

ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ, ПРИЛАДИ ТА СИСТЕМИ. Розділ «Прилади курсу»

ЗМІСТ

ЛЕКЦІЯ 1.	2
В.1. Загальна характеристика вимірювальних перетворювачів, приладів та систем.	2
В.2 Призначення та класифікація вимірювальних перетворювачів приладів та систем орієнтації та навігації.	5
ЛЕКЦІЯ 2.	9
1.1. ПРИЛАДИ МАГНІТНОГО КУРСУ	9
1.1.1. Магнітне поле Землі. Використання магнітного поля для вирішення задач орієнтації та навігації.	9
1.1.2. Визначення курсу об'єкта за допомогою МПЗ.	11
1.1.3. Магнітний компас	12
ЛЕКЦІЯ 3.	16
1.1.4. Індукційні датчики магнітного курсу	16
1.1.5. Безплатформова система визначення магнітного курсу	19
ЛЕКЦІЯ 4.	21
1.2. ГІРОСКОПИ НАПРЯМКУ	21
1.2.1. Схема і принцип дії гіроскопа напрямку. Типи систем корекції. ...	21
ЛЕКЦІЯ 5.	28
1.2.2. Методичні похибки ГН	28
ЛЕКЦІЯ 6.	34
1.2.3. Інструментальні похибки ГН	34
ЛЕКЦІЯ 7.	41
1.3. ГІРОМАГНІТНІ ТА ГІРОІНДУКЦІЙНІ КОМПАСИ	41
ЛЕКЦІЯ 8.	46
1.4. ГІРОСКОПІЧНІ КОМПАСИ	46
1.4.1. Фізичні основи побудови гіроскопічних компасів.	46
ЛЕКЦІЯ 9.	53
1.4.2. Поведінка тристепеневого ГК на рухомій основі.	53
ЛЕКЦІЯ 10.	61
1.4.3. Особливості конструкції морських гірокомпасів.	61
1.4.4. Особливості побудови наземних гірокомпасів.	66
ЛЕКЦІЯ 11.	68
1.4.5. Гірокомпас з непрямим керуванням.	68
1.4.6. Орбітальний гірокомпас.	71

ЛЕКЦІЯ 1.

В.1. Загальна характеристика вимірювальних перетворювачів, приладів та систем.

Вимірювання – єдиний засіб одержання кількісної інформації про величини, які характеризують ти чи інші фізичні явища та процеси. Згідно з ДСТ під вимірюванням розуміють знаходження дослідним шляхом за допомогою технічних засобів значень фізичної величини, які вибираються з прийнятої шкали цих значень.

Вимірювальне перетворення являє собою відображення розміру однієї фізичної величини розміром іншої фізичної величини, що функціонально з нею пов'язана.

Використання вимірювальних перетворень є єдиним методом практичної побудови будь-яких вимірювальних пристроїв, тому що кожний вимірювальний засіб використовує ти чи інші функціональні зв'язки (найпростіші або більш складні) між вхідною та вихідною величинами. Так, якщо розуміти під функціональним перетворенням і масштабне перетворення у вигляді множення на сталий коефіцієнт (в тому числі такий, що дорівнює одиниці), то таке перетворення має місце і в найпростіших приладах, наприклад, в вільному гіроскопі, в якому вимірювана величина (кут повороту основи) відраховується по куту повороту рамок підвісу з коефіцієнтом перетворення, що дорівнює одиниці. В інтегруючому гіроскопі таке перетворення проводиться з коефіцієнтом, який може відрізнятися від одиниці в той чи інший бік.

Вимірювальний перетворювач – це технічний пристрій, який побудований на певному фізичному принципі дії і виконує одне часткове вимірювальне перетворення. Поняття “вимірювальний перетворювач” значно більш вузьке, більш конкретне, ніж поняття “вимірювальне перетворення”, тому що одне й теж вимірювальне перетворення може виконуватися цілою низкою різних за принципом дії вимірювальних перетворювачів. Так, вимірювання кутової швидкості повороту основи може бути здійснене механічними гіроскопами, хвильовими та лазерними пристроями, тощо.

Вимірювальний прилад, як правило, складається з послідовного ряду вимірювальних перетворювачів – первинного та вторинних. Так, наприклад, в маятниковому акселерометрі з пружним підвісом первинним перетворювачем є інерційна маса, яка перетворює силу інерції лінійного прискорення в пружну деформацію елементів підвісу. Вторинним перетворювачем може бути будь-який перетворювач лінійного зміщення маси або пружно-деформованого стану підвісу в електричний сигнал.

Склад сумарної похибки перетворення, яка здійснюється низкою перетворювачів, визначаються обраною структурою перетворення, тобто способом з'єднання між собою окремих перетворювачів. З метрологічної позиції методи

вимірювальних перетворень поділяються на два типи: метод прямого перетворення та метод врівноваження (компенсаційний).

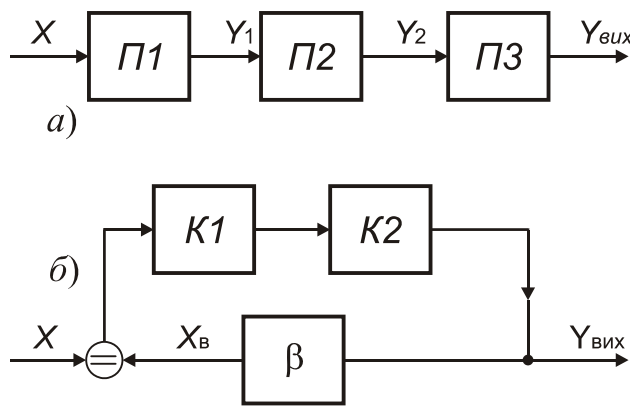


Рис. В1

Метод прямого перетворення (рис. В1а) визначається тим, що всі перетворення інформації відбуваються тільки в одному, прямому напрямку – від вхідної величини X скрізь одну ланку вимірювальних перетворювачів $П1, П2, \dots$ до вихідної величини $Y_{вих}$. Позначками Y_1, Y_2, \dots показані проміжні вихідні величини відповідних перетворювачів.

Метод врівноваження (компенсаційний метод) характеризується

тим, що використовуються дві ланки перетворювачів, ролі яких різко відмінні (рис. В1б): ланка прямого перетворення, що складається з перетворювачів $K1, K2, \dots$, або скорочено “ланка K ”, та ланка зворотного перетворення, що містить перетворювач β , або скорочено “ланка β ”. За допомогою ланки β створюється величина X_{β} , однорідна з вхідною величиною, що перетворюється, яка врівноважує останню. В результаті на вхід ланки K поступає тільки невелика частинка вхідної величини X , тому ланка K лише виявляє ступінь невірності.

Для вирішення задач орієнтації та навігації використовується вимірювальна інформація про координати та параметри руху, яку одночасно одержують за допомогою вимірювачів різних типів. Вимірювачі відрізняються по фізичним законам, що покладені в принцип їхньої дії, системам координат, в якій визначається той чи інший навігаційний параметр, точності, статистичним характеристикам похибок та ін. Якщо всі вимірювачі працюють незалежно, тобто не поєднані в єдиний навігаційний комплекс, для вирішення задач визначення окремих навігаційних параметрів в кожний конкретний час використовують переважно один з вимірювачів, наприклад таким, який забезпечує найвищу точність. Показання інших вимірювачів використовуються тільки для підтвердження вірогідності вимірюваних параметрів або для усунення неоднозначності відліку. Так, наприклад, інформацію про курс руху об'єкта можна одержати за допомогою гіроскопа напрямку, гірокомпаса, приладу магнітного курсу, радіокомпаса або астрокомпаса, інформацію про висоту польоту за допомогою барометричного та радіолокаційного висотомірів, дані про швидкість руху – за допомогою датчика повітряної швидкості та доплерівського вимірювача швидкості, тощо.

Сигнали декількох ($1 \dots n$) вимірювачів (рис. В2) можуть також одночасно оброблятися універсальним або спеціалізованим блоком обробки інформації БОІ. В такому разі вимірювачі створюють так звану комплексну систему.

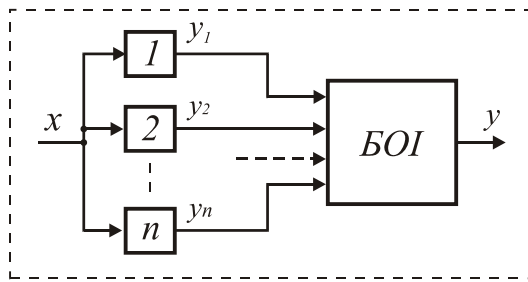


Рис. В2

Однією з найбільш ранніх комплексних систем є гіромагнітний компас. В цьому приладі поєднані два незалежних вимірювача, дія яких побудована на різних фізичних явищах, а похибки кожного з них мають різко відмінні статистичні характеристики. Один цих вимірювачів – прилад магнітного курсу (магнітний компас або індукційний датчик) – визначає середнє значення положення осі об'єкта відносно магнітного меридіану. Однак сигнал цього датчика має велику і порівняно широкосмугову похибку. Інший вимірювач – гіроскоп напрямку – навпаки, має дуже вузький спектр похибок, але середнє значення його сигналу змінюється в часі.

Якість передавання інформації вимірювальними перетворювачами та складеними з них вимірювальними приладами та системами орієнтації, навігації та керування рухом (СОНКР), а також якість результатів вимірювань характеризують не точністю, а, навпаки, величиною допущених похибок. Оскільки прояв похибок приладів дуже різноманітний, то похибки класифікують на різновиди по цілому ряду ознак.

Методичні та інструментальні похибки. Інструментальні похибки виникають з-за недостатньо високій якості виготовлення елементів перетворювача (приладу або системи). Так, наприклад, в механічному гіроскопі момент тертя в опорах підвісу викликає дрейф (відхилення с сталою швидкістю) або зону нечутливості. Цей момент залежить від умов експлуатації приладу (температури, тиску оточуючого середовища та ін.). тобто в багатьох випадках є неконтрольованою величиною.

Однак є похибки, які залишаються навіть в тому випадку, коли виготовлення окремих деталей та вузлів приладу є ідеальним. Для більшості тристепеневих гіроскопічних приладів це є похибки, пов'язані з тим, що вимірювання проводиться в системах координат, які обертаються в інерціальному просторі. В двостепеневих гіроскопічних тахометрах кут повороту рамки залежить не тільки від гіроскопічного моменту, який несе інформацію про кутову швидкість обертання основи навкруг осі чутливості, але і від моментів сил інерції обертального та доцентрового прискорень обертання основи навкруг осі чутливості. Ця обставина створює похибки самого методу вимірювань, тобто методичні похибки.

Таким чином, причиною виникнення методичних похибок є те, що ми свідомо вимірюємо, перетворюємо або використовуємо на виході перетворювача не ту величину, яка нам потрібна, а іншу, яка відображає потрібну лише приблизно, але значно легше реалізується. Такий шлях заміни того, що потрібно, тим, що дещо гірше, але простіше, дуже широко використовується в приладобудуванні і дозволяє створювати найпростіші, надійні та дешеві прилади.

Систематичні та випадкові похибки. Систематичними називають похибки, які не змінюються в часі або є незмінними в часі функціями окремих параметрів. Головна властивість систематичних похибок полягає в тому, що вони

можуть бути майже повністю усунуті введенням відповідних виправлень. Прикладом таких похибок є так звана конструктивна похибка гірокомпаса, яка виникає внаслідок використання системи згасання коливань і залежить від географічної широти місця розташування основи.

Випадковими називають невизначені за величиною або недостатньо вивчені похибки, в появі різних значень яких не вдається встановити визначену закономірність. Їх частинні значення не можуть бути передбачені, а для всієї сукупності може бути встановлена закономірність лише для частот появи їх різних значень. В переважній більшості випадків процес появи випадкових похибок є стаціонарний випадковий процес, тому різноманіття величин таких похибок характеризують визначенням закону розподілу їх вірогідності або параметрів такого закону.

Абсолютна, відносна та приведена похибки. Похибка вимірювального перетворювача або приладу являє собою відхилення його реальної функції перетворення (рис. В.3) від номінальної. Ці відхилення, які відлічуються вздовж осі x або осі y , тобто різниці типу $\Delta y = y_p - y_n$ або $\Delta x = x_n - x_p$ є абсолютними похибками перетворення, виражені в одиницях величин X та Y .

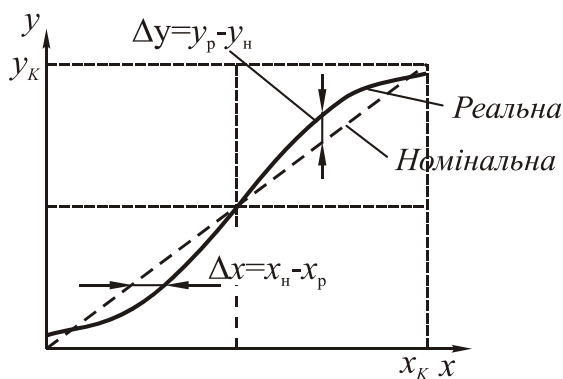


Рис. В.3

Однак абсолютна похибка не може бути мірою точності, тому що вона не відображає її частку в вимірюваній величині. Тому вводиться поняття відносної похибки $\gamma = \Delta x / x = \Delta y / y$, яку виражають в відсотках вимірюваної величини. Але внаслідок змінювання значень x та y вздовж шкали приладу поточне значення відносної похибки γ не залишається сталим, а, навпаки, стає різним для різних значень вимірюваної величини.

Для нульового значення x вона стає нескінченною. Внаслідок цього вводиться ще одне специфічне поняття — поняття приведеної похибки, яка дорівнює $\delta = \Delta x / X_k = \Delta y / Y_k$. По суті вона є абсолютною похибкою, що визначається в відсотках.

Статичні та динамічні похибки. Ці похибки відрізняють по їх залежності від швидкості змінювання вимірюваної величини в часі. Похибки, що не залежать від цієї швидкості, називають статичними. Похибки, яких немає при нульовій швидкості, але які зростають при відхиленні швидкості від нуля, називаються динамічними.

В.2 Призначення та класифікація вимірювальних перетворювачів приладів та систем орієнтації та навігації.

Вимірювальні прилади та вимірювальні системи забезпечують вимірювання багатьох параметрів, які характеризують режим руху рухомого об'єкта. Рух об'єкта як твердого тіла в просторі складається з поступального руху (руху

центру мас) та кутового руху (руху навкруг центру мас). Положення центру мас (точка O , рис. В.4) відносно базової системи координат $O\xi\eta\zeta$ визначається лінійними координатами: H – висотою (глибиною); L – пройденим шляхом; Z – бічним відхиленням. Система $\xi_0\eta_0\zeta_0$ рухається поступально з центром мас.

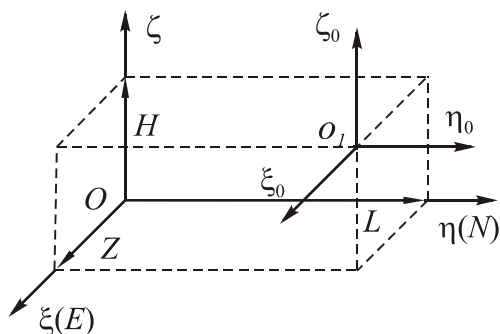


Рис. В.4

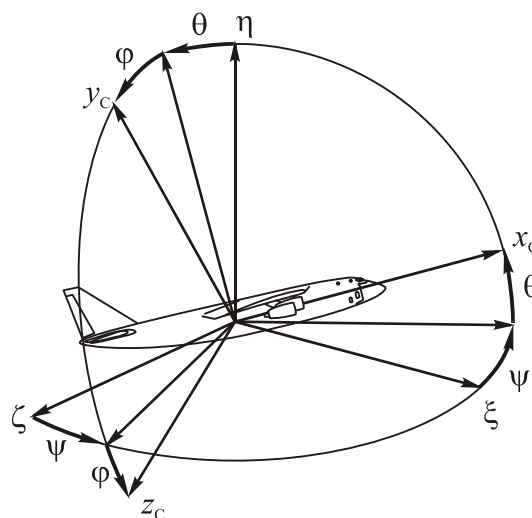


Рис. В.5

Для визначення кутового положення об'єкта в просторі використовується зв'язана система координат $x_c y_c z_c$ (рис. В.5). Вісь ox_c спрямована по поздовжній осі об'єкта. Кутове положення об'єкта визначається трьома кутами ψ - ристання; θ - тангажу; φ - крену. Напрямок руху відносно земної системи координат визначається кутом курсу K .

Для забезпечення потрібної якості керування рухом, обчислювання основних навігаційних параметрів потрібно вимірювати також кутові швидкості та лінійні прискорення руху.

Основні параметри руху та вимірювачі цих параметрів наведені в табл. В1.

Таблиця В.1

Найменування параметру	Позначення	Вимірювальний прилад (система)
Кути орієнтації:		
рискання	ψ	Гіроскоп напрямку, курсова система, динамічно настроєний гіроскоп ДНГ), хвильовий твердотільний гіроскоп (ХТГ) Гіровертикаль, фізичний маятник
тангажу	θ	Гіровертикаль, фізичний маятник
крену	φ (γ)	Магнітний компас, гірокомпас, гіроскоп напрямку, гіромагнітні компаси, радіокомпас
курсу	K	
Істинна повітряна швидкість	V	Манометричний вимірювач швидкості, система повітряних сигналів
Індикаторна швидкість	V_i	Манометричний вимірювач швидкості, система повітряних сигналів
Число Маха	M	Система повітряних сигналів
Шляхова швидкість	V_n	Доплерівський вимірювач швидкості
Висота (глибина)	H (h)	Система повітряних сигналів, радіовисотомір, ехолот

Продовження таблиці В1		
<i>Вертикальна швидкість</i>	V_e	<i>Варіометр, гіроскопічний інтегратор лінійних прискорень (ГІІП)</i>
<i>Кути атаки та ковзання</i>	α, β	<i>Датчики кутів атаки та ковзання</i>
<i>Кутова швидкість</i>	$\omega (U)$	<i>Двостепеневий гіротахометр, осциляторний мікромеханічний гіроскоп (ММГ) волоконно-оптичний гіроскоп (ВОГ), лазерний ДКШ, роторний вібраційний гіроскоп (РВГ)</i>
<i>Лінійне прискорення</i>	$a (W)$	<i>Лінійні акселерометри</i>

На сучасних рухомих об'єктах для вирішення навігаційних задач та керування рухом широко використовуються безплатформові інерціальні системи.

Функціональна схема узагальненої інерціальної системи орієнтації, навігації та керування рухом (СОНКР) передбачає в своєму складі комплекс вимірювачів первинної інформації і бортовий комп'ютер (рис.В6). Основним елементом сучасного комплексу вимірювачів є інерціальний модуль, куди входить трикомпонентний вимірювач кутової швидкості (ТВКШ) і трикомпонентний вимірювач позірного прискорення (ТВПП). Сигнали інерціального модуля можуть комплексуватися з сигналами датчиків зовнішньої інформації (ДЗІ), такими, як датчики шляху та шляхової швидкості, інфрачервоні вимірюючі пристрої, астрономічні вимірюючі пристрої та оптичні візирі, або радіотехнічні та іонові вимірюючі пристрої. Те ж саме – з датчиками неінерціальної природи, такими, як трикомпонентний магнітометр (ТММ), або глобальні системи позиціонування GPS (Global Position System), чи ГЛОНАСС (ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система).

Задачі обробки сигналів, передбачення і керування рухом об'єктом в інерціальній системі керування покладено на бортовий комп'ютер, основними складовими якого є блок обробки навігаційної інформації (БОНІ), блок реалізації навігаційних алгоритмів (БРНА) та контролер (К). Розв'язання цих задач повинно відбуватися в реальному часі, для чого потрібно мати значні обчислювальні ресурси.

Точність досягнення кінцевої мети керування рухом будь-якого об'єкту безпосередньо залежить від похибок початкового виставлення на старті інерціальної вимірювальної системи, що є частиною системи керування. Для початкової орієнтації інерціальної системи керування використовують спеціальну систему визначення початкових умов (СВПУ).

Навігаційна інформація про керований людиною рухомий об'єкт висвітлюється на спеціальному пристрої відображення навігаційної інформації (ПВНІ). Ця інформація може також передаватися іншим користувачам.

Серед датчиків первинної інформації БІСОН основними є гіроскопічні вимірювачі кінематичних параметрів руху основи та акселерометри. На сьогодні в практичних застосуваннях найбільш поширені десять типів гіроскопів, які за принципом побудови можна розділити на три класи. Це «класичні» гіроскопи з обертальним ротором, що відрізняються один від одного різними типами підвісів чутливого елемента - гіроскопи з шарикопідшипниковою опорою (ГШО),

гіроскопи з повітряною опорою (ГПО), поплавкові гіроскопи (ППГ), гіроскопи з магнітним підвісом (ГМП) і гіроскопи з електростатичним підвісом (ГЕП); осциляторні - динамічно настроювані гіроскопи (ДНГ) та мікромеханічні гіроскопи (ММГ); хвильові гіроскопи - хвильові твердотільні гіроскопи (ХТГ), кільцеві лазерні гіроскопи (КЛГ) та волоконно-оптичні гіроскопи (ВОГ)

Як бачимо, кількість типів вимірювальних перетворювачів дуже велика, вивчення принципу їх дії, конструкції та особливостей формування похибок

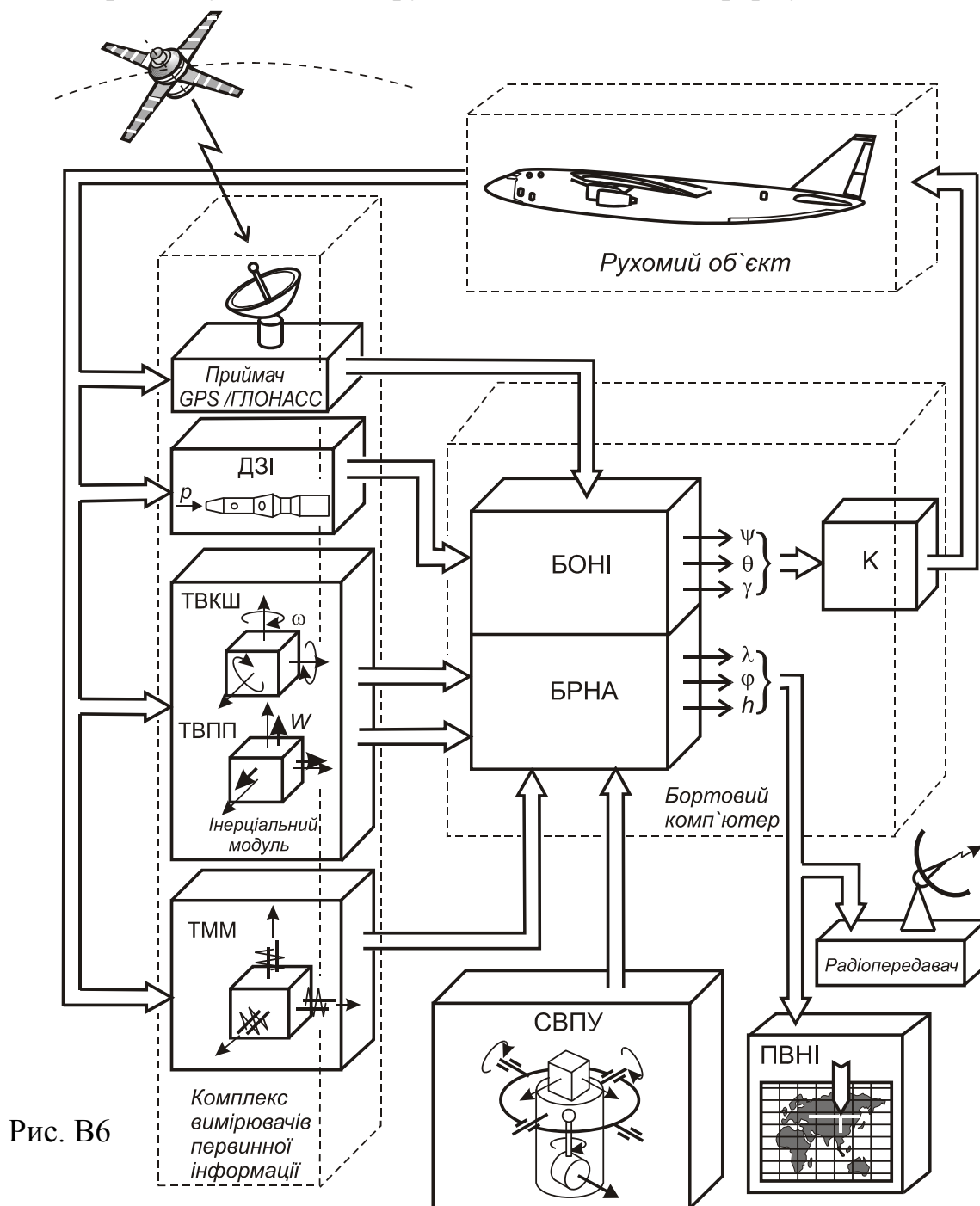


Рис. В6

вимірювань потребує багато часу. Тому в даному курсі лекції будуть розглянуті тільки основні, найуживаніші в даний час, прилади та системи, призначені для вимірювання основних навігаційних параметрів.

ЛЕКЦІЯ 2.

Розділ 1. ПРИЛАДИ КУРСУ

Для вимірювання кутів курсу та рискання рухомих об'єктів та азимутів орієнтирних напрямків можуть бути використані вимірювальні перетворювачі, що побудовані за різними фізичними принципами. Найбільш розповсюдженими є магніточутливі перетворювачі (прилади магнітного курсу), інерційні (гіроскопічні), та радіотехнічні.

1.1. ПРИЛАДИ МАГНІТНОГО КУРСУ

1.1.1. Магнітне поле Землі. Використання магнітного поля для вирішення задач орієнтації та навігації.

В магнітному відношенні Земля являє собою величезний за розміром, але слабкий за силою магніт з двома полюсами. Магнітні полюси знаходяться порівняно недалеко від географічних полюсів. Спостереження доводять, що магнітні полюси не залишаються нерухомими, а поступово змінюють своє положення відносно географічних полюсів. Так, в 1600 році північний магнітний полюс знаходився на відстані 1300 км. від географічного, а в даний час - приблизно в 2000 км. Зараз північний магнітний полюс має координати $70^{\circ}50'$ північної широти та 96° західної довготи. Полярність магнітного поля Землі (МПЗ) за останні 9000 років не змінювалась, але на протязі існування Землі воно неодноразово міняло свій напрямок на протилежний.

В південному магнітному полюсі зосереджений позитивний магнетизм, а в північному - негативний. Простір навкруг Землі пронизують магнітні силові лінії, які виходять с південного магнітного полюса, огинають земну кулю та замикаються на північному полюсі.

Існує декілька джерел МПЗ. З одного боку це поле обумовлене процесами, що протікають в надрах Землі, з другого боку воно викликане причинами космічного походження і тісно пов'язане з діяльністю Сонця.

МПЗ, як і інші силові поля, характеризується в кожній точці простору вектором напруженості \vec{T} . Цей вектор спрямований по дотичній до силових ліній магнітного поля Землі.

Вертикальний кут I між вектором \vec{T} та площиною горизонту (рис. 1.1) зветься кутом магнітного нахилення (магнітним нахиленням).

Вектор напруженості \vec{T} можна розкласти на горизонтальну H та вертикальну Z складові:

$$H = T \cdot \cos I, Z = T \cdot \sin I. \quad (1.1)$$

В загальному випадку площина магнітного меридіану не співпадає з площиною географічного меридіану. Горизонтальний кут δ , між напрямком

географічного меридіану та горизонтальною складовою H , що знаходиться в площині магнітного меридіану, має назву кута магнітного схилення. Величина магнітного схилення в різних точках земної поверхні неоднакова: вона може змінюватись в залежності від місця розташування об'єкта від -180° до $+180^\circ$.

Вказані вище складові Z , H , кути I та δ , а також модуль вектору \vec{T} являють собою елементи земного магнетизму. Суттєво, що кожен з цих елементів можна вимірювати за допомогою спеціальних приладів.

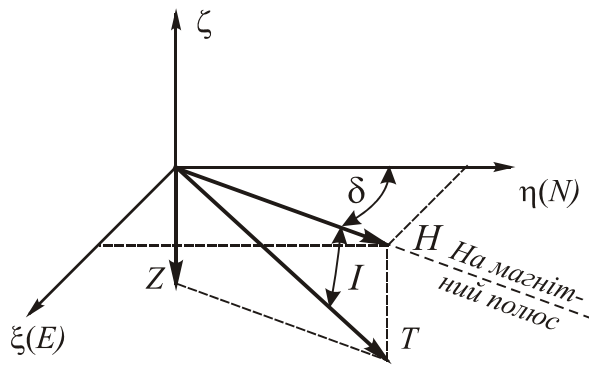


Рис. 1.1

МПЗ є слабким полем, величина його напруженості в середньому дорівнює 40 А/м. Горизонтальна складова, яка використовується при роботі магнітних систем визначення курсу, змінюється від нуля до 32 А/м в районі екватора.

Наочне уявлення про розподіл магнетизму на земній поверхні дають спеціальні карти - карти елементів земного магнетизму, на яких плавними кривими (ізолініями) поєднані точки

рівних значень того чи іншого елементу. Лінії рівних значень Z , H зветься ізодинами, лінії однакових нахилень - ізоклінами, лінії однакового схилення - ізогонами.

Магнітне поле Землі приблизно (з точністю до 25%) можна вважати полем рівномірно намагніченої кулі або стрижня (диполя). Відхилення в розподілі реального МПЗ від його дипольної моделі зветься аномаліями. Розрізняють глобальні аномалії (протяжністю в тисячі кілометрів), регіональні (десятки та сотні кілометрів) та локальні, що мають протяжність декілька кілометрів.

МПЗ також змінюється в часі. Ці змінювання мають назву магнітних варіацій і поділяються на вікові та добові варіації.

Вікові варіації характеризують середньорічні змінювання елементів МПЗ з року в рік. Період цих змінювань досягає кількох сот років, а амплітуда, наприклад, магнітного схилення - $30...35^\circ$. Річне змінювання магнітного схилення не перевищує $\pm 0,25^\circ$.

Добові (які ще також зветься сонцедобовими) варіації характеризують змінювання магнітного схилення на протязі сонячної доби. Амплітуда таких змінювань може досягати $\pm 0,25^\circ$.

Найбільш сильні короточасні збурення МПЗ, обумовлені діяльністю Сонця, мають назву магнітних бур. Вони викликають змінювання магнітного схилення в межах від одиниць градусів в середніх широтах до 50 в високих. Під час магнітних бур використання магнітного поля Землі в цілях орієнтації рухомого об'єкта практично неможливе.

1.1.2. Визначення курсу об'єкта за допомогою МПЗ.

Як було вказано вище, до головних кутів орієнтації рухомих об'єктів в горизонтальній площині в першу чергу відносять кут курсу. В залежності від того, яка площина прийнята за початок відліку розрізняють (рис. 1.2):

- істинний курс K - кут, який відраховується від площини географічного меридіану;
- магнітний курс K_M - кут, що відраховується від площини магнітного меридіану;
- компасний курс K_K - кут, що відрахований від площини компасного меридіану.

Магнітний курс K_M відрізняється від істинного курсу K на величину магнітного схилення δ , компасний курс K_K від магнітного курсу K_M - на величину магнітної девіації Δ_K : $K_M = K_K + \Delta_K$; $K = K_M + \delta = K_K + \Delta_K + \delta$.

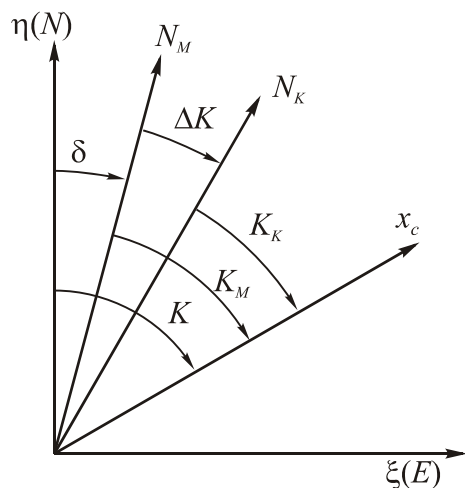


Рис. 1.2

Таким чином, вимірювання магнітного курсу зводиться до визначення кута між площиною магнітного меридіану та проекцією поздовжньої осі основи на горизонтальну площину. Для вирішення задачі треба в першу чергу вміти визначати напрямки векторів напруженості двох полів - поля сил ваги \vec{g} (приймає участь в побудові площини горизонту) та магнітного поля \vec{T} (приймає участь в побудові площини магнітного меридіану).

Нагадаємо, що вектор може бути заданий в полярній системі координат своїм модулем (полярним радіусом) та аргументом (полярним кутом) або в декартовій системі координат, де він визначається своїми проекціями на відповідні вісі. Цікаво відзначити, що для вирішення поставленої задачі зовсім непотрібно знати модуль вектора \vec{T} , достатньо знати його напрямки.

Розв'язання задачі вимірювання магнітного курсу можна здійснити трьома способами:

- шляхом безпосереднього (фізичного, геометричного) моделювання напрямків цих векторів за допомогою граві- та магніточутливих пристроїв. В такому випадку інформація о величині магнітного курсу здержується шляхом безпосереднього прямого вимірювання кута між вектором \vec{N} та поздовжньою віссю об'єкта в змодельованій площині горизонту. Такий спосіб вимірювання магнітного курсу можна назвати геометричним;

- шляхом аналітичної обробки інформації про складові векторів напруженості магнітного поля та сили ваги в системі координат, що зв'язана з рухомих об'єктом. В даному випадку вектори \vec{T} та \vec{g} визначаються своїми проекціями

на осі зв'язаної системи координат, тому для визначення курсу потрібно знати також кути нахилу об'єкта відносно площини горизонту.

Використання такого способу забезпечує так зване непряме вимірювання магнітного курсу.

- шляхом геометричної побудови напрямку вектора \vec{g} (площини горизонту) та аналітичного визначення напрямку вектора \vec{T} . Такий спосіб є комбінацією двох перших, тому зветься полуаналітичним.

В останній час найширше використовуються перший та третій способи вимірювання магнітного курсу.

1.1.3. Магнітний компас

Перший спосіб реалізований в усім відомому магнітному компасі.

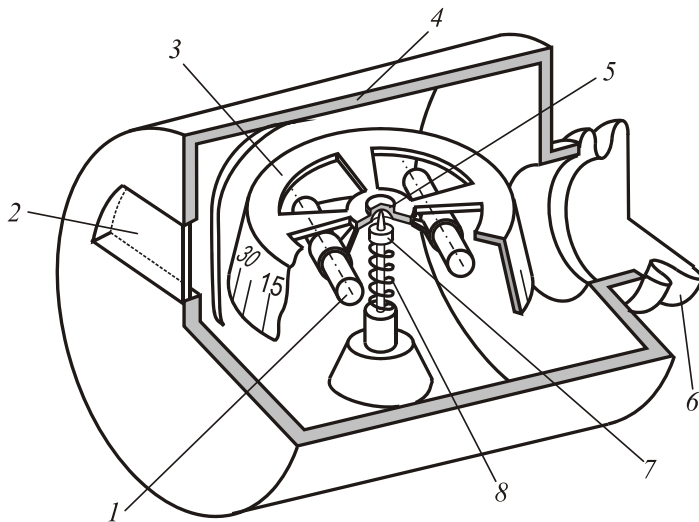


Рис. 1.3

- 1 – магніти; 2 – оглядове вікно; 3 – картушка;
4 – корпус; 5 – топка; 6 – сільфон; 7 – шпиль;
8 – пружина.

Площина горизонту в сучасних магнітних компасах будується за допомогою фізичного маятника, а площина магнітного меридіану, відносно якої здійснюється відлік магнітного курсу, - за допомогою сталих магнітів 1, що мають вигляд стрижнів (рис 1.3). Магніточутливий елемент 3 (картушка компаса) має змогу обертатися в площині горизонту навкруг своєї осі підвісу, яка завдяки фізичному маятнику зорієнтована по вертикалі. З метою збільшення спрямовуючого моменту використовують декілька магнітів (до 6), що дозволяє одержати магнітний момент в реаль-

них конструкціях до $2 \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

Завдяки спрямовуючому моменту M_C картушка встановлюється по напрямку вектора горизонтальної складової МПЗ.

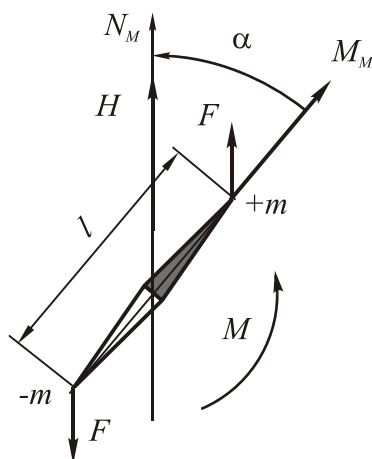


Рис. 1.4

Розрахуємо максимальний спрямовуючий момент, який прикладений до картушки компаса з магнітним моментом $M_M = 1,5 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, що розміщена в магнітному полі з індукцією $B = 30 \text{ мкТл}$. Максимальний спрямовуючий момент M_C згідно з рис. 1.4 дорівнює: $M_C = B M_M = 30 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 = 0,45 \text{ Г} \cdot \text{см}$.

Як бачимо, спрямовуючий момент компаса незначний, тому для одержання задовільної точності вимірювання магнітного курсу треба зробити моменти тертя в опорах підвісу картушки якомога меншими. З цією метою (рис. 1.3) використовують підвіс на

кернах (шпиль 7 та топка 5): для розвантаження підвісу від дії сил ваги чутливий елемент занурюють в рідину з заданою густиною. Для амортизації картушки використовується пружина 8.

Магнітні компаси, незважаючи на свою стародавню історію, широко використовуються і дотепер, особливо для вимірювання курсу суден, завдяки надзвичайній простоті конструкції, надійності, невеликій вартості, малих габаритів та ваги. Для його роботи немає потреби в електричному живленні.

Рівняння руху магнітного компаса мають вигляд

$$I\ddot{\alpha} + f\dot{\alpha}_2 + HM_k \sin \alpha = -M_T \text{sign} \dot{\alpha}_2, \quad (1.2)$$

де I – момент інерції картушки; f – коефіцієнт демпфірування рідини; α – кут повороту картушки відносно площини меридіану; α_2 – кут повороту картушки відносно корпусу приладу; M_T – момент тертя в опорах підвісу картушки; M_k – магнітний момент картушки.

Для малих кутів відхилення картушки рівняння руху (1.2) набуває вигляду

$$\ddot{\alpha} + 2\xi\omega_0\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = -\frac{f}{I}\dot{K}_M - \frac{M_T}{I}\text{sign}(\dot{\alpha} + \dot{K}_M), \quad (1.3)$$

де ξ – відносний коефіцієнт згасання; $\omega_0^2 = \frac{HM_k}{I}$ – частота власних незгасаючих коливань картушки. Відзначимо, що ця величина залежить від магнітної широти.

Головним недоліком магнітного компаса є значні похибки в вимірюванні курсу, що обумовлені в першу чергу неточністю фізичного моделювання напрямків векторів напруженості МПЗ та поля сил ваги.

Похибки магнітного компаса, як всякого вимірювального приладу, розділяють на методичні та інструментальні. Розглянемо спершу фізичну сутність основних складових методичної похибки.

1. Похибка від магнітного схилення δ . Вона дорівнює куту між географічним (істинним) меридіаном та магнітним меридіаном і враховується введенням поправки на схилення δ за допомогою спеціальних карт. Для урахування цієї поправки потрібно знати місця розташування об'єкта на земній поверхні.

2. Похибка від впливу феромагнітних мас об'єкта. Феромагнітні маси та електричні контури з струмом, розміщені поблизу магнітного компаса, спотворюють картину розподілу напруженості МПЗ в зоні розташування магніточутливого елемента, що призводить до відхилення вектора напруженості від площини магнітного меридіану. Магніточутливий елемент в такому разі вимірює кут в горизонтальній площині, який вже відрізняється від магнітного курсу на величину, що складає так звану магнітну девіацію компаса Δ_K .

Зменшення цієї похибки здійснюється шляхом компенсації викривлень магнітного поля за допомогою спеціальних девіаційних приладів, що розташовуються в безпосередній близькості від картушки. Ці прилади містять допоміж-

ні сталі магніти та бруски “м’якого” в магнітному відношенні заліза, взаємне розташування яких можна змінювати, регулюючи тим самим їх вплив на магнітну систему компаса. Залишкову магнітну девіацію враховують за допомогою введення поправок в показ приладу.

3. Похибка з-за нахилів картушки відносно площини горизонту. Ці нахили виникають внаслідок дії на побудовувач вертикалі (фізичний маятник) збудованих моментів, в першу чергу моментів сил інерції, що виникають при змінюванні курсу або прискореному русі об’єкта. При відхиленні фізичного маятника від вертикалі на площину картушки буде проектуватися одночасно горизонтальна та вертикальна складові МПЗ, Остання викличе відхилення магнітної системи від напрямку на північ.. Ця похибка є геометричною і властива багатьом приладам, чутливий елемент яких має три степені вільності і утримується в визначеному стані відносно базової системи координат. Тому розглянемо фізичну природу цієї похибки більш детально.

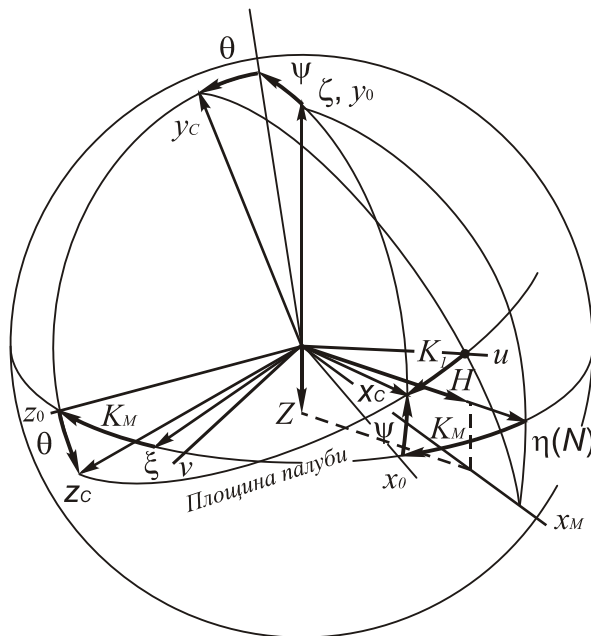


Рис. 1.5

площину $x_c z_c$ (вісь u) та віссю x_c . Різниця між цими кутами визначає шукану похибку: $\Delta K_M = K_1 - K_M$.

Безпосередньо з малюнка можна визначити кут K_1 :

$$K_1 = \arctg \frac{-T_Z}{T_X}, \quad (1.4)$$

де T_X та T_Z - проекції вектора \vec{T} на осі картушки x_c та z_c .

Використавши замість вектора \vec{T} його складові \vec{H} та \vec{Z} , знайдемо:

$$\begin{aligned} T_X &= H \cos K_M \cdot \cos \psi - Z \sin \psi; \\ T_Z &= H(-\sin K_M \cdot \cos \theta + \cos K_M \cdot \sin \theta \sin \psi) + Z \cos \psi \sin \theta. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Після підставлення (1.5) в (1.4) одержимо:

$$K_1 = \arctg \frac{H(\sin K_M \cdot \cos \theta - \cos K_M \cdot \sin \theta \sin \psi) - Z \cos \psi \sin \theta}{H \cos K_M \cdot \cos \psi - Z \sin \psi}. \quad (1.6)$$

Похибка в вимірюванні магнітного курсу дорівнює

$$\Delta K_M = \arctg \frac{\sin K_M \cdot \cos \theta - \cos K_M \cdot \sin \theta \sin \psi - \operatorname{tg} I \cos \psi \sin \theta}{\cos K_M \cdot \cos \psi - \operatorname{tg} I \sin \psi} - K_M, \quad (1.7)$$

де $\operatorname{tg} I = Z/H$ - кут магнітного нахилення.

Якщо рух об'єкта супроводжується великими кутами крену, похибка може досягати 180° .

Усування цієї похибки можливе або шляхом примусового утримування осі обертання картушки в вертикальному, або шляхом урахування нахилів з метою подальшого обрахування необхідних поправок в покази приладу.

До інструментальних похибок магнітних компасів відносять похибки від впливу збурюючих моментів, що діють відносно осі підвісу картушки і викликають її відхилення від напрямку на північ. Серед цих моментів найбільший вплив на точність вимірювань справляють моменти сил сухого тертя M_T в осях підвісу, які створюють так звану зону застою (нечутливості). Рух картушки до площини магнітного меридіану можливий тільки за умови, якщо спрямовуючий момент перебільшує момент сил сухого тертя, тому величина зони застою згідно з (1.3) дорівнюватиме:

$$\alpha_T = \pm \frac{M_T}{M_{C \max}}. \quad (1.6)$$

Для досягнення прийнятної точності вимірювань курсу потрібно всіляко зменшувати момент тертя. Так, якщо похибка не перевищує 2° , допустимий момент тертя за умови $M_{C \max} = 0,45$ Г·см не повинен перевищувати

$$M_{T \max} \leq \alpha_T \cdot M_{C \max} = 3,49 \cdot 10^{-2} \cdot 0,45 \approx 0,016 \text{ Г·см.}$$

Іншою вагомою причиною появи інструментальних похибок є сили в'язкого тертя, що створюються підтримуючою рідиною при змінні курсу (тобто при обертанні корпусу приладу навкруг осі підвісу картушки). Моменти сил в'язкого тертя "захоплюють" картушку, викликаючи її відхилення від положення рівноваги. Після завершення еволюції рідина ще деякий час продовжує обертатися в корпусі, утримуючи картушку в збуреному стані.

Похибка від обертання рідини згідно з (1.3) дорівнює

$$\alpha_{\text{зах}} = \frac{f}{HM_k} \dot{K}_M \quad (1.7)$$

За умови ретельного виготовлення та максимального усунення методичних похибок результуюча похибка магнітного компасу не перевищує одиниць градусів.

ЛЕКЦІЯ 3.

1.1.4. Індукційні датчики магнітного курсу

В разі використання полуаналітичного метода вимірювання курсу напрямком одного з векторів напруженості моделюють геометрично, а напрямком другого обчислюють аналітично, використовуючи для цього значення відповідних проекцій вектора на вісі зв'язаної системи координат.

Найпростіше з технічної точки зору геометрично змоделювати вектор прискорення сил ваги (тобто фізично побудувати площину горизонту). В цій площині з метою вимірювання проекцій вектора напруженості встановлюють однокомпонентні датчики магнітного поля, осі чутливості яких зорієнтовані вздовж відповідних осей об'єкта.

З великої кількості типів таких вимірювачів для навігаційних цілей найширше застосування знайшли фероіндукційні перетворювачі або скорочено ферозонди. Тому компаси, побудовані за зазначеною схемою, одержали назву індукційних компасів. Значний внесок в розвиток теорії та практики індукційних компасів зробили викладачі кафедри ПСОН НТУУ (КП) проф. А.О. Одинцов та доц. В.В.Кудрявцев.

Схема диференційного ферозонда зображена на рис. 1.6. Він складається з

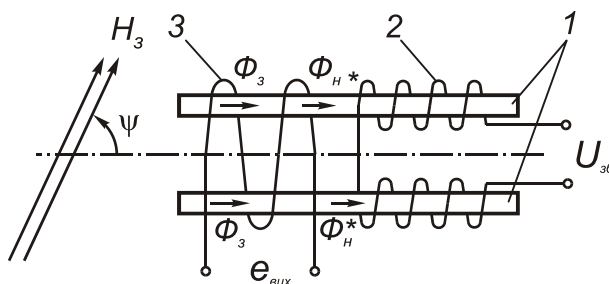


Рис. 1.6

двох витягнутих осередь 1, виконаних з магніто-м'якого матеріалу, який легко насичується (найчастіше пермалою), двох обмоток збудження 2, які намотані на кожному осердді і мають W_3 витків кожна, а також сигнальної обмотки 3, яка охоплює обидва осерддя і має W_C витків. Обмотки збудження підключені одна до одної послідовно і живляться

змінною напругою синусоїдальної форми U_3 частотою ω . Пульсуюче поле збудження викликає змінювання магнітної проникності μ^* осередь з подвійною частотою 2ω , оскільки вона є парною функцією напруженості. Тому магнітна індукція, викликана напруженістю сталого зовнішнього магнітного поля (наприклад, МПЗ) в такому осердді буде теж змінюватись з частотою 2ω . Такі зміни індукції наводять е.р.с. подвійної частоти в сигнальній обмотці. Оскільки змінювання μ^* проходить за нелінійним законом, вихідний сигнал буде мати також в своєму складі і інші парні гармоніки. Завдяки тому, що сигнальна обмотка охоплює обидва осерддя (використана диференційна схема побудови вимірювача), виключена трансформація напруги живлення з обмоток збудження в вихідну обмотку.

В першому наближенні згідно з законом електромагнітної індукції Фарадея вихідну напругу U_C можна записати в вигляді

$$U_C = -W_C \frac{d\Phi}{dt} \approx -W_C \cdot S \cdot \mu_0 \cdot H \frac{d\mu^*}{dt}, \quad (1.8)$$

де Φ та H - відповідно магнітний потік та напруженість вимірюваного магнітного поля, що проходить скрізь контур перетворювача; S - активна площа поперечного перерізу ферозонда; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн м⁻¹ - абсолютна магнітна проникливість вакууму.

Якщо вважати, що похідна $\frac{d\mu^*}{dt}$ визначається тільки зміною напруженості

H_3 збудження і від напруженості МПЗ не залежить, оскільки $|H_{3\max}| \gg |H|$, вираз (6) можна записати у вигляді

$$U_C \approx -W_C \cdot S \cdot \mu_0 \cdot H \sum_{n=1}^{\infty} k_n \sin 2n\omega = -c \cdot H \sum_{n=1}^{\infty} k_n \sin 2n\omega, \quad (1.9)$$

де k_n - коефіцієнти гармонік.

В більшості нових розробок індукційних датчиків магнітного курсу використовується двозондова схема побудови, в якій для визначення магнітного курсу використовуються два ферозонди, магнітні осі яких за допомогою двовісного фізичного маятника встановлені в площині горизонту та спрямовані вздовж проєкцій поперечної Z_C та поздовжньої X_C осей об'єкта на площину горизонту (рис. 1.7). В такому разі вихідні сигнали ферозондів Φ_{31} та Φ_{32} будуть дорівнювати

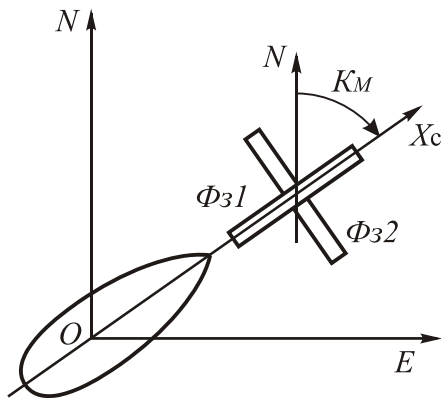


Рис. 1.7

$$U_{CX} = -c_1 H_0 \cos K_M \sum_{n=1}^{\infty} k_{xn} \sin 2n\omega; \quad (1.10)$$

$$U_{CZ} = c_2 H_0 \sin K_M \sum_{n=1}^{\infty} k_{yn} \sin 2n\omega,$$

де коефіцієнти $c_i = W_{Ci} \cdot S_i \cdot \mu_0$ в загальному випадку не дорівнюють один одному.

З (12) випливає, що два ферозонди дозволяють одержати два сигнали змінного струму з складним парно гармонічним спектром. Амплітуди гармонік пропорційні косинусу та синусу магнітного курсу. За умови $c_1 = c_2$ магнітний курс можна розрахувати за допомогою співвідношення

$$K_M = \text{arctg} \left(\frac{U_{CZ}}{U_{CX}} \right). \quad (1.11)$$

Розв'язок цього рівняння може бути одержаний за допомогою цифрових або аналогових обчислювачів, найпростішим з яких є синусно - косинусний поворотний трансформатор, що працює в режимі побудовувача вектора по двом

його ортогональним складовим (рис.1.8). За допомогою розшифруючої слідкуючої системи (РСС) такий процес може бути автоматизований.

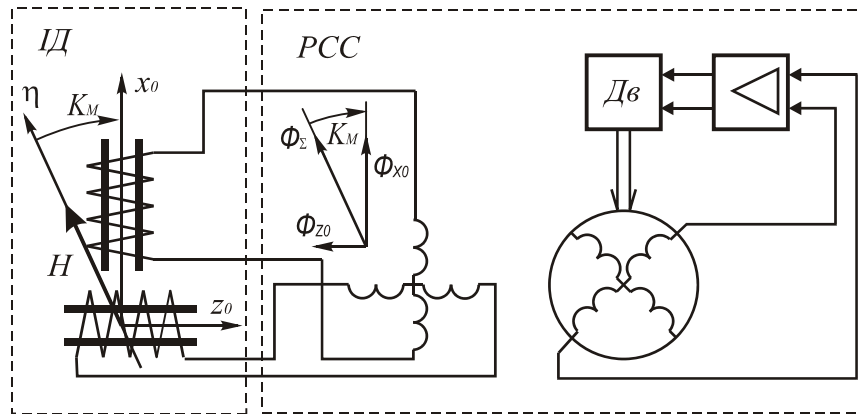


Рис. 1.8

сам датчик спільно з РСС, за допомогою якої розв'язується рівняння (1.11) - індукційним компасом.

ІД призначений для вироблення електричних сигналів, що залежать від магнітного курсу. Ці сигнали поступають по електричній лінії зв'язку на статорні обмотки СКВТ РСС. Напруги в сигнальних обмотках ферозондів, які пропорційні проекціям вектора H на їхні осі чутливості, створюють в двофазній обмотці статора СКВТ струми. Сукупність цих струмів створює сумарний потік Φ , напрямком кого відтворює напрямком вектора H . За допомогою слідкуючого двигуна $Дв$, що одержує живлення з роторної обмотки СКВТ, ротор повертається до тих пір, поки магнітна вісь роторної обмотки не займе напрямком перпендикуляра до потоку Φ . За допомогою шкали, що зв'язана з ротором, можна зробити відлік магнітного курсу.

Конструкція серійного індукційного датчика ІД-6 показана на рис. 1.9.

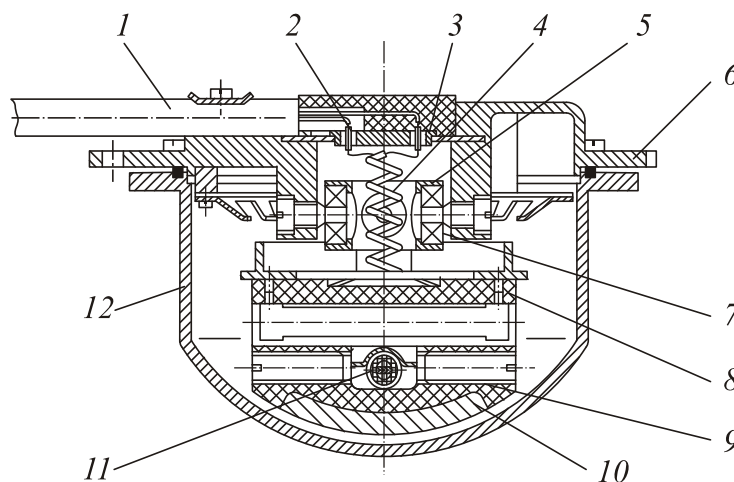


Рис. 1.9.

Площадка 8 з двома ферозондами 11 закріплена в двовісному кардановому підвісі 7 і разом з вантажем 10 являє собою фізичний маятник. Для виставлення осей чутливості в площині горизонту використовуються допоміжні балансувальні гвинти 9. Корпус 12 ІД закритий герметичною кришкою 6. Герметично замкнена порожнина приладу заповнена рідиною. Електричний зв'язок з ферозондами

здійснюється за допомогою джгута 1 з ізолюваних дротів.

Розглянута двохзондова схема відтворення вектора горизонтальної складової напруженості МПЗ не є єдиною. Так, для визначення напрямку горизонтальної складової напруженості МПЗ можна використовувати тільки один фе-

розонд, що працює в режимі нуль-індикатора (рис. 1.10). Вісь чутливості такого ферозонда примусово розвертають навкруг вертикальної осі до тих пір, поки його вихідний сигнал не стане дорівнювати нулю. В такому випадку кут між

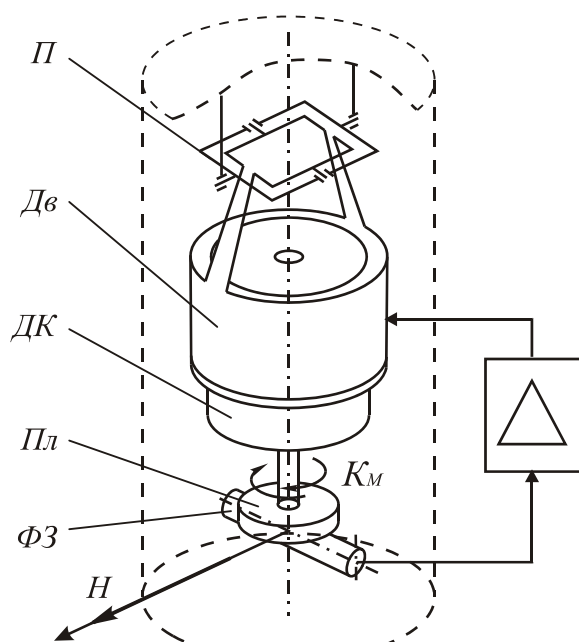


Рис. 1.10

віссю чутливості та поздовжньою віссю об'єкта буде дорівнювати $\pm\pi/2 - K_M$.

Індукційні компаси мають ті ж самі методичні похибки, що притаманні магнітним компасам - похибки від магнітного схилення, магнітної девіації та нахилів чутливого елемента відносно площини горизонту.

Інструментальні похибки індукційних компасів порівняно з похибками магнітних компасів мають дещо інший характер в зв'язку з відсутністю в них механічної осі обертання чутливого елемента в площині горизонту та підтримуючої рідини. Тому вони не мають похибок, обумовлених дією моментів сил сухого та в'язкого тертя.

До найбільш суттєвих інструментальних похибок індукційних компасів відносять такі:

1. Виробничо-технологічні похибки, що обумовлені в першу чергу неоднаковістю коефіцієнтів передачі ферозондів та магнітних властивостей їх осердь. Зменшення цієї складової похибки здійснюється в процесі складання шляхом селективного добору ферозондів з однаковими магнітними, механічними та електричними параметрами.

Причиною появи цього типу похибок можуть бути також неперпендикулярність осей чутливості ферозондів а також відхилення цих осей від площини горизонту.

2. Похибки розшифровуючої системи. Зменшення цієї складової провадиться методами теорії автоматичного керування та обчислювальної техніки.

За умов ретельного виготовлення індукційні компаси спроможні забезпечити досить малу похибку визначення магнітного курсу - в межах одиниць та десятків кутових хвилин.

1.1.5. Безплатформова система визначення магнітного курсу

Розглянуті вище вимірювальні перетворювачі мали у своєму складі платформу (картушка в МК, платформа з ферозондами в індукційних компасах), призначену для геометричної побудови вектору сили тяжіння \vec{g} . В безплатформових системах реалізується аналітичний метод визначення магнітного курсу, який передбачає вимірювання проєкцій вектору напруженості магнітного поля Землі \vec{T} на осі зв'язаної системи координат $Ox_c y_c z_c$ та подальше перетворення

одержаної інформації з урахуванням поточної величини кутів нахилу основи в сигнал магнітного курсу.

Для ілюстрації сутності цього методу вимірювальних перетворень та одержання алгоритмів обчислення курсу розглянемо найпростіший варіант побудови вимірювача (рис. 1.11б), який містить три магнітometri $\Phi 3_1 \dots \Phi 3_3$, зорієнтовані по осях зв'язаної системи координат $Ox_c y_c z_c$, та обчислювача O , що реа-

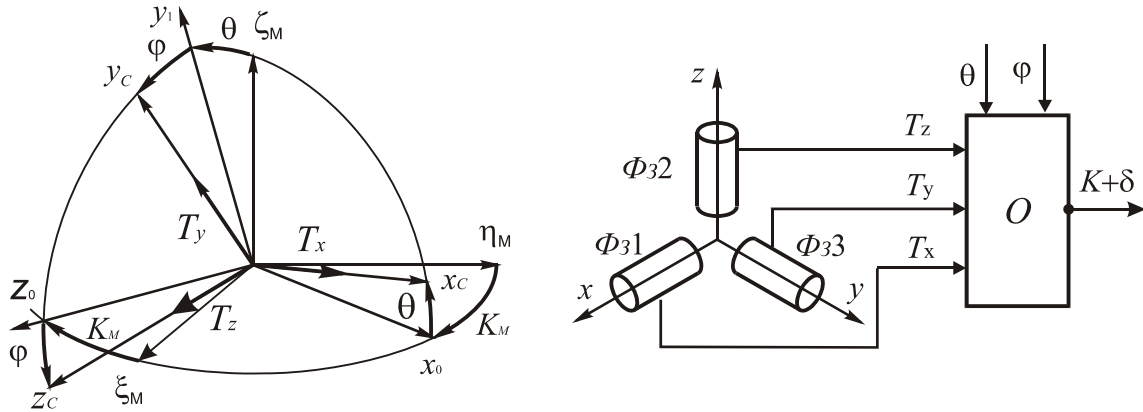


Рис. 1.11

лізує задані алгоритми обчислень магнітного курсу.

На рис. 1.11а показане відносне положення: земної системи координат $O\xi_m \eta_m \zeta_m$, яка має “магнітну” орієнтацію (вісь η_m горизонтальна і знаходиться в площині магнітного меридіану), системи координат $Ox_c y_c z_c$, яка зв'язана з рухомим об'єктом, і системи координат $x_0 y_0 z_0$, що відповідає положенню системи $Ox_c y_c z_c$ при нульових кутах крену θ та диференту φ .

Визначимо проекції вектору \vec{T} на горизонтальні осі x_0 та z_0 :

$$\begin{aligned} T_{z0} &= T_{zc} \cos \varphi + T_{yc} \sin \varphi; \\ T_{x0} &= -T_{y1} \sin \theta + T_{xc} \cos \theta, \end{aligned} \quad (1.12)$$

де $T_{y1} = T_{yc} \cos \varphi - T_{zc} \sin \varphi$.

Величину магнітного курсу об'єкта можна обчислити за допомогою таких алгоритмів:

$$K_M = \arctg \frac{-H_{z0}}{H_{x0}} = \arcsin \frac{-H_{z0}}{\sqrt{H_{x0}^2 + H_{z0}^2}} = \arccos \frac{H_{x0}}{\sqrt{H_{x0}^2 + H_{z0}^2}} \quad (1.13)$$

Алгоритми перетворень (1.13) легко реалізуються аналоговим або цифровим обчислювачем.

Основні достоїнства аналітичного методу полягають в можливості мініятуризації вимірювальної апаратури, малих динамічних похибках, можливості одержання інформації в цифрових кодах. Головний недолік – високі вимоги до вимірювачів складових напруженості \vec{T} та кутів нахилу об'єкту.

ЛЕКЦІЯ 4.

1.2. ГІРОСКОПИ НАПРЯМКУ.

1.2.1. Схема і принцип дії гіроскопа напрямку. Типи систем корекції.

Найпростішим гіроскопічним приладом для вимірювання курсу є триступеневий гіроскоп з вертикальним розміщенням осі підвісу зовнішньої рамки (рис. 1.12а).

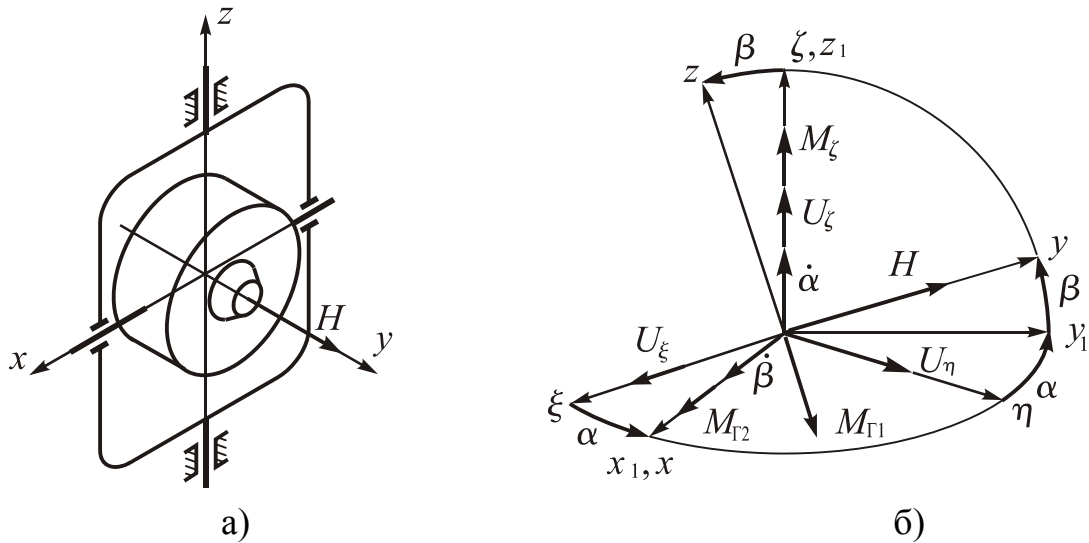


Рис. 1.12

Положення рухомої частини приладу будемо визначати двома кутами повороту: кутом повороту зовнішньої рамки α відносно осі Oz , з якою співпадає вісь обертання зовнішньої рамки, та кутом повороту β внутрішньої рамки.

З зовнішньою рамкою зв'яжемо систему координат $Ox_1y_1z_1$, а з внутрішньою - $Oxyz$ (рис.1.12б). Будемо також вважати, що в початковий момент часу головна вісь гіроскопу спрямована на північ (в напрямку осі η).

Для складання рівнянь руху використаємо метод кінетостатики, ігноруючи вплив моментів сил інерції обертальних та доцентрових прискорень.

Безпосередньо з кінематичного креслення знайдемо проекції переносної кутової швидкості $\vec{\omega}_E = \vec{\dot{\alpha}} + \vec{\dot{\beta}} + \vec{U}$ головної осі гіроскопу на осі системи координат XYZ

$$\begin{aligned} \omega_{EX} &= \dot{\beta} + U_{\xi} \cos \alpha + U_{\eta} \sin \alpha; \\ \omega_{EY} &= (\dot{\alpha} + U_{\zeta}) \sin \beta - U_{\xi} \sin \alpha \cos \beta + U_{\eta} \cos \alpha \cos \beta; \\ \omega_{EZ} &= (\dot{\alpha} + U_{\zeta}) \cos \beta + U_{\xi} \sin \alpha \sin \beta - U_{\eta} \cos \alpha \sin \beta. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Оскільки кутова швидкість ω_{EY} співпадає з напрямком кінетичного моменту, вона не викличе появи гіроскопічного моменту. Складова кутової швидкості ω_{EX} викличе появу гіроскопічного моменту M_{G1} , спрямованого в від'ємну сторону осі Z і дорівнюючого $M_{G1} = H\omega_{EX}$. Складова кутової швидкості ω_{EZ} ви-

кличе появу гіроскопічного моменту $M_{Г2}$, спрямованого в додатну сторону осі X : $M_{Г2} = H\omega_{EZ}$.

Будемо вважати, що навкруг зовнішньої осі підвісу діє момент зовнішніх сил M_{ζ} , а навкруг осі підвісу внутрішньої рамки (осі OX) - момент M_X .

Спроекуємо складові моментів зовнішніх сил та гіроскопічних моментів на осі підвісу обох рамок

$$\begin{cases} H\omega_{EX} \cos\beta = M_{\zeta}; \\ -H\omega_{EZ} = M_X. \end{cases} \quad (1.15)$$

В подальшому обмежимося розглядом поведінки гіроскопа за умовами малості кутів α та β . Це дозволяє суттєво спростити одержані рівняння руху, поклавши в них $\sin\alpha \approx \alpha$; $\sin\beta \approx \beta$; $\cos\alpha \approx 1$; $\cos\beta \approx 1$; $\sin\alpha \sin\beta \approx 0$.

З урахуванням вказаних припущень рівняння (1.15) приймуть вигляд

$$\begin{cases} \dot{\beta} + U_{\eta} \cdot \alpha + U_{\xi} = \frac{M_{\zeta}}{H}; \\ \dot{\alpha} - U_{\eta} \cdot \beta + U_{\zeta} = -\frac{M_X}{H} \end{cases} \quad (1.16)$$

Розглянемо поведінку гіроскопа на обмеженому відрізку часу t . В такому разі (з урахуванням нульових початкових значень кутів α та β) одержимо

$$\dot{\beta} \approx -U_{\xi} + \frac{M_{\zeta}}{H}; \quad \dot{\alpha} \approx -U_{\zeta} - \frac{M_X}{H}, \quad (1.17)$$

звідки витікають співвідношення

$$\beta \approx -U_{\xi} \cdot t + \frac{M_{\zeta}}{H} \cdot t; \quad \alpha \approx -U_{\zeta} \cdot t + \frac{M_X}{H} \cdot t, \quad (1.18)$$

тобто головна вісь такого гіроскопа змінює свою орієнтацію відносно географічної системи координат.

Для вимірювання кутів курсу головна вісь гіроскопу повинна зберігати свій напрямок в географічній або траєкторній системах координат достатньо довгий час.

Для того, щоб головна вісь зберігала первісну орієнтацію ($\dot{\alpha} = \dot{\beta} = 0$) в географічній системі координат, згідно з (1.17) необхідно виконати умови

$$\begin{cases} -U_{\zeta} - \frac{M_X}{H} = 0; \\ -U_{\xi} + \frac{M_{\zeta}}{H} = 0, \end{cases} \quad (1.19)$$

тобто необхідно впливати на рух гіроскопу за допомогою зовнішніх моментів, які повинні мати певну величину та спрямування. Такі моменти мають назву корекційних, а пристрої, що їх створюють - системами корекції.

Таким чином, для того, щоб триступеневий гіроскоп зберігав постійну орієнтацію відносно Землі, необхідно примусити його обертатися в інерціальному просторі з абсолютною кутовою швидкістю обертання основи.

Триступеневий гіроскоп, споряджений системами корекції для утримання головної осі в горизонтальному положенні та усунення видимого відходу в площині горизонту має назву гіроскопа напрямку (ГН).

ГН не має виборчих властивостей, він тільки зберігає з більшим або меншим ступенем точності той напрямок, який він мав в початковий момент часу. Тому його називають також гіронапівкомпасом (ГПК). Відсутність виборчих властивостей пояснюється тим, що на такий гіроскоп не діє позиційний момент, який би міг встановити його головну вісь в площину географічного меридіану.

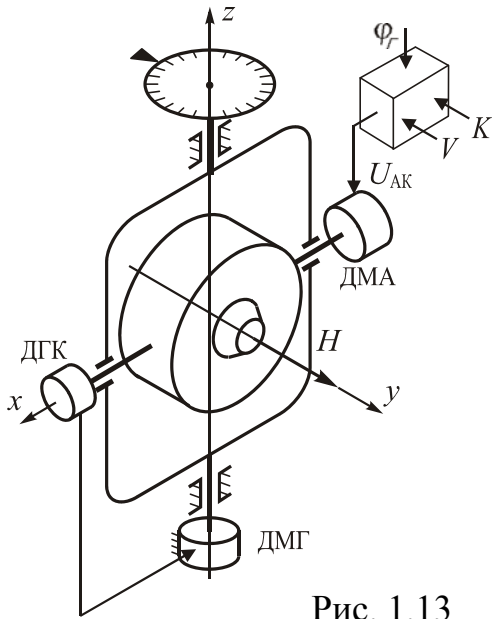


Рис. 1.13

Найбільш розповсюдженою схемою побудови ГН є схема, зображена на рис. 1.13. На осях карданова підвісу розміщені датчики кутів та датчики моментів. На датчик моменту ДМ1 на осі підвісу внутрішньої рамки (гірокамери) подається керуючий сигнал U_{AK} азимутальної корекції. Цей сигнал викликає прецесійний рух гіроскопа з швидкістю $\omega_{ак} = \frac{M_x}{H} = -U_{\zeta}$ в азимутальній площині, тобто навкруг осі підвісу зовнішньої рамки. Згідно з принципом дії таку систему азимутальної корекції називають моментною.

Розглянемо більш детально вимоги до моменту азимутальної корекції. Для цього знайдемо складові $U_{\xi}, U_{\eta}, U_{\zeta}$ обертання географічної $o\xi\eta\zeta$ та траєкторної $O\xi_T\eta_T\zeta_T$ систем координат (рис. 1.14).

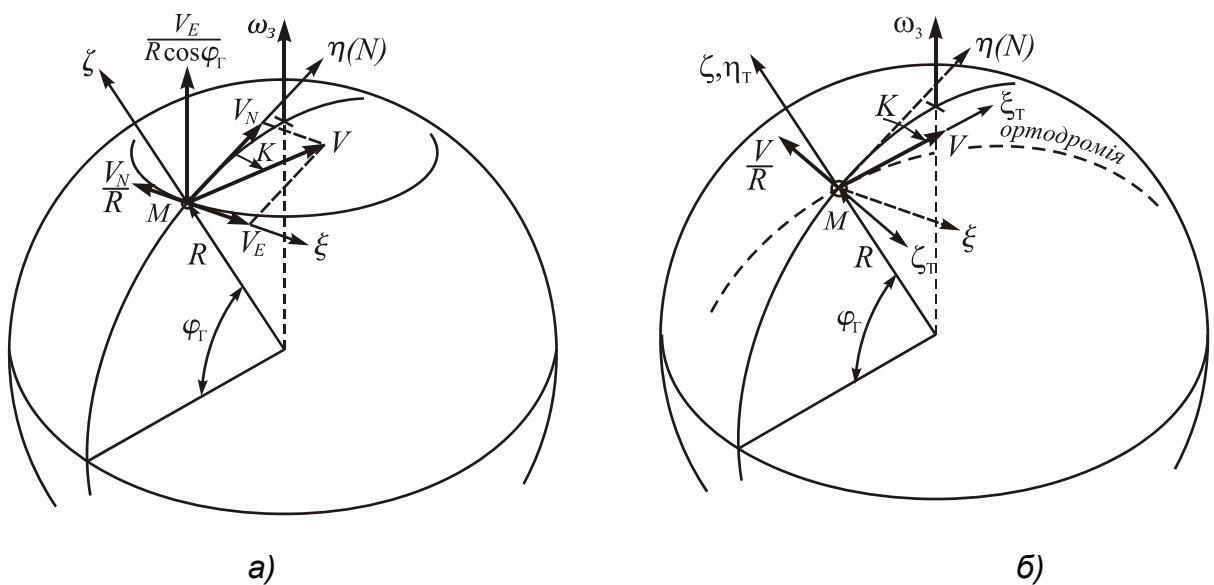


Рис. 1.14

Якщо об'єкт рухається відносно Землі з деякою швидкістю V , проєкції якої на осі $O\xi$, $O\eta$ дорівнюють відповідно $V_E = V \sin K$ та $V_N = V \cos K$, то проєкції U_ξ, U_η, U_ζ переносної кутової швидкості обертання географічної системи координат в інерціальному просторі дорівнюватимуть (рис. 1.14.а):

$$\begin{aligned} U_\xi &= -\frac{V_N}{R} = -\frac{V}{R} \cos K; \\ U_\eta &= \omega_3 \cos \varphi_\Gamma + \frac{V_E}{R} = \omega_3 \cos \varphi_\Gamma + \frac{V}{R} \sin K; \\ U_\zeta &= \omega_3 \sin \varphi_\Gamma + \frac{V_E \sin \varphi_\Gamma}{R \cos \varphi_\Gamma} \sin K_M = \omega_3 \sin \varphi_\Gamma + \frac{V}{R} \sin K_M \operatorname{tg} \varphi_\Gamma. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Якщо об'єкт рухається по ортодромії, то згідно з рис. 1.14б вертикальна складова кутової швидкості обертання U_ζ не залежить від лінійної швидкості руху V (вектор \vec{V} лежить в площині осей $\xi_\Gamma \zeta_\Gamma$) і дорівнює

$$U_{\zeta\Gamma} = \omega_3 \sin \varphi_\Gamma \quad (1.21a)$$

Інші складові кутової швидкості дорівнюють

$$U_\xi = -\omega_3 \cos \varphi_\Gamma \sin K; \quad U_\eta = \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \cos K \quad (1.21б)$$

Алгоритм (1.21а) значно простіший, ніж (1.20): він не потребує визначення швидкості руху об'єкта. *Гіроскоп напрямку, в якому система азимутальної корекції реалізує алгоритм (1.21а), називається покажчиком ортодромії.*

Кутова швидкість азимутальної корекції в ідеальному варіанті, тобто коли $\omega_{\text{ак}} = \frac{M_x}{H} = -U_\zeta = -\omega_3 \sin \varphi_\Gamma$ на широті м. Києва приблизно дорівнює $12^\circ/\text{год.}$, тобто момент, що повинен створювати ДМ1, дуже малий. На практиці потрібно розвертати елементи ГН в азимуті з значно більшою швидкістю. Для швидкого узгодження показань ГН з показаннями інших вимірювачів курсу шкала приладу може по команді користувача розвертатися на потрібний кут за допомогою двигуна $D\delta V$, розміщеного на зовнішній рамці підвісу.

Сигнал $U_{ГК}$ горизонтальної корекції подається на датчик моменту ДМ2, що розташований на осі підвісу зовнішньої рамки. Цей сигнал створюють за допомогою датчика горизонтальної корекції (ДГК). Такий датчик видає сигнал $U_{ГК}$ при відхиленні головної осі гіроскопу або від площини горизонту (так звана *горизонтальна маятникова* корекція), або від напрямку перпендикуляру до площини зовнішньої рамки (тобто при наявності кута β повороту гірокамери відносно зовнішньої рамки - *горизонтальна міжрамкова* корекція). Цей сигнал передається на датчик моменту ДМ2, який створює корекційний момент $M_{ГК}$, що викликає прецесійний рух гіроскопа навкруг осі підвісу гірокамери до того часу, поки вказане відхилення головної осі не буде ліквідовано. Схему корекції, побудовану за таким принципом, називають замкненою.

Сигнал відхилення головної осі від площини горизонту одержують за допомогою фізичного маятника, встановленого на внутрішній рамці. Для гіроскопічних приладів був спеціально розроблений рідинний рівень з електролітичним датчиком кута (рис. 1.15), перетворюючий переміщення повітряної бульки рівня в електричний сигнал - так званий електролітичний дистанційний рівень (ЕДР).

ЕДР являє собою циліндричну ампулу з великим радіусом кривизни (тобто сегмент тора), заповнену рідиною P - провідником електрики. Ампула заповнюється рідиною в такій кількості, щоб утворилась повітряна кулька B . На горішній поверхні ампули розміщені два плоских електрода 2 та 3, на долішній - електрод 4. При горизонтальному положенні ампули булька однаково перекриває електроди 2 та 3.

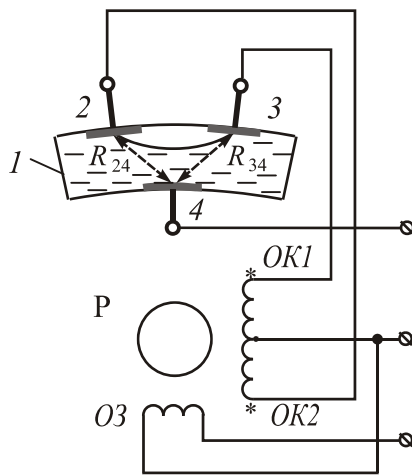


Рис. 1.15.

При відхиленні головної осі від площини горизонту повітряна кулька змінює свою орієнтацію відносно електродів 2 та 3. Таким чином, при нахилі ампули змінюється площа контактної поверхні між електродами та рідиною, внаслідок чого змінюється також електричний опір між електродами 4 - 2 та 4 - 3 (один з них зменшується, а другий збільшується в залежності від спрямування переміщення бульки). Обидва електричних опору знаходяться в ланцюгу керування датчиком моментів таким чином, щоб створюваний ним момент викликав прецесію головної осі гіроскопу до площини горизонту.

Сигнал відхилення головної осі гіроскопу від перпендикуляру до площини зовнішньої рамки можна одержати, наприклад, за допомогою контактної датчика кутів.

Для математичного опису дії ГН використаємо рівняння (1.16), в яких зовнішні моменти M_x та M_ζ являють собою суму моментів корекції M_{K1} та M_{K2} , створених датчиками моментів ДМ1 та ДМ2, та збурюючих моментів $M_{П1}$ та $M_{П2}$:

$$\begin{aligned} M_x &= M_{K1} + M_{П1}; \\ M_\zeta &= M_{K2} + M_{П2} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Корекційний момент M_{K1} системи азимутальної корекції в ідеальному випадку повинен дорівнювати вимозі (1.19), тобто $M_{K1}/H = -U_\zeta$.

Однак в загальному випадку кутова швидкість корекційного руху не дорівнює складовій $-U_\zeta$, а визначається рівністю $\omega_{K1} = H/M_{K1}$, де ω_{K1} - кутова швидкість прецесії під дією реально прикладеного моменту корекції.

Корекційний момент системи горизонтальної корекції в разі використання лінійної міжрамкової системи горизонтальної корекції дорівнює: $M_{K2} = -K\beta$.

З урахуванням значень моментів рівняння (1.16) приймуть вигляд

$$\begin{cases} \dot{\beta} + \varepsilon\beta = -U_{\xi} + \frac{M_{П2}}{H}; \\ \dot{\alpha} = -(U_{\xi} - \omega_{к1}) - \frac{M_{П1}}{H}. \end{cases} \quad (1.23)$$

де $\varepsilon = K/H$ - питома кутова швидкість корекції.

Розв'язок першого рівняння за умов $U_{\xi} = \text{const}$; $M_{П2} = \text{const}$ має вигляд

$$\beta = C \cdot e^{-\varepsilon t} + \frac{-HU_{\xi} + M_{П2}}{H\varepsilon}$$

За початкових умов $\beta(0) = \beta_0$ довільна стала C дорівнюватиме

$$C = \frac{U_{\xi}}{\varepsilon} - \frac{M_{П2}}{H\varepsilon} + \beta_0,$$

звідки

$$\beta = \left(\frac{U_{\xi}}{\varepsilon} + \frac{M_{П2}}{H\varepsilon} \right) \cdot (1 - e^{-\varepsilon t}) + \beta_0 \cdot e^{-\varepsilon t}.$$

В усталеному положенні ($t \rightarrow \infty$) кут відхилення β буде дорівнювати

$$\beta_{уст} = \frac{M_{П2}}{H\varepsilon} - \frac{U_{\xi}}{\varepsilon}. \quad (1.24)$$

Кут $\beta_{уст}$ має дві складові: перша залежить від величини збурюючих моментів $M_{П2}$, що діють вздовж зовнішньої осі підвісу, друга - від кутової швидкості обертання географічної системи координат навкруг внутрішньої осі підвісу U_{ξ} . Остання складова має назву швидкісної похибки системи корекції.

Питому швидкість корекції обирають такою, щоб кут $\beta_{уст}$ не перевищував заданої величини ($|\beta_{уст}| < 1^\circ$). Так, для широти м. Києва для забезпечення $\beta_{уст} = 1^\circ$ в ГН з кінетичним моментом $H = 0,4$ Н·м·с при наявності збурюючого моменту $M_{П2} = 2 \cdot 10^{-4}$ Н·м необхідно вибрати питому швидкість ε , що задовольняє умові

$$\varepsilon \geq \frac{|M_{П2}|}{H\beta_{уст}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{0,4 \cdot 1,74 \cdot 10^{-2}} = 2,87 \cdot 10^{-2} \text{ 1/c} \approx 1,65^\circ/\text{с}.$$

Треба пояснити, що питома швидкість корекції відповідає кутовій швидкості корекції при відхиленні гірокамери від вихідної позиції на кут, що дорівнює 1 рад.

Розв'язок другого рівняння системи (1.23) має вигляд

$$\alpha = \int_0^t (U_{\xi} - \omega_{к1}) dt - \int_0^t \frac{M_{П1}}{H} dt \quad (1.25)$$

З даного розв'язку випливає, що навіть при ідеальному виборі величини корекційного моменту $M_{к1}$, коли $\omega_{к1} = U_{\xi}$, завдяки дії сталої складової збурюючого моменту зберігається накопичення відходу гіроскопа (тобто зростання похибки вимірювання курсу).

Знайдемо граничне значення сталої складової збурюючого моменту (яка в першу чергу викликана дією моменту сил тертя в опорах підвісу гірокамери), яка викличе похибку вимірювання курсу, що не перевищує 2^0 за одну годину роботи приладу. При цьому кінетичний момент, як і раніше, дорівнює $0,4 \text{ Н·м·с}$. З (1.25) маємо

$$M_{\text{ПІ}}^0 \leq \frac{H \cdot \alpha_{\text{max}}}{t_{\text{max}}} = 0,4 \cdot 3,5 \cdot 10^{-2} / 3600 = 3,85 \cdot 10^{-6} \text{ Н·м} = 3,85 \cdot 10^{-2} \text{ Г·см.}$$

Для забезпечення такої малої величини моменту в ГН використовуються спеціальні опори підвісу гірокамери, наприклад, шарикопідшипники з проміжними кільцями, які обертаються за заданим законом.

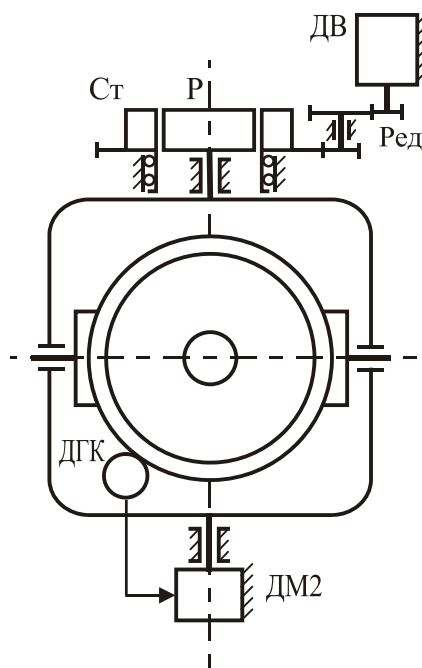


Рис. 1.16

Можлива також побудова системи кінематичної азимутальної корекції, за допомогою якої гіроскоп не примушують прецесувати в азимутальній площині, а розвертають з швидкістю ω_{kl} тільки вихідний пристрій - шкалу або електричний датчик кутів (рис. 1.16).

Кінематична корекція в даному разі реалізована за допомогою електричного двигуна ДВ, який через редуктор обертає з швидкістю ω_{kl} статор датчика кутів ДК. Ротор ДК зв'язаний з віссю підвісу зовнішньої рамки. Швидкість обертання ротора двигуна регулюється за допомогою напруги U_{AK} .

Оскільки обидві системи азимутальної корекції побудовані по розімкненій схемі, то похибки в обчисленні та відтворенні кутової швидкості обертання географічної системи координат призведуть до появи додаткової складової відходу.

ЛЕКЦІЯ 5.

1.2.2. Методичні похибки ГН

Гіроскопи напрямку за конструкцією та принципу дії є не досить складними вимірювальними приладами, дія яких заснована на безпосередньому використанні властивостей триступеневого астатичного гіроскопа. В той же час розрахунки похибок дещо ускладнені в зв'язку з великою кількістю факторів, що впливають на формування похибок, а також складного характеру їх прояву.

ГН мають цілий ряд специфічних похибок, обумовлених рухом основи. Розглянемо фізичну природу появи деяких з них.

1. Карданова похибка. Це головна методична похибка ГН, побудованого на основі гіроскопа з “матеріальними” осями підвісу, які дозволяють йому обертатися тільки навкруг осей карданова підвісу. Вона виникає внаслідок того, що при відхиленні основи від площини горизонту вимірювальна вісь ГН, якою є вісь підвісу зовнішньої рамки, відхиляється від вертикалі. Це викликає відхилення площини вимірювання кутів курсу від площини горизонту і призводить до викривлення показань, які знімаються за допомогою шкали приладу.

Розглянемо більш детально цю похибку, скориставшись рис. 1.17.

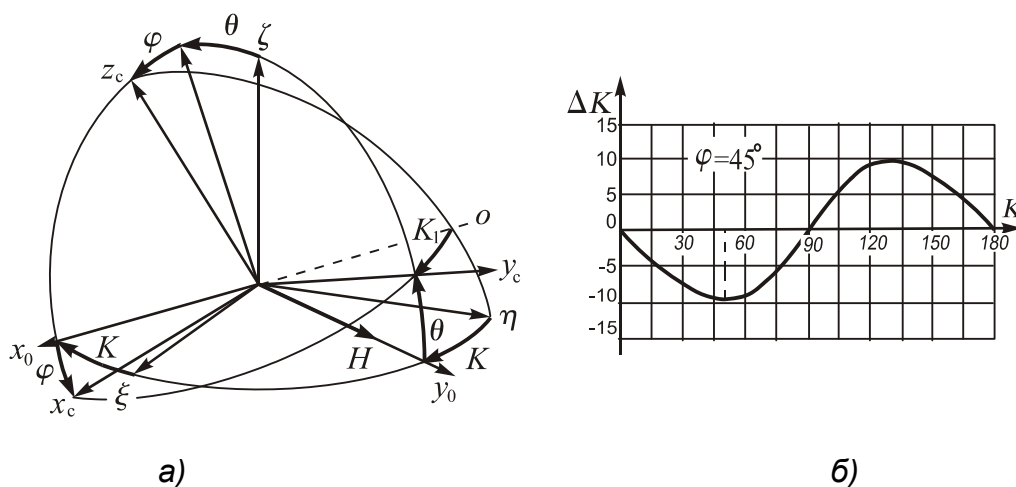


Рис. 1.17

З рис. 1.17а можна одержати рівність

$$\operatorname{tg} K_1 = -\frac{H_{xc}}{H_{yc}}, \quad (1.26)$$

де H_{xc} та H_{yc} - проекції вектора кінетичного моменту \vec{H} на відповідні осі.

З метою одержання залежності $K_1 = f(K, \theta, \gamma)$ за умови, що головна вісь ГН знаходиться в площині горизонту, визначимо проекції H_{xc} та H_{yc} в функціях вказаних кутів:

$$\begin{aligned} H_{xc} &= H(-\sin K \cos \gamma + \cos K \sin \gamma \sin \theta); \\ H_{yc} &= H \cos K \cos \theta. \end{aligned}$$

Після підставлення цих виразів в (1.26) одержимо:

$$K_1 = \operatorname{arctg} \frac{\sin K \cos \gamma - \cos K \sin \gamma \sin \theta}{\cos K \cos \theta}. \quad (1.27)$$

Відхилення літака від площини горизонту в першу чергу визначається кутом крену γ , особливо при зміні курсу. Тому для обрахування карданової похибки ГН, встановленого на літаку, можна використати спрощену рівність

$$\Delta K = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} K \cos \gamma) - K. \quad (1.28)$$

Величина карданової похибки може бути значною. Так, якщо крен літака дорівнює 45° , максимальне значення карданової похибки досягає 19° (див рис. 1.17б).

Для зменшення похибки треба знешкодити причину її появи, тобто домогтися, щоб вісь підвісу зовнішньої рамки завжди була спрямована по вертикалі. Технічно це можна зробити, якщо встановити прилад на допоміжну основу, що зберігає горизонтальність при нахилах літака.

2. Виражна похибка. Вона виникає при змінюванні курсу, що супроводжується креном. При правильному горизонтальному віражі (кутова швидкість розвороту літака по курсу $\omega_B = \operatorname{const}$, радіус віражу $R_B = \operatorname{const}$) кут крену φ_0 літака визначається рівністю піднімальної сили F_K , ваги літака mg та сили інерції доцентрового прискорення $F_D = m\omega_e^2 R_e$ (рис. 1.18) і залишається сталим на весь час зміни курсу, тобто $\varphi = \varphi_0 = \operatorname{const}$.

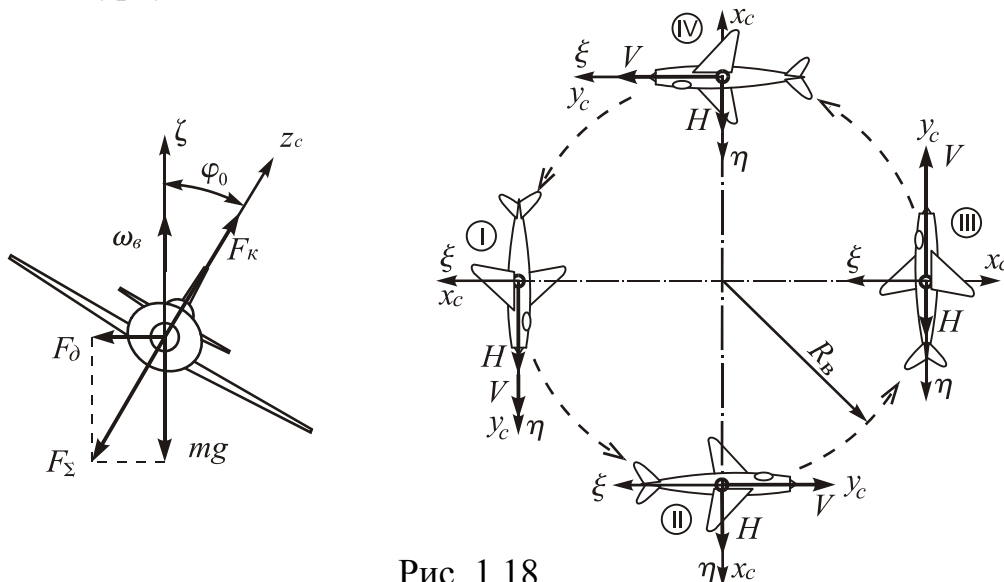


Рис. 1.18

Сутність віражної похибки полягає в такому. Під час віражу вісь зовнішньої рамки підвісу, відхилена від вертикалі на кут крену φ_0 , описує конічну поверхню, внаслідок чого головна вісь гіроскопу відхиляється від перпендикуляру до площини зовнішньої рамки. Виникає момент горизонтальної корекції, який змінюється по періодичному закону згідно з рис. 1.19. Цей момент викличе

прецесію гіроскопа в похилій площині, що визначається головною віссю гіроскопа Y та зовнішньою віссю підвісу Z_1 .

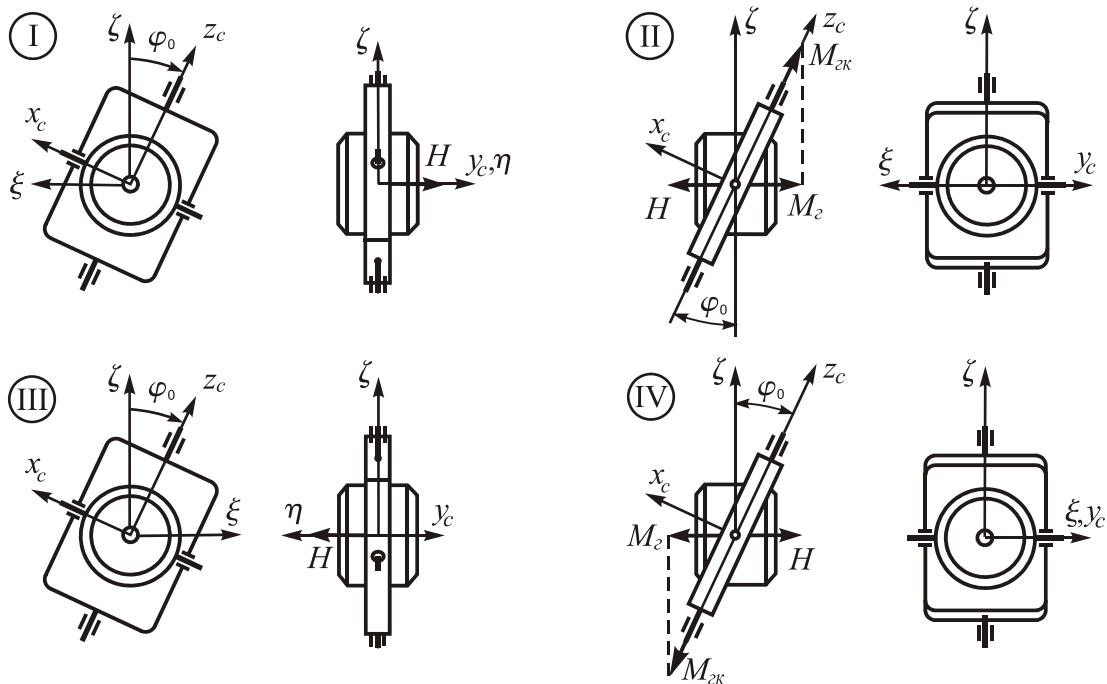


Рис. 1.19

Вектор кутової швидкості прецесії внаслідок нахилу площини, в якій відбувається прецесія, буде мати вертикальну складову, яка породжує шукане відхилення головної осі в площині горизонту.

Знайдемо величину цієї похибки. Нехай в початковий момент часу (позиція I) головна вісь ΓH знаходиться в площині горизонту і спрямована вздовж поздовжньої осі літака. В такому разі (за умов крену на кут φ_0) взаємне положення внутрішньої та зовнішньої рамок не зміниться, тобто $\beta_I=0$ та $M_{K2}=0$.

При розвороті літака на кут $\pi/2$ (позиція II) головна вісь буде відхилена на кут $\beta_{II} \neq 0$. Виникаючий при цьому момент корекції дорівнює $M_{K2} = -K\beta_{II}$. В позиції III кут β знову практично дорівнюватиме нулю, тобто момент корекції буде відсутнім. В позиції IV кут повороту внутрішньої рамки β_{IV} буде мати протилежний знак щодо кута β_I і $M_{K2} = K\beta_{IV}$.

Очевидно, що горизонтальна складова M_Γ моменту корекції M_{K2} буде змінюватись за законом

$$M_\Gamma \approx -M_{K2} \cos \omega_B t \sin \varphi_0 \approx -M_{K2} \cdot \varphi_0 \cos \omega_B t.$$

Ця складова моменту викличе азимутальний відхід гіроскопу з кутовою швидкістю

$$\dot{\alpha} = \frac{M_\Gamma}{H} = -M_{K2} \cdot \frac{\varphi_0 \cos \omega_B t}{H} = -\frac{K}{H} \beta \cdot \varphi_0 \cos \omega_B t. \quad (1.29)$$

З метою визначення поточного значення кута β розглянемо перше рівняння системи (1.23), поклавши в ньому $M_{\Pi 2}=0$.

Кутова швидкість U_{ξ} в цьому рівнянні дорівнює проекції вектору швидкості ω_B на вісь підвісу внутрішньої рамки, яка згідно з рис. 1.18 дорівнює: $U_X = \omega_B \sin \varphi_0 \cos \omega_B t$.

З урахуванням знайденого значення кутової швидкості U_X воно прийме вигляд

$$\dot{\beta} + \varepsilon \beta = -\omega_B \sin \varphi_0 \cos \omega_B t \approx -\omega_B \cdot \varphi_0 \cos \omega_B t \quad (1.30)$$

Частинний розв'язок рівняння (1.30)

$$\beta = A \cos \omega_B t + B \sin \omega_B t,$$

де $A = -\frac{\varepsilon \omega_B \varphi_0}{\omega_B^2 + \varepsilon^2}$; $B = -\frac{\varepsilon^2}{\omega_B^2 + \varepsilon^2}$.

Таким чином, момент горизонтальної корекції буде дорівнювати

$$M_{K2} = K\beta = K(A \cos \omega_B t + B \sin \omega_B t),$$

а його горизонтальна складова

$$M_{\Gamma} = -K\varphi_0 (A \cos^2 \omega_B t + B \sin \omega_B t \cos \omega_B t). \quad (1.31)$$

Момент M_{Γ} має сталу складову, яку можна визначити так. Середнє значення добутку $\sin \omega_B t \cdot \cos \omega_B t = \frac{1}{2} \cdot \sin 2\omega_B t$ за період виразу $T_B = \frac{2\pi}{\omega_B}$ дорівнює нулю. Добуток $\cos^2 \omega_B t = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega_B t}{2}$ за той же час буде мати сталу складову, що дорівнює $1/2$.

Таким чином, середнє значення моменту M_{Γ} за період виразу буде

$$\langle M_{\Gamma} \rangle = -\frac{1}{2} K \cdot A \cdot \varphi_0 = \frac{K \varepsilon \omega_B \varphi_0^2}{2(\omega_B^2 + \varepsilon^2)} \quad (1.32)$$

Середня швидкість азимутального дрейфу ГН, що викликана цим моментом, дорівнює

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{\langle M_{\Gamma} \rangle}{H} = \frac{\varepsilon^2 \omega_B \cdot \varphi_0^2}{2(\omega_B^2 + \varepsilon^2)}. \quad (1.33)$$

Знайдемо виражену похибку за таких умов: Лінійна швидкість літака $V=100$ м/с (360 км/год.); радіус виразу $R_B=2000$ м; питома швидкість корекції $\varepsilon=0,02$ 1/с.

За умов виконання літаком правильного віражу кут крену дорівнюватиме $\varphi_0 \approx \frac{V^2}{R_B \cdot g} = \frac{10^4}{9,8 \cdot 2 \cdot 10^3} = 0,51$ рад. $\approx 30^\circ$. Кутова швидкість віражу $\omega_B = V/R_B = 0,05$ 1/с. Після підставлення цих даних в формулу (3.31) одержимо

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,26}{2 \cdot (2,5 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4})} = 8,96 \cdot 10^{-4} \text{ 1/с} = 5,13 \cdot 10^{-2} \text{ град/с.}$$

За час виконання віражу ($T_B = 2\pi/\omega_B = 125$ с.) сумарне азимутальне відхилення складе $\alpha = \langle \dot{\alpha} \rangle \cdot T_B = 8,96 \cdot 10^{-4} \cdot 125 = 0,11$ рад $= 6,4^\circ$.

Така за величиною похибка є неприпустимою для вимірювачів курсу. Для зменшення віражної похибки доцільно зменшувати питому швидкість корекції ε . Але згідно з (1.24) зменшення ε призводить до збільшення кута відхилення гірокамери відносно зовнішньої рамки $\beta_{\text{уст}}$, що є небажаним. Радикальним засобом ліквідації віражної похибки є вимикання горизонтальної корекції на час виконання віражу. Це призведе тільки до тимчасового накопичення кута β відхилення гірокамери від положення рівноваги.

3. Похибки при хитавиці основи. За умов хитавиці основи система горизонтальної корекції також як і у випадку віражу піддається збуренням.

Розглянемо поведінку ГН за умов одновісної хитавиці основи, яка відбувається за законом $\varphi = \varphi_m \sin \omega_x t$ навкруг горизонтальної осі, віддаленій від головної осі гіроскопу на кут ψ (рис. 1.20). Такий рух основи можна замінити двома рухами: навкруг головної осі за законом $\varphi_2 = \varphi_m \cos \psi \sin \omega_x t$ та навкруг осі підвісу гірокамери за законом $\varphi_1 = \varphi_m \sin \psi \cdot \sin \omega_x t$. В подальшому будемо вважати кут φ_m малим, тобто таким, що $\varphi_m \ll 1$.

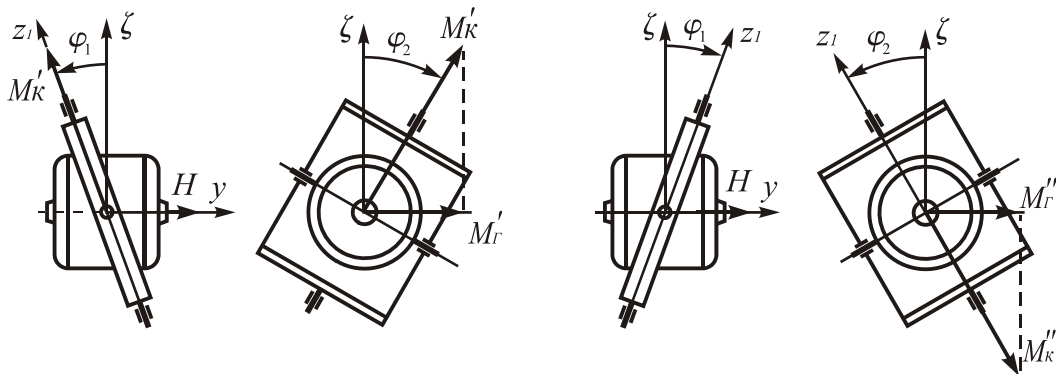


Рис. 1.20

Перша складова руху основи викличе кутові коливання зовнішньої осі підвісу, а друга складова - відхилення головної осі від перпендикуляру до площини зовнішньої рамки, що в свою чергу викличе появу моменту горизонтальної корекції $M_{K2} = -K\beta$.

Як було вказано вище, питому швидкість корекції роблять достатньо малою. Тому можна вважати, що головна вісь за півперіод хитавиці під дією мо-

мента корекції практично не змінює свій напрямок відносно площини горизонту і величина куту β залежить тільки від відхилення основи на кут φ_1 :

$$\beta \approx -\varphi_1 = -\varphi_m \sin \psi \cdot \sin \omega_x t.$$

Таким чином, момент горизонтальної корекції теж буде змінюватися по гармонійному закону

$$M_{K2} = K \cdot \varphi_m \sin \psi \cdot \sin \omega_x t.$$

Згідно з рис.1.20 горизонтальна складова моменту M_{K2} дорівнює

$$M_{\Gamma} = M_{K2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_2\right) \approx M_{K2} \cdot \varphi_2 = K \cdot \frac{\varphi_m^2}{2} \sin 2\psi \cdot \sin^2 \omega_x t.$$

Середнє за період хитавиці значення складової M_{Γ} моменту горизонтальної корекції (стала складова моменту) буде

$$\langle M_{\Gamma} \rangle = K \cdot \frac{\varphi_m^2}{4} \sin 2\psi.$$

Вона викличе азимутальний відхід гіроскопу з кутовою швидкістю

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{\langle M_{\Gamma} \rangle}{H} = \frac{K}{H} \cdot \frac{\varphi_m^2}{4} \sin 2\psi = \frac{\varepsilon \varphi_m^2}{4} \sin 2\psi. \quad (1.34)$$

Розглянемо приклад. Нехай $\varepsilon = 0,02$ 1/с; $\varphi_m = 0,05$ рад; $\psi = \pi/4$. За таких умов середня кутова швидкість азимутального дрейфу дорівнюватиме

$$\langle \dot{\alpha} \rangle = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{4} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ 1/с} \approx 2,6 \text{ град/год.}$$

На основі аналізу формули (1.34) можна зробити такі висновки:

- максимальна швидкість відходу спостерігається за умови, коли $\psi = \pi/4$, тобто коли вісь коливань однаково відхилена як від головної осі гіроскопу, так і від осі підвісу гірокамери;
- відхід гіроскопу відсутній, якщо вісь коливань співпадає з головною віссю або з віссю підвісу гірокамери, тобто коли відсутнє синхронне змінювання орієнтації зовнішньої осі підвісу та моменту горизонтальної корекції;
- середня швидкість азимутального відходу ГН зменшується за умов зменшення питомої швидкості корекції.

Явище відходів гіроскопів, споряджених системами корекції, за умов обертання або хитавиці основи обумовлено так званим випрямним ефектом, який виявляється за умов одночасної дії двох факторів - коливань основи та періодичного змінювання зовнішнього моменту.

ЛЕКЦІЯ 6.

1.2.3. Інструментальні похибки ГН

Інструментальні похибки виникають з-за впливу моментів тертя в опорах підвісу ГН, моменту дебаланса, а також з-за неточності настроювання системи азимутальної корекції.

Похибки з-за моментів тертя. Вплив моменту тертя $M_{TX} \text{sign} \dot{\beta}$, прикладеного до внутрішньої рамки, на поведінку ГН досить своєрідний – він чинить протидію моменту зовнішніх сил і дорівнює останньому до тих пір, поки той не перебільшить граничної величини M_{TX} . Тільки після цього можливий рух гіроскопа навкруг зовнішньої осі підвісу. Доведемо це.

Виділимо в виразі (1.22) з загального збурюючого моменту, який діє вздовж осі підвісу внутрішньої рамки, окремо момент сил сухого тертя:

$$M_{\Pi 1} = -M_{TX} \text{sign} \dot{\beta} + M'_{\Pi 1},$$

де $M'_{\Pi 1}$ - складова збурюючого моменту, що не залежить від сил сухого тертя.

Запишемо друге рівняння (1.16) гіроскопа напрямку у вигляді

$$H\dot{\alpha} = M_{TX} \text{sign} \dot{\beta} - M_{KG} - M'_{\Pi} - HU_{\zeta} \quad (1.35)$$

З урахуванням особливостей дії моменту тертя ми повинні вважати, що права частина рівняння (1.35) дорівнює нулю, якщо

$$|-M_{KG} - M'_{\Pi} - HU_{\zeta} < M_{TX}|.$$

За цієї умови кутова швидкість повороту зовнішньої рамки ГН в нерухомій відносно Землі системі координат $\dot{\alpha}$ теж дорівнюватиме нулю. Здається, що відсутність відносної швидкості $\dot{\alpha}$ при виконанні умови (1.35) явище позитивне, оскільки нібито усувається дрейф гіроскопу в азимутальній площині з-за впливу збурюючих моментів M'_{Π} . В дійсності це не так, оскільки при малих кутових швидкостях повороту основи гіроскоп буде обертатися разом з основою з кутовою швидкістю U_{ζ} : він начебто загубить свою головну властивість – зберігати напрямок осі власного обертання в інерціальному просторі незмінним, тобто перестане бути гіроскопом.

Це явище визначає нижній поріг чутливості ГН, тобто мінімальну швидкість $U_{\zeta \text{пор}}$ обертання основи, яку реєструє прилад:

$$U_{\zeta \text{пор}} = M_{TX} / H.$$

Для зменшення порогу чутливості потрібно або збільшувати кінетичний момент гіроскопа, або зменшувати момент сил сухого тертя в опорах підвісу внутрішньої рамки. Перший шлях розв'язання проблеми пов'язаний зі збільшенням габаритів приладу, що є недоцільним. Зменшення моментів тертя можливе при застосуванні спеціальних типів опор, наприклад, опори з трикільцевими шарикопідшипниками. (рис. 1.21). Ці ШП мають три види кілець - два зо-

внiшнiх кiльця, промiжне (середнє) та цапфу, яка вiдiграє роль внутрiшнього кiльця. Промiжнi кiльця обертаються за допомогою спецiального двигуна з кутовою швидкiстю, яка є значно бiльшою, нiж ймовiрна кутова швидкiсть обертання основи.

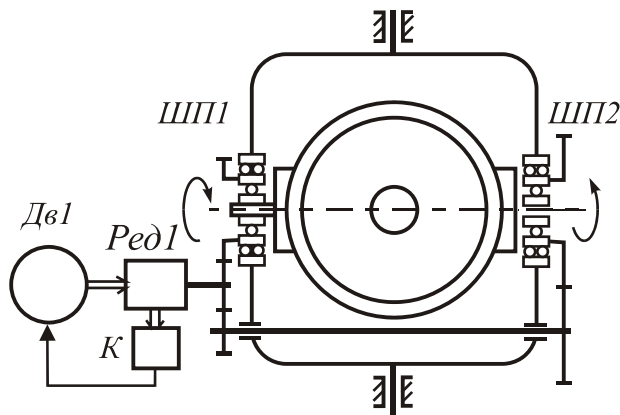


Рис. 1.21

промiжних кiльць ШП. Цей кут може фiксуватися механiзмами переривчастого руху (мальтiйськi), оптичними дискретними вимiрювачами кутiв, або звичайними кiнцевими перемикачами.

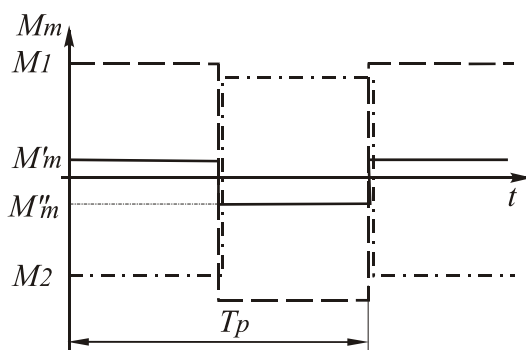


Рис. 1.22

При обертанні промiжних кiльць таких ШП в протилежному напрямку навколо осi пiдвiсу дiє збурюючий момент, що називається *першою рiзницею*. Для рiзних взаємних напрямкiв обертання (правому чи лiвому) цi рiзницi дорiвнюють (рис. 1.22):

$$M_1' = M_{1П} - M_{2Л}; \quad M_2'' = M_{1Л} - M_{2П}.$$

При реверсуванні промiжних кiльць з періодом T_p можна прийняти, що стала складова моменту тертя буде:

$$|M_m| = 0.5(M_1' - M_1'') = M_{ef}.$$

Це друга рiзниця збурюючих моментiв або *ефективний момент тертя*.

Швидкiсть обертання промiжних кiльць визначається експериментально в залежностi вiд конструкцiї вузлiв пiдвiсу, обраних ШП та умов роботи приладiв. Найбiльш розповсюдженим є дiапазон швидкостей обертання кiльць $n = (70 \dots 120)$ об/хв. З метою забезпечення мiнiмального та рiвномiрного зносу окремих деталей опор бажано мати цiле число оборотiв сепаратора ШП за пiвперiод реверсу.

Похибки, обумовленi моментом дебалансу. Цi моменти викликанi змiщенням центру мас внутрiшньої рамки (кожуха) разом з гiромотором вздовж головної осi. Основнi причини такого змiщення центру маси:

- залишкова незбалансованiсть рухомої частини приладу;

- підшипники, при роботі яких зміщуються шарики і сепаратори, мастильні матеріали (при перетіканні, розбризкуванні і т.п.);
- з'єднання деталей, що зроблені з металів з різними коефіцієнтами лінійного розширення (посадки кілець ШП на вал і т.д.);
- нерівномірне прогрівання гіромотора;
- неоднакова жорсткість елементів конструкції (наприклад, кришок гіромотора).

Залишковий момент дебалансу після проведення операції балансування технологічно можна зменшити до половини моменту тертя, що діє вздовж тієї ж самої осі.

Розглянемо більш докладно дві останні причини.

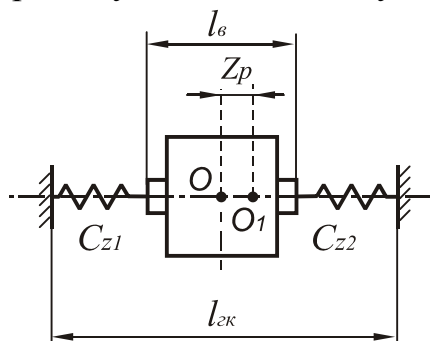
Нехай сумарна жорсткість лівої кришки гірокамери і підшипника одноступенчатої системи (рис. 1.23) дорівнює $C_{Z1}(\tau)$, а правої кришки з підшипником - $C_{Z2}(\tau)$. В початковий момент центр ваги лежить в точці O . Після запуску і прогрівання гіромотора геометричні розміри деталей змінюються.

Подовження валу і гірокамери в напрямку осі обертання ротора внаслідок змінювання температури дорівнюють

$$\begin{aligned} \Delta l_{\epsilon} &= l_{\epsilon\tau} - l_{\epsilon 0} = l_{\epsilon 0}(1 + \alpha_{\epsilon} \Delta\tau_{\epsilon}) - l_{\epsilon 0} = l_{\epsilon 0} \alpha_{\epsilon} \Delta\tau_{\epsilon}; \\ \Delta l_{\epsilon\kappa} &= l_{\epsilon\kappa\tau} - l_{\epsilon\kappa 0} = l_{\epsilon\kappa 0}(1 + \alpha_{\epsilon\kappa} \Delta\tau_{\epsilon\kappa}) - l_{\epsilon\kappa 0} = l_{\epsilon\kappa 0} \alpha_{\epsilon\kappa} \Delta\tau_{\epsilon\kappa}, \end{aligned} \quad (1.36)$$

де $\Delta\tau_{\epsilon}$, $\Delta\tau_{\epsilon\kappa}$ - перевищення температури вала та гірокамери відносно оточуючого середовища; α_{ϵ} , $\alpha_{\epsilon\kappa}$ - коефіцієнти лінійного розширення. відповідно вала та гірокамери.

В реальних ГМ завжди виконується умова: $\Delta l_{\epsilon} > \Delta l_{\epsilon\kappa}$. Тільки в цьому випадку в конструкції будуть відсутні люфти при нагріванні. Сумарні деформації пружних елементів (кришок гірокамери) зліва і справа будуть дорівнювати Δ_1 і Δ_2 , причому повинна виконуватися рівність $\Delta l_{\epsilon} - \Delta l_{\epsilon\kappa} = \Delta_1 + \Delta_2$.



При нерівних жорсткостях кришок C_{Z1} і C_{Z2} центр мас ГМ зміститься на величину Z_p в сторону більш пружної кришки. Очевидно, що в цьому випадку

$$\Delta_1 = \frac{\Delta l_{\epsilon} - \Delta l_{\epsilon\kappa}}{2} + Z_p; \quad \Delta_2 = \frac{\Delta l_{\epsilon} - \Delta l_{\epsilon\kappa}}{2} - Z_p, \quad (1.37)$$

де $Z_p = 0,5(\Delta_1 - \Delta_2)$.

Після встановлення температури ротор ГМ в напрямку осі обертання буде в стані рівноваги. В такому разі сума всіх сил в напрямку осі обертання ротора буде дорівнювати нулю: $\sum F_Z = R_1 + R_2 = 0$, де R_1 та R_2 - реакції з боку кришок гірокамери. Ці реакції дорівнюють

$$R_1 = C_1 |\Delta_1|; \quad R_2 = C_2 |\Delta_2|. \quad (1.38)$$

Розв'язуючи разом рівняння (1.37) та (1.38), одержимо

$$\Delta_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot (\Delta l_{\epsilon} - \Delta l_{\text{зк}}); \quad \Delta_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (\Delta l_{\epsilon} - \Delta l_{\text{зк}}) \quad (1.39)$$

Виходячи з одержаних розв'язків рівнянь визначимо величину Z_p :

$$Z_p = \frac{C_2 - C_1}{2} = \frac{1}{2} (\Delta l_{\epsilon} - \Delta l_{\text{зк}}) \cdot \left[\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right],$$

звідки

$$Z_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \cdot [\ell_{\epsilon 0} \alpha_{\epsilon} \Delta \tau_{\epsilon} - \ell_{\text{зк} 0} \alpha_{\text{зк}} \Delta \tau_{\text{зк}}] \quad (1.40)$$

Як слідує з отриманого виразу, одним з головних факторів зміщення центру мас є нерівномірне прогрівання конструкції ($\Delta \tau_{\epsilon} \neq \Delta \tau_{\text{зк}}$).

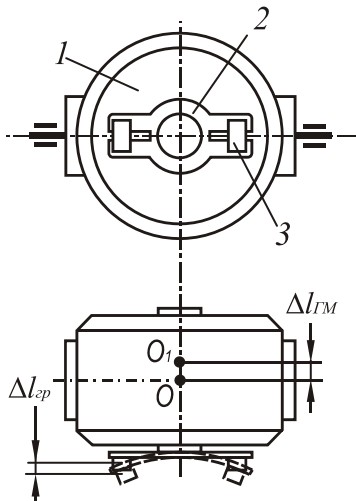


Рис. 1. 24

Для усунення впливу змінювання температури на стабільність положення центру мас використовують термокомпенсаційні пристрої. Найпростіший з них складається з біметалічної пластини 2, закріпленої на внутрішній рамці вздовж осі гіромотора, та компенсаційних грузил 3, які можуть пересуватися в пазах пластини.

Змінювання температури викликає зміщення центру мас гіромотора з точки O в точку O₁ на відстань Δl_{ГМ}. В той же час воно викликає деформацію біметалічної пластини в протилежну сторону. При цьому компенсаційні грузила зміщуються на відстань Δl_{зр}. За умови G_{зр}l_{зр} = G_{ГМ}l_{ГМ} центр мас внутрішньої рамки залишиться в точці O.

Похибки, викликані системою азимутальної корекції. Погрішність азимутальної корекції викликана неточністю вироблення сигналу корекції та нестабільністю параметрів, від яких залежить швидкість азимутальної корекції.

Розглянемо розрахунок похибок азимутальної корекції в найпростішому випадку, коли корекція здійснюється за законом $\omega_{AK} = \omega_3 \sin \varphi_{\Gamma}$.

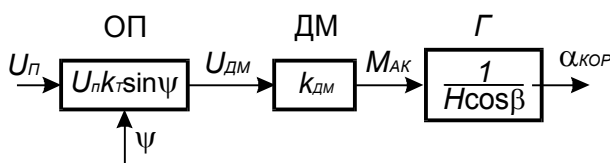


Рис. 1.25

На рис. 1.25 наведена схема системи моментної азимутальної корекції. Вона складається з обчислювального пристрою ОП, датчика моментів ДМ та гіроскопа Г. Будемо вважати, що в обчислювальному пристрої використаний

ідеальний синусно-косинусний поворотний трансформатор (СКТ). Напряга азимутальної корекції на виході СКТ в такому разі дорівнює

$$U_{DM} = U_{II} k_T \sin \psi ,$$

де U_{II} , k_T - напруга живлення та коефіцієнт трансформації СКТ, ψ - кут повороту ротора СКТ.

З урахуванням коефіцієнтів передачі датчика моменту k_{DM} і гіроскопа $\frac{1}{H \cos \beta}$ одержимо такий вираз швидкості азимутальної корекції

$$\omega_{AK} = \frac{U_{II} k_T k_{DM}}{H \cos \beta} \sin \psi \quad (1.41)$$

Для того, щоб швидкість корекції (1.41) відповідала потрібній величині, необхідно виконати умови:

$$\psi = \varphi_{\Gamma}; \quad \frac{U_{II} k_T k_{DM}}{H \cos \beta} = \omega_3 \quad (1.42)$$

Реальні значення параметрів ланцюга корекції відрізняються від номінальних внаслідок неточності виготовлення елементів, неточності регулювання параметрів, змінювання зовнішніх умов експлуатації та ін.

Для розрахунку похибки $\Delta \omega_{AK}$ швидкості корекції при малих відхиленнях параметрів ΔU_{II} , Δk_T , Δk_{DM} , ΔH , $\Delta \beta$, $\Delta \varphi$ системи корекції від їх номінальних значень розкладемо залежність (1.42) в ряд Тейлора в околиці номінальних значень параметрів системи. З урахуванням тільки лінійних членів одержимо

$$\begin{aligned} \Delta \omega_{AK} = & \frac{\partial f}{\partial U_{II}} \Delta U_{II} + \frac{\partial f}{\partial k_T} \Delta k_T + \frac{\partial f}{\partial k_{DM}} \Delta k_{DM} + \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial f}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \Delta \varphi = \\ & \frac{k_{T0} k_{DM0}}{H_0 \cos \beta_0} \Delta U_{II} + \frac{U_{II0} k_{DM0}}{H_0 \cos \beta_0} \Delta k_T + \frac{U_{II0} k_{T0}}{H_0 \cos \beta_0} \Delta k_{DM} - \frac{U_{II0} k_{T0} k_{DM0}}{\cos \beta_0} \Delta H + \\ & + \frac{U_{II0} k_{T0} k_{DM0}}{H_0 \cos^2 \beta_0} \Delta \beta \sin \beta_0 + \frac{U_{II0} k_{T0} k_{DM0} \cos \varphi_{\Gamma 0}}{H_0 \cos \beta_0} \Delta \varphi_{\Gamma} \end{aligned} \quad (1.43)$$

Відхилення параметрів окремих елементів оцінюють по граничним значенням на основі технічних умов на елементи та заданих умов їх роботи.

Розглянемо, наприклад, нестабільність кінетичного моменту.

Оскільки кінетичний момент дорівнює $H = I_0 \Omega$, то його нестабільність може бути обрахована за допомогою формули

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta I_0}{I_0} + \frac{\Delta \Omega}{\Omega} . \quad (1.44)$$

Розглянемо окремі складові нестабільності кінетичного моменту.

Нестабільність моменту інерції. Для приблизного оцінювання моменту інерції використовують спрощену формулу

$$I_o = m_p \rho_p^2 \approx m_p R_p,$$

де ρ_p - радіус інерції маховика.

Головними причинами змінювання радіуса маховика R_p в процесі експлуатації ГМ є “розкриття” маховика під дією відцентрових сил інерції та його нагрівання.

Збільшення середнього радіуса маховика під дією відцентрових сил інерції дорівнює $\Delta R_p = \rho \Omega^2 R_p^3 \cdot E^{-1}$, де ρ - густина матеріалу ротора; E - модуль пружності. Змінювання моменту інерції дорівнює

$$\frac{\Delta I_o}{I_o} = \frac{m_p (R_p + \Delta R_p)^2 - m_p R_p^2}{m_p R_p^2} \approx \frac{2\Delta R_p}{R_p} = \frac{2\rho \Omega^2 R_p^2}{E} \quad (1.45)$$

Збільшення середнього радіуса маховика під дією нагрівання дорівнює $\Delta R_p = R_p \alpha_T \Delta \tau$, де α_T - коефіцієнт лінійного розширення; $\Delta \tau$ - відхилення температури маховика від початкової. Змінювання моменту інерції дорівнює

$$\frac{\Delta I_o}{I_o} = \frac{m_p R_p^2 (1 + \alpha_T \Delta \tau)^2 - m_p R_p^2}{m_p R_p^2} \approx 2\alpha_T \Delta \tau. \quad (1.46)$$

Таким чином, сумарна нестабільність моменту інерції дорівнює

$$\frac{\Delta I_o}{I_o} \approx \frac{2\rho \Omega^2 R_p^2}{E} + 2\alpha_T \Delta \tau. \quad (1.47)$$

Змінювання моменту інерції може досягати величини, яка неприпустима для прецизійних приладів. Тому з метою стабілізації моменту інерції потрібно в першу чергу проводити температурну стабілізацію приладу.

Нестабільність швидкості обертання ротора в першу чергу залежить від типу приводного двигуна.

В разі застосування в ГМ асинхронного електродвигуна нестабільність швидкості обертання буде дорівнювати

$$\frac{\Delta \Omega}{\Omega} = \frac{n - n_n}{n_n} = \frac{60 f_p^{-1} (1 - s) - 60 f_n p^{-1} (1 - s_n)}{60 f_n p^{-1} (1 - s_n)}, \quad (1.48)$$

де s , s_n , f , f_n - відповідно поточні та номінальні значення ковзання та частоти живлення

З одержаного виразу випливає, що нестабільність швидкості обертання ротора асинхронного ГМ обумовлена нестабільністю параметрів джерела живлення та нестабільністю температури, від якої залежать як момент опору, так і величина активного електричного опору ротора.

При необхідності нестабільність параметрів джерела живлення можна зробити незначною, але нестабільність моменту опору ліквідується значно складніше.

Асинхронні двигуни не можуть забезпечити потрібну для прецизійних приладів нестабільність швидкості обертання ротора на рівні $10^{-2}\%$.

Нестабільність швидкості обертання ротора може бути знижена за рахунок використання замкнених систем регулювання швидкості. Так, в прецизійних наземних гірокомпасах використовують ГМ з датчиком кутової швидкості обертання ротора, по сигналах якого регулюють швидкість обертання з точністю до $5 \cdot 10^{-3}\%$.

Для синхронного гістерезисного ГМ в усталеному режимі роботи виконуються співвідношення

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega_n} = \frac{\Delta f}{f_n}, \quad (1.49)$$

тобто нестабільність швидкості обертання ротора залежить тільки від нестабільності частоти джерела живлення. Цей параметр за допомогою керованих генераторів струму можна стабілізувати в межах $10^{-2} \dots 10^{-3} \%$.

ЛЕКЦІЯ 7.

1.3. ГІРОМАГНІТНІ ТА ГІРОІНДУКЦІЙНІ КОМПАСИ

Гіроскопи напрямку мають суттєву ваду - вони неспроможні довгий час з потрібною для цілей орієнтації точністю утримувати заданий напрямок головної осі в географічній системі координат, тому що не мають спрямовуючого моменту, який примусово приводить рухому частину в площину меридіану. Фактично вони вимірюють відхилення основи від заданого напрямку в горизонтальній площині - кут рихання основи.

Найбільш поширений засіб усунення основного недоліку ГН - використання в ньому замість розімкненої схеми азимутальної компенсації, в якій керуючий сигнал виробляється згідно з прийнятим алгоритмом, замкненої системи азимутальної корекції, в якій поточне положення головної осі гіроскопу в азимуті зрівнюється з заданим (наприклад, з напрямком на географічну або магнітну північ).

Для реалізації схеми такої системи корекції доцільно використати сигнал вимірювача курсу, що має спрямовуючий момент, наприклад, магнітного або індукційного компаса. Доцільність такого поєднання (комплексування) двох вимірювачів однієї фізичної величини полягає в наступному.

Похибки усіх ГН мають спільну особливість: вони змінюються з часом повільно, з низькою частотою. Похибки магнітного (або індукційного) компасу мають більш широкий спектр частот, тому що вони суттєво залежать від характеру змінювання збурюючих моментів, виникаючих за умов обертання та хита-виці основи. Комплексування двох вимірювачів не тільки надає гіроскопу виборчих властивостей, але й дозволяє суттєво зменшити динамічні похибки другого вимірювача - магнітного компасу.

Комплексний вимірювач курсу, який в своєму складі має гіроскоп напрямку та магнітний або індукційний компас, має назву гіромагнітного (гіроіндукційного) компаса.

Система азимутальної моментної корекції такого приладу (рис. 1.26) побудована на основі зрівняння сигналів приладу магнітного курсу (ПМК) та датчика кутів ДК1, ротор якого закріплений на зовнішній осі ГН, а статор на корпусі приладу. Сигнал різниці показань ПМК та ДК1 через підсилювач подається на датчик моментів ДМА, встановлений на осі підвісу гірокамери ГН. Прецесійний рух ГН в азимуті під дією моменту азимутальної корекції буде проходити до тих пір, поки сигнали ПМК та ДК1 не зрівняються (вимірювачі ПМК та ГН знаходяться в узгодженому стані).

Сигнал курсу знімається з датчика кутів ДК2, теж встановленого на зовнішній осі.

Для швидкого узгодження вимірювачів статори ДК1 та ДК2 можуть повертатися на заданий кут за допомогою двигуна ДВ по сигналам "швидкого" узгодження U_c .

Схема кінематичної азимутальної корекції показана на рис. 1.27. В ній сигнал різниці показань ПМК та ДК1 через підсилювач подається на двигун азимутальної корекції ДВ моментів. Останній через редуктор з великим передатним числом повертає статор ДК1 в узгоджене положення. Для швидкого узгодження зменшують передатне число редуктора, тим самим збільшуючи швидкість обертання статора датчика кутів.

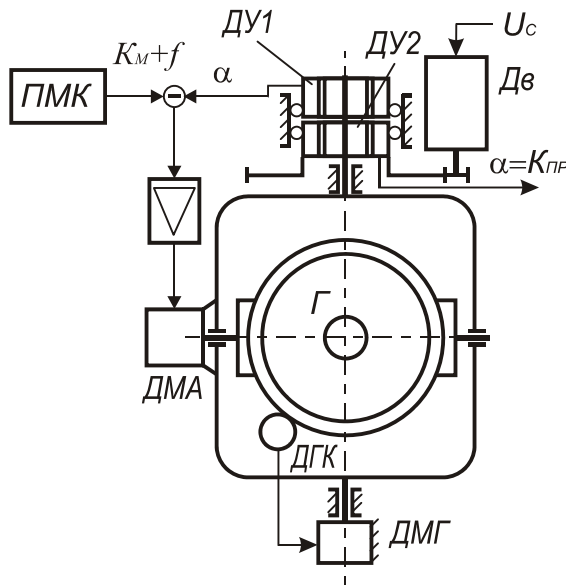


Рис. 1.26

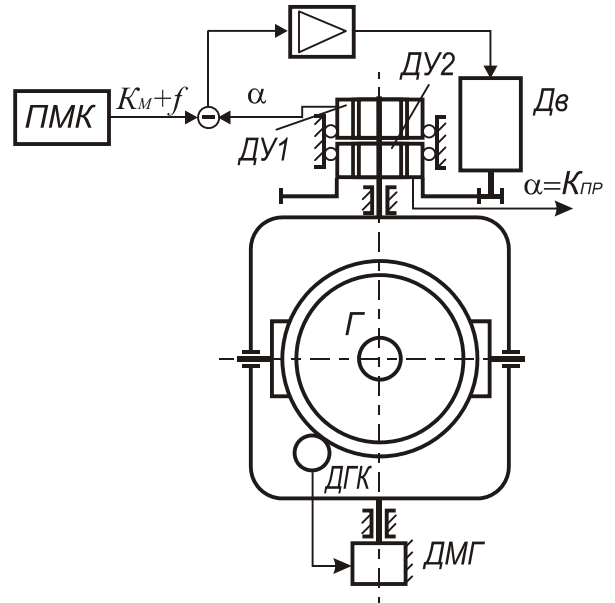


Рис. 1.27

Рівняння руху ГН в азимутальній площині (див. рівняння руху ГПК) з урахуванням схеми побудови моментної системи азимутальної корекції мають вигляд:

$$\dot{\alpha} = U_{\zeta} - \frac{K}{H} \cdot (\alpha - K_M + f_{пмк}) - \frac{M_{П1}}{H}, \quad (1.50)$$

де $K = k_{\partial y} k_y k_{\partial m}$ - статичний коефіцієнт передачі системи азимутальної корекції; M_z - збурюючий момент, що діє відносно внутрішньої осі підвісу; $f_{пмк} = \Delta_M + \tilde{f}$ - похибка ПМК, що складається з сталої складової Δ_M (магнітна девіація) та змінної складової \tilde{f} , яка виникає при хитавиці основи.

Одержане рівняння з метою подальшого аналізу доцільно записати у вигляді

$$T_A \dot{\alpha} + \alpha = T_A U_{\zeta} + K_M + f_{пмк} - \frac{M_{П1}}{HT_A}, \quad (1.51)$$

де $T_A = \frac{H}{K} = \frac{1}{\varepsilon}$ - стала часу системи азимутальної корекції.

За умови $M_{П1}=0$; $f = 0$; $\alpha(0)=\alpha_0$ розв'язок рівняння (1.51) має вигляд

$$\alpha = (T_A U_{\zeta} + K_M)(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + \alpha_0 e^{-\frac{t}{T}} \quad (1.52)$$

З одержаного розв'язку витікає, що в усталеному стані після закінчення перехідного процесу головна вісь ГН буде зорієнтована відносно площини магнітного меридіану з так званою швидкісною похибкою, що дорівнює: $\alpha_{шв} = T_A U_\zeta$. Зменшення цієї похибки можливе за рахунок зменшення сталої часу T_A . Час узгодження вихідних сигналів обох вимірювачів курсу (складова $\alpha_0 e^{-\frac{t}{T}}$) теж зменшується з підвищенням швидкодії каналу корекції.

Розглянемо більш детально ефект зменшення складових похибок окремих вимірювачів курсу в комплексованій системі. Для цього зручно використати структурну схему каналу азимутальної корекції гіромагнітного компасу.

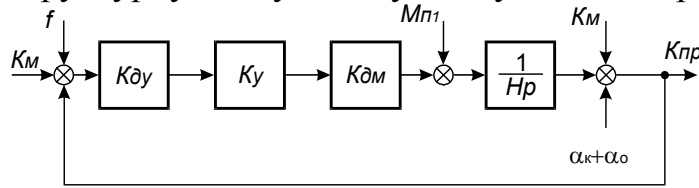


Рис. 1.28

Структурна схема цього каналу наведена на рис. 1.28. В ній використані такі позначення: $K_M + f$ - вихідний сигнал приладу магнітного курсу; $K_{пр}$ - приладне значення курсу (вихідний сигнал ГМК);

$\tilde{M}_{\Pi 1}$ - сума змінних складових неконтрольованих моментів-перешкод, які викликають азимутальний дрейф гіроскопу; α_K - кінематичний дрейф гіроскопу в азимуті, що обумовлений вертикальною складовою кутової швидкості обертання основи та сталою складовою збурюючого моменту $M_{\Pi 1}^0$:

$$\alpha_K = -\int_0^t \left(U_\zeta + \frac{M_{\Pi 1}^0}{H} \right) dt; \alpha(0) - \text{початкове непогодження між ПМК та гіроскопом};$$

$K_{\partial y}, K_y, K_{\partial m}, \frac{1}{Hp}$ - передавальні функції датчика кутів, підсилювача, датчика моментів та гіроскопа.

При змінюванні магнітного курсу основи змінюються як показання ПМК, так і гіроскопу. Тому сигнал K_M в схемі азимутальної корекції фігурує двічі.

Безпосередньо з структурної схеми витікає така залежність

$$K_{\text{ПР}} = (K_M + f - K_{\text{ПР}}) \frac{K_{\partial y} K_y K_{\partial m}}{Hp} + \frac{\tilde{M}_{\Pi 1}}{Hp} + \alpha_K + \alpha(0) + K_M \quad (1.53)$$

Уведемо, як і раніше, такі позначення: $K_{\partial y} K_y K_{\partial m} = K, \frac{H}{K} = T_A$ та розв'яжемо рівняння (1.53) відносно $K_{\text{ПР}}$. Одержимо

$$K_{\text{ПР}} = K_M + \frac{1}{T_A p + 1} f + \frac{T_A}{T_A p + 1} \left[\frac{\tilde{M}_{\Pi 1}}{H} + (p \alpha_K) \right] + \frac{T_A p}{T_A p + 1} \alpha(0). \quad (1.54)$$

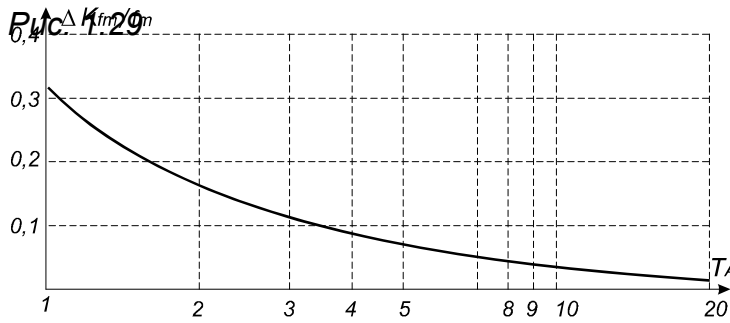
З аналізу одержаного виразу можна зробити такі висновки:

- на змінювання магнітного курсу прилад реагує безінерційно;

- статична похибка ПМК, наприклад, магнітна девіація Δ_M передається до виходу без змін;

- коливальна складова похибки ПМК \tilde{f} на виході згладжується. По відношенню до цих завод прилад являє собою інерційну ланку. При гармонічному законі змінювання \tilde{f} з амплітудою f_m та частотою ω_f амплітуда цієї складової похибки дорівнюватиме

$$\Delta K_{f_M} = \frac{1}{\sqrt{T_A^2 \omega_f^2 + 1}} f_m \quad (1.55)$$



Для зменшення його впливу треба збільшувати величину сталої часу T_A .

На рис. 1.29 показана залежність зменшення амплітуди завади \tilde{f} ПМК від сталої часу T_A при $\omega_f = 3 \text{ }^1/\text{с}$ ($T_f \approx 2 \text{ с}$).

- Вплив моментів-завад $M_{П1}^0$, які викликають азимутальний дрейф гіроскопа ГМК, порівняно з гіроскопом напрямку змінюється докорінно. Також докорінно змінюється і вплив кінематичного дрейфу гіроскопа, обумовленого обертанням основи з кутовою швидкістю U_ζ . По відношенню до цих завод ГН являє собою інтегруючу ланку, що призводить до накопичення похибки вимірювання курсу з швидкістю $U_\zeta + \frac{M_{П1}^0}{H}$. В комплексованій системі замість похибки, що накопичується, існує усталена (швидкісна) похибка $\Delta K_{ув} = -T_A(U_\zeta + \frac{M_{П1}^0}{H})$, величина якої залежить від сталої часу T_A .

- Оптимальне значення головного параметру системи азимутальної корекції T_A визначають на основі аналізу характеру руху основи, на якій встановлений вимірювач курсу.

Розглянемо приклад. Нехай основа, що рухається курсом $K = 0$, коливається з частотою $\omega_f = 3 \text{ }^1/\text{с}$ і амплітудою $\varphi_0 = 0,1$ рад. ПМК розташований від центру коливань на відстані u вздовж вертикальної осі основи. Хитавиця основи проходить за гармонічним законом $\varphi = \varphi_0 \sin \omega_f t$. В такому разі змінна складова похибки ПМК буде залежати в першу чергу від відхилення маятникового підвісу від вертикалі і визначається формулою геометричної похибки ПМК (1.7). В припущенні, що його підвіс являє собою короткоперіодний слабодемпфований маятник можна вважати, що напрямок маятнику практично співпадає з напрямком уявної вертикалі, тобто кути його відхилення від істинної вертикалі дорівнюють (рис. 1.30) відповідно

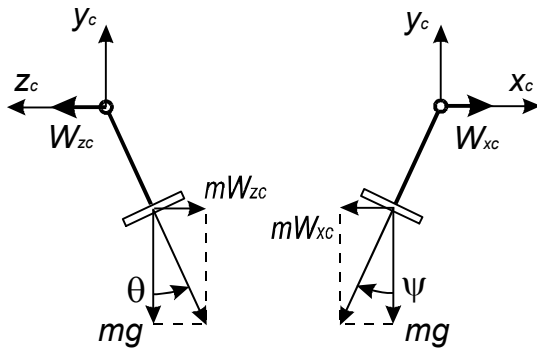


Рис. 1.30

$$\psi \approx -W_{xc} / g; \theta = W_{zc} / g. \quad (1.55)$$

Лінійне прискорення W_z , викликане хитавицею основи, дорівнює $\vec{W} = \vec{\varepsilon} \times \vec{\rho}$, де радіус-вектор за умовами прикладу визначається проекціями на осі зв'язаної системи координат: $\vec{\rho} = \{0, y, 0\}$, а кутове прискорення $\varepsilon = \{\varepsilon_{xc}, 0, 0\}$. Складова кутового прискорення $\varepsilon_{xc} = -\varphi_0 \omega_f^2 \sin \omega_f t$.

З урахуванням значень кутового прискорення та координат встановлення ПМК відносно центру мас витікає: $W_{yc} = 0; W_{zc} = \varepsilon_{xc} \cdot y$, звідки

$$\psi = 0; \theta = \frac{\varepsilon_{xc} y}{g}. \quad (1.56)$$

З урахуванням (1.56) формула (1.7) геометричної похибки ПМК набуде вигляду

$$\tilde{f} = \Delta K_M = -\arctg(\operatorname{tg} I \sin \theta) \approx \operatorname{tg} I \cdot \theta = \frac{y}{g} \operatorname{tg} I \cdot \varphi_0 \omega_f^2 \sin \omega_f t \quad (1.57)$$

Якщо прийняти $y = 1\text{ м}; \operatorname{tg} I = 1,67$, то $\tilde{f} = 0,15 \sin \omega_f t$. Прийнемо також, що стала складова моменту завади гіроскопа $M_{\Pi 1}^0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Нм}$, а складова швидкості кінематичного дрейфу складає $U_\zeta = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/с}$. Кінетичний момент гіроскопа дорівнює $H = 1 \text{ Нмс}$.

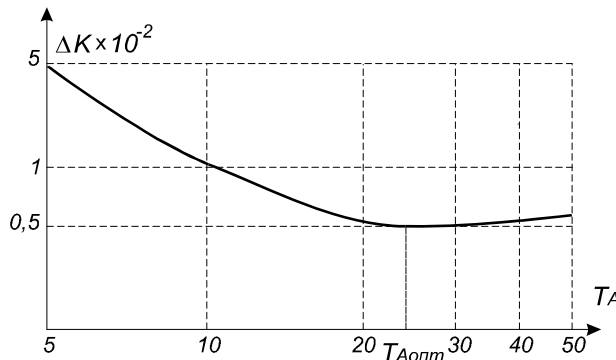


Рис. 1.31

Знайдемо спочатку повну швидкість кінематичного дрейфу $\dot{\alpha}_K$:

$$\dot{\alpha}_K = \frac{M_{\Pi 1}^0}{H} + U_\zeta = 10^{-4} \text{ 1/с}$$

Сумарну похибку вимірювання курсу обрахуємо по формулі

$$\Delta K_\Sigma = T_A \dot{\alpha}_K + \frac{1}{\sqrt{1 + T_A^2 \omega_f^2}} \tilde{f}_m$$

Результати обчислень представлені у вигляді графіка на рис. 1.31. З виду цього графіка можна побачити, що оптимальна стала часу T_A дорівнює 20 с., а сумарна похибка – 0,05 рад.

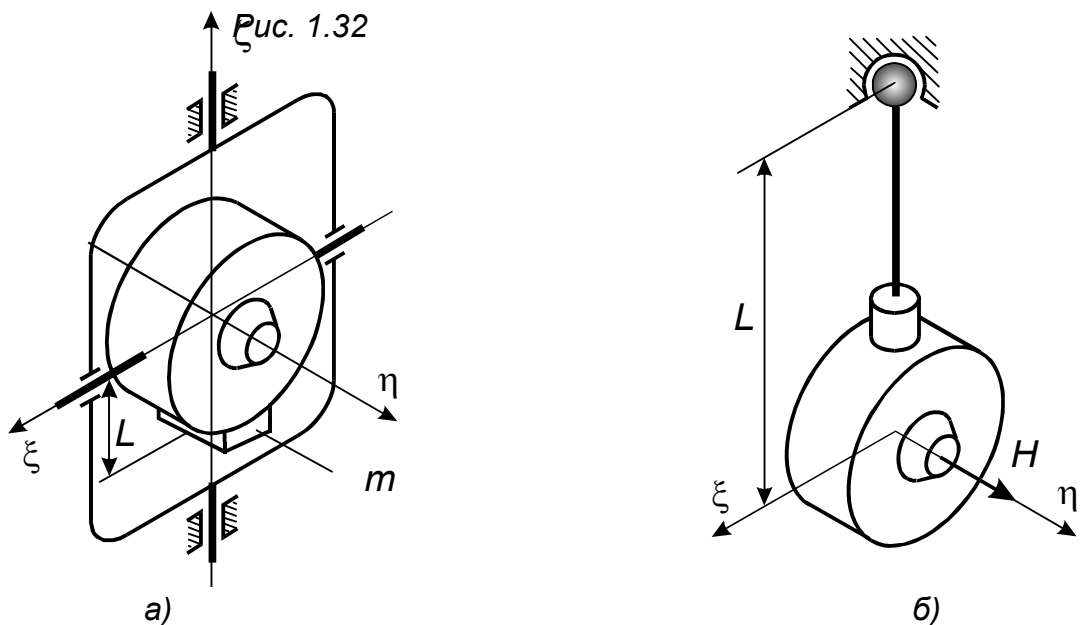
ЛЕКЦІЯ 8.

1.4. ГІРОСКОПІЧНІ КОМПАСИ

Гіроскопічними компасами, або скорочено, гірокомпасами (ГК) називають гіроскопічні прилади, що вказують напрямок географічного (істинного) меридіану. На відміну від гіроскопів напрямку та гіромагнітних компасів вони мають власний спрямовуючий момент, який і приводить головну вісь гіроскопу в площину меридіану.

1.4.1. Фізичні основи побудови гіроскопічних компасів.

В найпростішій схемі ГК використовується триступеневий гіроскоп, центр ваги гірокамери якого зміщений униз відносно точки підвісу (рис. 1.32). Таким чином ГК являє собою поєднання триступеневого гіроскопу та фізичного маятника, причому маятник з'єднаний з гіроскопом так, що при відхиленні головної осі від площини горизонту створюється момент відносно горизонтальної осі підвісу (на рис.1.32а це вісь підвісу внутрішньої рамки).



Ідею створення ГК за такою кінематичною схемою запропонував в 1886 р. голландський священник Ван ден Бос. Ідея виявилася дуже плідною. Завдяки їй та зусиллям багатьох вчених створені різноманітні типи приладів: морські гірокомпаси, що встановлюються на усіх типах суден і забезпечують похибку вимірювання курсу не вище $0,5^\circ - 1^\circ$; наземні (маркшейдерські) гірокомпаси, призначені для визначення азимутів орієнтирних напрямків; орбітальні гірокомпаси тощо.

Україна є одним з лідерів в розробці та виготовленні наземних гірокомпасів, без яких практично неможливо будувати метро, тунелі, провадити прив'язку артилерійських позицій до місцевості. Похибки таких приладів не перевищують одиниць кутових секунд.

Розглянемо роботу ГК, встановленого на Землі. Як опорну використаємо земну систему координат $O\xi\eta\zeta$, осі якої зорієнтовані географічно (вісь ξ спрямована на схід, вісь η - на північ).

Припустимо, що в початковому положенні головна вісь гіроскопу знаходиться в горизонтальній площині і спрямована на схід (рис. 1.33, позиція I). При такому положенні лінія дії сили ваги mg співпадає з віссю підвісу зовнішньої рамки, тому відносно горизонтальної осі підвісу момент сил ваги не створюється.

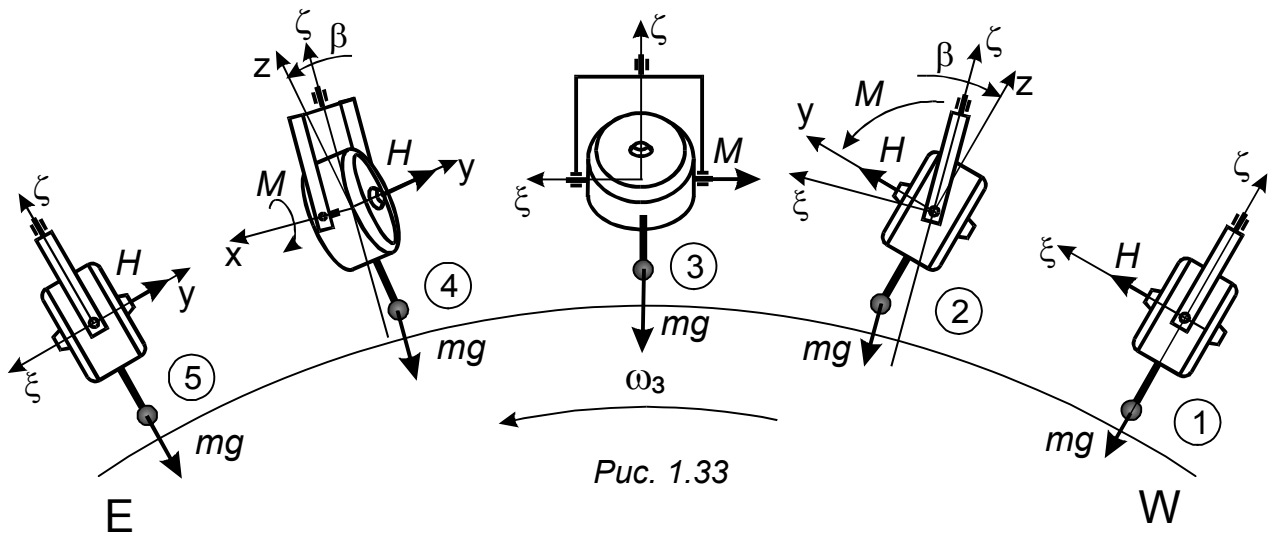


Рис. 1.33

Через деякий час завдяки обертанню Землі та властивості гіроскопу зберігати напрямок головної осі в інерціальному просторі вона відхилиться від площини горизонту на кут β_1 (позиція II). Швидкість такого відхилення залежить від початкового спрямування головної осі і в даному випадку буде дорівнювати $\dot{\beta}_1 = -U_{\eta}$. Разом з гіроскопом буде відхилитися від вертикалі також і фізичний маятник, що викличе появу моменту сили ваги $M = mgl \sin \beta_1$, діючого навкруг горизонтальної осі підвісу в від'ємному напрямку. Під впливом цього моменту гіроскоп почне прецесувати навкруг вертикальної (зовнішньої) осі підвісу Z_1 з швидкістю $\dot{\alpha} = \frac{mgl \sin \beta_1}{H \cos \beta_1}$. Такий прецесійний рух зменшує почат-

кове відхилення α_0 головної осі гіроскопа від площини меридіану, тобто вона почне рухатись в північному напрямку і через деякий час суміститься з площиною меридіану (позиція III). Однак залишиться в такому положенні головна вісь не в змозі, тому що вона ще піднесена над площиною горизонту. Діючий при цьому момент сили ваги змусить рухатись головну вісь далі в західному напрямку (позиція IV).

Обертання Землі в інерціальному просторі спрямовано так, що відносно нього західна частина площини горизонту підводиться, а східна опускається. Тому при русі вектора кінетичного моменту в західному напрямку завдяки обертанню Землі площина горизонту буде наближатися до головної осі гіроскопу.

В деякий момент часу вектор кінетичного моменту знов опиниться в горизонтальній площині (позиція V), момент сил ваги зникне і прецесія ГК відносно вертикальної осі припиниться.

Проте Земля продовжує обертатися, тому в наступний момент часу кінець вектора кінетичного моменту опиниться вже під площиною горизонту. Внаслідок зміни напрямку вектора H (він вже спрямований в західному напрямку) зміниться напрямок прецесійного руху зовнішньої рамки: головна вісь під дією моменту сил ваги почне рухатись з заходу на північ, переткне площину меридіану та знову зупиниться в позиції, що співпадає з позицією I.

Таким чином, головна вісь ГК здійснює коливальний рух відносно площини горизонту (кут β) та відносно площини географічного меридіану (кут α). Точки I та V зміни знаку кутової швидкості прецесії $\dot{\alpha}$, що відповідає максимальному відхиленню головної осі від площини географічного меридіану, мають назву *точок реверсії*.

Для більш ґрунтовного вивчення особливостей поведінки ГК скористуємося рівняннями руху тристепеневого гіроскопу (1.16):

$$\begin{cases} \dot{\beta} + U_{\eta} \cdot \alpha + U_{\xi} = \frac{M_{\zeta}}{H}; \\ \dot{\alpha} - U_{\eta} \cdot \beta + U_{\zeta} = -\frac{M_X}{H} \end{cases}$$

При цьому припустимо, що зовнішній момент M_3 , визначений складовими M_X та M_{ζ} , складається з неконтрольованого моменту перешкод M_{Π} та моменту M_M , прикладеного з боку фізичного маятника (рис. 1.35), що дорівнює

$$\vec{M}_M = \vec{\rho} \times \vec{F} = -m\vec{\rho} \times (\vec{g} + \vec{W}), \quad (1.58)$$

де \vec{W} - прискорення руху основи в площині горизонту, задане проєкціями W_{ξ} та W_{ζ} (рис. 1.35); $\vec{\rho}$ - радіус-вектор, що визначає зміщення центру мас відносно точки підвісу.

Використання рівнянь (1.16) є доцільним, тому що кінематичні схеми, зображені на рис.1.32а та 1.12, співпадають. Співпадає також застосована в обох випадках орієнтація осей опорної $O\xi\eta\zeta$ та зв'язаних систем координат $OXYZ$ і $OX_1Y_1Z_1$.

Необхідні складові моменту зовнішніх сил знайдемо шляхом проєктуванням рівняння (1.58) на осі $O\zeta$ та OX (осі підвісу):

$$\begin{aligned} M_{\zeta} &= \rho_{\xi} \cdot F_{\eta} - \rho_{\eta} \cdot F_{\xi}; \\ M_X &= \rho_Y \cdot F_Z - \rho_Z \cdot F_Y. \end{aligned} \quad (1.59)$$

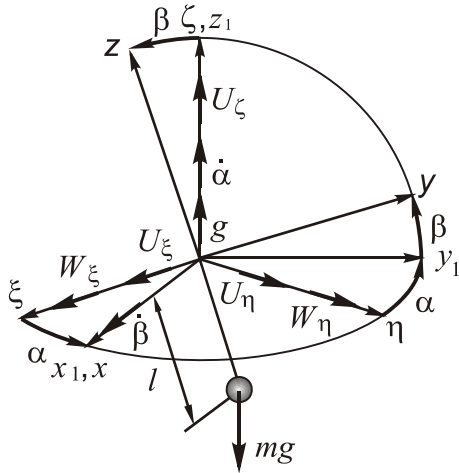
Згідно з кінематичною схемою ГК центр мас зміщений униз відносно точки підвісу, тобто

$$\rho_X = \rho_Y = 0; \rho_Z = -l.$$

Безпосередньо з рис. 1.34 знайдемо проєкції вектору $\vec{\rho}$ на осі опорної системи координат

$$\begin{aligned} \rho_{\xi} &= \rho_Z \cdot \sin \alpha \sin \beta \approx -l \cdot \alpha \beta \approx 0; \\ \rho_{\eta} &= -\rho_Z \cdot \cos \alpha \sin \beta \approx l\beta. \end{aligned}$$

Таким чином, складова зовнішнього моменту, діюча навкруг вертикальної осі підвісу, дорівнює



$$M_\zeta = -\rho_\eta F_\xi = m\rho_\eta W_\xi = mlW_\xi \cdot \beta. \quad (1.60)$$

Для знаходження моменту \$M_X\$ визначимо спочатку силу \$F_Y\$:

$$F_Y = -m(\vec{W} + \vec{g})_Y = -m[g \sin\beta - W_\xi \sin\alpha \cos\beta + W_\eta \cos\alpha \cos\beta]$$

або приблизно $F_Y \approx -m(g\beta + W_\eta)$

Таким чином

$$M_X = -m\rho_Z (\vec{W} + \vec{g})_Y = -ml(g\beta + W_\eta). \quad (1.61)$$

Рис. 1.35. Кінематичний кресельник

Для більшості об'єктів, де встановлюються гірокомпаси, виконується нерівність $g \gg W_\xi, W_\eta$. З урахуванням цієї обставини після підставлення (1.60) та (1.61) в (1.16) одержимо

$$\begin{cases} \dot{\beta} + U_\eta \alpha + U_\xi = M_\Pi; \\ \dot{\alpha} - U_\eta \beta + U_\zeta = \frac{mgl}{H} \left(\beta + \frac{W_\eta}{g} \right). \end{cases} \quad (1.62)$$

Розглянемо поведінку ГК на нерухомій відносно Землі основі. В такому випадку $U_\xi=0; U_\eta=\omega_3 \cos\varphi_\Gamma; U_\zeta=\omega_3 \sin\varphi_\Gamma; W_\xi=W_\eta=0; M_\Pi=0$ і рівняння (1.62) приймуть вигляд

$$\begin{cases} \dot{\beta} + U_\eta \alpha = 0 \\ \dot{\alpha} - U_\eta \beta + U_\zeta = \frac{mgl}{H} \beta \end{cases} \quad (1.63)$$

Безпосередньо з одержаних рівнянь можна знайти положення рівноваги рухомої частини (чутливого елемента) ГК, якщо покласти $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = 0$:

$$\alpha^* = 0; \beta^* = \frac{H\omega_3 \sin\varphi_\Gamma}{H\omega_3 \cos\varphi_\Gamma + mgl}. \quad (1.64)$$

Для реальних конструкцій ГК завжди виконується нерівність $mgl \gg H\omega_3 \cos\varphi_\Gamma$. Тому формулу для визначення β^* можна дещо спростити:

$$\beta^* \approx \frac{H\omega_3 \sin\varphi_\Gamma}{mgl}. \quad (1.65)$$

З (2.40) випливає, що в стані динамічної рівноваги головна вісь ГК міститься в площині географічного меридіану і відхилена від площини горизонту на кут β^* . Завдяки такому нахилу головної осі створюється сталий маятниковий момент $mgl\beta^*$, який в свою чергу викликає прецесію гіроскопа навкруг вертика-

льної осі підвісу з кутовою швидкістю $\dot{\alpha}_u = \frac{mgl}{H} \beta^*$. Ця кутова швидкість, як ви-
тікає з (1.65), дорівнює вертикальній складовій кутової швидкості обертання
Землі:

$$\dot{\alpha}_u = \frac{mgl}{H} \beta^* \approx \frac{mgl}{H} \cdot \frac{H\omega_3 \sin \varphi_\Gamma}{mgl} = \omega_3 \sin \varphi_\Gamma = U_\zeta.$$

Таким чином, завдяки нахилу головної осі на кут β^* чутливий елемент ГК
в стані динамічної рівноваги прецесує в азимуті з такою швидкістю, яка при-
мусово утримує головну вісь в площині географічного меридіану.

Визначимо траєкторію руху головної осі ГК. Для цього знайдемо β з
першого рівняння системи (1.63) і підставимо його в друге рівняння:

$$\frac{H^2}{H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma + mgl} \cdot \ddot{\alpha} + H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma \cdot \alpha = 0.$$

Упровадимо позначення $\frac{(H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma + mgl) \cdot \omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{H} = \omega_0^2$ - квадрат час-
тоти власних незгасаючих коливань ГК. Цей вираз можна дещо спростити, вра-
ховуючи умову $H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma \ll mgl$:

$$\omega_0^2 \approx \frac{mgl}{H} \cdot \omega_3 \cos \varphi_\Gamma. \quad (1.66)$$

З урахуванням (1.66) рівняння руху ГК в горизонтальній площині прийме
вигляд

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0.$$

Розв'язок цього рівняння має вигляд

$$\alpha = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t.$$

Припустимо, що в початковий момент часу $\alpha(0) = \alpha_0; \dot{\alpha}(0) = 0$.

За таких умов рух головної осі ГК в азимуті буде відбуватися в відповід-
ності з законом:

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega_0 t. \quad (1.67)$$

Якщо підставити знайдений розв'язок в перше рівняння системи (1.63),
одержимо:

$$\beta = -\alpha_0 \frac{\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{\omega_0} \cdot \sin \omega_0 t + \beta^*. \quad (1.68)$$

Таким чином, ми математично ствердили, що головна вісь ГК здійснює
незгасаючі коливання в азимуті та відносно площини горизонту, при чому

останні відбуваються зі зсувом на кут β^* . Коливання по координатам α та β також зсунуті по фазі на кут $\pi/2$

Період T незгасаючих коливань визначається формулою

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{H}{mgl\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}}. \quad (1.69)$$

Він залежить як від конструкційних параметрів ГК (m, l, H), так і від місця його розташування (широти φ_Γ). На екваторі період коливань буде найменшим. З зростанням широти місця встановлення період T збільшується, прямує до нескінченності при $\varphi_\Gamma = 90^\circ$ (на північному або південному полюсі).

Знайдемо тепер траєкторію руху головної осі ГК. Для цього рівняння (1.67) та (1.68) запишемо у вигляді:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \cos \omega_0 t; \quad \frac{\beta - \beta^*}{\alpha_0 \cdot \frac{\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{\omega_0}} = -\sin \omega_0 t.$$

Піднесемо в квадрат та складемо праві та ліві частини одержаних рівностей. Після нескладних перетворень одержимо шукане рівняння траєкторії руху головної осі ГК:

$$\frac{\alpha^2}{\alpha_0^2} + \frac{(\beta - \beta^*)^2}{\beta_0^2} = 1, \quad (1.70)$$

$$\text{де } \beta_0 = -\alpha_0 \frac{\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{\omega_0} = -\alpha_0 \sqrt{\frac{H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{mgl}}.$$

Одержане рівняння являє собою рівняння еліпсу з координатами центру $\alpha=0$; $\beta=\beta^*$, великою піввіссю, що дорівнює α_0 та малою піввіссю $\beta_0 = \alpha_0 \sqrt{\frac{H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{mgl}}$. Оскільки $H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma \ll mgl$ еліпс коливань є дуже витягненим в азимутальному напрямку (рис. 1.36).

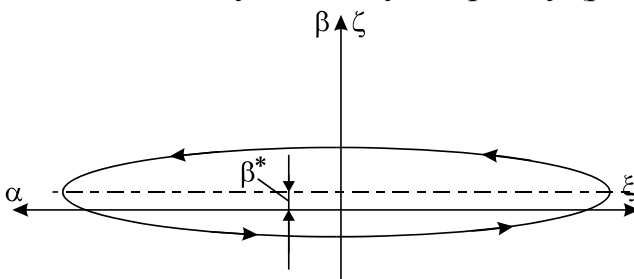


Рис. 1.35

Розглянемо приклад. Знайдемо параметри незгасаючих коливань чутливого елемента серійного гірокомпаса 1Г5 ($H=0,4$ Н·м·с; $mgl=1$ Н·м), встановленого на широті м. Києва ($\varphi_\Gamma=51^\circ$). Початкове відхилення головної осі від площини меридіану дорівнює $0,1$ рад $\approx 6^\circ$.

В відповідності з (1.69) період власних коливань дорівнює

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{H}{mgl\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{0,4}{1 \cdot 0,629 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5}}} \approx 586 \text{ с} = 9 \text{ хв. } 46 \text{ с.}$$

Зміщення центру коливань

$$\beta^* = \frac{H\omega_3 \sin \varphi_\Gamma}{mgl} = \frac{0,4 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,777}{1} = 2,27 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \approx 5 \text{ кут. с.}$$

Амплітуда коливань чутливого елемента відносно площини горизонту

$$\beta_0 = \alpha_0 \sqrt{\frac{H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{mgl}} = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,629}{1}} = 4,28 \cdot 10^{-4} \text{ рад} \approx 1,5 \text{ кут. хв.}$$

Зроблені раніше висновки щодо характеру руху чутливого елемента вірні тільки за умов відсутності збурюючих моментів M_Π , що діють навкруг осей підвісу. Такі моменти з одного боку викликають згасання коливань, а з другого боку створюють асиметрію коливань, тобто зміщують центр коливань в горизонтальній площині від полуденної лінії, що є прямою похибкою визначення напрямку географічного меридіану.

Рівняння руху ГК з урахуванням збурюючого моменту мають вигляд

$$\dot{\beta} + U_\eta \alpha = M_\Pi / H.$$

В усталеному режимі ($\dot{\beta} = 0$) спрямовуючий момент ГК $M_c = HU_\eta \alpha$ врівноважується збурюючим моментом M_Π , тобто $HU_\eta \Delta\alpha_\Pi = M_\Pi^0$, де M_Π^0 - стала складова збурюючого моменту; $\Delta\alpha_\Pi$ - відхилення головної осі від площини меридіану (похибка ГК). Вона дорівнює

$$|\Delta\alpha_\Pi| = \frac{M_\Pi^0}{HU_\eta} = \frac{M_\Pi^0}{H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}. \quad (1.71)$$

До величини сталої складової збурюючого моменту ставлять жорсткі вимоги. Так, якщо необхідно обмежити похибку визначення площини меридіану, наприклад, 30 кутовими секундами, то для параметрів ГК, що були використані в попередньому прикладі, гранична величина сталої складової моменту дорівнюватиме

$$M_\Pi^0 \leq H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma \cdot \Delta\alpha_\Pi = 0,4 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,629 \cdot 1,45 \cdot 10^{-4} = 2,67 \cdot 10^{-9} \text{ Нм.}$$

Технічне забезпечення такої вимоги до величини збурюючого моменту є складною інженерною проблемою.

ЛЕКЦІЯ 9.

1.4.2. Поведінка триступеневого ГК на рухомій основі.

Триступеневий гіроскопічний компас був розроблений для визначення курсу рухомих об'єктів і в першу чергу морських суден. Для таких об'єктів найбільш характерними є такі різновиди рухів: рух з сталим курсом та сталою лінійною швидкістю; набирання швидкості; зміна курсу (циркуляція). Рух суден в цих режимах супроводжується хитавицею, причому найбільш інтенсивною є бортова хитавиця, яка відбувається навкруг поздовжньої осі суден. В більшості випадків такий рух супроводжується появою прискорень, що діють в місці, де встановлений прилад.

ГК, що відповідає схемам, зображеним на рис. 1.33, являє собою поєднання триступеневого астатичного гіроскопу з фізичним маятником. Останній зазнає дії сил інерції при прискореннях місця його встановлення. Так, наприклад, за умов набирання швидкості на фізичний маятник діє сила інерції поступального руху \vec{W} , при циркуляції - сила інерції доцентрового прискорення.

Сили інерції, що прикладені до маятника, створюють збурюючі моменти, які через кінематичний зв'язок між маятником та гіроскопом діють на останній, що призводить до зміщення положення динамічної рівноваги.

Визначимо ці зміщення для типових режимів руху основи.

1. Рух з сталими курсом та швидкістю. В цьому випадку проекції кутової швидкості U_ξ , U_η , U_ζ географічної системи координат $O\xi\eta\zeta$ в інерціальному просторі являють собою функції лінійної швидкості V та курсу K основи:

$$U_\xi = -\frac{V}{R} \cos K; U_\eta = \omega_3 \cos \varphi_\Gamma + \frac{V}{R} \sin K; U_\zeta = \omega_3 \sin \varphi_\Gamma + \frac{V}{R} \sin K \operatorname{tg} \varphi_\Gamma.$$

Згідно з (1.62) стан динамічної рівноваги в даному випадку визначається такими координатами головної осі гірокомпаса

$$\alpha^0 = -\frac{U_\xi}{U_\eta} = \frac{V \cos K}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma + V \sin K}; \beta^0 = \beta^*. \quad (1.72)$$

З (1.72) випливає, що за умов руху основи з сталими швидкістю та курсом головна вісь гіроскопу в стані рівноваги відхилена від площини меридіану на кут α^0 , тобто прилад має похибку в вимірюванні курсу. Ця похибка, що залежить від швидкості V , курсу K та широти φ_Γ , має назву *швидкісної похибки або швидкісної девіації*.

Швидкісна похибка може досягати значної величини. Так, при швидкості основи $V=20$ м/с (72 км/год або 38 вузлів), курсі $K=0$ на широті 45° (акваторія Чорного моря) швидкісна похибка складає

$$\alpha^0 = \alpha_v = \frac{V}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma} = \frac{20}{6,4 \cdot 10^6 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,707} = 6,06 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \approx 3,5^\circ.$$

В реальних умовах швидкісна похибка обчислюється з урахуванням відомих даних про швидкість, курс та широту судна та виключається з показань приладу.

Фізична природа швидкісної девіації стає прозорою, якщо порівняти її величину з кутом відхилення δ горизонтальної складової U_{Γ} кутової швидкості обертання географічної системи координат.

Важливо підкреслити, що в даному разі східна складова швидкості U_{ξ} не буде дорівнювати нулю, тому горизонтальна складова кутової швидкості $U_{\Gamma} = \sqrt{U_{\xi}^2 + U_{\eta}^2}$ вже не міститься в площині меридіану, а відхилена від нього в площині горизонту на кут δ (рис. 1.36), що дорівнює:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{U_{\xi}}{U_{\eta}} = \frac{V \cos K}{R \omega_3 \cos \varphi_{\Gamma} + V \sin K}. \quad (1.73)$$

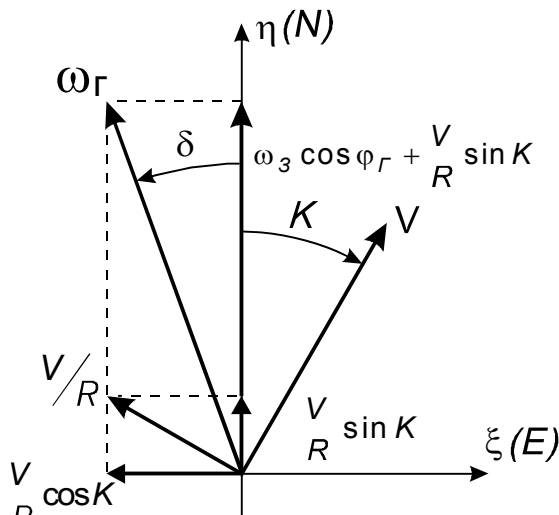


Рис.1.36

Порівняння формул (1.72) та (1.73) свідчить, що головна вісь ГК в стані динамічної рівноваги як на нерухомій основі, так і на основі, що рухається без прискорень, встановлюється в напрямку горизонтальної складової кутової швидкості обертання географічної системи координат в інерціальному просторі.

Таким чином, можна зробити висновок, що гірокомпасу “байдуже”, яка причина викликає обертання площини горизонту в інерціальному просторі - обертання Землі чи рух основи по сферичній поверхні

Землі; він реагує на “сумарний” вплив обох факторів.

Ця властивість триступеневого гірокомпаса в найбільшій мірі виявляється для таких швидкостей руху основи, для яких $V \sin K \rightarrow H \omega_3 \cos \varphi_{\Gamma}$ (так званих критичних швидкостей). При критичних швидкостях гірокомпас непрацездатний - відсутня горизонтальна складова кутової швидкості U_{Γ} .

Критичні швидкості для різних широт за умови руху основи на захід, дорівнюють:

φ_{Γ} , град.	0	45	60	75	80	85	90
V , км/год	1680	1187	840	436	290	147	0

Якщо ж при русі в західному напрямку швидкість основи перевищить критичну, то стан динамічної рівноваги зміниться на 180° , тобто вектор кінетичного моменту почне рухатись в напрямку на південь.

Таким чином, можна зробити висновок, що використання таких триступневих ГК для вимірювання курсу швидкісних об'єктів неможливе.

Розглянемо можливість використання гірокомпасу на інших планетах, наприклад, на Місяці. Кутова швидкість Місяця в 27,3 рази менше за кутову швидкість обертання Землі, а радіус ($R_m=1738$ км) - в 3,67 рази менший. Таким чином, критична швидкість на екваторі Місяця дорівнюватиме лише 16,7 км/год.

2. Рівноприскорений рух основи. При прискореному русі основи на маятник ГК діють сили інерції, які викликають прецесійний рух гіроскопа в азимуті.

При русі судна курсом $K=0$ (на північ) з прискоренням W_η момент сил інерції $M_w = -mlW_\eta$, прикладений до горизонтальної осі підвісу ГК, викличе прецесію чутливого елемента в азимуті в західному напрямку з кутовою швидкістю

$$\dot{\alpha}_w = \frac{ml}{H} \cdot W_\eta. \quad (1.74)$$

Ця кутова швидкість дуже мала, тому за час дії прискорення похибка ГК від впливу на маятник сил інерції не досягає великих значень. Однак при такому русі головна вісь відходить від стану динамічної рівноваги по координаті α , тому після закінчення набору швидкості виникнуть власні коливання чутливого елемента відносно нового положення динамічної рівноваги. Амплітуда цих коливань може значно перевищувати відхилення гіроскопа за час дії прискорення. Крім того, похибка у вигляді власних згасаючих коливань існує довгий час через великий період цих коливань. Ця похибка має назву *балістичної похибки*.

Враховувати величину балістичної похибки, як це робиться в разі усунення швидкісної похибки, практично неможливо. Однак залежність цієї похибки від параметрів ГК (m , l , та H) дозволяє винайти шляхи її зменшення. Треба тільки підібрати такі значення цих параметрів, при яких переміщення осі гіроскопу в азимуті під впливом моменту сил інерції M_w дорівнювало приросту швидкісної похибки, обумовленому змінюванням швидкості основи. В такому разі після закінчення набору швидкості головна вісь ГК автоматично перейде до нового положення, що відповідає набраній швидкості. Власні коливання будуть відсутні.

Знайдемо такі параметри ГК, які відповідають цій вимозі.

З формули (1.72) витікає, що швидкість змінювання швидкісної похибки дорівнює

$$\frac{d\alpha^0}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V \cos K}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma} \right) \approx \frac{\dot{V}_\eta}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma} = \frac{W_\eta}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}. \quad (1.75)$$

З іншого боку, швидкість прецесії гіроскопа під дією моменту сил інерції визначається формулою (1.74).

Якщо порівняти обидві швидкості, одержимо шукану умову

$$\frac{W_\eta}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma} = \frac{ml}{H} \cdot W_\eta.$$

Одержаний вираз з урахуванням формули періоду незгасаючих вільних коливань $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{H}{mgl\omega_3 \cos\varphi_\Gamma}}$ після нескладних перетворень можна записати у вигляді

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \quad (1.76)$$

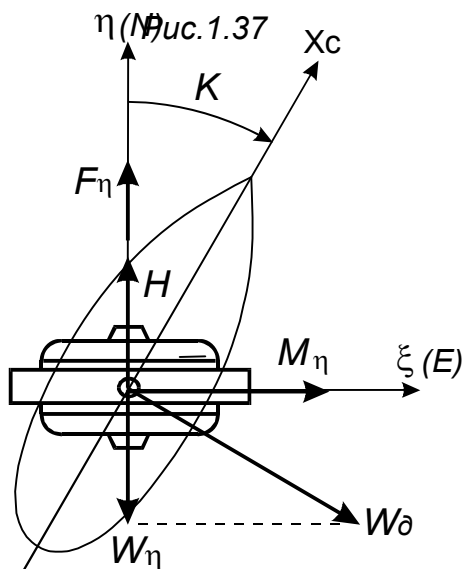
Таким чином, для того, щоб гірокомпас не мав балістичної похибки, необхідно виконати умову рівності періоду його власних коливань періоду коливань математичного маятника з довжиною, що дорівнює радіусу Землі.

Одержану умову ($T_0=84,4$ хв.) називають умовою *аперіодичного переходу* або умовою *Шулера* (за ім'ям німецького вченого, який вперше її встановив).

3. Циркуляція основи. Якщо судно при змінюванні курсу рухається з сталими лінійною та кутовою швидкістю:

$$|\vec{V}| = const; K = K_0 + \dot{K}t; \dot{K} = \omega_K = const,$$

то такий його рух називають правильною циркуляцією. На відміну від подібної еволюції - віражу літака, циркуляція не супроводжується креном судна, тобто зовнішня вісь підвісу ГК завжди розміщена по вертикалі.



При циркуляції прискорення W_η , що викликає появу моменту сил інерції, прикладених до гіроскопу за допомогою маятника, являє собою складову доцентрового прискорення $W_\theta = \omega_K V$ (рис. 1.38):

$$W_\eta = -W_\theta \cdot \sin K = -\dot{K} \cdot V \sin K.$$

Це прискорення викликає появу складової моменту сил інерції $M_\eta = ml\dot{K} \cdot V \sin K$, прикладеного до го-

ризонтальної осі підвісу. Кутова швидкість прецесії ГК навкруг вертикальної осі підвісу, що викликана цим моментом, дорівнює

$$\dot{\alpha}_M = -ml\dot{K}V \sin K / H \quad (1.77)$$

Як і раніше, відхилення головної осі під дією збурюючого моменту може викликати появу балістичної похибки, якщо поточне положення головної осі гіроскопу не буде співпадати з положенням динамічної рівноваги, яке відповідає поточному значенню швидкості та курсу судна. Треба підкреслити, що на

відміну від раніш розглянутого випадку ($V=V_0+\omega t \neq \text{const}$; $K=\text{const}$) ми розглядаємо випадок, коли модуль швидкості залишається сталим, а змінюється її напрям.

За таких умов змінювання швидкісної похибки буде дорівнювати

$$\dot{\alpha}_v = \frac{d}{dt} \left(\frac{V \cos K}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma} \right) = - \frac{V \cdot \dot{K} \sin K}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma}. \quad (1.78)$$

Якщо прирівняти обидві швидкості $\dot{\alpha}_M = \dot{\alpha}_v$, одержимо рівняння

$$\frac{V \cdot \dot{K} \sin K}{R\omega_3 \cos \varphi_\Gamma} = \frac{m l V \cdot \dot{K} \sin K}{H}, \quad (1.79)$$

з якого легко одержати умову, що визначає співвідношення між основними параметрами ГК:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}},$$

яке співпадає з одержаним раніше співвідношенням (1.76).

Можна також показати, що при одночасному змінюванні швидкості та курсу умовою відсутності балістичних похибок знов буде умова Шулера.

Гірокомпаси, що побудовані за класичною схемою, проектують з урахуванням умови аперіодичного переходу. При цьому необхідно перебороти таке протиріччя: з одного боку період незгасаючих коливань ГК залежить від широти місця, з другого боку він повинен бути сталим і дорівнювати 84,4 хв.

Перебороти це протиріччя удається за рахунок поточного змінювання одного з головних параметрів приладу H , m або l в залежності від широти місцезнаходження судна таким чином, щоб період T_0 залишався сталим в заданому діапазоні широт. Технічно найлегше змінювати кінетичний момент.

4. Хитавиця основи. При хитавиці основи маятник ГК зазнає дії періодичних збурень, частота змінювання яких (0,1...0,5 Гц) набагато перевищує частоту власних незгасаючих коливань ГК. Тому, здавалося б, чутливий елемент ГК повинен слабко реагувати на такі збурення. Однак на практиці такі “несуттєві” збурення викликали появу дуже великих похибок в вимірюванні курсу суден, тому першим гірокомпасам надали іронічну назву “прилади для гарної погоди”.

Дослідження показали, що значні похибки ГК на хитавиці обумовлені одночасною дією періодичних сил інерції та періодичним відхиленням зовнішньої осі підвісу від вертикалі.

Розглянемо цей ефект більш детально. Нехай гірокомпас, кінематична схема якого відповідає рис. 1.33а, розміщений на основі, яка зазнає впливу бортової хитавиці. Хитавицю вважатимемо гармонічною: $\mathcal{G} = \mathcal{G}_m \sin \omega_x t$.

Місце розташування гірокомпасу в більшості випадків зміщене відносно поздовжньої осі судна X_C вздовж його нормальної осі Y_C на відстань S , а голо-

вна вісь ГК знаходиться в площині географічного меридіану (рис. 1.38). В такому разі лінійне прискорення місця розташування компаса, спрямоване вздовж поперечної осі Z_C , буде дорівнювати

$$W_{z_c} = S\ddot{\vartheta} = -S\vartheta_m \omega_x^2 \sin \omega_x t.$$

Обумовлена цим прискоренням сила інерції

$$F = -mW_{z_c} = mS\vartheta_m \omega_x^2 \sin \omega_x t.$$

Розкладемо одержану силу інерції на дві складові - північну F_N та східну F_E

$$\begin{aligned} F_N = F_\eta &= F \cos\left(\frac{\pi}{2} + K\right) = -mS\vartheta_m \omega_x^2 \sin K \sin \omega_x t; \\ F_E = F_\xi &= F \cos K = mS\vartheta_m \omega_x^2 \cos K \sin \omega_x t. \end{aligned} \quad (1.80)$$

Північна складова F_N створює момент сил інерції, який буде діяти на гіроскоп з боку маятника. В той же час завдяки хитавиці основи зовнішня вісь підвісу буде здійснювати кутові коливання в площині зовнішньої рамки підвісу за законом

$$\gamma = \vartheta \cos K = \vartheta_m \cos K \sin \omega_x t.$$

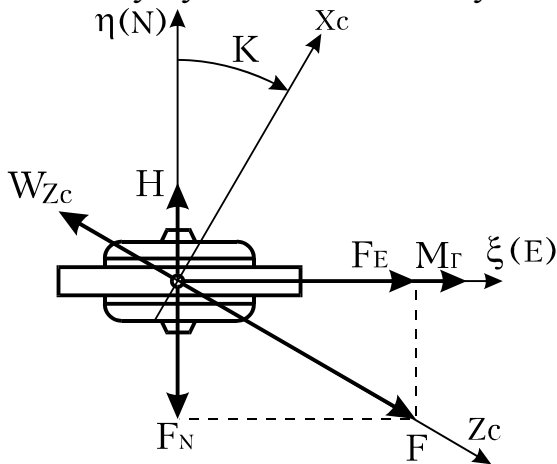


Рис. 1.38

Завдяки такому руху вертикальної осі підвісу сила F_N буде створювати два моменти, діючі на гіроскоп: момент $M_\zeta = F_N a = F_N l \sin \theta$, що діє навкруг вертикальної осі ζ , та момент $M_\Gamma = F_N b = F_N l \cos \theta$ навкруг горизонтальної осі ξ . Перша складова моменту викликає зсув положення динамічної рівноваги ГК в азимутальній площині, друга складова - коливання головної осі гіроскопу відносно нового положення динамічної рівноваги.

Визначимо величину такого зсуву. З урахуванням одержаних вище залежностей спочатку знайдемо формулу для обчислення моменту M_ζ :

$$M_\zeta = -m l S \vartheta_m^2 \omega_x^2 \sin K \cos K \sin^2 \omega_x t.$$

За період хитавиці цей момент буде мати сталу складову:

$$\langle M_\zeta \rangle = -\frac{1}{4} m l S \vartheta_m^2 \omega_x^2 \sin 2K.$$

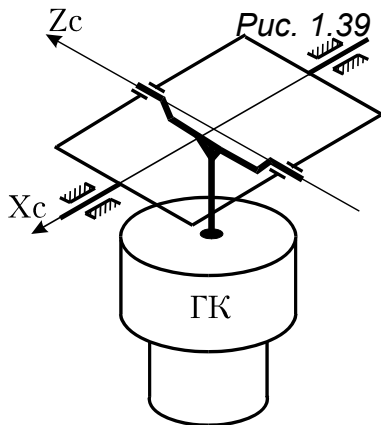
Ця стала складова моменту згідно з (1.71) викличе зсув положення динамічної рівноваги на кут

$$\Delta\alpha = \frac{\langle M_\zeta \rangle}{H\omega_3 \cos\varphi_\Gamma} = -\frac{mlS\vartheta_m^2 \omega_x^2}{4H\omega_3 \cos\varphi_\Gamma} \sin 2K = -\frac{\omega_0^2 S\vartheta_m^2 \omega_x^2}{4g(\omega_3 \cos\varphi_\Gamma)^2} \sin 2K. \quad (1.81)$$

Як випливає з (1.81), величина знайденої похибки в вимірюванні курсу залежить від частоти власних незгасаючих коливань ГК ω_0 , параметрів хитавиці ϑ_m, ω_x , місця розташування ГК на судні S та від курсу судна K . Вона досягає найбільших значень на курсах руху основи, що дорівнюють $K=n\pi/4$, де $n=1\dots 4$, тобто на так званих інтеркардинальних курсах (кардинальними називають курси, що відповідають руху в напрямку однієї з сторін світу). Виходячи з цього таку похибку називають *інтеркардинальною похибкою* ГК.

Розглянемо приклад. Нехай бортова хитавиця судна має амплітуду $\vartheta_m=0,1$ рад ($\approx 6^\circ$) та період $T_x=6,28$ с. ($\omega_x=1$ 1/с). Віддалення ГК від поздовжньої осі $S=2$ м., широта місця $\varphi_\Gamma=45^\circ$. Гірокомпас налагоджений на частоту Шулера ($\omega_0^2 = 1,53 \cdot 10^{-6}$ 1/с). За таких умов максимальна величина інтеркардинальної похибки буде дорівнювати

$$|\Delta\alpha_{\max}| = \frac{1,53 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 0,01}{4 \cdot 9,8 \cdot (5,15 \cdot 10^{-5})^2} = 0,294 \text{ рад} = 16,8^\circ.$$



Зменшити інтеркардинальну девіацію можна за рахунок використання таких схем побудови ГК, в яких відсутні або значно зменшені причини появи сталої складової моменту сил інерції, що діє навкруг вертикальної осі підвісу.

Очевидно, що ця складова моменту відсутня тільки тоді, коли зовнішня вісь підвісу ГК завжди зберігатиме вертикальну орієнтацію. Для зменшення кута нахилу вертикальної осі підвісу прилад розміщують в додатковому двовісному кардановому підвісі (рис. 1.39). Центр мас чутливого елемента зміщений униз відносно осей додаткового підвісу. При відсутності хитавиці основи в такій схемі зберігається вертикальна орієнтація зовнішньої осі підвісу ГК. Але за умов хитавиці основи до центру мас системи буде прикладена сила інерції F_E , яка викличе кутовий рух ГК відносно осей додаткового підвісу. Якщо частота хитавиці достатньо мала, вертикальна вісь підвісу ГК буде займати положення уявної вертикалі, тобто буде відхилена від істинної на кут γ_1 , що дорівнює

$$\gamma_1 \approx \frac{F_E}{mg} = \frac{S\omega_x^2}{g} \cdot \vartheta_m \cos K \sin \omega_x t = \frac{S\omega_x^2}{g} \cdot \gamma, \quad (1.82)$$

де γ - кут відхилення зовнішньої осі в площині зовнішньої рамки підвісу (площині схід-захід) від вертикалі в разі відсутності додаткового підвісу.

Повторюючи процедуру знаходження інтеркардинальної похибки в даному випадку одержимо

$$\Delta\alpha = -\left(\frac{\omega_0 S \vartheta_m \omega_x^2}{2g\omega_3 \cos\varphi_\Gamma}\right)^2 \cdot \sin 2K. \quad (1.83)$$

Зробимо чисельну оцінку ефекту використання додаткового карданового підвісу. За умов попереднього прикладу одержимо

$$|\Delta\alpha_{\max}| = \frac{1,53 \cdot 10^{-6} \cdot (2 \cdot 0,1 \cdot 1)^2}{(2 \cdot 9,8 \cdot 5,15 \cdot 10^{-5})^2} = 0,05 \text{ рад} \approx 3,5^\circ.$$

Ефект зменшення інтеркардинальної девіації в найбільшій мірі виявляється, коли частота власних коливань маятника, що являє собою ГК разом з додатковим підвісом, значно менший за частоту хитавиці.

Існує цілий ряд технічних засобів, які дозволяють більш ефективно здійснювати вертикалізацію зовнішньої осі підвісу.

ЛЕКЦІЯ 10.

1.4.3. Особливості конструкції морських гірокомпасів.

Морські гірокомпаси призначені для визначення курсу рухомих об'єктів, що рухаються по поверхні океану з обмеженою швидкістю. Вони повинні задовольняти таким вимогам:

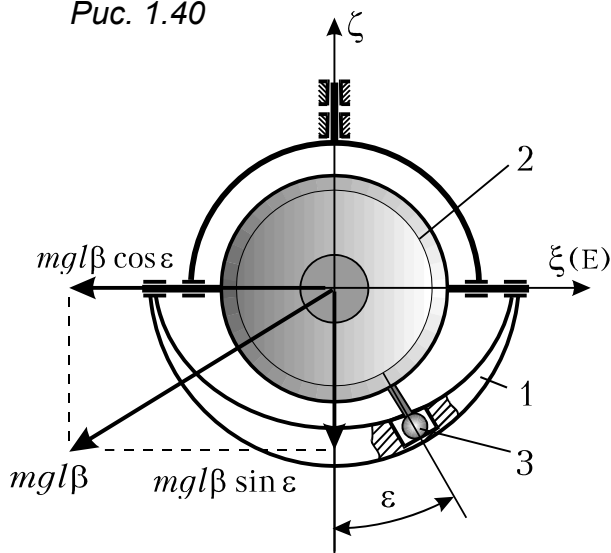
- головна вісь ГК в процесі вимірювань курсу повинна знаходитись в стані динамічної рівноваги, тобто коливання чутливого елемента повинні бути згасаючими;
- для зменшення методичних похибок період власних незгасаючих коливань повинен дорівнювати 84,4 хвилини;
- для зменшення інструментальних похибок необхідно забезпечити малість моменту протидії відносно вертикальної осі підвісу.
- зовнішня вісь підвісу повинна співпадати з істинною вертикаллю.

З метою забезпечення згасань власних коливань ГК використовуються декілька засобів. Один з них заснований на тому, що зв'язок між кутами α та β орієнтації чутливого елемента ГК, як випливає з першого рівняння (1.62), має вигляд

$$\beta \approx \beta^* + \frac{H\dot{\alpha}}{mgl} = f(\dot{\alpha}) \quad (1.84)$$

Таким чином, створення моменту $M_o = k\beta$ відносно осі підвісу зовнішньої рамки еквівалентно уведенню демпфіруючого моменту (тобто моменту, що залежить від кутової швидкості азимутального повороту головної осі гірокомпасу).

Рис. 1.40



Для технічної реалізації такого методу забезпечення згасань вільних коливань використовують ексцентричний підвіс маятника відносно гіроскопа. Кінематична схема такого ГК зображена на рис.1.40. Маятник 1 має окремий від чутливого елемента 2 ГК підвіс, вісь якого співпадає з віссю внутрішньої рамки гіроскопа. Кінематичний зв'язок маятника з внутрішньою рамкою гіроскопа здійснюється за допомогою штифта 3, вісь якого нахилена по відношенню до вертикальної осі підвісу на невеликий кут ε ($\varepsilon = 1^\circ \dots 2^\circ$). Таке з'єднання забезпечує кінематичну взаємодію, яке еквівалентне дії зосередженої сили, прикладеної в точці O_1 , тобто в точці контакту штифта з внутрішньою рамкою гіроскопа.

Під час повороту чутливого елемента ГК на кут β до нього з боку маятника буде прикладена сила $F_M = mgs\sin\beta$, що створює момент $M_M = mgl\sin\beta$, спря-

мований перпендикулярно осі штифта 3. Цей момент можна подати у вигляді двох складових - горизонтальної та вертикальної:

$$M_{\Gamma} = -mgl \sin \beta \cos \varepsilon \approx -mgl \beta; \quad M_B = -mgl \sin \beta \sin \varepsilon \approx -mgl \varepsilon \cdot \beta.$$

Рівняння руху ГК (1.62) з урахуванням вертикальної складової маятникового моменту мають вигляд

$$\begin{cases} \dot{\beta} + U_{\eta} \alpha = -mgl \varepsilon \cdot \beta; \\ \dot{\alpha} - \left(U_{\eta} + \frac{mgl}{H} \right) \cdot \beta = -U_{\zeta}. \end{cases} \quad (1.85)$$

Розділяючи змінні, одержимо рівняння руху чутливого елемента в азимутальній площині:

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl \varepsilon}{H} \dot{\alpha} + \frac{mgl + HU_{\eta}}{H} \cdot U_{\eta} \alpha = -\frac{mgl \varepsilon}{H} \cdot U_{\zeta},$$

або

$$\ddot{\alpha} + 2h \dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = -\frac{mgl \varepsilon}{H} U_{\zeta}, \quad (1.86)$$

де $h = \frac{mgl \varepsilon}{2H} \approx \frac{\omega_0^2 \varepsilon}{2U_{\eta}}$ - коефіцієнт згасання власних коливань гірокомпаса.

Одержане рівняння свідчить, що власні коливання головної осі стають згасаючими, однак положення динамічної рівноваги буде зсунуте відносно площини географічного меридіану на кут $\Delta \alpha_k$:

$$\Delta \alpha_k = -\frac{mgl \varepsilon}{H \omega_0^2} U_{\zeta} \approx -\varepsilon \cdot \frac{mgl}{H} \cdot \frac{H}{mgl U_{\eta}} \cdot \varepsilon U_{\zeta} = -\varepsilon \frac{U_{\zeta}}{U_{\eta}} = -\varepsilon \operatorname{tg} \varphi_{\Gamma} \quad (1.87)$$

Це так звана *конструктивна похибка* гірокомпаса.

Коефіцієнт згасання вибирають таким, щоб згасання власних коливань проходило за найкоротший час. Цій вимозі відповідає рівність $h = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_0$.

За таких умов кут нахилу штифта можна визначити з рівняння:

$$\frac{\omega_0^2}{2U_{\eta}} \cdot \varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega_0,$$

звідки

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{\eta}}{\omega_0} = \sqrt{\frac{2HU_{\eta}}{mgl}}.$$

Для ГК, параметри якого відповідають умові Шулера, на широті $\varphi_{\Gamma} = 45^\circ$ кут нахилу штифта ε буде дорівнювати:

де $F = \frac{\pi r^4}{4\mu} \cdot \frac{\rho g}{LS}$ - фактор перетікання рідини; r, L радіус та довжина

з'єднувальної трубки, μ, ρ – динамічна в'язкість та густина рідини, S - площа перерізу посудини.

Додатковий маятниковий момент M_{3X} рідинного заспокоювача, прикладений до горизонтальної осі підвісу, дорівнюватиме

$$M_{3X} = C\theta \quad (1.90)$$

Жорсткість C дорівнює

$$C = 2SR^2\rho g, \quad (1.91)$$

де R - відстань від осі посудини до точки підвісу гіроскопа.

Таким чином, рівняння руху ГК з рідинним заспокоювачем при довільному русі основи, складені на основі рівнянь (1.62) та (1.89) мають вигляд

$$\begin{cases} H(\dot{\beta} + U_\eta\alpha + U_\xi) = M_\Pi; \\ \dot{\alpha} - U_\eta\beta + U_\zeta = \frac{mgl}{H} \left(\beta + \frac{W_\eta}{g} \right) + \frac{C}{H} \theta; \\ \dot{\theta} = -F(\theta + \beta + \chi) \end{cases} \quad (1.92)$$

Розглянемо поведінку ГК на нерухомій відносно Землі основі. В такому випадку $U_\xi=0$; $U_\eta=\omega_3\cos\varphi_\Gamma$; $U_\zeta=\omega_3\sin\varphi_\Gamma$; $W_\xi=W_\eta=0$; $\chi=0$; $M_\Pi=0$ і рівняння (1.92) набудуть вигляду

$$\begin{cases} \dot{\beta} + \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \alpha = 0; \\ \dot{\alpha} - \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \beta + \omega_3 \sin \varphi_\Gamma = \frac{mgl}{H} \beta + \frac{C}{H} \theta; \\ \dot{\theta} = -F(\theta + \beta), \end{cases} \quad (1.93)$$

або в операторній формі

$$\begin{cases} \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \alpha + p\beta + 0 \cdot \theta = 0; \\ Hp\alpha - (mgl + H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma)\beta - C\theta = -H\omega_3 \sin \varphi_\Gamma; \\ 0 \cdot \alpha + F\beta + (p + F)\theta = 0 \end{cases} \quad (1.94)$$

Розв'язок цієї системи рівнянь має вигляд

$$\alpha = \frac{H\omega_3 \sin \varphi_\Gamma (p + F)Hp}{-H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma [(mgl + H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma)(p + F) - CF] - H^2 p^2 (p + F)},$$

звідки диференціальне рівняння руху ГК по координаті α буде

$$\ddot{\alpha} + F\ddot{\alpha} + \left(\frac{mgl}{H} + \omega_3 \cos \varphi_\Gamma\right) \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \dot{\alpha} + \left[\left(\frac{mgl}{H} + \omega_3 \cos \varphi_\Gamma\right)F - \frac{CF}{H}\right] \alpha = 0,$$

або з урахуванням нерівності $\frac{H\omega_3}{mgl} \ll 1$

$$\ddot{\alpha} + F\ddot{\alpha} + \frac{mgl}{H} \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \dot{\alpha} + (mgl - C) \frac{F}{H} \omega_3 \cos \varphi_\Gamma \alpha = 0 \quad (1.95)$$

З урахуванням рівності $\frac{(H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma + mgl) \cdot \omega_3 \cos \varphi_\Gamma}{H} = \omega_0^2$ рівняння (1.95)

можна остаточно записати у вигляді

$$\ddot{\alpha} + F\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \dot{\alpha} + F\omega_0^2(1 - k)\alpha = 0, \quad (1.96)$$

де $k = \frac{C}{mgl}$.

Необхідна умова стійкості, як видно з (1.95), $mgl > c$.

Достатня умова стійкості згідно з критерієм Гурвиця буде

$$F\omega_0^2 > F\omega_0^2(1 - k),$$

або після спрощення

$$k = \frac{C}{mgl} > 0.$$

Ця умова виконується завжди, тому власний рух гірокомпасу з рідинним заспокоювачем – згасаючий. Характер згасання вільних коливань ГК в залежності від параметру k наведений на рис. 1.43.

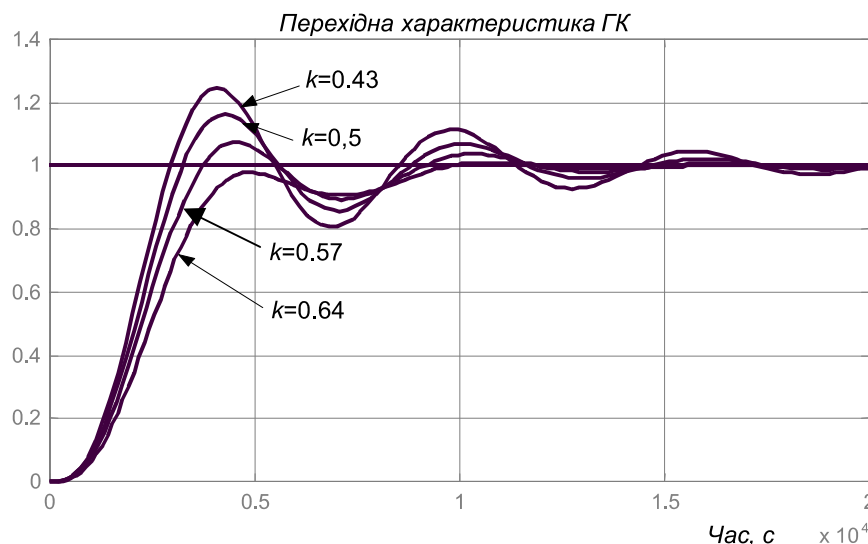


Рис. 1.43

Як бачимо, при використанні рідинного заспокоювача стан динамічної рівноваги ГК визначається координатами:

$$\alpha^* = 0; \beta^* = \frac{H\omega_3 \sin \varphi_\Gamma}{mgl + H\omega_3 \cos \varphi_\Gamma - c} \approx \frac{H}{mgl - c} \omega_3 \sin \varphi_\Gamma. \quad (1.97)$$

Таким чином, використання рідинного заспокоювача на відміну від ексцентричного підвісу маятника не призводить до появи додаткової похибки.

З метою зменшення інструментальної складової похибки, викликаної дією неконтрольованих збурюючих моментів відносно вертикальної осі підвісу, чутливий елемент виконують у вигляді сфери (гіросфери), яка повністю занурена в підтримуючу рідину. Гіросфера розміщена в слідкуючій сфері, яка синхронно повертається разом з гіросферою. Підтримуюча рідина разом з спеціальною системою центрування (магнітним підвісом) забезпечує безконтактний підвіс гіросфери. Доречно відмітити, що система центрування гіросфери була розроблена видатним фізиком А. Ейнштейном за проханням розробників працездатного в умовах хитавиці основи гірокомпасу.

Треба відзначити, що виконання чутливого елемента у вигляді сфери полегшується тим, що за умов забезпечення бажаного періоду власних коливань $T_0 = 84,4$ хв. зміщення центру мас чутливого елемента відносно токи підвісу (геометричного центру гіросфери) є незначним.

1.4.4. Особливості побудови наземних гірокомпасів.

Наземні маятникові гірокомпаси (НМГК) використовуються в умовах нерухомої відносно Землі основи з метою забезпечення маркшейдерської справи та в військових цілях. Для таких приладів визначальною є вимога до малості збурюючого моменту, що діє навкруг вертикальної осі підвісу.

НМГК працюють в режимі незгасаючих коливань, тобто їм непотрібна система згасання, яка ускладнює конструкцію. В таких приладах також немає потреби виконувати умову Шулера: період власних незгасаючих коливань обирають з умови забезпечення прийнятної частоти, що потрібен для визначення площини меридіану.

Найпростіше досягти виконання цих умов можна, якщо виконати прилад за кінематичною схемою, що зображена на рис. 1.33б, згідно з якою для забезпечення потрібної маятниковості зміщують всю гірокамеру відносно горизонтальної осі підвісу. Величина періоду власних коливань в такому разі обмежується прийнятними розмірами (довжиною) чутливого елемента.

Розглянемо числовий приклад. Для того, щоб період власних коливань дорівнював $T_0 = 10 \text{ хв.} = 600 \text{ с.}$ за умов, що кінетичний момент $H = 1 \text{ Н·м·с}$, а вага чутливого елемента $G = 20 \text{ Н}$, треба забезпечити зміщення центру мас відносно горизонтальної осі підвісу на відстань

$$l = \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 \frac{H}{GU_{\eta}} = \left(\frac{6,28}{600} \right)^2 \cdot \frac{1}{20 \cdot 5,15 \cdot 10^{-5}} \approx 18,5 \text{ см.}$$

З урахуванням цих обставин на сьогодні найбільш прийнятною схемою вважається конструкція НМГК, в якій для забезпечення рухливості чутливого елемента використовується рідинний, торсіонний або магнітний підвіс (рис. 1.44а-б). При використанні торсіонного підвісу (рис. 1.44а) гірокамеру 1 на жорсткій штанзі 2 вільно підвішують в корпусі на торсіоні 3. Явно визначеної го-

ризонтальної осі підвісу такий прилад не має: за точку підвісу приймають місце закріплення нижнього кінця торсіону в штанзі. З метою усунення закручування торсіону, обумовленого відхиленням чутливого елемента в азимуті, використовують слідкуючу систему, яка синхронно відслідковує положення верхньої точки закріплення торсіону відносно штанги. Таким чином, торсіон майже не деформується, тобто не створює протидіючий пружний момент відносно вертикальної осі. З метою зменшення моментів опору в слідкуючій системі використовують оптичні датчики кутів. ОД. Для зменшення моментів магнітної взаємодії деталей чутливого елемента, що виготовлені з феромагнітних матеріалів, з магнітним полем Землі використовують магнітні екрани.

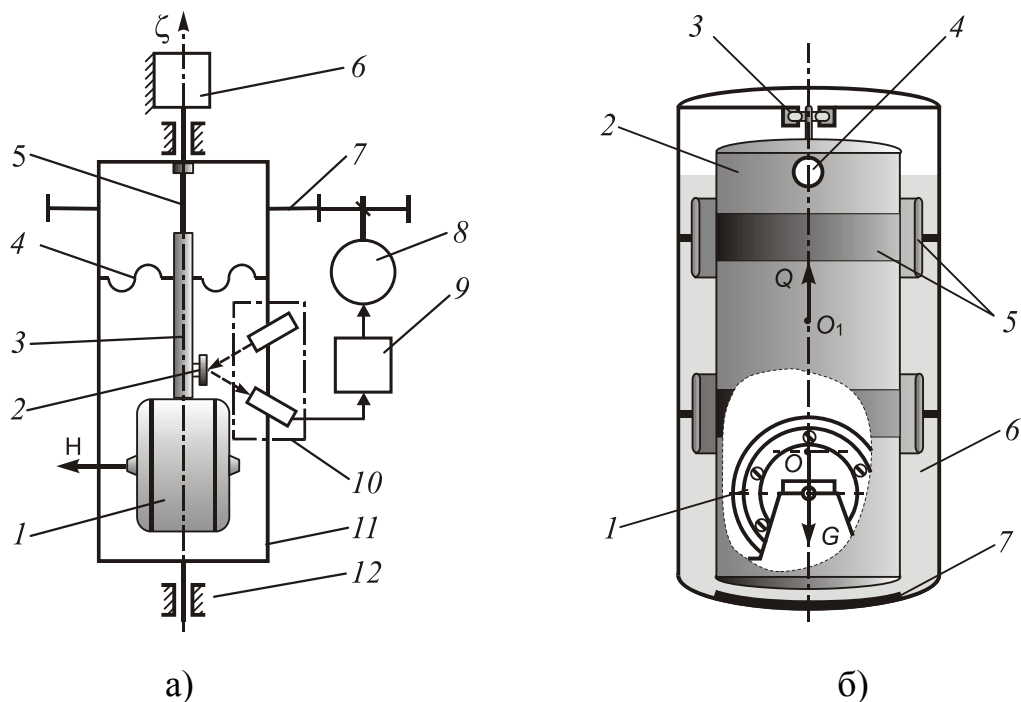


Рис. 1.44

Для визначення площини магнітного меридіану в таких приладах використовують результати спостережень за точками реверсії чутливого елемента. Якщо згасання власних коливань ГК дорівнює нулю, положення площини меридіану можна визначити як бісектрису кута між двома точками реверсії.

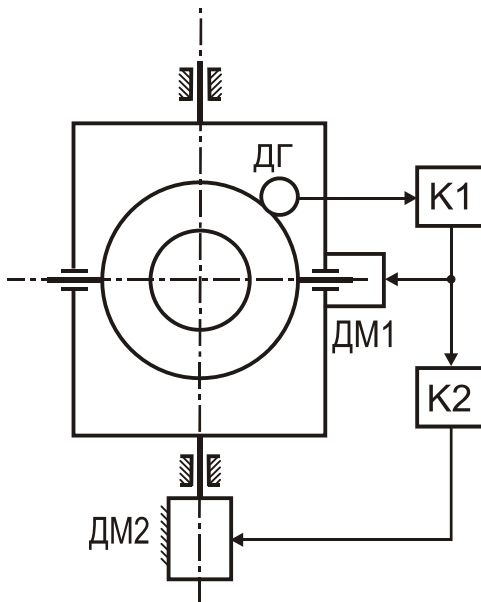
Визначення положення динамічної рівноваги ГК можна також проводити шляхом порівнювання спрямовуючого моменту $H\omega_r \sin \alpha$ з спеціально створеним зовнішнім моментом. Цей зовнішній (компенсаційний) момент створюється за допомогою спеціального датчика моментів. Гірокомпаси, що побудовані на основі порівняння двох моментів, називають компенсаційними ГК.

ЛЕКЦІЯ 11.

1.4.5. Гірокомпас з непрямым керуванням.

Всі раніше розглянуті типи гірокомпасів можна віднести до класу приладів з прямим керуванням, оскільки момент, що примушує гіроскоп рухатись в напрямку географічного меридіану та утримуватися в ньому, створюється завдяки силі тяжіння, прикладеної *безпосередньо* до чутливого елементу.

В останній час для побудови систем вимірювання курсу застосовують гірокомпаси з непрямым керуванням, в яких момент, що змушує гіроскоп прецесувати до площини меридіану, створюється за допомогою спеціального електричного датчика моментів. Принцип роботи такого ГК можна пояснити за допомогою рис. 1.45.



Датчик кута відхилення головної осі від площини горизонту (індикатор горизонту), який являє собою високочутливий фізичний маятник, розміщений на гірокамері, в разі відхилення головної осі гіроскопу (а він в такій схемі є астатичним) від площини горизонту видає електричний сигнал на вхід датчика моменту $ДМ1$, який і створює навкруг горизонтальної осі підвісу потрібний корегуючий момент $M_{K1}=K_1\beta$. Тут K_1 - коефіцієнт передачі індикатора горизонту $ДГ$, підсилювача $К1$ та датчика моменту $ДМ1$. Така схема побудови ГК дозволяє позбутися небажаного кінематичного зв'язку між гіроскопом та фізичним маятником, адже такий зв'язок є передумовою появи багатьох похибок ГК.

В такому приладі неважко побудувати систему згасання коливань. Для цього потрібно сформувати додатковий керуючий сигнал та подати його на датчик моменту $ДМ2$, який буде створювати момент $M_{K2}=K_2\beta$ навкруг вертикальної осі підвісу.

Рівняння руху такого ГК можна одержати з (1.62), якщо замінити в них момент, що прикладається з боку маятника, моментами, що створюються датчиками моментів $ДМ1$ та $ДМ2$:

$$\begin{cases} \dot{\beta} + U_{\eta}\alpha + U_{\xi} = -\frac{K_2}{H} \left(\beta + \frac{W_{\eta}}{g} \right) + M_{K\zeta}; \\ \dot{\alpha} - U_{\eta}\beta + U_{\zeta} - \frac{K_1}{H} \left(\beta + \frac{W_{\eta}}{g} \right) = -M_{Kx}. \end{cases} \quad (1.98)$$

де $M_{Kx}, M_{K\zeta}$ - додаткові корекційні моменти, що прикладаються до гіроскопа відносно осей зовнішньої та внутрішньої рамок підвісу.

Співвідношення між коефіцієнтами K_1 та K_2 згідно з (1.87) повинно дорівнювати $\frac{K_2}{K_1} = \varepsilon = \frac{2hU_\eta}{\omega_0^2}$.

В ГК з непрямым керуванням дуже легко підтримувати сталий період власних незгасаючих коливань незалежно від широти за рахунок зміни коефіцієнта підсилення підсилювача електричного сигналу П.

Подальшим розвитком ГК з непрямым керуванням є коректовані ГК (рис.1.47). В таких приладах датчики моментів ДМ1 та ДМ2 додатково використовуються для цілей компенсації швидкісної похибки. Так, якщо сформувати додатковий момент корекції $M_{K\zeta}$ в рівняннях (1.98) за законом

$$M_{K\zeta} = H\alpha_{шв}U_\eta \approx H \frac{V}{R} \cos K, \quad (1.99)$$

буде практично скорегована швидкісна похибка ГК. Момент корекції $M_{K\kappa}$ дозволяє забезпечити в стані динамічної рівноваги нульове значення кута β^* . Для цього повинна бути виконана умова

$$M_{K\kappa} = -H\omega_\zeta = -H(\omega_3 \sin \varphi_\Gamma + \frac{V}{R} \sin K \operatorname{tg} \varphi_\Gamma). \quad (1.100)$$

В такому випадку головна вісь гіроскопу в стані рівноваги буде точно співпадати з полуденною лінією, тобто одночасно бути як в площині меридіану, так і в площині горизонту.

В коректованих ГК принципово можливо скоректувати і балістичну девіацію, якщо додатково вимірювати північну складову прискорення.

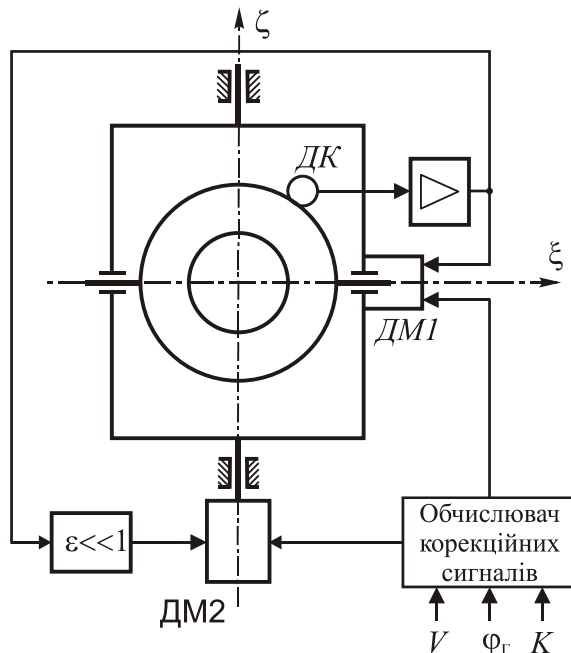


Рис. 1.47

В сучасних коректованих ГК таку операцію не реалізують. В той же час компенсація швидкісної девіації дозволяє відійти від виконання умови Шулера і для зменшення балістичних девіацій зробити період власних незгасаючих коливань ГК набагато більшим.

Для зменшення впливу хитавиці в коректованих ГК використовують індикатори горизонту з дуже великим коефіцієнтом згасання, які в динамічному плані являють собою аперіодичну ланку з сталою часу до десятків секунд.

Коректовані ГК, як і маятникові, потребують використання підвісів з дуже малими моментами протидії, особливо по вертикальній осі. Таким вимогам за-

довольняють рідинні та пружні підвіси(торсіони).

Коректовані ГК можуть працювати в двох режимах: режимі ГК та режимі гіроскопа напрямку. Для переходу в режим прецизійного ГН потрібно відключити ланку керування гіроскопом від індикатора горизонту.

За принципом коректованого ГК побудовані вітчизняні гірокомпаси “Вега” та “Круїз”.

Кінематична схема гірокомпаса “Вега” показана на рис. 1.48. В ньому для зменшення моментів опору використовується рідинно – торсійний підвіс чутливого елемента. Ротор гіроскопа розміщений в герметичному корпусі – поплавці 3 у вигляді сфери, точніше двох сферичних сегментів, об’єднаних коротким циліндром малого діаметру. Циліндрична частина поплавця охоплена вертикальним кільцем 6, яке виконує функцію зовнішнього кільця карданового підвісу. Поплавець за допомогою двох торсіонів 7 центрується в вертикальному кільці, а саме кільце закріплюють двома вертикальними торсіонами 8 в слідкуючій сфері 2. Таким чином, торсіони 7 та 8 моделюють двовісний кардановий підвіс. Простір між поплавцем і слідкуючою сферою заповнене рідиною 1, що забезпечує повне зважування поплавця, тобто розвантаження торсіонів від сили ваги та сил інерції.

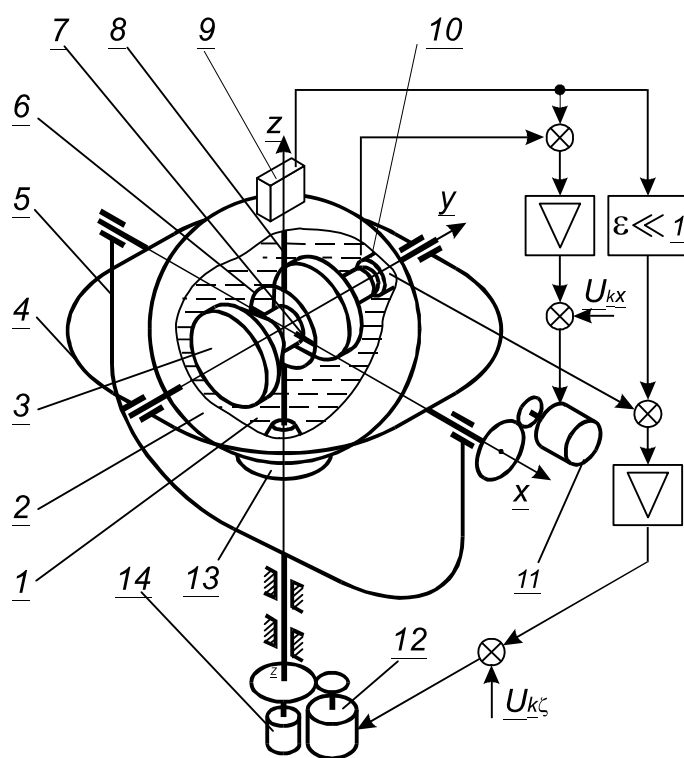


Рис. 1.48

Слідкуюча сфера розміщена в двовісному кардановому підвісі, який складається з горизонтального кільця 4 і вертикального півкільця 5. За допомогою двох слідкуючих систем по сигналах двокоординатного датчика 10 кутів неузгодженості між поплавцем та слідкуючою сферою двигуни 11 та 12 здійснюють синхронний розворот сфери услід за поплавцем відносно осей x та z . Стабілізація слідкуючої сфери відносно осі y , тобто головної осі гіроскопа, здійснюється маятником. Для створення маятникового моменту на слідкуючій сфері внизу закріплена вага 13.

Керування чутливим елементом (астатичним гіроскопом) з метою перетворення його гірокомпас

здійснюють від індикатора горизонту 9, встановленого на слідкуючій сфері. Моменти, які згідно з (1.98) повинні бути прикладені до горизонтальної та вертикальної осей підвісу гіроскопа, створюють у вигляді сил пружності торсіонів, для чого останні закручують на кути, що пропорційні потрібним моментам. Для створення кутів закручування торсіонів зміщають положення рівноваги слідкуючих систем, для чого додають до сигналів неузгодженості між поплавцем та слідкуючою сферою сигнал індикатора горизонту. Таким чином, в стані рівноваги слідкуючих систем горизонтальні торсіони будуть закручені на кут, що пропорційний куту β , а вертикальні торсіони – на кут, пропорційний

куту $\varepsilon\beta$. Аналогічно додаванням відповідних сигналів в ланцюги слідкуючих систем створюють і моменти для корекції швидкісної девіації ГК - момент $M_{K\zeta}$ згідно з рівнянням (1.98) та момент $M_{K\chi}$, що забезпечує нульове значення β^* згідно з рівнянням (1.99). Вихідний сигнал знімається з СКВТ 14, який встановлюється на осі вертикального кільця підвісу слідкуючої сфери.

1.4.6. Орбітальний гірокомпас.

Орбітальні гірокомпаси - це вимірювальні прилади, що визначають напрям вектору орбітальної кутової швидкості космічних літальних апаратів (КЛА), які рухаються по замкненій (або майже замкненій) траєкторії відносно Землі або іншого космічного тіла. Вони мають також назву гіроорбітантів або гіроорбіт.

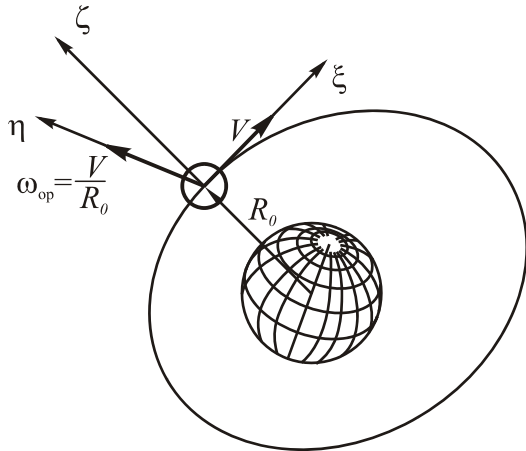


Рис. 1.49

Початок орбітальної системи координат (рис. 1. 49) суміщений з центром мас КЛА. Вісь ζ є продовженням геоцентричної вертикалі. Осі ξ та η перпендикулярні до осі ζ , при цьому вісь ξ знаходиться в площині орбіти. З урахуванням припущення, що орбіта КЛА нерухома в інерціальному просторі, кутова швидкість повороту орбітальної системи координат $\xi\eta\zeta$ визначається складовими

$$\omega_{\xi} = \omega_{\zeta} = 0; \omega_{\eta} = \frac{V}{R_{op}} \quad (1.101)$$

Тут V , ω_{op} та R_{op} - лінійна швидкість КЛА при його орбітальному русі, кутова орбітальна швидкість та радіус орбіти.

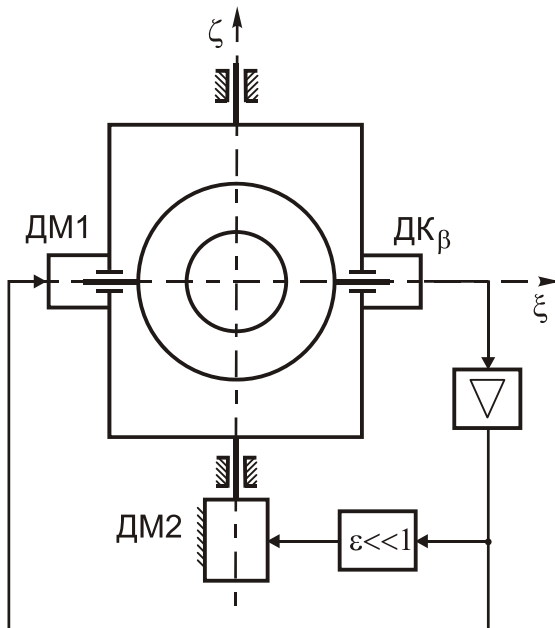


Рис. 1.50

Орбітальний ГК являє собою три-ступеневий астатичний гіроскоп. Вісь зовнішньої рамки (рис. 1.50) за допомогою побудовувача вертикалі утримується в напрямку геоцентричної вертикалі. Тому кут β відхилення головної осі гіроскопу від перпендикуляру до площини зовнішньої рамки є одночасно і кутом відхилення цієї осі від площини горизонту.

Сигнал, пропорційний куту β , знімається за допомогою датчика кутів $ДК_{\beta}$ і після підсилення подається на датчик моменту $ДМ1$, що встановлений на внутрішній осі підвісу. Невелика частинка цього сигналу подається також на датчик моменту $ДМ2$, що встановлений на зовнішній осі

підвісу. Така конструкція аналогічна конструкції ГК с непрямим керуванням, у якого згасання власних коливань робиться за рахунок моделювання ексцентричного підвісу маятника.

Рівняння руху орбітального ГК легко одержати з рівняння (1.98) з урахуванням формули (1.101):

$$\begin{aligned}\dot{\beta} + \omega_{op}\alpha + \frac{K}{H}\varepsilon\beta &= 0; \\ \dot{\alpha} - \omega_{op}\beta - \frac{K}{H}\beta &= 0.\end{aligned}\tag{1.102}$$

Рівняння руху по координаті α має вигляд:

$$\ddot{\alpha} + \frac{K}{H}\varepsilon\dot{\alpha} + \omega_{op}\left(\omega_{op} + \frac{K}{H}\right)\alpha = 0.$$

Розв'язок цього лінійного рівняння має вигляд

$$\alpha = e^{-ht}(C_1 \sin \omega_1 t + C_2 \cos \omega_1 t),$$

де

$$2h = \frac{K}{H}\varepsilon; \omega_1 = \sqrt{\omega_{op}\left(\omega_{op} + \frac{K}{H}\right) - h^2}$$

Таким чином, після згасання власних коливань головна вісь гіроскопу буде суміщена з віссю η , тобто буде відтворювати на борту КЛА напрямок вектору орбітальної кутової швидкості, що перпендикулярний до площини орбіти.