УДК 531.383 О СКАЛЯРНОЙ КАЛИБРОВКЕ БЛОКА ГИРОСКОПОВ И АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Аврутов В.В. Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина

Рассмотрены основные особенности скалярного метода калибровки блока гироскопов и акселерометров, который позволяет определять нулевые сигналы, погрешности масштабных коэффициентов и углы неортогональностей датчиков, не предъявляя жестких требований к угловой выставке испытательного оборудования и выставке датчиков на испытательном оборудовании. Однако, необходимо иметь достаточно высокую точность измерения нормированных выходных сигналов датчиков - алгоритм нормально работает при числе цифр не менее восьми после запятой в выходных сигналах акселерометров.

Ключевые слова: калибровка, гироскоп, акселерометр.

Введение

Для калибровки блока гироскопов и акселерометров обычно используют методы тестовых и последовательных поворотов [1,2], при которых в качестве эталона принимают вектор угловой скорости вращения поворотной установки $\vec{\omega}$ и вектор ускорения силы тяжести \vec{g} . Поэтому такие методы еще называют векторными. Основной недостаток таких методов – предъявление жестких требований к угловой выставке испытательного оборудования.

Также известен скалярный способ калибровки [3] блока гироскопа и акселерометров, который получил свое название благодаря тому, что в качестве эталона измеряемой величины принимают не вектор, а скалярную величину. В гравитационном поле Земли для гироскопов такой скалярной величиной будет являться угловая скорость вращения Земли Ω , а для акселерометров – величина ускорения силы тяжести g.

Постановка задачи

Пусть блок гироскопов и акселерометров (БГА) представляет собой триаду одноосных гироскопов G_X, G_Y, G_Z и акселерометров A_X, A_Y, A_Z , связанных с



основанием прибора и осями *Охуг* (рис. 1). С учетом погрешностей измерительного тракта (нулевые сигналы, погрешности масштабных коэффициентов), неортогональности осей чувствительности гироскопов и акселерометров, приводящих к перекрестным связям, а также случайных шумов выходные сигналы гироскопов и акселерометров

Рис. 1. Блок гироскопов и акселерометров

в первом приближении имеют вид:

$$U_{x_G} = B_{x_G} + (S_{x_G} + E_{x_G})\omega_x + \Delta_{xz_G}\omega_y - \Delta_{xy_G}\omega_z + n_{x_G};$$

$$U_{y_G} = B_{y_G} + (S_{y_G} + E_{y_G})\omega_y - \Delta_{yz_G}\omega_x + \Delta_{yx_G}\omega_z + n_{y_G};$$

$$U_{z_G} = B_{z_G} + (S_{z_G} + E_{z_G})\omega_z + \Delta_{zy_G}\omega_x - \Delta_{zx_G}\omega_y + n_{z_G};$$

(1)

$$U_{x_{A}} = B_{x_{A}} + (S_{x_{A}} + E_{x_{A}})a_{x} + \Delta_{xz_{A}}a_{y} - \Delta_{xy_{A}}a_{z} + n_{x_{A}};$$

$$U_{y_{A}} = B_{y_{A}} + (S_{y_{A}} + E_{y_{A}})a_{y} - \Delta_{yz_{A}}a_{x} + \Delta_{yx_{A}}a_{z} + n_{y_{A}};$$

$$U_{z_{A}} = B_{z_{A}} + (S_{z_{A}} + E_{z_{A}})a_{z} + \Delta_{zy_{A}}a_{x} - \Delta_{zx_{A}}a_{y} + n_{z_{A}},$$
(2)

где левые части уравнений представляют собой выходные сигналы гироскопов и акселерометров, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - проекции измеряемой угловой скорости $\vec{\omega}$, a_x, a_y, a_z - проекции измеряемого ускорения \vec{a} , $B_{x_G}, B_{y_G}, B_{z_G}$ - нулевые сигналы гироскопов, $B_{x_A}, B_{y_A}, B_{z_A}$ - нулевые сигналы акселерометров, $S_{x_G}, S_{y_G}, S_{z_G}$ - масштабные коэффициенты гироскопов, $S_{x_A}, S_{y_A}, S_{z_A}$ - масштабные коэффициенты гироскопов, $S_{x_A}, S_{y_A}, S_{z_A}$ - масштабные коэффициентов гироскопов, $E_{x_G}, E_{y_G}, E_{z_G}$ - погрешности масштабных коэффициентов гироскопов, $E_{x_A}, E_{y_A}, E_{z_A}$ - погрешности масштабных коэффициентов акселерометров, $n_{x_G}, n_{y_G}, n_{z_G}$ - случайные шумы гироскопов, $n_{x_A}, n_{y_A}, n_{z_A}$ - случайные шумы акселерометров, а из коэффициентов, пропорциональных углам неортогональностей осей приборов [3], можно составить матрицы

$$\begin{bmatrix} 0 & \Delta_{xz_G} & -\Delta_{xy_G} \\ -\Delta_{yz_G} & 0 & \Delta_{yx_G} \\ \Delta_{zy_G} & -\Delta_{zx_G} & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & \Delta_{xz_A} & -\Delta_{xy_A} \\ -\Delta_{yz_A} & 0 & \Delta_{yx_A} \\ \Delta_{zy_A} & -\Delta_{zx_A} & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь в обозначении коэффициента Δ_{xz} первый индекс указывает, что прибор, расположенный на оси ox, повернут вокруг оси oz на угол, пропорциональный Δ_{xz} .

Следует отметить, что линеаризованные выходные сигналы гироскопов вида (1) наиболее точно соответствуют оптикоэлектронным гироскопам (кольцевым лазерным и волоконно-оптическим). Если же рассматривать механические гироскопы (поплавковые или динамически настраиваемые), то выражения (1) следует дополнить слагаемыми, которые описывают погрешности от разбалансированности гироскопа, зависящие от линейного ускорения в первой степени и погрешности от неравножесткости подвеса и опор, зависящие от линейного ускорения во второй степени.

Методика исследований

Калибровку проводим на неподвижном основании в гравитационном поле Земли, поэтому перейдем от кажущегося ускорения \vec{a} к проекциям ускорения силы тяжести \vec{g} и от угловой скорости основания $\vec{\omega}$ к угловой скорости вра-

щения Земли $\vec{\Omega}$. Запишем уравнения (1) и (2) в безразмерной форме. Разделим каждое уравнение выходного сигнала акселерометра на соответствующий масштабный коэффициент и модуль вектора \vec{g} ($g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2}$) и каждое уравнение выходного сигнала гироскопа на соответствующий масштабный коэффициент и модуль вектора $\vec{\Omega}$ ($\Omega = \sqrt{\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2}$).

Введем новые обозначения безразмерных выходных сигналов и величин правых частей

$$u_{ja} = \frac{U_{j_A}}{S_{j_A}g}; \overline{g}_j = \frac{g_j}{g}; \ b_{ja} = \frac{B_{j_A}}{S_{j_A}g}; e_{ja} = \frac{E_{j_A}}{S_{j_A}}; n_{ja} = \frac{n_{j_A}}{S_{j_A}g};$$
$$u_{jg} = \frac{U_{j_G}}{S_{j_G}\Omega}; \overline{\Omega}_j = \frac{\Omega_j}{\Omega}; b_{jg} = \frac{B_{j_G}}{S_{j_G}\Omega}; e_{jg} = \frac{E_{j_G}}{S_{j_G}}; n_{jg} = \frac{n_{j_G}}{S_{j_G}\Omega}.$$

Здесь j = x, y, z, а также

$$\begin{split} \delta_{xz_{a(g)}} &= \frac{\Delta_{xz_{A(G)}}}{S_{x_{A(G)}}}; \delta_{xy_{a(g)}} = \frac{\Delta_{xy_{A(G)}}}{S_{x_{A(G)}}}; \delta_{yz_{a(g)}} = \frac{\Delta_{yz_{A(G)}}}{S_{y_{A(G)}}}; \\ \delta_{yx_{a(g)}} &= \frac{\Delta_{yx_{A(G)}}}{S_{y_{A(G)}}}; \delta_{zy_{a(g)}} = \frac{\Delta_{zy_{A(G)}}}{S_{z_{A(G)}}}; \delta_{zx_{a(g)}} = \frac{\Delta_{zx_{A(G)}}}{S_{z_{A(G)}}}. \end{split}$$

Согласно скалярному способу калибровки, следует вычислить скалярную величину вектора измерений и сравнить его с известным скалярным значением измеряемого вектора.

Поскольку $\overline{g}_x^2 + \overline{g}_y^2 + \overline{g}_z^2 = 1$, а также пренебрегая величинами второго порядка малости, для триады акселерометров получим

$$\frac{1}{2}(u_{xa}^{2}+u_{ya}^{2}+u_{za}^{2}-1) = (b_{xa}+n_{xa})\overline{g}_{x} + (b_{ya}+n_{ya})\overline{g}_{y} + (b_{za}+n_{za})\overline{g}_{z} + e_{xa}\overline{g}_{x}^{2} + e_{ya}\overline{g}_{y}^{2} + e_{za}\overline{g}_{z}^{2} + (\delta_{xz_{a}}-\delta_{yz_{a}})\overline{g}_{x}\overline{g}_{y} + (\delta_{zy_{a}}-\delta_{xy_{a}})\overline{g}_{x}\overline{g}_{z} + (\delta_{yx_{a}}-\delta_{zx_{a}})\overline{g}_{y}\overline{g}_{z}.$$

$$(3)$$

Аналогично получим для триады гироскопов

$$\frac{1}{2}(u_{xg}^{2}+u_{yg}^{2}+u_{zg}^{2}-1) = (b_{xg}+n_{xg})\overline{\Omega}_{x} + (b_{yg}+n_{yg})\overline{\Omega}_{y} + (b_{zg}+n_{zg})\overline{\Omega}_{z} + e_{xg}\overline{\Omega}_{x}^{2} + e_{yg}\overline{\Omega}_{y}^{2} + e_{zg}\overline{\Omega}_{z}^{2} + (\delta_{xz_{g}}-\delta_{yz_{g}})\overline{\Omega}_{x}\overline{\Omega}_{y} + (\delta_{zy_{g}}-\delta_{xy_{g}})\overline{\Omega}_{x}\overline{\Omega}_{z} + (\delta_{yx_{g}}-\delta_{zx_{g}})\overline{\Omega}_{y}\overline{\Omega}_{z}.$$
(4)

Итак, разность между скалярной величиной нормированного измеряемого вектора и его действительным значением, равным единице, пропорциональна погрешностям БГА. Коэффициентами в этой зависимости являются нормированные значения измеряемого ускорения $\overline{g}_x, \overline{g}_y, \overline{g}_z$ для акселерометров и угловой скорости $\overline{\Omega}_x, \overline{\Omega}_y, \overline{\Omega}_z$ для гироскопов, их степени и произведения.

В уравнениях (3) и (4) искомыми неизвестными являются 18 параметров, которые искажают выходные сигналы БГА. Шесть из них представляют собой разности углов неортогональности осей приборов.

Для калибровки БГА надо в поле силы тяжести поворачивать БГА вокруг определенного направления на фиксированные углы и в каждом положении получать нормированные выходные сигналы. Для решения уравнений (3) и (4) требуется минимум девять положений БГА, т.е. число испытаний должно быть $n \ge 9$. Дело в том, что в каждом положении БГА одновременно измеряются выходные сигналы как гироскопов, так и акселерометров, поэтому минимальное число положений в два раза меньше общего числа искомых параметров.

Представим уравнения (3) и (4) в матрично-блочной форме:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathbf{a}} \\ \cdots \\ \mathbf{u}_{\mathbf{g}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \vdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\mathbf{a}} \\ \cdots \\ \mathbf{e}_{\mathbf{g}} \end{bmatrix},$$
(5)

где $\mathbf{u}_{a}, \mathbf{u}_{g}$ - векторы-столбцы размерности ($n \times 1$) нормированных выходных сигналов БГА:

$$\mathbf{u}_{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_{xa1}^{2} + u_{ya1}^{2} + u_{za1}^{2} - 1) \\ \frac{1}{2}(u_{xa2}^{2} + u_{ya2}^{2} + u_{za2}^{2} - 1) \\ \dots \\ \frac{1}{2}(u_{xan}^{2} + u_{yan}^{2} + u_{zan}^{2} - 1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_{xg1}^{2} + u_{yg1}^{2} + u_{zg1}^{2} - 1) \\ \frac{1}{2}(u_{xg2}^{2} + u_{yg2}^{2} + u_{zg2}^{2} - 1) \\ \dots \\ \frac{1}{2}(u_{xan}^{2} + u_{yan}^{2} + u_{zan}^{2} - 1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_{xg1}^{2} + u_{yg1}^{2} + u_{zg1}^{2} - 1) \\ \frac{1}{2}(u_{xg2}^{2} + u_{yg2}^{2} + u_{zg2}^{2} - 1) \\ \frac{1}{2}(u_{xgn}^{2} + u_{ygn}^{2} + u_{zgn}^{2} - 1) \end{bmatrix}$$

G, Ω - матрицы нормированных проекций ускорения \vec{g} и угловой скорости $\vec{\Omega}$ размерности ($n \times 9$):

 $\mathbf{e}_{\mathbf{a}}, \mathbf{e}_{\mathbf{g}}$ - векторы- столбцы искомых параметров размерности (9×1) каждый:

$$\mathbf{e}_{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} b_{xa} + n_{xa} \\ b_{ya} + n_{ya} \\ b_{za} + n_{za} \\ e_{xa} \\ e_{xa} \\ e_{za} \\ \delta_{xz_a} - \delta_{yz_a} \\ \delta_{zy_a} - \delta_{zx_a} \end{bmatrix}; \ \mathbf{e}_{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} b_{xg} + n_{xg} \\ b_{yg} + n_{yg} \\ b_{zg} + n_{zg} \\ e_{zg} \\ e_{zg} \\ \delta_{xz_g} - \delta_{yz_g} \\ \delta_{zy_g} - \delta_{zy_g} \\ \delta_{zy_g} - \delta_{zy_g} \\ \delta_{yx_g} - \delta_{zx_g} \end{bmatrix}$$

Решая матричное уравнение (5) методом наименьших квадратов (МНК), получим

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{a}} \\ \cdots \\ \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{g}} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \vdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{\Omega} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \vdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{\Omega} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \vdots & \mathbf{0} \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{\Omega} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{a}} \\ \cdots \\ \hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{g}} \end{bmatrix},$$
(6)

где $\hat{\mathbf{u}}$ - оценки значений \mathbf{u} , $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{a}}$, $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{g}}$ - оценки искомых параметров БГА.

Благодаря методу наименьших квадратов происходит сглаживание результатов, а так как обычно математическое ожидание шумов равно нулю $M\{n_x\} = M\{n_y\} = M\{n_z\} = 0,$

то оценки параметров $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{g}}$ не содержат случайных помех.

Рассмотрим подробнее элементы матриц нормированных проекций ускорения \vec{g} и угловой скорости $\vec{\Omega}$. Зададим ориентацию БГА относительно географической системы координат $o\xi\eta\zeta$ углами Эйлера-Крылова α,β,γ .

Переход от системы координат *о*ξηζ к *охуг* определяется матрицей направляющих косинусов

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$
 (7)

Для неподвижного основания проекции \vec{g} и $\vec{\Omega}$ на оси *охуг* в матричной форме имеют вид:

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

здесь ф - широта места.

Используя матричные уравнения (8), получим нормированные проекции ускорения *g* и угловой скорости Ω:

$$\overline{g}_{x} = -a_{13}; \qquad \overline{\Omega}_{x} = a_{12}\cos\varphi + a_{13}\sin\varphi;
\overline{g}_{y} = -a_{23}; \qquad \overline{\Omega}_{y} = a_{22}\cos\varphi + a_{23}\sin\varphi; \qquad (9)
\overline{g}_{z} = -a_{33}; \qquad \overline{\Omega}_{z} = a_{32}\cos\varphi + a_{33}\sin\varphi.$$

Следовательно, при решении уравнения (6) выполнение таких вычислительных процедур с матрицами, как транспонирование, перемножение и обращение производится в основном с элементами матрицы А направляющих косинусов. Причем, если для акселерометров широта местонахождения не влияет на вычисление их погрешностей, то для гироскопов это влияние имеет значение.

Обсуждение полученных результатов исследований

Таким образом, изменяя углы поворота $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i (i = \overline{1, n})$ БГА относительно географической системы координат $o\xi\eta\zeta$, измеряя и нормируя выходные сигналы БГА, по заранее вычисленным элементам матрицы направляющих косинусов, можно с помощью МНК определить погрешности БГА. Отметим, что с ростом числа испытаний $n(n_{\min} = 9)$ происходит сглаживание результатов.

Для тестирования алгоритма скалярной калибровки моделировались выходные сигналы блока акселерометров при следующих нормированных значениях:

$$b_{xa} = b_{ya} = b_{za} = 2 \cdot 10^{-4}; e_{xa} = 2 \cdot 10^{-4}; e_{ya} = e_{za} = 4 \cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{xz_a} = 2 \cdot 10^{-4}; \delta_{yz_a} = -2 \cdot 10^{-4}; \delta_{zy_a} = 2 \cdot 10^{-4}; \delta_{xy_a} = -2 \cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{yx_a} = 2 \cdot 10^{-4}; \delta_{zx_a} = -2 \cdot 10^{-4}.$$

На рис.2 показаны зависимости абсолютного значения относительной погрешности определения нулевых сигналов от числа цифр после запятой в выходных сигналах акселерометров.

Отметим, что графические зависимости абсолютного значения относительной погрешности определения масштабных коэффициентов e_{ya} , e_{xa} , e_{za} и разностей углов неортогональностей $\delta_{xz_a} - \delta_{yz_a}$, $\delta_{yx_a} - \delta_{zx_a}$, $\delta_{zy_a} - \delta_{xy_a}$ от числа цифр после запятой в выходных сигналах акселерометров качественно имеют аналогичный рис.2 вид. Очевидно, что алгоритм нормально работает при числе цифр не менее восьми после запятой в выходных сигналах акселерометров.

Кроме того, следует отметить, что при решении матричного уравнения (6) могут возникать вырожденные матрицы.

Для решения этой проблемы углы поворота триады акселерометров должны быть разными, например, углы α могут изменяться от 0° до 360° с шагом 40°, углы β - от 0° до 80° с шагом 10°, а углы γ могут также изменяться от 0° до 360° с шагом 40°.



Рис.2. Зависимость абсолютного значения относительной погрешности определения нулевых сигналов от числа цифр после запятой в выходных сигналах акселерометров. Здесь кривые 1,2,3 соответствуют относительным погрешностям определения b_{va}, b_{xa}, b_{za} в процентах

Выводы

Итак, скалярный способ калибровки блока гироскопов и акселерометров имеет свои как положительные, так и отрицательные особенности:

- не требуется жестко «привязывать» оси поворотной установки к осям БГА;
- одна выборка поворотов в принципе позволяет калибровать как триаду акселерометров, так и триаду гироскопов;
- погрешности выставки отдельных гироскопов и акселерометров (углы неортогональности) связаны парами, хотя заказчиков интересуют их отдельные значения;
- необходимо иметь достаточно высокую точность измерения нормированных выходных сигналов датчиков;
- при проведении расчетов могут появляться вырожденные матрицы.

Однако, как показывает практический опыт, указанные проблемы принципиально разрешимы. Специфика скалярного способа калибровки блока гироскопов и акселерометров привела к связке в пары отдельных углов неортогональностей монтажа гироскопов и акселерометров. В дальнейшем следует получить алгоритмы разделения погрешностей выставки по каждому из гироскопов и акселерометров в отдельности.

Литература

1. Titterton D., Weston J., Strapdown Inertial Navigation Technology -2nd Edition, Institution of Electrical Engineers, UK, 2004 -558 p.

- 2. IEEE Recommended Practice for Inertial Sensors Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition and Analysis. IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. IEEE 3 Park Avenue, New York, NY 10016 5997, USA- IEEE Std 1554[™]-2005.
- Измайлов Е.А., Лепе С.Н., Молчанов А.В., Поликовский Е.Ф. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем. XV Международная конференция по интегрированным навигационным системам, СПб. 2008, с.145 154.

В. В. Аврутов

Национальний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

ПРО СКАЛЯРНЕ КАЛІБРУВАННЯ БЛОКУ ГІРОСКОПІВ ТА АКСЕЛЕРОМЕТРІВ

Розглянуто основні властивості скалярного методу калібрування блоку гіроскопів та акселерометрів, який дозволяє визначати нульові сигнали, похибки масштабних коефіцієнтів та кути неортого-нальностей датчиків, не пред'яв-ляючи жорстких вимог до кутової виставки випробувального облад-нання та виставки датчиків на випробувальному обладнанні. Однак, необхідно мати достатньо високу точність вимірювання вихідних сигналів датчиків - алгоритм нормально працює, якщо у нормированих вихідних сігналах акселерометрів кількість цифр не меньш вісьми після коми.

Ключові слова: калібрування, гіроскоп, акселерометр.

V. V. Avrutov

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine ABOUT SCALAR CALIBRATION OF GYRO AND ACCELEROMETERS UNIT

The main features of scalar calibration method of gyroscopes and accelerometers unit are viewed. Using this method it is possible to determine biases, scale factor errors and mounting misalignments of the sensors without special requirements to alignment of test equipment and sensors alignment on the test equipment. But it requires sufficiently high accuracy of measurement of the output signals of sensors - the algorithm works fine when the number of digits is at least eight decimal places in normalized output signals of accelerometers.

Keywords: calibration, gyroscope, accelerometer.

Надійшло до редакції 05 липня 2010 року