdot g. \quad (4.9)$$

На основе исходных данных для указанных поворотов и выходных сигналов составлена табл.4.1.

Таблица 4.1. Выходные сигналы блока акселерометров.

	Положение	Проекции ускорения	Выходные сигналы акселерометров
Поворот вокруг <i>ox</i>			
1		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$U_{ax1} = B_{ax} + k_{13} \cdot g$ $U_{ay1} = B_{ay} + k_{23} \cdot g$ $U_{az1} = B_{az} + k_{33} \cdot g$
2		$a_x = 0$ $a_y = g$ $a_z = 0$	$U_{ax2} = B_{ax} + k_{12} \cdot g$ $U_{ay2} = B_{ay} + k_{22} \cdot g$ $U_{az2} = B_{az} + k_{32} \cdot g$
3		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$U_{ax3} = B_{ax} - k_{13} \cdot g$ $U_{ay3} = B_{ay} - k_{23} \cdot g$ $U_{az3} = B_{az} - k_{33} \cdot g$
4		$a_x = 0$ $a_y = -g$ $a_z = 0$	$U_{ax4} = B_{ax} - k_{12} \cdot g$ $U_{ay4} = B_{ay} - k_{22} \cdot g$ $U_{az4} = B_{az} - k_{32} \cdot g$
Поворот вокруг <i>oy</i>			
5		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$U_{ax5} = B_{ax} + k_{13} \cdot g$ $U_{ay5} = B_{ay} + k_{23} \cdot g$ $U_{az5} = B_{az} + k_{33} \cdot g$
6		$a_x = -g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$U_{ax6} = B_{ax} - k_{11} \cdot g$ $U_{ay6} = B_{ay} - k_{21} \cdot g$ $U_{az6} = B_{az} - k_{31} \cdot g$
7		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$U_{ax7} = B_{ax} - k_{13} \cdot g$ $U_{ay7} = B_{ay} - k_{23} \cdot g$ $U_{az7} = B_{az} - k_{33} \cdot g$

8		$a_x = g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$U_{ax8} = B_{ax} + k_{11} \cdot g$ $U_{ay8} = B_{ay} + k_{21} \cdot g$ $U_{az8} = B_{az} + k_{31} \cdot g$
---	--	-------------------------------------	---

Используя полученные выражения выходных сигналов акселерометров (4.2)-(4.9), вычислим искомые параметры блока осевых акселерометров:

$$\begin{aligned}
 B_{ax} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{axi}, & B_{ay} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{ayi}, & B_{az} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{azi}; \\
 k_{11} &= \frac{1}{2g} (U_{ax6} - U_{ax8}), & k_{12} &= \frac{1}{2g} (U_{ax4} - U_{ax2}), & k_{13} &= \frac{1}{4g} (U_{ax3} + U_{ax7} - U_{ax1} - U_{ax5}); \\
 k_{21} &= \frac{1}{2g} (U_{ay6} - U_{ay8}), & k_{22} &= \frac{1}{2g} (U_{ay4} - U_{ay2}), & k_{23} &= \frac{1}{4g} (U_{ay3} + U_{ay7} - U_{ay1} - U_{ay5}); \\
 k_{31} &= \frac{1}{2g} (U_{az6} - U_{az8}), & k_{32} &= \frac{1}{2g} (U_{az4} - U_{az2}), & k_{33} &= \frac{1}{4g} (U_{az3} + U_{az7} - U_{az1} - U_{az5});
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

4.2. Калибровка блока маятниковых акселерометров

В качестве измерителей кажущегося ускорения часто используют маятниковые акселерометры. Математическую модель выходных сигналов маятниковых акселерометров получим из уравнений (2.46):

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}.
 \tag{4.11}$$

где

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}.$$

Проведем вначале испытания согласно п.4.1. для определения нулевых сигналов B_{ax}, B_{ay}, B_{az} , масштабных коэффициентов и коэффициентов перекрестной связи – элементов матрицы \mathbf{K} . Для этого выполним последовательность фиксированных поворотов, указанных во втором столбце табл.4.1.

Проводя вычисления по формулам (4.10), находим значения нулевых сигналов B_{ax}, B_{ay}, B_{az} , масштабных коэффициентов и коэффициентов перекрестной связи. Остается определить элементы матрицы \mathbf{M} .

Усредняя выходные сигналы в течение одной минуты, запишем систему уравнений в обычной форме:

$$\begin{aligned}
 U_{ax} &= B_{ax} + k_{11} a_x + k_{12} a_y + k_{13} a_z + l_{11} a_x a_y + l_{12} a_y a_z + l_{13} a_x a_z; \\
 U_{ay} &= B_{ay} + k_{21} a_x + k_{22} a_y + k_{23} a_z + l_{21} a_x a_y + l_{22} a_y a_z + l_{23} a_x a_z; \\
 U_{az} &= B_{az} + k_{31} a_x + k_{32} a_y + k_{33} a_z + l_{31} a_x a_y + l_{32} a_y a_z + l_{33} a_x a_z.
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

Вначале развернем блок акселерометров на угол δ вокруг оси Ox как показано на рис.4.10.

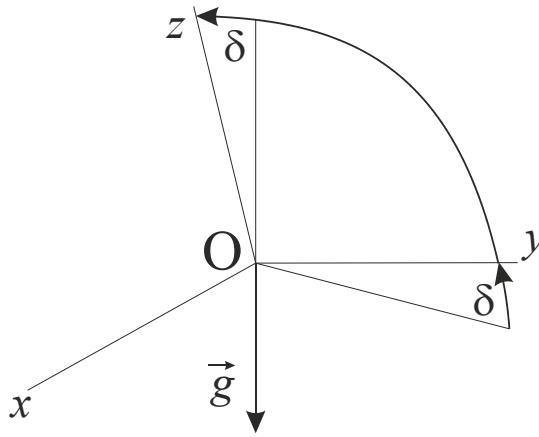


Рис.4.10. Поворот блока маятниковых акселерометров вокруг оси Ox

Проекции кажущегося ускорения примут следующий вид:

$$a_x = 0, \quad a_y = g \sin \delta, \quad a_z = g \cos \delta.$$

Подставим значения проекций кажущегося ускорения в систему уравнений (4.12):

$$U_{ax9} = B_{ax} + k_{12}g \sin \delta + k_{13}g \cos \delta + l_{12}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{ay9} = B_{ay} + k_{22}g \sin \delta + k_{23}g \cos \delta + l_{22}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{az9} = B_{az} + k_{32}g \sin \delta + k_{33}g \cos \delta + l_{32}g^2 \sin \delta \cos \delta.$$

Решая полученные уравнения относительно неизвестных элементов матрицы \mathbf{M} , получим

$$l_{12} = \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ax9} - B_{ax} - k_{12}g \sin \delta - k_{13}g \cos \delta);$$

$$l_{22} = \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ay9} - B_{ay} - k_{22}g \sin \delta - k_{23}g \cos \delta); \quad (4.13)$$

$$l_{32} = \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{az9} - B_{az} - k_{32}g \sin \delta - k_{33}g \cos \delta).$$

Для случая, когда $\delta = 45^\circ$, формулы (4.13) примут следующий вид:

$$l_{12} = \frac{2}{g^2} \left[U_{ax9} - B_{ax} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{12} + k_{13}) \right];$$

$$l_{22} = \frac{2}{g^2} \left[U_{ay9} - B_{ay} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{22} + k_{23}) \right];$$

$$l_{32} = \frac{2}{g^2} \left[U_{az9} - B_{az} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{32} + k_{33}) \right].$$

Теперь развернем блок акселерометров на угол δ вокруг оси Oy как показано на рис.4.11.

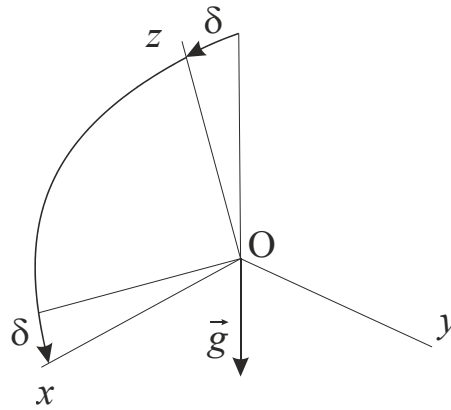


Рис.4.11. Поворот блока маятниковых акселерометров вокруг оси Oy

Проекции кажущегося ускорения примут следующий вид:

$$a_x = -g \sin \delta, \quad a_y = 0, \quad a_z = g \cos \delta.$$

Подставим значения проекций кажущегося ускорения в систему уравнений (4.12):

$$U_{ax10} = B_{ax} - k_{11}g \sin \delta + k_{13}g \cos \delta - l_{13}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{ay10} = B_{ay} - k_{21}g \sin \delta + k_{23}g \cos \delta - l_{23}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{az10} = B_{az} - k_{31}g \sin \delta + k_{33}g \cos \delta - l_{33}g^2 \sin \delta \cos \delta.$$

Решая полученные уравнения относительно неизвестных элементов матрицы \mathbf{M} , получим

$$l_{13} = -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ax10} - B_{ax} + k_{11}g \sin \delta - k_{13}g \cos \delta);$$

$$l_{23} = -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ay10} - B_{ay} + k_{21}g \sin \delta - k_{23}g \cos \delta); \quad (4.14)$$

$$l_{33} = -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{az10} - B_{az} + k_{31}g \sin \delta - k_{33}g \cos \delta).$$

Для случая, когда $\delta = 45^\circ$, формулы (4.14) примут следующий вид:

$$l_{13} = -\frac{2}{g^2} \left[U_{ax10} - B_{ax} + \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{11} - k_{13}) \right];$$

$$l_{23} = -\frac{2}{g^2} \left[U_{ay10} - B_{ay} + \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{21} - k_{23}) \right];$$

$$l_{33} = -\frac{2}{g^2} \left[U_{az10} - B_{az} + \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{31} - k_{33}) \right].$$

И, наконец, развернем блок акселерометров на угол δ вокруг оси Oz как показано на рис.4.12.

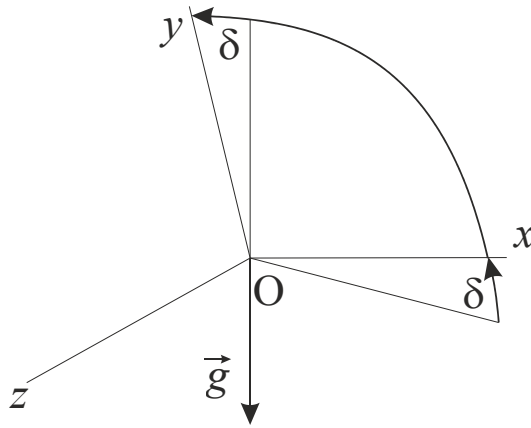


Рис.4.12. Поворот блока маятниковых акселерометров вокруг оси Oz

Проекции кажущегося ускорения примут следующий вид:

$$a_x = g \sin \delta, \quad a_y = g \cos \delta, \quad a_z = 0.$$

Подставим значения проекций кажущегося ускорения в систему уравнений (4.12):

$$U_{ax11} = B_{ax} + k_{11}g \sin \delta + k_{12}g \cos \delta + l_{11}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{ay11} = B_{ay} + k_{21}g \sin \delta + k_{22}g \cos \delta + l_{21}g^2 \sin \delta \cos \delta;$$

$$U_{az11} = B_{az} + k_{31}g \sin \delta + k_{32}g \cos \delta + l_{31}g^2 \sin \delta \cos \delta.$$

Решая полученные уравнения относительно неизвестных элементов матрицы \mathbf{M} , получим

$$l_{11} = -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ax11} - B_{ax} + k_{11}g \sin \delta - k_{13}g \cos \delta);$$

$$l_{21} = -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{ay11} - B_{ay} + k_{21}g \sin \delta - k_{23}g \cos \delta); \quad (4.15)$$

$$l_{31} = -\frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{az11} - B_{az} + k_{31}g \sin \delta - k_{33}g \cos \delta).$$

Для случая, когда $\delta = 45^\circ$, формулы (4.15) примут следующий вид:

$$l_{11} = -\frac{2}{g^2} \left[U_{ax11} - B_{ax} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{11} + k_{13}) \right];$$

$$l_{21} = -\frac{2}{g^2} \left[U_{ay11} - B_{ay} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{21} + k_{23}) \right];$$

$$l_{31} = -\frac{2}{g^2} \left[U_{az11} - B_{az} - \frac{\sqrt{2}}{2} g (k_{31} + k_{33}) \right].$$

Итак, проведя вычисления по формулам (4.13), (4.14) и (4.15) можно определить искомые элементы матрицы \mathbf{M} .

4.3. Калибровка блока гироскопов

Выходные сигналов блока гироскопов в матричной форме представим в виде (3.4):

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

где $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ - нулевые сигналы гироскопов, s_{11}, s_{22}, s_{33} - масштабные коэффициенты каждого из гироскопов, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - значения проекций угловой скорости основания на оси Ox, Oy, Oz , $n_{\omega x}, n_{\omega y}, n_{\omega z}$ - шумы измерений.

Для уменьшения влияния шумов измерений выходные сигналы усредняются в течение 30...60 секунд. Поэтому в дальнейшем будем опускать $n_{\omega x}, n_{\omega y}, n_{\omega z}$.

Вначале рассмотрим вращение вокруг оси Ox ($\omega_{xi} \neq 0, \omega_{yi} = \omega_{zi} = 0$).

Подставляя значение угловой скорости ω_{x1} в выражения выходных сигналов (4.16), для 1-го измерения получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x1} \\ U_{\omega y1} \\ U_{\omega z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11}\omega_{x1} \\ s_{21}\omega_{x1} \\ s_{31}\omega_{x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{x1} \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Если записать данное матричное уравнение в обычном виде, то получим три алгебраических уравнения и шесть неизвестных $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}, s_{11}, s_{21}, s_{31}$. Для решения данной проблемы необходимо иметь еще три уравнения.

Подставляя значение угловой скорости ω_{x2} в выражения выходных сигналов (4.16), для 2-го измерения получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x2} \\ U_{\omega y2} \\ U_{\omega z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{x2} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Объединяя три предыдущих уравнения для значения ω_{x1} и три текущих для значения ω_{x2} , получим шесть алгебраических уравнения и шесть неизвестных. Этого вполне достаточно для нахождения шести неизвестных. Однако, предпочтительнее иметь избыточное число уравнений, чтобы использовать метод наименьших квадратов (МНК). Для этого проведем n - измерений для ω_{xn} значения угловой скорости:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn} \\ U_{\omega yn} \\ U_{\omega zn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{xn} \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Объединим полученные n - уравнений в одно матричное уравнение:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x1} & U_{\omega x2} & \dots & U_{\omega xn} \\ U_{\omega y1} & U_{\omega y2} & \dots & U_{\omega yn} \\ U_{\omega z1} & U_{\omega z2} & \dots & U_{\omega zn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{x1} & \omega_{x2} & \dots & \omega_{xn} \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Проверим размерности матриц: $(3 \times n) = (3 \times 2)(2 \times n)$.

Полученное матричное уравнение можно записать в компактной форме

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{A}_1, \quad (4.21)$$

где

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} U_{\omega x1} & U_{\omega x2} & \dots & U_{\omega xn} \\ U_{\omega y1} & U_{\omega y2} & \dots & U_{\omega yn} \\ U_{\omega z1} & U_{\omega z2} & \dots & U_{\omega zn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{11} \\ B_{\omega y} & s_{21} \\ B_{\omega z} & s_{31} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{x1} & \omega_{x2} & \dots & \omega_{xn} \end{bmatrix}.$$

Используя матричный МНК, рассчитаем искомые параметры блока гироскопов:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{A}_1^T \cdot (\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_1^T)^{-1}. \quad (4.22)$$

Теперь рассмотрим вращение вокруг оси Oy ($\omega_{xi} = \omega_{zi} = 0$, $\omega_{yi} \neq 0$).

Подставляя значение угловой скорости ω_{yn+1} в выражения выходных сигналов (16), для 1-го измерения получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn+1} \\ U_{\omega yn+1} \\ U_{\omega zn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_{yn+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{12}\omega_{yn+1} \\ s_{22}\omega_{yn+1} \\ s_{32}\omega_{yn+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{yn+1} \end{bmatrix}$$

Подставляя значение угловой скорости ω_{yn+2} в выражения выходных сигналов (4.16), для 2-го измерения получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn+2} \\ U_{\omega yn+2} \\ U_{\omega zn+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{yn+2} \end{bmatrix}.$$

Для i -го измерения ($i = \overline{n+1, 2n}$) выходные сигналы гироскопов примут вид

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xi} \\ U_{\omega yi} \\ U_{\omega zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{yi} \end{bmatrix}.$$

Объединяя полученные $2n$ - уравнений в одно матричное уравнение, получим:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega xn+1} & U_{\omega xn+2} & \dots & U_{\omega x2n} \\ U_{\omega yn+1} & U_{\omega yn+2} & \dots & U_{\omega y2n} \\ U_{\omega zn+1} & U_{\omega zn+2} & \dots & U_{\omega z2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{yn+1} & \omega_{yn+2} & \dots & \omega_{y2n} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Полученное матричное уравнение можно записать в компактной форме

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{X}_2 \cdot \mathbf{A}_2, \quad (4.24)$$

где

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} U_{\omega xn+1} & U_{\omega xn+2} & \dots & U_{\omega x2n} \\ U_{\omega yn+1} & U_{\omega yn+2} & \dots & U_{\omega y2n} \\ U_{\omega zn+1} & U_{\omega zn+2} & \dots & U_{\omega z2n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{12} \\ B_{\omega y} & s_{22} \\ B_{\omega z} & s_{32} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{yn+1} & \omega_{yn+2} & \dots & \omega_{y2n} \end{bmatrix}$$

Используя матричный МНК, рассчитаем искомые параметры блока гироскопов:

$$\mathbf{X}_2 = \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{A}_2^T \cdot (\mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_2^T)^{-1}. \quad (4.25)$$

Наконец рассмотрим вращение вокруг оси Oz ($\omega_{xi} = \omega_{yi} = 0$, $\omega_{zi} \neq 0$).

Подставляя значение угловой скорости ω_{z2n+1} в выражения выходных сигналов (4.16), для 1-го измерения получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x2n+1} \\ U_{\omega y2n+1} \\ U_{\omega z2n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{z2n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{z2n+1} \end{bmatrix}.$$

Подставляя значение угловой скорости ω_{z2n+2} в выражения выходных сигналов (4.16), для 2-го измерения получим

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x2n+2} \\ U_{\omega y2n+2} \\ U_{\omega z2n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{z2n+2} \end{bmatrix}.$$

Для i -го измерения ($i = 2n+1, 3n$) выходные сигналы гироскопов примут вид

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x2n+i} \\ U_{\omega y2n+i} \\ U_{\omega z2n+i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \omega_{z2n+i} \end{bmatrix}.$$

Подставляя значения угловой скорости в выражения выходных сигналов, получим систему уравнений для $2n+1$ -го измерения, $2n+2$ -го измерения и т.д. Объединяя полученную серию $3n$ измерений, получим следующее матричное уравнение:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x2n+1} & U_{\omega x2n+2} & \dots & U_{\omega x3n} \\ U_{\omega y2n+1} & U_{\omega y2n+2} & \dots & U_{\omega y3n} \\ U_{\omega z2n+1} & U_{\omega z2n+2} & \dots & U_{\omega z3n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{z2n+1} & \omega_{z2n+2} & \dots & \omega_{z3n} \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Полученное матричное уравнение можно записать в компактной форме

$$\mathbf{B}_3 = \mathbf{X}_3 \cdot \mathbf{A}_3, \quad (4.27)$$

где

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} U_{\omega x2n+1} & U_{\omega x2n+2} & \dots & U_{\omega x3n} \\ U_{\omega y2n+1} & U_{\omega y2n+2} & \dots & U_{\omega y3n} \\ U_{\omega z2n+1} & U_{\omega z2n+2} & \dots & U_{\omega z3n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} B_{\omega x} & s_{13} \\ B_{\omega y} & s_{23} \\ B_{\omega z} & s_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \omega_{z2n+1} & \omega_{z2n+2} & \dots & \omega_{z3n} \end{bmatrix}$$

Используя матричный МНК, рассчитаем искомые параметры блока гироскопов:

$$\mathbf{X}_3 = \mathbf{B}_3 \cdot \mathbf{A}_3^T \cdot (\mathbf{A}_3 \cdot \mathbf{A}_3^T)^{-1}. \quad (4.28)$$

Очевидно, что матричные уравнения (4.21), (4.24) и (4.27) имеют следующую структуру

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{X}_i \cdot \mathbf{A}_i, \quad (4.29)$$

где $i = 1, 2, 3$.

Формулы (4.22), (4.25) и (4.28) можно записать в общем виде:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{B}_i \cdot \mathbf{A}_i^T \cdot (\mathbf{A}_i \cdot \mathbf{A}_i^T)^{-1}. \quad (4.30)$$

Таким образом, выполняя вычисления по формуле (4.30), можно найти нулевые сигналы гироскопов $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ и элементы матрицы

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}.$$

4.4. Калибровка гироскопов с учетом g -дрейфов.

До сих пор предполагалось, что постоянные дрейфы гироскопов не зависят от g . На самом деле это предположение справедливо в основном для оптико-электронных гироскопов. Поэтому рассмотрим случай, когда смещения нулей гироскопов содержат слагаемые, которые зависят от g . Воспользуемся моделью выходных сигналов (3.121):

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x}^* \\ B_{\omega y}^* \\ B_{\omega z}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

где

$$\begin{bmatrix} B_{\omega x}^* \\ B_{\omega y}^* \\ B_{\omega z}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}.$$

Усредняя выходные сигналы, запишем последнее матричное уравнение в обычной форме:

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + b_{11}a_x + b_{12}a_y + b_{13}a_z + s_{11}\omega_x + s_{12}\omega_y + s_{13}\omega_z; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + b_{21}a_x + b_{22}a_y + b_{23}a_z + s_{21}\omega_x + s_{22}\omega_y + s_{23}\omega_z; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + b_{31}a_x + b_{32}a_y + b_{33}a_z + s_{31}\omega_x + s_{32}\omega_y + s_{33}\omega_z. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Калибровку гироскопов с учетом g -дрейфов проводят на неподвижном основании, учитывая вращение Земли с угловой скоростью Ω , на широте φ , с использованием ОДГ или поворотной установки, позволяющей осуществлять поворот блока гироскопов на фиксированные углы. Расположим ОДГ или поворотную установку так, чтобы ось Ox находилась в плоскости меридиана. Для последовательности фиксированных положений из табл.1, получим значения выходных сигналов гироскопов $U_{\omega xi}, U_{\omega yi}, U_{\omega zi}$.

Для первого положения (рис.4.2) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$\begin{aligned} a_x &= 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = 0; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi. \end{aligned}$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x1} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g; \\ U_{\omega y1} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g; \\ U_{\omega z1} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Для второго положения (рис.4.3) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$\begin{aligned} a_x &= 0; \quad a_y = g; \quad a_z = 0; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = \Omega \sin \varphi; \quad \omega_z = 0. \end{aligned}$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x2} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{12}\Omega \sin \varphi + b_{12}g; \\ U_{\omega y2} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{22}\Omega \sin \varphi + b_{22}g; \\ U_{\omega z2} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{32}\Omega \sin \varphi + b_{32}g. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Для третьего положения (рис.4.4) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$\begin{aligned} a_x &= 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = 0; \quad \omega_z = -\Omega \sin \varphi. \end{aligned}$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x3} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{13}\Omega \sin \varphi - b_{13}g; \\ U_{\omega y3} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{23}\Omega \sin \varphi - b_{23}g; \\ U_{\omega z3} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{33}\Omega \sin \varphi - b_{33}g. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Для четвертого положения (рис.4.5) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$\begin{aligned} a_x &= 0; \quad a_y = -g; \quad a_z = 0; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = -\Omega \sin \varphi; \quad \omega_z = 0. \end{aligned}$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x4} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{12}\Omega \sin \varphi - b_{12}g; \\ U_{\omega y4} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{22}\Omega \sin \varphi - b_{22}g; \\ U_{\omega z4} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{32}\Omega \sin \varphi - b_{32}g. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Для пятого положения (рис.4.6) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$\begin{aligned} a_x &= 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = g; \\ \omega_x &= 0; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi. \end{aligned}$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x5} &= B_{\omega x} + s_{12}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g; \\ U_{\omega y5} &= B_{\omega y} + s_{22}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g; \\ U_{\omega z5} &= B_{\omega z} + s_{32}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Для шестого положения (рис.4.7) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$\begin{aligned} a_x &= -g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0; \\ \omega_x &= -\Omega \sin \varphi; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = 0. \end{aligned}$$

Подставляя данные значения в уравнения (32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x6} &= B_{\omega x} - s_{11}\Omega \sin \varphi + s_{12}\Omega \cos \varphi - b_{11}g; \\ U_{\omega y6} &= B_{\omega y} - s_{21}\Omega \sin \varphi + s_{22}\Omega \cos \varphi - b_{21}g; \\ U_{\omega z6} &= B_{\omega z} - s_{31}\Omega \sin \varphi + s_{32}\Omega \cos \varphi - b_{31}g. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Для седьмого положения (рис.4.8) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$a_x = 0; \quad a_y = 0; \quad a_z = -g;$$

$$\omega_x = 0; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = -\Omega \sin \varphi.$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x7} &= B_{\omega x} + s_{12}\Omega \cos \varphi - s_{13}\Omega \sin \varphi - b_{13}g; \\ U_{\omega y7} &= B_{\omega y} + s_{22}\Omega \cos \varphi - s_{23}\Omega \sin \varphi - b_{23}g; \\ U_{\omega z7} &= B_{\omega z} + s_{32}\Omega \cos \varphi - s_{33}\Omega \sin \varphi - b_{33}g. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Для восьмого положения (рис.4.9) будем иметь следующие значения проекций кажущегося ускорения и угловой скорости основания:

$$a_x = g; \quad a_y = 0; \quad a_z = 0;$$

$$\omega_x = \Omega \sin \varphi; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = 0.$$

Подставляя данные значения в уравнения (4.32), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x8} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi + s_{12}\Omega \cos \varphi + b_{11}g; \\ U_{\omega y8} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi + s_{22}\Omega \cos \varphi + b_{21}g; \\ U_{\omega z8} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi + s_{32}\Omega \cos \varphi + b_{31}g. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Для описанной последовательности фиксированных положений и полученных выражений для выходных сигналов гироскопов составим табл.4.2:

Табл.4.2. Выходные сигналы гироскопов.

№ п.	Проекция ускорения	Проекция угловой скорости	Выходные сигналы гироскопов
1	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = 0$ $\omega_z = \Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x1} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g$ $U_{\omega y1} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g$ $U_{\omega z1} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g$
2	$a_x = 0$ $a_y = g$ $a_z = 0$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = \Omega \sin \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x2} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{12}\Omega \sin \varphi + b_{12}g$ $U_{\omega y2} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{22}\Omega \sin \varphi + b_{22}g$ $U_{\omega z2} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{32}\Omega \sin \varphi + b_{32}g$
3	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = 0$ $\omega_z = -\Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x3} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{13}\Omega \sin \varphi - b_{13}g$ $U_{\omega y3} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{23}\Omega \sin \varphi - b_{23}g$ $U_{\omega z3} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{33}\Omega \sin \varphi - b_{33}g$
4	$a_x = 0$ $a_y = -g$ $a_z = 0$	$\omega_x = \Omega \cos \varphi$ $\omega_y = -\Omega \sin \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x4} = B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{12}\Omega \sin \varphi - b_{12}g$ $U_{\omega y4} = B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{22}\Omega \sin \varphi - b_{22}g$ $U_{\omega z4} = B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{32}\Omega \sin \varphi - b_{32}g$
5	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = g$	$\omega_x = 0$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = \Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x5} = B_{\omega x} + s_{12}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi + b_{13}g$ $U_{\omega y5} = B_{\omega y} + s_{22}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi + b_{23}g$ $U_{\omega z5} = B_{\omega z} + s_{32}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi + b_{33}g$

6	$a_x = -g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$\omega_x = -\Omega \sin \varphi$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x 6} = B_{\omega x} - s_{11} \Omega \sin \varphi + s_{12} \Omega \cos \varphi - b_{11} g$ $U_{\omega y 6} = B_{\omega y} - s_{21} \Omega \sin \varphi + s_{22} \Omega \cos \varphi - b_{21} g$ $U_{\omega z 6} = B_{\omega z} - s_{31} \Omega \sin \varphi + s_{32} \Omega \cos \varphi - b_{31} g$
7	$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$\omega_x = 0$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = -\Omega \sin \varphi$	$U_{\omega x 7} = B_{\omega x} + s_{12} \Omega \cos \varphi - s_{13} \Omega \sin \varphi - b_{13} g$ $U_{\omega y 7} = B_{\omega y} + s_{22} \Omega \cos \varphi - s_{23} \Omega \sin \varphi - b_{23} g$ $U_{\omega z 7} = B_{\omega z} + s_{32} \Omega \cos \varphi - s_{33} \Omega \sin \varphi - b_{33} g$
8	$a_x = g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$\omega_x = \Omega \sin \varphi$ $\omega_y = \Omega \cos \varphi$ $\omega_z = 0$	$U_{\omega x 8} = B_{\omega x} + s_{11} \Omega \sin \varphi + s_{12} \Omega \cos \varphi + b_{11} g$ $U_{\omega y 8} = B_{\omega y} + s_{21} \Omega \sin \varphi + s_{22} \Omega \cos \varphi + b_{21} g$ $U_{\omega z 8} = B_{\omega z} + s_{31} \Omega \sin \varphi + s_{32} \Omega \cos \varphi + b_{31} g$

Искомые параметры – элементы матрицы $\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix}$ найдем, ис-

пользуя расчетные значения выходных сигналов гироскопов $U_{\omega xi}, U_{\omega yi}, U_{\omega zi}$ и вычислен-

ные ранее элементы матрицы $\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}$:

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega x 8} - U_{\omega x 6}) - \frac{s_{11}}{g} \Omega \sin \varphi, & b_{12} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega x 2} - U_{\omega x 4}) - \frac{s_{12}}{g} \Omega \sin \varphi, \\
 b_{13} &= \frac{1}{4g}(U_{\omega x 1} - U_{\omega x 3} + U_{\omega x 5} - U_{\omega x 7}) - \frac{s_{13}}{g} \Omega \sin \varphi; \\
 b_{21} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega y 8} - U_{\omega y 6}) - \frac{s_{21}}{g} \Omega \sin \varphi, & b_{22} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega y 2} - U_{\omega y 4}) - \frac{s_{22}}{g} \Omega \sin \varphi, \\
 b_{23} &= \frac{1}{4g}(U_{\omega y 1} - U_{\omega y 3} + U_{\omega y 5} - U_{\omega y 7}) - \frac{s_{23}}{g} \Omega \sin \varphi; \\
 b_{31} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega z 8} - U_{\omega z 6}) - \frac{s_{31}}{g} \Omega \sin \varphi, & b_{32} &= \frac{1}{2g}(U_{\omega z 2} - U_{\omega z 4}) - \frac{s_{32}}{g} \Omega \sin \varphi, \\
 b_{33} &= \frac{1}{4g}(U_{\omega z 1} - U_{\omega z 3} + U_{\omega z 5} - U_{\omega z 7}) - \frac{s_{33}}{g} \Omega \sin \varphi; \\
 B_{\omega x} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{\omega xi} - \frac{\Omega \cos \varphi}{2} (s_{11} + s_{12}); & B_{\omega y} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{\omega yi} - \frac{\Omega \cos \varphi}{2} (s_{21} + s_{22}); \\
 B_{\omega z} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{\omega zi} - \frac{\Omega \cos \varphi}{2} (s_{31} + s_{32}). & & (4.42)
 \end{aligned}$$

4.5. Калибровка гироскопов с учетом g^2 -дрейфов

С учетом g - и g^2 -дрейфов выражения для выходных сигналов блока гироскопов представим в виде

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{1\omega} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_g \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \mathbf{M}_{2g} \cdot \begin{bmatrix} a_x a_y \\ a_y a_z \\ a_x a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{\omega x} \\ n_{\omega y} \\ n_{\omega z} \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

где $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$ - нулевые сигналы гироскопов, которые не содержат дрейфов, зависящих от g и g^2 ,

$$\mathbf{M}_{1\omega} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_g = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{2g} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}.$$

Калибровку гироскопов с учетом g - и g^2 -дрейфов проводят на неподвижном основании, учитывая вращение Земли с угловой скоростью Ω , на широте φ , с использованием ОДГ или поворотной установки, позволяющей осуществлять поворот блока гироскопов на фиксированные углы. Расположим ОДГ или поворотную установку так, чтобы ось Ox находилась в плоскости меридиана. Проведем последовательность фиксированных поворотов согласно табл.4.2 и получим значения выходных сигналов гироскопов $U_{\omega xi}, U_{\omega yi}, U_{\omega zi}$ ($i = 1, 2, \dots, 8$). Проводя расчеты по формулам (4.42), получим нулевые сигналы гироскопов $B_{\omega x}, B_{\omega y}, B_{\omega z}$, а также элементы матриц $\mathbf{M}_{1\omega}, \mathbf{M}_g$. Задача состоит в нахождении элементов матрицы \mathbf{M}_{2g} .

Усредняя выходные сигналы в течение одной минуты, запишем уравнения для выходных сигналов (4.43) в обычной форме

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + s_{11}\omega_x + s_{12}\omega_y + s_{13}\omega_z + b_{11}a_x + b_{12}a_y + b_{13}a_z + l_{11}a_x a_y + l_{12}a_y a_z + l_{13}a_x a_z; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + s_{21}\omega_x + s_{22}\omega_y + s_{23}\omega_z + b_{21}a_x + b_{22}a_y + b_{23}a_z + l_{21}a_x a_y + l_{22}a_y a_z + l_{23}a_x a_z; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + s_{31}\omega_x + s_{32}\omega_y + s_{33}\omega_z + b_{31}a_x + b_{32}a_y + b_{33}a_z + l_{31}a_x a_y + l_{32}a_y a_z + l_{33}a_x a_z. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Вначале развернем блок гироскопов на угол δ вокруг оси Ox как показано на рис.4.10.

Проекция кажущегося ускорения и угловой скорости основания примут следующий вид:

$$\begin{aligned} a_x &= 0, \quad a_y = g \sin \delta, \quad a_z = g \cos \delta; \\ \omega_x &= \Omega \cos \varphi; \quad \omega_y = \Omega \sin \varphi \sin \delta; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi \cos \delta. \end{aligned}$$

Подставим данные значения в систему уравнений (4.44):

$$\begin{aligned} U_{\omega x9} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \cos \varphi + s_{12}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta + \\ &\quad + b_{12}g \sin \delta + b_{13}g \cos \delta + l_{12}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\ U_{\omega y9} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \cos \varphi + s_{22}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta + \\ &\quad + b_{22}g \sin \delta + b_{23}g \cos \delta + l_{22}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\ U_{\omega z9} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \cos \varphi + s_{32}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta + \\ &\quad + b_{32}g \sin \delta + b_{33}g \cos \delta + l_{32}g^2 \sin \delta \cos \delta. \end{aligned}$$

Решая полученные уравнения относительно неизвестных элементов матрицы \mathbf{M}_{2g} , получим

$$\begin{aligned}
l_{12} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega x9} - B_{\omega x} - s_{11}\Omega \cos \varphi - s_{12}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{12}g \sin \delta - b_{13}g \cos \delta); \\
l_{22} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega y9} - B_{\omega y} - s_{21}\Omega \cos \varphi - s_{22}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{22}g \sin \delta - b_{23}g \cos \delta); \\
l_{32} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega z9} - B_{\omega z} - s_{31}\Omega \cos \varphi - s_{32}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{32}g \sin \delta - b_{33}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Для случая, когда $\delta = 45^\circ$, формулы (4.45) примут следующий вид

$$\begin{aligned}
l_{12} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega x9} - B_{\omega x} - s_{11}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{12} + s_{13}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{12} + b_{13}) \right]; \\
l_{22} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega y9} - B_{\omega y} - s_{21}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{22} + s_{23}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{22} + b_{23}) \right]; \\
l_{32} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega z9} - B_{\omega z} - s_{31}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{32} + s_{33}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{32} + b_{33}) \right].
\end{aligned}$$

Теперь развернем блок гироскопов на угол δ вокруг оси Oy , как показано на рис.4.11.

Проекция кажущегося ускорения и угловой скорости основания примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
a_x &= -g \sin \delta, \quad a_y = 0, \quad a_z = g \cos \delta; \\
\omega_x &= -\Omega \sin \varphi \sin \delta; \quad \omega_y = \Omega \cos \varphi; \quad \omega_z = \Omega \sin \varphi \cos \delta.
\end{aligned}$$

Подставим данные значения в систему уравнений (4.44):

$$\begin{aligned}
U_{\omega x10} &= B_{\omega x} - s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{12}\Omega \cos \varphi + s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{11}g \sin \delta + b_{13}g \cos \delta - l_{13}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega y10} &= B_{\omega y} - s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{22}\Omega \cos \varphi + s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{21}g \sin \delta + b_{23}g \cos \delta - l_{23}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega z10} &= B_{\omega z} - s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{32}\Omega \cos \varphi + s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - b_{31}g \sin \delta + b_{33}g \cos \delta - l_{33}g^2 \sin \delta \cos \delta.
\end{aligned}$$

Решая полученные уравнения относительно неизвестных элементов матрицы \mathbf{M}_{2g} , получим

$$\begin{aligned}
l_{13} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega x10} - B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{12}\Omega \cos \varphi - \\
&\quad - s_{13}\Omega \sin \varphi \cos \delta + b_{11}g \sin \delta - b_{13}g \cos \delta); \\
l_{23} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega y10} - B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{22}\Omega \cos \varphi - \\
&\quad - s_{23}\Omega \sin \varphi \cos \delta + b_{21}g \sin \delta - b_{23}g \cos \delta); \\
l_{33} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega z10} - B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{32}\Omega \cos \varphi - \\
&\quad - s_{33}\Omega \sin \varphi \cos \delta + b_{31}g \sin \delta - b_{33}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Для случая, когда $\delta = 45^\circ$, формулы (4.46) примут следующий вид

$$\begin{aligned}
l_{13} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega x10} - B_{\omega x} - s_{12}\Omega \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{11} - s_{13}) + \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{11} - b_{13}) \right]; \\
l_{23} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega y10} - B_{\omega y} - s_{22}\Omega \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{21} - s_{23}) + \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{21} - b_{23}) \right]; \\
l_{33} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega z10} - B_{\omega z} - s_{32}\Omega \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{31} - s_{33}) + \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{31} - b_{33}) \right].
\end{aligned}$$

И, наконец, развернем блок гироскопов на угол δ вокруг оси Oz , как показано на рис.4.12.

Проекции кажущегося ускорения и угловой скорости основания примут следующий вид:

$$\begin{aligned}
a_x &= g \sin \delta, \quad a_y = g \cos \delta, \quad a_z = 0; \\
\omega_x &= \Omega \sin \varphi \sin \delta; \quad \omega_y = \Omega \sin \varphi \cos \delta; \quad \omega_z = \Omega \cos \varphi.
\end{aligned}$$

Подставим данные значения в систему уравнений (44):

$$\begin{aligned}
U_{\omega x11} &= B_{\omega x} + s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{12}\Omega \sin \varphi \cos \delta + s_{13}\Omega \cos \varphi + \\
&\quad + b_{11}g \sin \delta + b_{13}g \cos \delta + l_{11}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega y11} &= B_{\omega y} + s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{22}\Omega \sin \varphi \cos \delta + s_{23}\Omega \cos \varphi + \\
&\quad + b_{21}g \sin \delta + b_{22}g \cos \delta + l_{21}g^2 \sin \delta \cos \delta; \\
U_{\omega z11} &= B_{\omega z} + s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta + s_{32}\Omega \sin \varphi \cos \delta + s_{33}\Omega \cos \varphi + \\
&\quad + b_{31}g \sin \delta + b_{32}g \cos \delta + l_{31}g^2 \sin \delta \cos \delta.
\end{aligned}$$

Решая полученные уравнения относительно неизвестных элементов матрицы \mathbf{M}_{2g} , получим

$$\begin{aligned}
l_{11} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega x11} - B_{\omega x} - s_{11}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{12}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - s_{13}\Omega \cos \varphi - b_{11}g \sin \delta - b_{12}g \cos \delta); \\
l_{21} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega y11} - B_{\omega y} - s_{21}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{22}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - s_{23}\Omega \cos \varphi - b_{21}g \sin \delta - b_{22}g \cos \delta); \\
l_{31} &= \frac{2}{g^2 \sin 2\delta} (U_{\omega z11} - B_{\omega z} - s_{31}\Omega \sin \varphi \sin \delta - s_{32}\Omega \sin \varphi \cos \delta - \\
&\quad - s_{33}\Omega \cos \varphi - b_{31}g \sin \delta - b_{32}g \cos \delta).
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Для случая, когда $\delta = 45^\circ$, формулы (4.47) примут следующий вид

$$\begin{aligned}
l_{11} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega x11} - B_{\omega x} - s_{13}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{11} + s_{12}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{11} + b_{12}) \right]; \\
l_{21} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega y11} - B_{\omega y} - s_{32}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{21} + s_{22}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{21} + b_{22}) \right]; \\
l_{31} &= \frac{2}{g^2} \left[U_{\omega z11} - B_{\omega z} - s_{33}\Omega \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega \sin \varphi (s_{31} + s_{32}) - \frac{\sqrt{2}}{2}g (b_{31} + b_{32}) \right].
\end{aligned}$$

Итак, проведя вычисления по формулам (4.45), (4.46) и (4.47) можно определить искомые элементы матрицы \mathbf{M}_{2g} .

4.6. Скалярная калибровка блока акселерометров

Для калибровки блока акселерометров обычно используют метод тестовых поворотов, при котором в качестве эталона принимают вектор ускорения силы тяжести \vec{g} . Основной недостаток такого метода – предъявление жестких требований к угловой выставке испытательного оборудования, поскольку неточность выставки влияет на результаты калибровки.

Также известен скалярный способ калибровки [5,21,45] акселерометров, который получил свое название благодаря тому, что в качестве эталона измеряемой величины принимают не вектор, а скалярную величину. В гравитационном поле Земли для акселерометров такой скалярной величиной будет являться величина ускорения силы тяжести g .

С учетом погрешностей масштабных коэффициентов акселерометров, выходные сигналы акселерометров (4.1) примут вид:

$$\begin{aligned}
U_{ax} &= B_{ax} + (S_{ax} + E_{ax})a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z + n_{ax}; \\
U_{ay} &= B_{ay} + (S_{ay} + E_{ay})a_y + k_{21}a_x + k_{23}a_z + n_{ay}; \\
U_{az} &= B_{az} + (S_{az} + E_{az})a_z + k_{31}a_x + k_{32}a_y + n_{az},
\end{aligned} \tag{4.48}$$

где S_{ax}, S_{ay}, S_{az} - номинальные значения масштабных коэффициентов акселерометров, E_{ax}, E_{ay}, E_{az} - погрешности масштабных коэффициентов акселерометров.

Калибровку проводим на неподвижном основании в гравитационном поле Земли, поэтому перейдем от кажущегося ускорения \vec{a} к проекциям ускорения силы тяжести \vec{g} .

Рассмотрим выходные сигналы акселерометров при $a_x = -g_x, a_y = -g_y, a_z = -g_z$:

$$\begin{aligned} U_{ax} &= B_{ax} - (S_{ax} + E_{ax})g_x - k_{12}g_y - k_{13}g_z + n_{ax}; \\ U_{ay} &= B_{ay} - (S_{ay} + E_{ay})g_y - k_{21}g_x - k_{23}g_z + n_{ay}; \\ U_{az} &= B_{az} - (S_{az} + E_{az})g_z - k_{31}g_x - k_{32}g_y + n_{az}, \end{aligned} \quad (4.49)$$

Для уменьшения влияния шумов измерений выходные сигналы усредняются в течение 30...60 секунд. Поэтому в дальнейшем будем опускать n_{ax}, n_{ay}, n_{az} .

Запишем уравнения (4.49) в безразмерной форме. Проведем операцию нормировки – для этого разделим каждое уравнение выходного сигнала акселерометра на соответствующий масштабный коэффициент и модуль вектора \vec{g} ($g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}$):

$$\begin{aligned} \frac{U_{ax}}{S_{ax} \cdot g} &= \frac{B_{ax}}{S_{ax} \cdot g} - \left(1 + \frac{E_{ax}}{S_{ax}}\right) \frac{g_x}{g} - \frac{k_{12}}{S_{ax}} \frac{g_y}{g} - \frac{k_{13}}{S_{ax}} \frac{g_z}{g}; \\ \frac{U_{ay}}{S_{ay} \cdot g} &= \frac{B_{ay}}{S_{ay} \cdot g} - \left(1 + \frac{E_{ay}}{S_{ay}}\right) \frac{g_y}{g} - \frac{k_{21}}{S_{ay}} \frac{g_x}{g} - \frac{k_{23}}{S_{ay}} \frac{g_z}{g}; \\ \frac{U_{az}}{S_{az} \cdot g} &= \frac{B_{az}}{S_{az} \cdot g} - \left(1 + \frac{E_{az}}{S_{az}}\right) \frac{g_z}{g} - \frac{k_{31}}{S_{az}} \frac{g_x}{g} - \frac{k_{32}}{S_{az}} \frac{g_y}{g}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Введем новые обозначения безразмерных выходных сигналов и величин правых частей

$$\begin{aligned} \tilde{a}_x &= \frac{U_{ax}}{S_{ax} \cdot g}; & b_{ax} &= \frac{B_{ax}}{S_{ax} \cdot g}; & e_{ax} &= \frac{E_{ax}}{S_{ax}}; & \bar{g}_x &= \frac{g_x}{g}; \\ \tilde{a}_y &= \frac{U_{ay}}{S_{ay} \cdot g}; & b_{ay} &= \frac{B_{ay}}{S_{ay} \cdot g}; & e_{ay} &= \frac{E_{ay}}{S_{ay}}; & \bar{g}_y &= \frac{g_y}{g}; \\ \tilde{a}_z &= \frac{U_{az}}{S_{az} \cdot g}; & b_{az} &= \frac{B_{az}}{S_{az} \cdot g}; & e_{az} &= \frac{E_{az}}{S_{az}}; & \bar{g}_z &= \frac{g_z}{g}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Согласно скалярному способу калибровки, следует вычислить скалярную величину вектора измерений и сравнить его с известным скалярным значением измеряемого вектора.

Во второй главе отмечено, погрешности изготовления и установки акселерометров в инерциально-измерительный модуль приводят к появлению углов *невыставок*.

Углы невыставки приводят к появлению матрицы

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ax} + E_{ax} & S_{ax}\Delta_{xz} & -S_{ax}\Delta_{xy} \\ -S_{ay}\Delta_{yz} & S_{ay} + E_{ay} & S_{ay}\Delta_{yx} \\ S_{az}\Delta_{zy} & -S_{az}\Delta_{zx} & S_{az} + E_{az} \end{bmatrix}.$$

С учетом данной матрицы нормированные выходные сигналы акселерометров примут вид

$$\begin{aligned}\tilde{a}_x &= b_{ax} - (1 + e_{ax})\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_y &= b_{ay} - (1 + e_{ay})\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_z &= b_{az} - (1 + e_{az})\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y.\end{aligned}$$

Раскроем круглые скобки и поменяем местами слагаемые:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_x &= -\bar{g}_x + b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_y &= -\bar{g}_y + b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z; \\ \tilde{a}_z &= -\bar{g}_z + b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y.\end{aligned}$$

Возведем в квадрат нормированные выходные сигналы и сложим:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 &= \left[-\bar{g}_x + (b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z) \right]^2 + \\ &+ \left[-\bar{g}_y + (b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z) \right]^2 + \\ &+ \left[-\bar{g}_z + (b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y) \right]^2.\end{aligned}$$

Раскроем справа квадратные скобки:

$$\begin{aligned}\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 &= \bar{g}_x^2 - 2\bar{g}_x(b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z) + \\ &+ (b_{ax} - e_{ax}\bar{g}_x - \Delta_{xz}\bar{g}_y + \Delta_{xy}\bar{g}_z)^2 + \\ &+ \bar{g}_y^2 - 2\bar{g}_y(b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z) + \\ &+ (b_{ay} - e_{ay}\bar{g}_y + \Delta_{yz}\bar{g}_x - \Delta_{yx}\bar{g}_z)^2 + \\ &+ \bar{g}_z^2 - 2\bar{g}_z(b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y) + \\ &+ (b_{az} - e_{az}\bar{g}_z - \Delta_{zy}\bar{g}_x + \Delta_{zx}\bar{g}_y)^2.\end{aligned}$$

Поскольку $\bar{g}_x^2 + \bar{g}_y^2 + \bar{g}_z^2 = 1$, а также пренебрегая величинами второго порядка малости, для триады акселерометров получим

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 - 1) &= -b_{ax}\bar{g}_x - b_{ay}\bar{g}_y - b_{az}\bar{g}_z + e_{ax}\bar{g}_x^2 + e_{ay}\bar{g}_y^2 + e_{az}\bar{g}_z^2 + \\ &+ (\Delta_{xz} - \Delta_{yz})\bar{g}_x\bar{g}_y + (\Delta_{zy} - \Delta_{xy})\bar{g}_x\bar{g}_z + (\Delta_{yx} - \Delta_{zx})\bar{g}_y\bar{g}_z.\end{aligned}\quad (4.52)$$

Обозначим разности углов невыставки для акселерометров

$$\delta_{a1} = \Delta_{xz} - \Delta_{yz}, \quad \delta_{a2} = \Delta_{zy} - \Delta_{xy}, \quad \delta_{a3} = \Delta_{yx} - \Delta_{zx},$$

Теперь исходное «калибровочное» уравнение (4.52) для акселерометров примет вид

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2 - 1) &= -b_{ax}\bar{g}_x - b_{ay}\bar{g}_y - b_{az}\bar{g}_z + \\ &+ e_{ax}\bar{g}_x^2 + e_{ay}\bar{g}_y^2 + e_{az}\bar{g}_z^2 + \delta_{a1}\bar{g}_x\bar{g}_y + \delta_{a2}\bar{g}_x\bar{g}_z + \delta_{a3}\bar{g}_y\bar{g}_z.\end{aligned}\quad (4.53)$$

Итак, разность между скалярной величиной нормированного измеряемого вектора и его действительным значением, равным единице, пропорциональна погрешностям акселерометров. Коэффициентами в этой зависимости являются нормированные значения измеряемого ускорения $\bar{g}_x, \bar{g}_y, \bar{g}_z$ для акселерометров, их степени и произведения.

В уравнениях (4.53) искомыми неизвестными являются девять параметров, которые искажают выходные сигналы блока акселерометров. Три из них представляют собой разности углов неортогональности осей приборов.

Для калибровки блока акселерометров надо в поле силы тяжести поворачивать его вокруг определенного направления на фиксированные углы и в каждом положении получать нормированные выходные сигналы. Для решения уравнения (4.53) требуется минимум девять положений блока акселерометров, т.е. число испытаний должно быть $n \geq 9$.

Зададим ориентацию блока акселерометров относительно географической системы координат $o\xi\eta\zeta$ углами Эйлера-Крылова α, β, γ (рис.4.13).

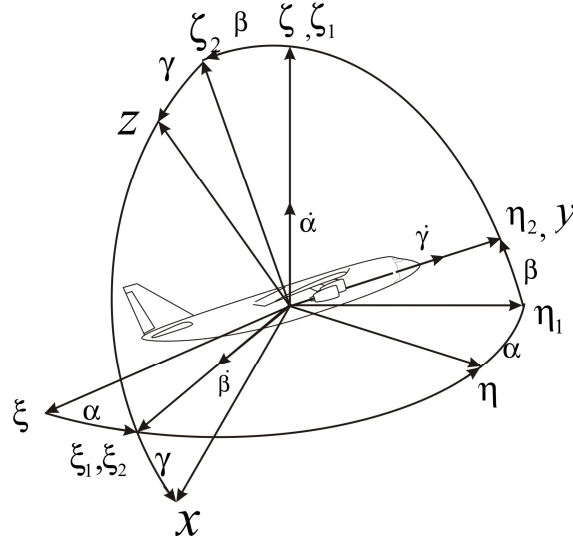


Рис.4.13. Ориентация блока акселерометров относительно географической системы координат

Переход от системы координат $o\xi\eta\zeta$ к $oxyz$ определяется матрицей направляющих косинусов

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}. \quad (4.54)$$

Используя матричные уравнения (4.54), получим нормированные проекции ускорения \bar{g} :

$$\begin{aligned} \bar{g}_x &= -a_{13}; \\ \bar{g}_y &= -a_{23}; \\ \bar{g}_z &= -a_{33}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Проведем n испытаний и запишем уравнение (4.53) для n испытаний:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\tilde{a}_{xi}^2 + \tilde{a}_{yi}^2 + \tilde{a}_{zi}^2 - 1) &= -b_{ax}\bar{g}_{xi} - b_{ay}\bar{g}_{yi} - b_{az}\bar{g}_{zi} + \\ &+ e_{ax}\bar{g}_{xi}^2 + e_{ay}\bar{g}_{yi}^2 + e_{az}\bar{g}_{zi}^2 + \delta_{a1}\bar{g}_{xi}\bar{g}_{yi} + \delta_{a2}\bar{g}_{xi}\bar{g}_{zi} + \delta_{a3}\bar{g}_{yi}\bar{g}_{zi}. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Здесь $\tilde{a}_{xi}, \tilde{a}_{yi}, \tilde{a}_{zi}$ - нормированные выходные сигналы блока акселерометров, $\bar{g}_{xi}, \bar{g}_{yi}, \bar{g}_{zi}$ - нормированные значения проекций вектора силы тяжести для i -го положения блока акселерометров ($i = 1, 2, \dots, n$).

Представим уравнения (4.56) в матричной форме:

нимают не вектор, а скалярную величину. Для гироскопов такой скалярной величиной будет являться величина угловой скорости вращения установки $\vec{\omega}$.

Воспользуемся выражениями для выходных сигналов гироскопов (3.4). После усреднения выходных сигналов в течение 30-60 сек, получим:

$$\begin{bmatrix} U_{\omega x} \\ U_{\omega y} \\ U_{\omega z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{\omega x} \\ B_{\omega y} \\ B_{\omega z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (4.59)$$

С учетом погрешностей масштабных коэффициентов гироскопов матрица 3x3 примет вид

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\omega x} + E_{\omega x} & S_{\omega x} \Delta_{xz} & -S_{\omega x} \Delta_{xy} \\ -S_{\omega y} \Delta_{yz} & S_{\omega y} + E_{\omega y} & S_{\omega y} \Delta_{yx} \\ S_{\omega z} \Delta_{zy} & -S_{\omega z} \Delta_{zx} & S_{\omega z} + E_{\omega z} \end{bmatrix},$$

где $S_{\omega x}, S_{\omega y}, S_{\omega z}$ - номинальные значения масштабных коэффициентов гироскопов, $E_{\omega x}, E_{\omega y}, E_{\omega z}$ - погрешности масштабных коэффициентов гироскопов, Δ_{yx} - углы невыставки гироскопов.

Подставляя последнюю матрицу 3x3 в выражения (4.59), получим

$$\begin{aligned} U_{\omega x} &= B_{\omega x} + (S_{\omega x} + E_{\omega x})\omega_x + S_{\omega x} \Delta_{xz} \omega_y - S_{\omega x} \Delta_{xy} \omega_z; \\ U_{\omega y} &= B_{\omega y} + (S_{\omega y} + E_{\omega y})\omega_y - S_{\omega y} \Delta_{yz} \omega_x + S_{\omega y} \Delta_{yx} \omega_z; \\ U_{\omega z} &= B_{\omega z} + (S_{\omega z} + E_{\omega z})\omega_z + S_{\omega z} \Delta_{zy} \omega_x - S_{\omega z} \Delta_{zx} \omega_y. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Запишем уравнения (4.60) в безразмерной форме. Проведем операцию нормировки – для этого разделим каждое уравнение выходного сигнала акселерометра на соответствующий масштабный коэффициент и модуль вектора угловой скорости вращения установки $\vec{\omega}$. ($\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$):

$$\begin{aligned} \frac{U_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega} &= \frac{B_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega} + \left(1 + \frac{E_{\omega x}}{S_{\omega x}}\right) \frac{\omega_x}{\omega} + \Delta_{xz} \frac{\omega_y}{\omega} - \Delta_{xy} \frac{\omega_z}{\omega}; \\ \frac{U_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega} &= \frac{B_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega} + \left(1 + \frac{E_{\omega y}}{S_{\omega y}}\right) \frac{\omega_y}{\omega} - \Delta_{yz} \frac{\omega_x}{\omega} + \Delta_{yx} \frac{\omega_z}{\omega}; \\ \frac{U_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega} &= \frac{B_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega} + \left(1 + \frac{E_{\omega z}}{S_{\omega z}}\right) \frac{\omega_z}{\omega} + \Delta_{zy} \frac{\omega_x}{\omega} - \Delta_{zx} \frac{\omega_y}{\omega}. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Введем новые обозначения безразмерных выходных сигналов и величин правых частей

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x &= \frac{U_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega}; & b_{\omega x} &= \frac{B_{\omega x}}{S_{\omega x} \cdot \omega}; & e_{\omega x} &= \frac{E_{\omega x}}{S_{\omega x}}; & \bar{\omega}_x &= \frac{\omega_x}{\omega}; \\
\tilde{\omega}_y &= \frac{U_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega}; & b_{\omega y} &= \frac{B_{\omega y}}{S_{\omega y} \cdot \omega}; & e_{\omega y} &= \frac{E_{\omega y}}{S_{\omega y}}; & \bar{\omega}_y &= \frac{\omega_y}{\omega}; \\
\tilde{\omega}_z &= \frac{U_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega}; & b_{\omega z} &= \frac{B_{\omega z}}{S_{\omega z} \cdot \omega}; & e_{\omega z} &= \frac{E_{\omega z}}{S_{\omega z}}; & \bar{\omega}_z &= \frac{\omega_z}{\omega}.
\end{aligned} \tag{4.62}$$

Теперь с учетом обозначений (4.62) нормированные выходные сигналы гироскопов примут вид

$$\begin{aligned}
\omega_x &= b_{\omega x} + (1 + e_{\omega x})\bar{\omega}_x + \Delta_{xz}\bar{\omega}_y - \Delta_{xy}\bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_y &= b_{\omega y} + (1 + e_{\omega y})\bar{\omega}_y - \Delta_{yz}\bar{\omega}_x + \Delta_{yx}\bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_z &= b_{\omega z} + (1 + e_{\omega z})\bar{\omega}_z + \Delta_{zy}\bar{\omega}_x - \Delta_{zx}\bar{\omega}_y.
\end{aligned}$$

Раскроем круглые скобки и поменяем местами слагаемые:

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x &= \bar{\omega}_x + b_{\omega x} + e_{\omega x}\bar{\omega}_x + \Delta_{xz}\bar{\omega}_y - \Delta_{xy}\bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_y &= \bar{\omega}_y + b_{\omega y} + e_{\omega y}\bar{\omega}_y - \Delta_{yz}\bar{\omega}_x + \Delta_{yx}\bar{\omega}_z; \\
\tilde{\omega}_z &= \bar{\omega}_z + b_{\omega z} + e_{\omega z}\bar{\omega}_z + \Delta_{zy}\bar{\omega}_x - \Delta_{zx}\bar{\omega}_y.
\end{aligned}$$

Возведем в квадрат нормированные выходные сигналы и сложим:

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 &= \left[\bar{\omega}_x + (b_{\omega x} + e_{\omega x}\bar{\omega}_x + \Delta_{xz}\bar{\omega}_y - \Delta_{xy}\bar{\omega}_z) \right]^2 + \\
&+ \left[\bar{\omega}_y + (b_{\omega y} + e_{\omega y}\bar{\omega}_y - \Delta_{yz}\bar{\omega}_x + \Delta_{yx}\bar{\omega}_z) \right]^2 + \\
&+ \left[\bar{\omega}_z + (b_{\omega z} + e_{\omega z}\bar{\omega}_z + \Delta_{zy}\bar{\omega}_x - \Delta_{zx}\bar{\omega}_y) \right]^2.
\end{aligned}$$

Раскроем справа квадратные скобки:

$$\begin{aligned}
\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 &= \bar{\omega}_x^2 + 2\bar{\omega}_x(b_{\omega x} + e_{\omega x}\bar{\omega}_x + \Delta_{xz}\bar{\omega}_y - \Delta_{xy}\bar{\omega}_z) + \\
&+ (b_{\omega x} + e_{\omega x}\bar{\omega}_x + \Delta_{xz}\bar{\omega}_y - \Delta_{xy}\bar{\omega}_z)^2 + \\
&+ \bar{\omega}_y^2 + 2\bar{\omega}_y(b_{\omega y} + e_{\omega y}\bar{\omega}_y - \Delta_{yz}\bar{\omega}_x + \Delta_{yx}\bar{\omega}_z) + \\
&+ (b_{\omega y} + e_{\omega y}\bar{\omega}_y - \Delta_{yz}\bar{\omega}_x + \Delta_{yx}\bar{\omega}_z)^2 + \\
&+ \bar{\omega}_z^2 + 2\bar{\omega}_z(b_{\omega z} + e_{\omega z}\bar{\omega}_z + \Delta_{zy}\bar{\omega}_x - \Delta_{zx}\bar{\omega}_y) + \\
&+ (b_{\omega z} + e_{\omega z}\bar{\omega}_z + \Delta_{zy}\bar{\omega}_x - \Delta_{zx}\bar{\omega}_y)^2.
\end{aligned}$$

Поскольку $\bar{\omega}_x^2 + \bar{\omega}_y^2 + \bar{\omega}_z^2 = 1$, а также пренебрегая величинами второго порядка малости, для триады акселерометров получим

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}(\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2 - 1) &= b_{\omega x}\bar{\omega}_x + b_{\omega y}\bar{\omega}_y + b_{\omega z}\bar{\omega}_z + e_{\omega x}\bar{\omega}_x^2 + e_{\omega y}\bar{\omega}_y^2 + e_{\omega z}\bar{\omega}_z^2 + \\
&+ (\Delta_{xz} - \Delta_{yz})\bar{\omega}_x\bar{\omega}_y + (\Delta_{zy} - \Delta_{xy})\bar{\omega}_x\bar{\omega}_z + (\Delta_{yx} - \Delta_{zx})\bar{\omega}_y\bar{\omega}_z.
\end{aligned} \tag{4.63}$$

Обозначим разности углов невыставки для акселерометров

$$\mathbf{e}_\omega = [b_{\omega x} \quad b_{\omega y} \quad b_{\omega z} \quad e_{\omega x} \quad e_{\omega y} \quad e_{\omega z} \quad \delta_{\omega 1} \quad \delta_{\omega 2} \quad \delta_{\omega 3}]^T.$$

Решая матричное уравнение (66) методом наименьших квадратов (МНК), получим

$$\hat{\mathbf{e}}_\omega = (\mathbf{\omega}^T \mathbf{\omega})^{-1} \mathbf{\omega}^T \mathbf{u}_\omega, \quad (4.67)$$

где $\hat{\mathbf{e}}_\omega$ - оценки искомых параметров блока акселерометров.

При вычислении по формуле (4.67) – выполнение таких вычислительных процедур с матрицами, как транспонирование, перемножение и обращение уже не производится с элементами матрицы направляющих косинусов, как это было при скалярной калибровке блока акселерометров. Поэтому для решения проблемы вырождения матрицы, необходимо обеспечить выполнение условия $rank \mathbf{\omega} = 9$.

Теперь, зная оценки нормированных параметров $\hat{\mathbf{e}}_\omega$, можно, используя формулы (4.62), вычислить оценки исходных параметров

$$\hat{B}_{\omega j} = \hat{b}_{\omega j} S_{\omega j} \omega; \quad \hat{E}_{\omega j} = \hat{e}_{\omega j} S_{\omega j}, \quad j = x, y, z.$$

Контрольные вопросы к разделу 4:

1. Как проводится калибровка блока акселерометров?
2. Как проводится калибровка блока гироскопов?
3. Как проводится калибровка блока гироскопов с учетом g -дрейфов?
4. В чем суть скалярной калибровки ИИМ?

Приложение 1.

Обнаружение и исключение грубых погрешностей из результатов испытаний

Иногда можно заметить, что в полученной группе результатов испытаний один или два результата существенно отличаются от остальных. Если наличие ошибки в снятии показаний и других недостатков не обнаружено, то необходимо проверить, не являются ли данные результаты грубыми погрешностями, подлежащими исключению [31]. Решение этой задачи выполняется общими методами проверки статистических гипотез в предположении нормального распределения результатов наблюдений.

Критерий оценки аномальности результатов испытаний

Этот критерий используют, когда число испытаний невелико ($n \leq 20$).

Алгоритм исключения грубых погрешностей по этому критерию из результатов испытаний следующий:

1. Результаты из n испытаний упорядочивают по возрастанию

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots < x_n.$$

Здесь x_1 и x_n - предполагаемые промахи.

2. Вычисляют оценки среднего арифметического значения, абсолютных погрешностей и СКО:

$$\tilde{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (\text{П1.1})$$

$$\tilde{\Delta}_i = x_i - \tilde{x}, \quad (\text{П1.2})$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \tilde{\Delta}_i^2}. \quad (\text{П3.3})$$

3. Для предполагаемых промахов, которыми могут быть результаты x_1 и x_n , проводят расчет коэффициентов

$$t_1 = \frac{|\tilde{\Delta}_1|}{\tilde{\sigma}}, \quad t_n = \frac{|\tilde{\Delta}_n|}{\tilde{\sigma}}, \quad (\text{П1.4})$$

4. Задаются уровнем значимости критерия ошибки q , который зависит от вероятности того, что истинное значение измеряемой величины $x_{\text{и}}$ находится в доверительном интервале

$$P_{\text{д}}(x_{\text{н}} < x_{\text{и}} < x_{\text{в}}) = 1 - q.$$

Здесь $x_{\text{н}}, x_{\text{в}}$ - нижняя и верхняя границы доверительного интервала.

Этот уровень должен быть достаточно малым, чтобы вероятность ошибки была невелика.

Чем больше доверительная вероятность $P_{\text{д}}$, тем меньше уровень значимости критерия ошибки q .

Из табл. 1 по заданным параметрам q и n находят предельное значение коэффициента $t_{\text{г}}$.

5. Выполняют сравнение коэффициентов, определяемых по формулам (4) с t_r . Если выполняется $t_1 > t_r$ и $t_n > t_r$, результаты x_1 и x_n относят к промахам и исключают из результатов испытаний.

6. Вычисляют новые значения \tilde{x} и $\tilde{\sigma}$ без учета промахов.

Табл.П1. Предельное значение коэффициента t_r

Число наблюдений n	Предельное значение t_r при уровне значимости q				Число наблюдений n	Предельное значение t_r при уровне значимости q			
	0,100	0,075	0,050	0,025		0,100	0,075	0,050	0,025
3	1,15	1,15	1,15	1,15	12	2,13	2,20	2,29	2,41
4	1,42	1,44	1,46	1,48	13	2,17	2,24	2,33	2,47
5	1,60	1,64	1,67	1,72	14	2,21	2,28	2,37	2,50
6	1,73	1,77	1,82	1,89	15	2,25	2,32	2,41	2,55
7	1,83	1,88	1,94	2,02	16	2,28	2,35	2,44	2,58
8	1,91	1,96	2,03	2,13	17	2,31	2,38	2,48	2,62
9	1,98	2,04	2,11	2,21	18	2,34	2,41	2,50	2,66
10	2,03	2,10	2,18	2,29	19	2,36	2,44	2,53	2,68
11	2,09	2,14	2,23	2,36	20	2,38	2,46	2,56	2,71

Пример П1. Проверить результаты 18-ти многократных измерений сопротивления резистора R (Ом), представленные в табл.П2, на наличие промахов. Уровень значимости ошибки q=0.1.

Таблица П2.

R_i	8,619	8,380	8,498	8,484	8,340	8,526	8,394	8,641	8,420
R_i	8,553	8,522	8,408	8,283	8,494	8,399	8,561	8,551	8,669

Решение:

1. Упорядочиваем результаты измерений по возрастанию (табл.П3):

Таблица П3.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_i	8,283	8,340	8,380	8,394	8,399	8,408	8,420	8,484	8,494
$\tilde{\Delta}_i$	-0,203	-0,146	-0,106	-0,092	-0,087	-0,078	-0,066	-0,002	0,008
i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
R_i	8,498	8,522	8,526	8,551	8,553	8,561	8,619	8,641	8,669
$\tilde{\Delta}_i$	0,012	0,036	0,04	0,065	0,067	0,075	0,133	0,155	0,183

2. Вычисляем оценку $\tilde{x} = \tilde{R}$, абсолютную погрешность $\tilde{\Delta}_i = x_i - \tilde{x}$ и оценку СКО $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \frac{152,742}{18} = 8,486 \text{ Ом};$$

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\tilde{\Delta}_i)^2} = \sqrt{\frac{0,188528}{17}} = 0,105.$$

3. Вычисляем коэффициенты t_1 и t_{18} по формуле (3):

$$t_1 = \frac{|R_1 - \tilde{R}|}{\tilde{\sigma}} = 1,933 \quad ; \quad t_{18} = \frac{|R_{18} - \tilde{R}|}{\tilde{\sigma}} = 1,743.$$

4. По уровню значимости ошибки q=0.1 и $n = 18$ из табл.1 находим $t_r = 2,34$.

5. Поскольку $t_1 < t_r$ и $t_{18} < t_r$, результаты R_1 и R_{18} не являются грубыми погрешностями. Аналогичный вывод относится для всех результатов наблюдений.

Критерий «трех сигм».

Данный критерий хорошо работает при числе испытаний $n > 20$.

1. Значения \tilde{x} и $\tilde{\sigma}$ вычисляют без учета экстремальных значений x_i .
2. Результат x_i считают промахом, если $|x_i - \tilde{x}| > 3\tilde{\sigma}$.

Приложение 2.

Метод наименьших квадратов. Линейная зависимость

Пусть даны экспериментальные данные $x_i, y_i (i = 1, 2, \dots, n)$, где n - число испытаний (рис. П2.1) [31].

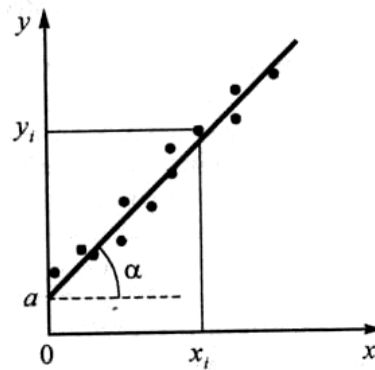


Рис. П2.1. Экспериментальные данные

Требуется определить аналитическую зависимость $y = f(x)$ между x и y .

Экспериментальные данные x_i, y_i отличаются от истинных значений x и y из-за систематических и случайных погрешностей измерений.

Возникает задача наилучшей аппроксимации зависимости $y = f(x)$ по экспериментальным данным x_i, y_i .

Оптимальный подход к решению данной задачи возможен на основе применения метода наименьших квадратов (МНК).

Суть метода МНК состоит в том, что наиболее вероятными значениями искомой аналитической зависимости будут такие, при которых сумма квадратов отклонений экспериментальных значений y_i от значений самой функции y , будет наименьшей:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = \min. \quad (\text{П2.1})$$

В случае регрессионной модели $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$ - полином с неизвестными коэффициентами, которые требуется вычислить.

Сумма (П2.1) минимальна, если ее частные производные по a_j равны нулю:

$$\frac{\partial}{\partial a_j} \sum_{i=1}^n (y_i - y)^2 = 0, \text{ где } j = 1, 2, \dots, m$$

Рассмотрим важный для практики **случай I**, когда искомая зависимость имеет линейный характер вида

$$y = a_0 + a_1x. \quad (\text{П2.2})$$

Подставим (П2.2) в (П2.1):

$$\sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1x_i)]^2 = \min. \quad (\text{П2.3})$$

Сумма (П2.3) минимальна, если ее частные производные по a_0 и a_1 равны нулю.

Находим частные производные и из полученных уравнений составим систему уравнений

$$\begin{aligned} a_0n + a_1 \sum x_i &= \sum y_i; \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 &= \sum y_i x_i. \end{aligned} \quad (\text{П2.4})$$

Обозначим $\sum x_i = s_1$, $\sum x_i^2 = s_2$; $\sum y_i = s_3$; $\sum y_i x_i = s_4$.

Тогда систему уравнений можно записать в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} n & s_1 \\ s_1 & s_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_3 \\ s_4 \end{bmatrix}. \quad (\text{П2.5})$$

Решаем систему уравнений (П2.5) методом Крамера:

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta}, \quad a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad (\text{П2.6})$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} n & s_1 \\ s_1 & s_2 \end{vmatrix} = ns_2 - s_1^2, \quad \Delta_0 = \begin{vmatrix} s_3 & s_1 \\ s_4 & s_2 \end{vmatrix} = s_2s_3 - s_1s_4, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} n & s_3 \\ s_1 & s_4 \end{vmatrix} = ns_4 - s_1s_3.$$

Пример 2. Требуется установить реальную зависимость сопротивления металлического проводника от температуры $R_t = f(t)$ по результатам совместных измерений (табл.П2.1).

Теоретическая зависимость сопротивления от температуры: $R_t = R_0(1 + \alpha t)$,

где R_0 - сопротивление при $t = 0$, α - температурный коэффициент.

Таблица П2.1

t , °C	R_t , Ом
10	10,3
15	10,9
20	11,3
25	11,6

Теоретическую зависимость сопротивления от температуры можно представить в виде

$$R_t = R_0 + R_0\alpha t.$$

Обозначим $a_0 = R_0$, $a_1 = R_0\alpha$.

Рассчитаем искомые коэффициенты по формулам (П2.6):

$$a_0 = 9,52 \text{ Ом}, \quad a_1 = 0,086 \text{ Ом/град.}$$

$$\alpha = \frac{a_1}{R_0} = 9,03 \cdot 10^{-3} \text{ 1/град.}$$

Итак, реальная зависимость имеет вид $R_t = 9,52(1 + 9,03 \cdot 10^{-3} t)$.

$$e_1 = y_1 - \hat{y}_1; e_2 = y_2 - \hat{y}_2; \dots; e_n = y_n - \hat{y}_n. \quad (\text{ПЗ.5})$$

и запишем функцию ошибок в виде

$$F(e) = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (\text{ПЗ.6})$$

Метод наименьших квадратов (МНК) состоит в том, что из условия

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \min. \quad (\text{ПЗ.7})$$

определяют параметры y_i , по которым можно восстановить искомые характеристики прибора.

Согласно матричному исчислению [14], поскольку (ПЗ.6) является квадратичной формой, то в матричном виде функцию ошибок можно записать

$$\mathbf{F}(\mathbf{e}) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}). \quad (\text{ПЗ.8})$$

Для выполнения условия МНК (ПЗ.7), найдем частные производные от квадратичной функции (ПЗ.6) по параметрам $\hat{\mathbf{a}}$ и приравняем их нулю:

$$\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{e})}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = 0. \quad (\text{ПЗ.9})$$

Производная от матрицы вида (ПЗ.8) вычисляется следующим образом [18]:

$$\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{e})}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = 2 \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}). \quad (\text{ПЗ.6})$$

Учитывая, что операция транспонирования для суммы и произведения матриц выполняется по правилам $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$ и $(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$, получим

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T = \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y}^T - \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{X}^T) = \frac{\partial \mathbf{y}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}} - \frac{\partial \hat{\mathbf{a}}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}} \mathbf{X}^T - \hat{\mathbf{a}}^T \frac{\partial \mathbf{X}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}}. \quad (\text{ПЗ.11})$$

Поскольку $\frac{\partial \hat{\mathbf{a}}^T}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{I}$ - единичная матрица [18], а первое и последнее слагаемые в (ПЗ.11) равны нулю, то

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{a}}} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}})^T = -\mathbf{I} \cdot \mathbf{X}^T = -\mathbf{X}^T.$$

Теперь выражение (ПЗ.6) можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{e})}{\partial \hat{\mathbf{a}}} = -2\mathbf{X}^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}) = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}}.$$

Приравнявая последнее выражение нулю, согласно условию МНК (ПЗ.9), получим

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}. \quad (\text{ПЗ.12})$$

Если исходная система уравнений имеет вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{aX} + \xi, \quad (\text{ПЗ.13})$$

то применение МНК в матричной форме приведет к необходимости решения следующего матричного уравнения:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{X}^T \cdot (\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T)^{-1}. \quad (\text{ПЗ.14})$$

Для практического применения полученных результатов, удобно использовать табл. ПЗ.1:

Таблица ПЗ.1. *Виды МНК в матричной форме*

Вид исходного уравнения	$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{a} + \boldsymbol{\xi}$	$\mathbf{y} = \mathbf{a}\mathbf{X} + \boldsymbol{\xi}$
Прямое решение	$\mathbf{a} = \mathbf{X}^{-1}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\xi})$	$\mathbf{a} = (\mathbf{y} - \boldsymbol{\xi})\mathbf{X}^{-1}$
МНК	$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$	$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{y} \cdot \mathbf{X}^T \cdot (\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T)^{-1}$

Очевидно, что для решения уравнений (ПЗ.12) и (ПЗ.14) предпочтительно использование MatLAB.

Чаще всего на практике [47] имеют дело с нелинейной зависимостью вида

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4.$$

Пусть у нас имеется n реализаций (испытаний):

$$\begin{aligned} y_1 &= a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 + a_4x_1^4 + \xi_1; \\ y_2 &= a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_3x_2^3 + a_4x_2^4 + \xi_2; \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + a_3x_n^3 + a_4x_n^4 + \xi_n. \end{aligned}$$

Данную систему уравнений запишем в матричной форме

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{a} + \boldsymbol{\xi},$$

где \mathbf{y} - вектор-столбец размерности $(n \times 1)$, \mathbf{X} - матрица $(n \times 5)$, \mathbf{a} - вектор-столбец размерности (5×1) :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & x_1^4 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_n^2 & x_n^3 & x_n^4 \end{bmatrix}; \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}.$$

Решение матричного уравнения методом наименьших квадратов ищем по формуле (ПЗ.12).

Пример 3. По результатам испытаний, представленным в табл. ПЗ.2, получить аналитическую зависимость $y = f(x)$.

Таблица ПЗ.2. *Результаты испытаний*

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_i	7	10	15	18	20	22	23	23,5	25	24,5	25

Приведем скрипт MatLAB расчета :

```
x=[0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10]; %Заданные значения входного сигнала
y=[7;10;15;18;20;22;23;23.5;25;24.5;25]; %Заданные значения выходного сигнала
z=size(x); %Нахождение размера матрицы входного сигнала
X=[ones(z) x (x.^2) (x.^3) (x.^4)] % формирование матрицы X
a=(X'*X)\(X'*y); % матричный МНК
a0=a(1), a1=a(2), a2=a(3), a3=a(4), a4=a(5) %Вывод коэффициентов a=[a0 a1 a2 a3 a4]
yt=a0+a1.*x+a2.*(x.^2)+a3.*(x.^3)+a4.*(x.^4); % расчет оценки выходного сигнала
```

```
plot(x,y,'p',x,yt,'-')  
(аппроксимированной кривой)  
% построение графиков
```

В результате вычислений построен график на рис. ПЗ.1 и получены следующие коэффициенты:

$$a_0 = 6.6888;$$

$$a_1 = 4.3517;$$

$$a_2 = -0.15836;$$

$$a_3 = -0.031177;$$

$$a_4 = 0.0021853.$$

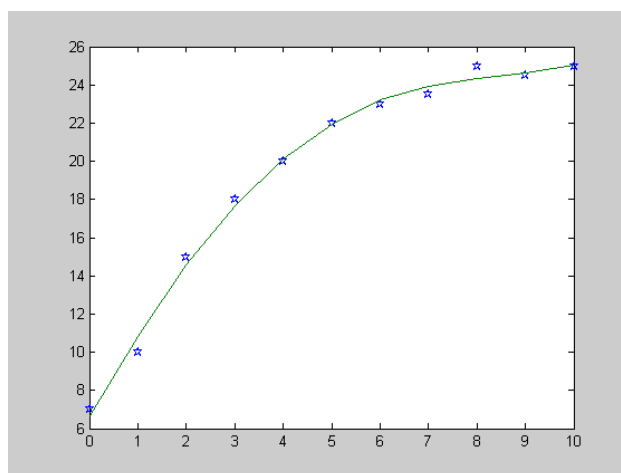


Рис. ПЗ.1. График аппроксимированной кривой

Приложение 4.

Вариации Аллана

Для описания шумовых характеристик гироскопов используют вариации Аллана. Пусть в результате испытаний получены следующие данные:

$$x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, \dots, x_n.$$

Оценку дисперсии (квадрата несмещенной оценки СКО) можно вычислить по формуле

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \text{ где } \bar{x} = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i).$$

Для двух соседних значений x_{i-1}, x_i несмещенная оценка дисперсии вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned} \sigma_{i-1,i}^2 &= \frac{1}{2-1} \left[(x_{i-1} - \bar{x})^2 + (x_i - \bar{x})^2 \right] = x_{i-1}^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_{i-1} + \bar{x}^2 + x_i^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i + \bar{x}^2 = \\ &= x_{i-1}^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot (x_{i-1} + x_i) + 2\bar{x}^2 + x_i^2 = \dots = \frac{1}{2}(x_{i-1} - x_i)^2. \end{aligned}$$

Для массива N измерений вариации Аллана вычисляются для группы $x_i(M)$ последовательных измерений

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2K} \sum_{i=1}^K [\bar{x}_{i-1}(M) - \bar{x}_i(M)]^2,$$

где $K = \frac{N}{M}$, M - размер группы, $\bar{x}_i(M)$ - среднее значение группы.

Исходя из известных для инерциальных измерителей основных физических причин возникновения шумовых составляющих и соответствующих выражений для спектральной плотности, предлагается аппроксимирующее выражение [26]:

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} + K^2 \frac{\tau}{3} + B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

где R, K, B, N, Q - коэффициенты случайной скорости дрейфа, определяемой как:

- R - квазидетерминированное изменение входной скорости вида $\omega(t) = Rt$;
- K - случайное блуждание скорости и описываемая спектральная плотность

$$S_\omega(f) = \left(\frac{K}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f^2};$$

- B - нестабильность смещения нуля и описываемая спектральная плотность вида

$$\text{фликкер-шума } S_\omega(f) = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi} \frac{1}{f}, & f \leq f_0 \\ 0, & f > f_0 \end{cases}$$

- N - случайное блуждание угла $S_\omega(f) = N^2$ (белый шум);
- Q - квантование выходного сигнала $S_\omega(f) = (2\pi f)^2 Q^2 \tau$.

На практике используют графики [47], построенные в логарифмическом масштабе, изменения квадратного корня от $\sigma_A^2(\tau)$ в зависимости от интервала корреляции τ для выходного сигнала гироскопа (рис.П4.1)

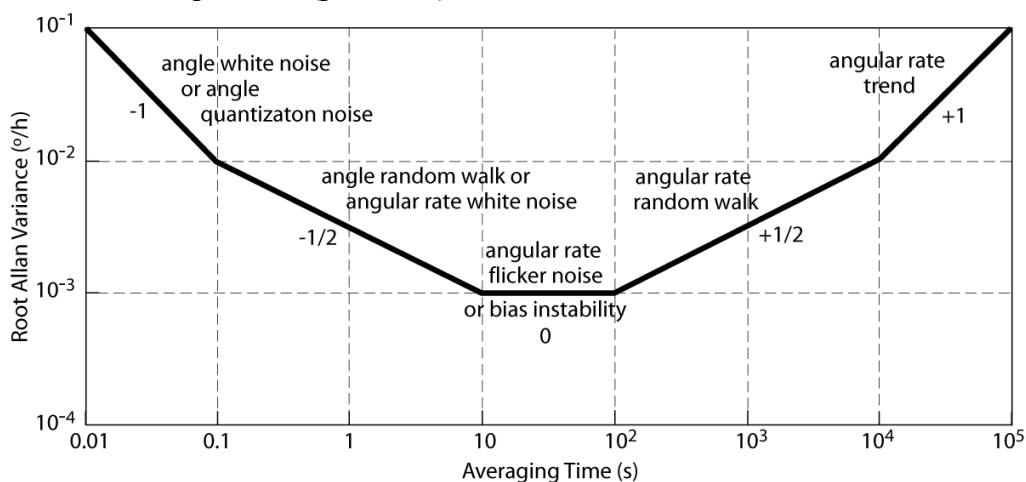


Рис. П4.1. График изменения квадратного корня от $\sigma_A^2(\tau)$ в зависимости от интервала корреляции τ для выходного сигнала гироскопа

и для выходного сигнала акселерометра (рис. П4.2)

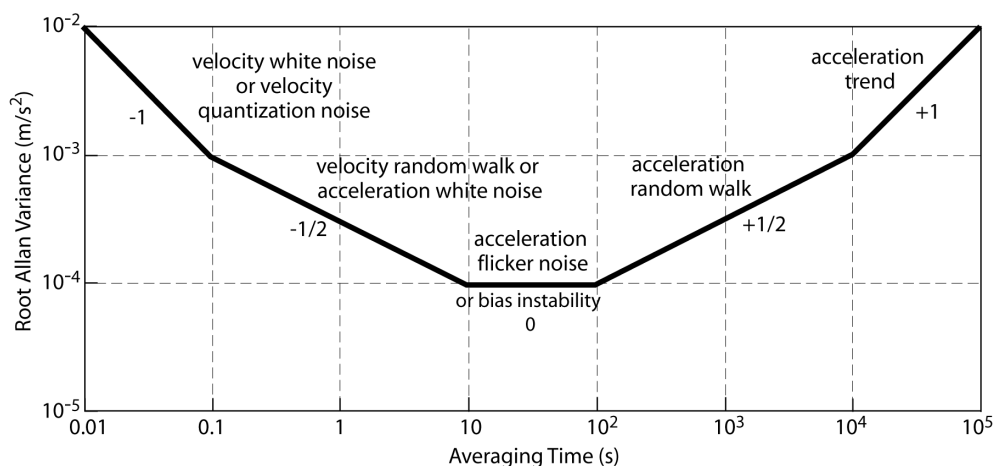


Рис. П4.2. График изменения квадратного корня от $\sigma_A^2(\tau)$ в зависимости от интервала корреляции τ для выходного сигнала акселерометра

Список использованной и рекомендованной литературы

1. Аврутов В.В. Надежность и диагностика / В.Аврутов, Н. Бурау. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 164 с.
2. Аврутов В.В. Интеркардинальная девиация гироскопа с динамически настраиваемым гироскопом // *Прикладная механика*. – 1991. – т. 27, № 6. – С.99-106.
3. Аврутов В.В. Випробування приладів і систем. Види випробувань та сучасне обладнання: навч. посіб. [Электронный ресурс] / В.В. Аврутов, І.В. Аврутова, В.М. Попов. – Київ, НТУУ «КПІ», 2009. – 64 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.kafpson.kpi.ua/Arhiv/vyprob_sec.pdf
4. Аврутов В.В. Мікромеханічні акселерометри та їх випробування: навч. посібник / В.В. Аврутов, П.М. Бондар, В.В. Мелешко. – К.: Корнійчук, 2008. – 64 с.
5. Аврутов В.В. О скалярной калибровке блока гироскопов и акселерометров // *Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ*. – 2010. – Випуск 40. – С.10–17.
6. Аврутов В.В. Исследование инерциально-измерительного модуля с USB портом / В.В. Аврутов, С.В. Царенко // *Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ*. – 2012. – Випуск 44. – С.24–28.
7. Акустическая камера РК-1500 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.tsagi.ru/experimental_base/akusticheskaya-kamera-rk-1500/
8. Антонова М.В. Модель погрешностей волоконно-оптического гироскопа / Автореферат диссертации на соискание уч. степ. канд. техн. наук / - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 18 с.
9. Болванович О.М. Акселерометр для БИНС / Пояснювальна записка до дипломного проекту освітньо-кваліфікаційного рівня “спеціаліст”/ - Київ, НТУУ «КПІ», 2015. – 172 с.
10. Брозгуль Л.И. Динамически настраиваемые гироскопы: Модели погрешностей для систем навигации. – М.: Машиностроение, 1989. – 232 с.
11. Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
12. Бурмистров В.П. Автоматизированная система испытаний прецизионных гироскопических приборов / В.П. Бурмистров, Н.А. Темляков, А.А. Хасанов // *Гироскопия и навигация*. – 1995. – №3 (10). – с. 24-29.
13. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики: учебник в 2-х томах. Т. II: Динамика. – М.: Наука, 1979. – 544 с.
14. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.
15. Глудкин О.П. Методы и устройства испытаний РЭС и ЭВС. Учебник для вузов. / О.П. Глудкин – М.: Высшая школа, 1991. – 336 с.
16. Головач С.В. Экспериментальное исследование характеристик лазерного гироскопа // *Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ*. – 2014. – Випуск 40. – С.33–38.

17. ГОСТ 16504-81. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения – М.: Издательство стандартов, 1991. – 48 с.
18. Дмитриев С.П. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем /С.П. Дмитриев, Н.В. Колесов, А.В. Осипов - СПб., ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 207с.
19. Евстифеев М.И. Результаты испытаний микромеханических гироскопов при механических воздействиях / М.И. Евстифеев, Д.П. Елисеев, А.С. Ковалев, Д.В. Розенцвейн // *Гироскопия и навигация*. – 2011. – №1 (16) – с. 49-58.
20. Збруцкий А.В. Метод наименьших квадратов в задаче оценивания погрешностей динамически настраиваемого гироскопа / А.В. Збруцкий, В.К. Черный // *Механика гироскопических систем*. – 1984, вып.3. – с.53-59.
21. Измайлов Е.А. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем / Е.А. Измайлов, С.Н. Лепе, А.В. Молчанов, Е.Ф. Поликовский // XV Международная конференция по интегрированным навигационным системам. / ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор». – СПб., 2008. – С.145-154.
22. Калихман Д.В. Прецизионные управляемые стенды для динамических испытаний гироскопических приборов. ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор». – СПб., 2008. – 298 с.
23. Карачун В.В. Проникающее акустическое излучение как фактор перехода инерциальных чувствительных элементов гиросtabilизированных платформ в импедансные. Смешанная краевая задача / В.В. Карачун, В.Н. Мельник // *Космічна наука і технологія*. – 2011. - №2 (17). - С. 22-31.
24. Климатическая камера [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Климатическая камера](https://ru.wikipedia.org/wiki/Климатическая_камера).
25. Коркишко Ю.Н. Волоконно-оптический гироскоп навигационного класса точности / Ю.Н. Коркишко, В.А. Федоров, В.Е. Прилуцкий, В.Г. Пономарев, В.Г. Марчук, И.В. Морев, С.М. Кострицкий, Е. М. Падерин, Л.Н. Несенюк, А.С. Буравлев, Л.Г. Лисин // *Гироскопия и навигация*. – 2008. – №1 (60). – с. 71-82.
26. Кучерков С.Г. Использование вариации Аллана при исследовании характеристик микромеханического гироскопа / С.Г. Кучерков, Д.И. Лычев, А.И. Скалон, Л.А. Чертков // *Гироскопия и навигация*. – 2003. – №2 (41). – с. 98-104.
27. Ленк А. Механические испытания приборов / А.Ленк, Ю. Ренитц. – М.: Мир, 1976. – 270 с.
28. Малышева Е.А. Испытания гироскопических систем: учеб. пособ. Часть I. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1975. – 80 с.
29. Малышева Е.А. Испытания гироскопических систем: учеб. пособ. Часть II. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1976. – 90 с.
30. Мелешко В.В. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы: учеб. пособ. /В.В. Мелешко, О.И. Нестеренко. – Кировоград: ПОЛИМЕД - Сервис, 2011. – 172 с.

31. Нефедов В.И. Метрология и радиоизмерения: Учебник для вузов/ В.И. Нефедов, В.И. Хакин, В.К. Битюков и др./ Под ред. В.И. Нефедова. – М.: Высш. шк., 2003. – 526 с.
32. Ригли У. Теория, проектирование и испытания гироскопов / У. Ригли, У. Холлистер, У. Денхард. – М.: Мир, 1972. – 416 с.
33. Окоси Т. Волоконно-оптические датчики/ Т. Окоси, К. Окамото, М. Оцу, Х. Нисихара и др. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
34. Павловский М.А. Теоретическая механика / М.А. Павловский, Т.В. Путята . – К.: Вища шк., 1985. – 328 с.
35. Павловский М.А. Теория гироскопов. – К.: Вища шк., 1986. – 303 с.
36. Пельпор Д.С. Гироскопические системы. Гироскопические приборы и системы./Под ред. Пельпора Д.С. – М.: Высш. шк., 1988. – 424 с.
37. Пешехонов В.Г. Три века развития теории и техники морской навигации в Санкт-Петербурге // Гироскопия и навигация. – 2003. – № 2 (41). – С.3-17.
38. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1978. – 256 с.
39. Тэйлор Р. Шум. - М.: «Мир», 1978. – 308 с.
40. Успенский В.Б. Метод калибровки акселерометрического измерительного модуля / В.Б. Успенский, М.В. Некрасова // Вісник НТУУ «КПІ», Серія ПРИЛАДОБУДУВАННЯ. – 2012. – Випуск 44. – С.15–23.
41. Челпанов И.Б. Роторное стендовое оборудование для испытаний микромеханических приборов / И.Б. Челпанов, М.И. Евстифеев, А.В. Кочетков // Интернет-журнал «Науковедение». – 2013. – №5. – С.1-11.
42. Челпанов И.Б. Акустические испытания микромеханических гироскопов / И.Б. Челпанов, М.И. Евстифеев, А.В. Кочетков // Интернет-журнал «Науковедение». – 2013. – №5. – С.1-8.
43. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования / А.Н. Яковлев. – Учеб. пособие. – Новосибирск. Изд-во НГТУ, 2003 – 104 с.
44. Aronowitz F. Fundamentals of the Ring Laser Gyro // In: Optical Gyros and their Application (NATO RTO AGARDograph 339). – 1999.–P.3-1–3-45.
45. Avrutov V. On Scalar Calibration of an Inertial Measurement Unit / V. Avrutov, S. Golovach, T. Mazepa // 19-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2012. - State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2012, pp.117-121.
46. Ideal-Aerosmith. The Model 9790-BVR Scorsby Motion Test Table [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ideal-aerosmith.com/motion/scorsby-motion-test-table-9790-bvr>

47. IEEE Std 1554™, IEEE Recommended Practice for Inertial Sensors Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition and Analysis. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 2005. – 103 p.
48. IEEE Std 292™, IEEE Specification Format for Single-Degree-of-Freedom Spring-Restrained Rate Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1969. – 16 p.
49. IEEE Std 293™, IEEE Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Spring-Restrained Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1969. – 20 p.
50. IEEE Std 517™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Rate-Integrating Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1974. – 60 p.
51. IEEE Std 529™, IEEE Supplement for Strapdown Applications to IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Rate-Integrating Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1974. – 24 p.
52. IEEE Std 647™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Laser Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 2006. – 93 p.
53. IEEE Std 671™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Nongyroscopic Inertial Angular Sensors: Jerk, Acceleration, Velocity, and Displacement. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1985. – 12 p.
54. IEEE Std 813™, IEEE Specification Format Guide and Test Procedure for Two-Degree-of-Freedom Dynamically Tuned Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1988. – 99 p.
55. IEEE Std 836™, IEEE Recommended Practice for Precision Centrifuge Testing of Linear Accelerometers. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 2001. – 97 p.
56. IEEE Std 952™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1997. – 84 p.
57. IEEE Std 1293™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis Nongyroscopic Accelerometers. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 1998. – 249 p.
58. IEEE Std 1431™, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros. – IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. – IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 - 5997, USA, 2004. – 79 p.
59. Kaajakari V. Practical MEMS / Small Gear Publishing, Las Vegas, 2009. – 478 p.
60. Korkishko Yu.N. Investigation and Identification of Noise Sources of High Precision Fiber Optic Gyroscopes / Yu.N. Korkishko, V.A. Fedorov, V.E. Prilutskiy, V.G. Ponomarev, I.V.

Morev, D.V. Obuhovuch, I.V. Fedorov, N.I. Krobka // 20-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2013. - State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2013, pp. 59-62.

61. Lawrence A. Modern Inertial Technology. Navigation, Guidance and Control / Springer-Verlag, 1993. – 259 p.

62. Likholit N.I. Accelerometers for Strapdown Inertial Navigation Systems / N.I. Likholit, A.M. Shostak, Yu.Yu Yur'yev, I.V. Nikonov, N.G. Chernyak // 19-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2012. - State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2012, pp.88-90.

63. Maudi T. MEMS Manufacturing Testing: An Accelerometer Case Study / T. Maudi, A. Hardt, R. Nielsen, D. Stanersen, R. Bieschke, M. Miller // ITC International Test Conference / IEEE, 2003. – P. 843-849.

64. Paturel Y. One nautical mile per month FOG-based Strapdown Inertial Navigation System: A Dream Already Within Reach? / Y. Paturel, J. Honthaas, H. Lefevre, F. Napolitano // 20-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2013. - State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2013, pp. 28-35.

65. Siouris G. M. Aerospace Avionic Systems. A Modern Synthesis // Academic Press, San-Diego, California, USA, 1993. – P. 84-133.

66. Titterton D. Strapdown Inertial Navigation Technology / D. Titterton, J. Weston. - 2nd Edition. – Institution of Electrical Engineers, UK, 2004. – 558 p.

67. Zlatkin Y.M. Laser SINS for Cyclone-4 Launch Vehicle /Y.M. Zlatkin, A.N. Kalnoguz, V.G. Voronchenko, M.I. Lykholit, A.Y. Vakhlov, A.M. Sladky, V.M. Slyusar //19-th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. St. Petersburg, Russia, 2012. - State Research Center (CSRI) Elektropribor, 2012, pp.72-81.

Предметный указатель

А

акселерометры

- осевые 39
- маятниковые 49
- микромеханические 82

акустические камеры 35

Аллана вариации 82

В

вибрационные испытания акселерометров 73

вибростенд 26

виброфуги 30

воздействия 11

- объективные 11
- субъективные 11

воздействующие факторы 11

- механические 11
- климатические 11
- биологические 11
- радиационные 11,12
- электромагнитные 11,12
- специальные среды 11,12
- термические 11,12
- космические 11,12

Г

гироскоп

- волоконно-оптический 150
- двухстепенной поплавковый 92
- динамически настраиваемый 138
- лазерный 154

гиростабилизатор одноосный 96

Д

диапазон измерения

- акселерометра 39
- гироскопа 87

динамические испытания акселерометров 68

Ж

жизненный цикл 9

И

испытания 9

- летные 15

- наземные 15
- исследовательские 9
- доводочные 10
- калибровочные 86
- приемочные 10
- заводские 10
- контрольные 10
- швартовые 15
- ходовые 15

К

- калибровка 58
- классификация испытаний 14
- климатические камеры 37
- климатические испытания акселерометров 64
- кольца Гельмгольца 32
- коэффициенты перекрестной связи акселерометра 39

М

- масштабный коэффициент
 - акселерометра 39
 - гироскопа 87
- метод тестовых поворотов 58
- метод последовательных поворотов 58,61
- методика испытаний 19

Н

- научно-исследовательская работа (НИР) 9
- нулевой сигнал (смещение нуля)
 - акселерометра 39
 - гироскопа 87

О

- опытно-конструкторская разработка (ОКР) 9
- оптическая делительная головка (ОДГ) 22

П

- поворотные установки
 - одноосные 23
 - двухосные 24
 - трехосные 25
- программа испытаний 18
- полигон 15
- порог чувствительности
 - акселерометра 39
 - гироскопа 87

Р

- разработка 9
 - рабочей документации (РРД) 9

С

серийное производство 9

статические испытания

– акселерометров 58

– гироскопов 86

стенд испытательный 15

стенды качки 33

Т

техническое задание (ТЗ) 9

техническое предложение (ТПр) 9

технический проект (ТП) 9

У

углы невыставок 43

ударные стенды 30

условия эксплуатации 13

- нормальные 13

- рабочие 13

- предельные 13

Ц

цель испытаний 9

центрифуга 25

Э

эксплуатация 9

электромагнитные испытания акселерометров 67

эскизный проект 9