

ТЕОРІЯ ТА ПРАКТИКА НАВІГАЦІЙНИХ ПРИЛАДІВ І СИСТЕМ

УДК 531.383

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПОВОРОТА СТЕНДА НА ТОЧНОСТЬ КАЛИБРОВКИ БЛОКА ГИРОСКОПОВ И АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Аврутов В. В., Мазена Т. Ю.

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
г. Киев, Украина

Описаны результаты работ, проводимых на кафедре приборов и систем ориентации и навигации НТУУ «КПИ», по исследованию скалярного способа калибровки блока гироскопов и акселерометров, который позволяет определять нулевые сигналы, погрешности масштабных коэффициентов и углов неортогональностей датчиков, не предъявляя жестких требований к угловой выставке испытательного оборудования. Однако при этом, как показано в работе, на точность скалярной калибровки влияют ошибки задания углов поворотов испытательного оборудования. Для решения проблемы сингулярности, возникающей при работе с матричными вычислениями, предложено перейти при расчетах от углов Эйлера-Крылова к кватернионам. Численное моделирование на ЭВМ подтвердило правильность предложенного способа.

Ключевые слова: калибровка, гироскопы, акселерометры.

Введение

Обычно для калибровки блока гироскопов и акселерометров используют метод тестовых и последовательных поворотов [1]. Основной недостаток таких методов – жесткие требования к угловой выставке испытательного оборудования.

Известен скалярный способ калибровки [2], который не предъявляет жестких требований к угловой выставке испытательного оборудования. Как было показано в работе [3], скалярный метод калибровки имеет свои особенности и недостатки. Целью данной работы было выяснить, как влияют ошибки задания углов поворотов испытательного оборудования на точность скалярной калибровки.

Постановка задачи и методика исследований

Рассмотрим блок гироскопов и акселерометров [3], который представляет собой триаду одноосных гироскопов и акселерометров, связанных с корпусом прибора и осями $Oxuz$. Согласно скалярному способу калибровки, следует вычислить скалярную величину вектора измерений и сравнить его с известным скалярным значением измеряемого вектора. После преобразований, подробно описанных в работе [3], получим для триады акселерометров:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(u_{xa}^2 + u_{ya}^2 + u_{za}^2 - 1) &= (b_{xa} + n_{xa})\bar{g}_x + (b_{ya} + n_{ya})\bar{g}_y + (b_{za} + n_{za})\bar{g}_z + \\ &+ e_{xa}\bar{g}_x^2 + e_{ya}\bar{g}_y^2 + e_{za}\bar{g}_z^2 + (\delta_{xz_a} - \delta_{yz_a})\bar{g}_x\bar{g}_y + (\delta_{zy_a} - \delta_{xy_a})\bar{g}_x\bar{g}_z + \\ &+ (\delta_{yx_a} - \delta_{zx_a})\bar{g}_y\bar{g}_z \end{aligned} \quad (1)$$

и гироскопов:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(u_{xg}^2 + u_{yg}^2 + u_{zg}^2 - 1) &= (b_{xg} + n_{xg})\bar{\Omega}_x + (b_{yg} + n_{yg})\bar{\Omega}_y + (b_{zg} + n_{zg})\bar{\Omega}_z + \\ &+ e_{xg}\bar{\Omega}_x^2 + e_{yg}\bar{\Omega}_y^2 + e_{zg}\bar{\Omega}_z^2 + (\delta_{xzg} - \delta_{yzg})\bar{\Omega}_x\bar{\Omega}_y + (\delta_{zyg} - \delta_{xyg})\bar{\Omega}_y\bar{\Omega}_z + \\ &+ (\delta_{yxg} - \delta_{zxg})\bar{\Omega}_x\bar{\Omega}_z. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь введены такие обозначения

$$\begin{aligned} u_{ja} &= \frac{U_{jA}}{S_{jA}g}; \bar{g}_j = \frac{g_j}{g}; b_{ja} = \frac{B_{jA}}{S_{jA}g}; e_{ja} = \frac{E_{jA}}{S_{jA}}; n_{ja} = \frac{n_{jA}}{S_{jA}g}; \\ u_{jg} &= \frac{U_{jG}}{S_{jG}g}; \bar{\Omega}_j = \frac{\Omega_j}{\Omega}; b_{jg} = \frac{B_{jG}}{S_{jG}\Omega}; e_{jg} = \frac{E_{jG}}{S_{jG}}; n_{jg} = \frac{n_{jG}}{S_{jG}\Omega}, \quad j = x, y, z, \end{aligned}$$

а также

$$\begin{aligned} \delta_{xz_{a(g)}} &= \frac{\Delta_{xz_{A(G)}}}{S_{x_{A(G)}}}; \delta_{xy_{a(g)}} = \frac{\Delta_{xy_{A(G)}}}{S_{x_{A(G)}}}; \delta_{yz_{a(g)}} = \frac{\Delta_{yz_{A(G)}}}{S_{y_{A(G)}}}; \\ \delta_{yx_{a(g)}} &= \frac{\Delta_{yx_{A(G)}}}{S_{y_{A(G)}}}; \delta_{zy_{a(g)}} = \frac{\Delta_{zy_{A(G)}}}{S_{z_{A(G)}}}; \delta_{zx_{a(g)}} = \frac{\Delta_{zx_{A(G)}}}{S_{z_{A(G)}}}, \end{aligned}$$

$U_{X_A}, U_{Y_A}, U_{Z_A}$ – выходные сигналы акселерометров, $U_{X_G}, U_{Y_G}, U_{Z_G}$ – выходные сигналы гироскопов, $B_{X_G}, B_{Y_G}, B_{Z_G}$ – нулевые сигналы гироскопов, $B_{X_A}, B_{Y_A}, B_{Z_A}$ – нулевые сигналы акселерометров, $S_{X_G}, S_{Y_G}, S_{Z_G}$ – масштабные коэффициенты гироскопов, $S_{X_A}, S_{Y_A}, S_{Z_A}$ – масштабные коэффициенты акселерометров, $E_{X_G}, E_{Y_G}, E_{Z_G}$ – погрешности масштабных коэффициентов гироскопов, $E_{X_A}, E_{Y_A}, E_{Z_A}$ – погрешности масштабных коэффициентов акселерометров, $n_{X_G}, n_{Y_G}, n_{Z_G}$ – случайные шумы гироскопов, $n_{X_A}, n_{Y_A}, n_{Z_A}$ – случайные шумы акселерометров.

Уравнения (1) і (2) в матричной форме имеют вид:

$$\mathbf{u} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{e}, \quad (3)$$

где $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \dots \\ \mathbf{u}_g \end{bmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{\Omega} \end{bmatrix}$, $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_a \\ \dots \\ \mathbf{e}_g \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_g$ – векторы-столбцы размерности

$(n \times 1)$ нормированных выходных сигналов блока гироскопов и акселерометров:

$$\mathbf{u}_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_{xa1}^2 + u_{ya1}^2 + u_{za1}^2 - 1) \\ \frac{1}{2}(u_{xa2}^2 + u_{ya2}^2 + u_{za2}^2 - 1) \\ \dots \\ \frac{1}{2}(u_{xan}^2 + u_{yan}^2 + u_{zan}^2 - 1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_g = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(u_{xg1}^2 + u_{yg1}^2 + u_{zg1}^2 - 1) \\ \frac{1}{2}(u_{xg2}^2 + u_{yg2}^2 + u_{zg2}^2 - 1) \\ \dots \\ \frac{1}{2}(u_{xgn}^2 + u_{ygn}^2 + u_{zgn}^2 - 1) \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{G}, \mathbf{\Omega}$ – матриці нормированих проекцій ускорення \vec{g} і углової шкоро-
сти $\vec{\Omega}$ розмірності $(n \times 9)$:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{x1} & \bar{g}_{y1} & \bar{g}_{z1} & \bar{g}_{x1}^2 & \bar{g}_{y1}^2 & \bar{g}_{z1}^2 & \bar{g}_{x1}\bar{g}_{y1} & \bar{g}_{x1}\bar{g}_{z1} & \bar{g}_{y1}\bar{g}_{z1} \\ \bar{g}_{x2} & \bar{g}_{y2} & \bar{g}_{z2} & \bar{g}_{x2}^2 & \bar{g}_{y2}^2 & \bar{g}_{z2}^2 & \bar{g}_{x2}\bar{g}_{y2} & \bar{g}_{x2}\bar{g}_{z2} & \bar{g}_{y2}\bar{g}_{z2} \\ \cdot & \cdot \\ \bar{g}_{xn} & \bar{g}_{yn} & \bar{g}_{zn} & \bar{g}_{xn}^2 & \bar{g}_{yn}^2 & \bar{g}_{zn}^2 & \bar{g}_{xn}\bar{g}_{yn} & \bar{g}_{xn}\bar{g}_{zn} & \bar{g}_{yn}\bar{g}_{zn} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{x1} & \bar{\Omega}_{y1} & \bar{\Omega}_{z1} & \bar{\Omega}_{x1}^2 & \bar{\Omega}_{y1}^2 & \bar{\Omega}_{z1}^2 & \bar{\Omega}_{x1}\bar{\Omega}_{y1} & \bar{\Omega}_{x1}\bar{\Omega}_{z1} & \bar{\Omega}_{y1}\bar{\Omega}_{z1} \\ \bar{\Omega}_{x2} & \bar{\Omega}_{y2} & \bar{\Omega}_{z2} & \bar{\Omega}_{x2}^2 & \bar{\Omega}_{y2}^2 & \bar{\Omega}_{z2}^2 & \bar{\Omega}_{x2}\bar{\Omega}_{y2} & \bar{\Omega}_{x2}\bar{\Omega}_{z2} & \bar{\Omega}_{y2}\bar{\Omega}_{z2} \\ \cdot & \cdot \\ \bar{\Omega}_{xn} & \bar{\Omega}_{yn} & \bar{\Omega}_{zn} & \bar{\Omega}_{xn}^2 & \bar{\Omega}_{yn}^2 & \bar{\Omega}_{zn}^2 & \bar{\Omega}_{xn}\bar{\Omega}_{yn} & \bar{\Omega}_{xn}\bar{\Omega}_{zn} & \bar{\Omega}_{yn}\bar{\Omega}_{zn} \end{bmatrix};$$

$\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_g$ – вектори-столбці іскомых параметров розмірності (9×1) кождый:

$$\mathbf{e}_a = [b_{xa} + n_{xa}; b_{ya} + n_{ya}; b_{za} + n_{za}; e_{xa}; e_{ya}; e_{za}; \delta_{xz_a} - \delta_{yz_a}; \delta_{zy_a} - \delta_{xy_a}; \delta_{yx_a} - \delta_{zx_a}]^T,$$

$$\mathbf{e}_g = [b_{xg} + n_{xg}; b_{yg} + n_{yg}; b_{zg} + n_{zg}; e_{xg}; e_{yg}; e_{zg}; \delta_{xz_g} - \delta_{yz_g}; \delta_{zy_g} - \delta_{xy_g}; \delta_{yx_g} - \delta_{zx_g}]^T;$$

Решая матричное уравнение (3) методом наименьших квадратов (МНК), получим:

$$\hat{\mathbf{e}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{u}, \quad (4)$$

где $\hat{\mathbf{e}}$ – іскомая оцeнка параметров блока гироскопов и акселерометров.

Зададим ориентацию блока гироскопов и акселерометров относительно географической системы координат $o\xi\eta\zeta$ углами Эйлера-Крылова α, β, γ . Переход от системы координат $o\xi\eta\zeta$ к $oxuz$ определяется матрицей направляющих косинусов

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Для неподвижного основания проекции \vec{g} и $\vec{\Omega}$ на оси $oxuz$ в матричной форме имеют вид:

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad (6)$$

здесь φ – широта места.

Как было показано в работе [3], особенностью скалярного способа калибровки является возникновение проблемы сингулярности матриц при решении уравнения (4). Там же предлагался вариант устранения этой проблемы. Однако более общим способом решения проблемы сингулярности матриц является переход от углов Эйлера-Крылова к кватернионам:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2(bc + ad) & 2(bd - ac) \\ 2(bc - ad) & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2(cd + ab) \\ 2(bd + ac) & 2(cd - ab) & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{bmatrix}.$$

Уравнениями связи являются известные выражения:

$$a = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$$

$$b = \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$$

$$c = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$d = \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}.$$

Используя матричные уравнения (6), получим нормированные проекции ускорения \bar{g} и угловой скорости $\bar{\Omega}$:

$$\begin{aligned} \bar{g}_x &= -a_{13}; & \bar{\Omega}_x &= a_{12} \cos \varphi + a_{13} \sin \varphi; \\ \bar{g}_y &= -a_{23}; & \bar{\Omega}_y &= a_{22} \cos \varphi + a_{23} \sin \varphi; \\ \bar{g}_z &= -a_{33}; & \bar{\Omega}_z &= a_{32} \cos \varphi + a_{33} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

Для решения поставленной задачи рассмотрим влияние абсолютной погрешности углов поворотов стенда $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma$ на точность определения оценки (4). Для этого подставим значения $\alpha + \Delta\alpha, \beta + \Delta\beta, \gamma + \Delta\gamma$ в матричное уравнение (4). После преобразований получим значение погрешности оценки параметров блока гироскопов и акселерометров, вызванной погрешностями углов поворотов стенда:

$$\Delta \hat{\mathbf{e}} = \left[\mathbf{E} \cdot \mathbf{X}^T + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \cdot \Delta \mathbf{X}^T + \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{X}^T \right] \mathbf{u}, \quad (8)$$

где $\mathbf{E} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X} + \mathbf{X}^T \cdot \Delta \mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}^T \cdot \Delta \mathbf{X}) - (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1}$.

Для получения численных оценок относительной погрешности $\frac{\Delta \hat{\mathbf{e}}}{\hat{\mathbf{e}}}$ проводились численные расчеты на ЭВМ при таких входных данных:

$$b_{xa} = b_{ya} = b_{za} = 2 \cdot 10^{-4}; e_{xa} = 2 \cdot 10^{-4}; e_{ya} = e_{za} = 4 \cdot 10^{-4}; \delta_{xz_a} = 2 \cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{yz_a} = -2 \cdot 10^{-4}; \delta_{zy_a} = 2 \cdot 10^{-4}; \delta_{xy_a} = -2 \cdot 10^{-4}; \delta_{yx_a} = 2 \cdot 10^{-4}; \delta_{zx_a} = -2 \cdot 10^{-4}.$$

На рис. 1, рис. 2 изображены графические зависимости влияния погрешности задания углов поворота стенда $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma$ (одновременно по трем осям) на точность скалярной калибровки акселерометров и гироскопов. Здесь линии 1-3 относятся к нулевым сигналам, линии 4-6 – погрешностям масштабных коэффициентов, 7-9 – углам неортогональностей датчиков.

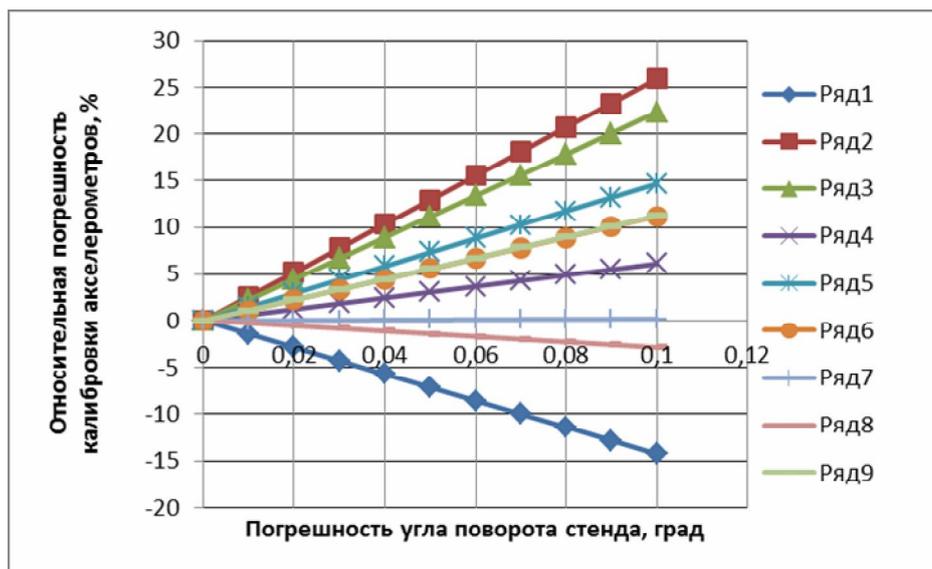


Рис. 1. Влияние погрешности задания угла поворота станда на точность скалярной калибровки акселерометров

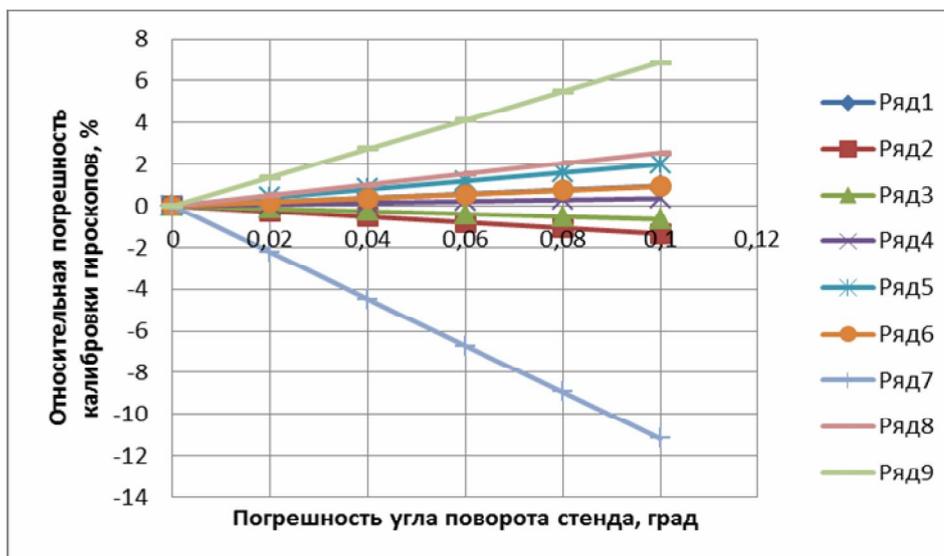


Рис. 2. Влияние погрешности задания угла поворота станда на точность скалярной калибровки гироскопов

Проводились также расчеты для оценки влияния погрешности задания различных углов поворота станда, например, $\Delta\alpha \neq 0, \Delta\beta = 0, \Delta\gamma = 0$ на точность скалярной калибровки акселерометров и гироскопов. Полученные результаты имеют качественно похожий вид, но численно отличаются.

Выводы

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что погрешность задания углов поворота испытательного оборудования оказывает значительное влияние на точность скалярной калибровки гироскопов и акселерометров.

В дальнейшем предполагается проведение экспериментальных исследований. Кроме того, возникает вопрос разделения углов неортогональностей датчиков, которые при скалярной калибровке определяются связанными парами.

Литература

1. Аврутов В.В. Мікроакселерометри та їх випробування / В.В. Аврутов, П.М. Бондар, В.В. Мелешко. – К.: Корнійчук, 2008. – С. 62.
2. Измайлов Е.А. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – XV Международная конференция по интегрированным навигационным системам / Е.А. Измайлов, С.Н. Лепе, А.В. Молчанов, Е.Ф. Поликовский. – СПб., 2008. – С. 145 - 154.
3. Аврутов В.В. О скалярной калибровке блока гироскопов и акселерометров // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2010. – Вип. 40. – С. 10 - 17.

*Надійшла до редакції
2 березня 2012 року*

©Аврутов В. В., Мазепа Т. Ю., 2012

УДК 531.383

ПРИМЕНЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ КАЛИБРОВКИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ

Костюк А. Ю., Лакоза С. Л.

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,
г. Киев, Украина*

В современной литературе вопросам калибровки посвящено множество работ, эти работы используют только детерминированную модель сигнала и не учитывают его случайной составляющей. В данной статье предлагается учитывать стохастические характеристики сигналов для улучшения процесса калибровки. Состав шумов определяется с помощью вариации Аллана. Оцененные источники шума вводятся в фильтр Калмана с помощью применения формирующего фильтра. Для того чтобы сформировать эту модель, различные типы шума необходимо выразить в виде дифференциальных уравнений. В статье приведены используемые стохастические модели шумовых составляющих сигнала (шум квантования, случайное блуждание нуля, фликкер-шум, шум ухода, белый шум). Детально описан алгоритм оптимальной калмановской фильтрации для калибровки инерциальных датчиков. Расширенный фильтр Калмана был применен для калибровки блока акселерометров, это дало выигрыш в скорости сходимости калибровочных коэффициентов, при абсолютной погрешности на уровне шумов АЦП.

Ключевые слова: *калибровка, вариация Аллана, фильтр Калмана, инерциальный датчик.*

Введение

В современной литературе вопросам калибровки посвящено множество работ, в которых предложены разнообразные алгоритмы и методики определения калибровочных параметров [1]. Все эти работы используют только детерминированную модель сигнала и не учитывают случайной составляющей сигнала. В данной статье предлагается учитывать стохастические характеристики сигналов