УДК 531. 383

Лазарев Ю. Ф.

Замечания к релятивистской кинематике сложного движения точки

Опубликовано: Наукові вісті НТУУ "КПІ", № 3(41), 2005. – с. 118-126

Изучение основ кинематики специальной теории относительности (СТО) [1] наталкивается на ряд невыясненных вопросов, требующих своего разрешения. К таким вопросам можно отнести установление закона сложения скоростей і преобразования пространственно-временных характеристик систем отсчета в зависимости от скорости начала этих систем. Подход, начало которому положил А. Эйнштейн на основе преобразований Х. Лоренца, основан на постулировании многих неявных допущений, справедливость которых не очевидна. К ним можно отнести одинаковость некоторых координат точки в разных системах отсчета, постулат об инвариантности пространственно-временного интервала точки в разным системам отсчета и т. д..

Известно [1], что в основе СТО лежат два постулата – постулат скоростей, в соответствии с которым скорость распространения светового сигнала одинакова во всех инерциальных системах отсчета, и принцип относительности, по которому физические законы имеют инвариантную форму во всех инерциальных системах отсчета.

В статье сделана попытка показать, что преобразованиия Лоренца не обеспечивают выполнения принципа относительности, и предложен вариант закона сложения скоростей и соответствующего закона сложения перемещений, которые удовлетворяют принципу относительности.

Постановка задачи

В основе классической (ньютоновой) механики лежат кинематические соотношения, связывающие между собой "абсолютные", переносные и относительные радиус-векторы и скорости точки [2]

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_O + \boldsymbol{\rho}; \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_r; \quad \left(\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}; \quad \mathbf{v}_O = \frac{d\mathbf{r}_O}{dt}; \quad \mathbf{v}_r = \frac{d\boldsymbol{\rho}}{dt}\right), \tag{1}$$

где обозначено: $\mathbf{r}$ - радиус-вектор некоторой точки M относительно точки S, которую бедем полагать началом основной (“абсолютной”) системы отсчета (ОСО); $\mathbf{r}_O$ - радиус-вектор некоторой другой точки O, которую называют полюсом, относительно точки S; $\boldsymbol{\rho}$ - радиус-вектор точки M относительно полюса O; $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_O$ і $\mathbf{v}_r$ - соответственно “абсолютная” скорость точки M, переносная скорость (скорость полюса в “абсолютной” системе отсчета) и относительная скорость точки M, т. е ее скорость в переносной системе отсчета (ПСО), связанной с полюсом O.

При релятивистском подходе, в отличие от класического, представляется необходимым допускать возможность зависимости пространственно-временных характеристик той или иной системы отсчета от скорости движения ее начала, иначе построить новые правила сложения скоростей і координат точек не представляется возможным. Иное дело, что такие пространственно-временные преобразования могут быть как действительными (что утверждается в СТО), так и кажущимися, зависящими от выбора системы отсчета, в которой находится наблюдатель. В дальнейшем будем полагать, что "абсолютная" и переносная скорости, а также соответствующие радиус-векторы $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_O$ определены (измеряются) в основной ("абсолютной") системе отсчета (ОСО), причем время t отсчитывается по часам, неподвижным в этой системе. Под относительной скоростью будем понимать скорость точки M относительно начала ПСО. Причем радиус-вектор $\boldsymbol{\rho}$ определяется в ПСО, а время отсчитывается по часам, неподвижным относительно ПСО.

В соответствии с принципом относительности скорость одной точки относительно второй точки, определенная в системе отсчета, связанной со второй точкой, должна быть такой же, что и скорость второй точки относительно первой, если она определена в системе отсчета, связанной с первой точкой. Иначе говоря, если закон сложения скоростей имеет объективное содержание, то определенный по этому закону вектор относительной скорости точек M и O не должен зависеть от того, выбрана ли в качестве полюса точка O или точка M.

Кинематические соотношения СТО по Эйнштейну

В соответствии с теорией Эйнштейна, построенной нга основе преобразований Фойгта-Лоренца, сложение скоростей осуществляется по закону, которому в векторном виде можно придать форму [1]:

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{1}{1+\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}_r}\left[\left(1+\frac{\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}_r}{1+\gamma_O}\right)\boldsymbol{\beta}_O + \gamma_O \boldsymbol{\beta}_r\right], \tag{2}$$

где использованы обозначения

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c}; \qquad \boldsymbol{\beta}_O = \frac{\mathbf{v}_O}{c}; \qquad \boldsymbol{\beta}_r = \frac{\mathbf{v}_r}{c}; \qquad \gamma_O = \sqrt{1-\frac{v_O^2}{c^2}}; \tag{3}$$

c - скорость света.

Определение относительной скорости по заданным векторам "абсолютной" и переносной скорости осуществляется по аналогичной формуле:

$$\boldsymbol{\beta}_r = \frac{1}{1-\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}}\left[\gamma_O \boldsymbol{\beta} - \left(1-\frac{\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}}{1+\gamma_O}\right)\boldsymbol{\beta}_O\right]. \tag{4}$$

Из этого закона витекают следующие соотношения для дифференциалов перемещений

$$d\mathbf{r} = d\boldsymbol{\rho} + \frac{1}{1+\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}_r}\left(1+\frac{\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}_r}{1+\gamma_O}\right)d\mathbf{r}_O; \qquad d\boldsymbol{\rho} = d\mathbf{r} - \frac{1}{\gamma_O}\left(1-\frac{\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}}{1+\gamma_O}\right)d\mathbf{r}_O. \tag{5}$$

Обеспечение независимости сложения скоростей от выбора полюса

Для обеспечения выполнения принципа относительности закон сложения скоростей должен быть таким, что определенный по нему вектор относительной скорости $\mathbf{v}_r$ был бы равен по величине и направлен в противоположную сторону по отношению к вектору той же относительной скорости, когда в качестве полюса выбрана не точка O, а точка M (то-есть определяется скорость точки O относительно точки M в системе отсчета, связанной с точкой M). Для этого в законе сложения скоростей достаточно заменить вектор $\mathbf{v}$ на $\mathbf{v}_O$, а вектор $\mathbf{v}_O$ на $\mathbf{v}$.

Устанавливая закон сложения скоростей, можно ограничиться отысканием его среди линейных зависимостей между собой указанных векторов, т.е. рассматривать только зависимости вида:

$$\boldsymbol{\beta} \cdot f_1(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r) = \boldsymbol{\beta}_O \cdot f_2(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r) + \boldsymbol{\beta}_r \cdot f_3(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)], \tag{6}$$

где $f_1(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)$, $f_2(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)$ и $f_3(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)$ являются некоторыми скалярными функциями указанных векторных аргументов.

Производя вышеуказанную замену переменных, получим:

$$\boldsymbol{\beta}_O \cdot f_1(\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta},-\boldsymbol{\beta}_r) = \boldsymbol{\beta} \cdot f_2(\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta},-\boldsymbol{\beta}_r) - \boldsymbol{\beta}_r \cdot f_3(\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta},-\boldsymbol{\beta}_r)],$$

или

$$\boldsymbol{\beta} \cdot f_2(\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta},-\boldsymbol{\beta}_r) = \boldsymbol{\beta}_O \cdot f_1(\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta},-\boldsymbol{\beta}_r) + \boldsymbol{\beta}_r \cdot f_3(\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta},-\boldsymbol{\beta}_r)].$$

Сравнивая последнее выражение с (6), придем к выводу, что для обеспечения независимости закона сложения скоростей от выбора полюса необходимо, чтобы скалярные функции удовлетворяли таким условиям

1) $f_1(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r) \equiv f_2(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)$;

2) все три скалярные функции векторных аргументов являются симметричными относительно скоростей $\boldsymbol{\beta}$ и $\boldsymbol{\beta}_O$ и четными относительно вектора $\boldsymbol{\beta}_r$.

Нетрудно убедиться, что закон сложения скоростей (2) не удовлетворяет этим условиям.

Действительно, допустим, что заданы векторы $\boldsymbol{\beta}_O$ и $\boldsymbol{\beta}$. Тогда вектор $\boldsymbol{\beta}_r$ определится в соответствии с (4). Заменяя полюс на точку M (для этого достаточно в формуле (5) поменять местами $\boldsymbol{\beta}_O$ и $\boldsymbol{\beta}$), получим относительную скорость точки O відносно точки M:

$$\boldsymbol{\beta}'_r = \frac{1}{1-\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}}\left[\gamma \cdot \boldsymbol{\beta}_O - \left(1-\frac{\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}}{1+\gamma}\right)\boldsymbol{\beta}\right].$$

В соотвествии с принципом относительности последняя скорость должна быть равна $\boldsymbol{\beta}_r$ с противоположным знаком, из чего вытекает:

$$(1-\gamma-\frac{\boldsymbol{\beta}_O\cdot\boldsymbol{\beta}}{1+\gamma_O})\boldsymbol{\beta}_O+(1-\gamma_O-\frac{\boldsymbol{\beta}_O\cdot\boldsymbol{\beta}}{1+\gamma})\boldsymbol{\beta}=0.$$

Это соотношение связывает между собой заданные векторы $\boldsymbol{\beta}_O$ и $\boldsymbol{\beta}$, которые на самом деле являются независимыми друг от друга. Поэтому в общем случае оно не выполняется. Итак, преобразования Лоренца не обеспечивают выполнения принципа относительности.

Возвращаясь к общим требованиям, отметим, что закон сложения скоростей для обеспечения условия независимостi от выбора полюса должен иметь вид:

$$(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}_O)\cdot f_1(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)=\boldsymbol{\beta}_r\cdot f_3(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)].$$

Для обеспечения симметричности функции $f_1(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)$ относительно $\boldsymbol{\beta}$ и $\boldsymbol{\beta}_O$, она должна зависеть только от величин $\gamma=\sqrt{1-\beta^2}$, γ_O и скалярного произведения $\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O$, причем зависимость от γ и γ_O должна быть одинаковой. Для обеспечения четности функции по отношению к вектору $\boldsymbol{\beta}_r$, она должна зависить только от $\gamma_r=\sqrt{1-\beta_r^2}$. Аналогичные требования касаются и функции $f_3(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\beta}_O,\boldsymbol{\beta}_r)$. Поэтому закон (8) можно конкретизировать до вида:

$$(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}_O)\cdot\varphi_1(\gamma,\gamma_O,\gamma_r,\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O)=\boldsymbol{\beta}_r\cdot\varphi_3(\gamma,\gamma_O,\gamma_r,\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O)].$$

К требованиям к указанным функциям следует добавить условие ограниченности величин векторов $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\beta}_O$ i $\boldsymbol{\beta}_r$, а именно, чтобы значения модуля каждого из них в результате преобразований не превышал единицы (соответствующая скорость должна быть меньше скорости света).

Очевидно, можно предложить различные законы сложения скоростей, удовлетворяющие указанным условиям.

Вариант закона сложения скоростей

Рассмотрим простейший вариант сложения скоростей, приняв такой закон:

$$\frac{\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}_O}{\gamma\cdot\gamma_O}=\frac{\boldsymbol{\beta}_r}{\gamma_r}. \tag{7}$$

Отсюда следут соотношения, определяющие величину γ_r

$$\gamma_r=\frac{\gamma\cdot\gamma_O}{\sqrt{1+\beta^2\beta_O^2-2\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O}} \tag{8}$$

и вектор $\boldsymbol{\beta}_r$

$$\boldsymbol{\beta}_r=\frac{\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\beta}_O}{\sqrt{1+\beta^2\beta_O^2-2\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O}}. \tag{9}$$

Эти формулы позволяют опеделить вектор относительной скорости точки по заданным векторам ее "абсолютной" и переносной скоростей.

Чтобы получить формулы для определения абсолютной скорости по заданным векторам относительной и переносной скоростей, запишем (7) в форме:

$$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\beta}_O+\frac{\gamma\cdot\gamma_O}{\gamma_r}\boldsymbol{\beta}_r$$

и умножим скалярно на себя:

$$\beta^2=\beta_O^2+2\frac{\gamma\cdot\gamma_O}{\gamma_r}\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O+\left(\frac{\gamma\cdot\gamma_O}{\gamma_r}\right)^2\beta_r^2.$$

Это приводит к квадратному уравнению относительно γ:

$$(\beta_r^2+\frac{\gamma_r^2}{\gamma_O^2})\left(\frac{\gamma\cdot\gamma_O}{\gamma_r}\right)^2+2\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O\frac{\gamma\cdot\gamma_O}{\gamma_r}-\gamma_O^2=0,$$

решая которое, найдем

$$\gamma = \frac{\gamma_r \cdot \gamma_O}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}+\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}. \qquad (10)$$

Здесь опущен отрицательный корень, как не отвечающий физическому смыслу.

Соотношения (8) и (10) связывают между собой одни и те же величины, из чего следует такая взаимозависимость между скоростями:

$$\sqrt{1+\beta^2\beta_O^2-2\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O} = \frac{\gamma_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}+\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}.$$

Теперь можно получить выражение для вычисления вектора абсолютной скорости:

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_O + \frac{\gamma_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}+\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}\boldsymbol{\beta}_r. \qquad (11)$$

Пример. На рис. 1 и в таблице 1 приведены результаты вычислений относительной скорости точки по заданным векторам переносной и абсолютной скоростей в соотвествии с тремя алгоритмами, соответствующих классическому правилу сложения скорстей векторів, расчету в соотвествии с преобразованиями Лоренца-Эйнштейна (А) и предложенному закону сложения скоростей (В). Принято, что вектор переносной скорости $\boldsymbol{\beta}_O$ направлен вдоль оси X, а угол между "абсолютной" и переносной скоростями обозначен α. Задаются величины "абсолютной" и переносной скоростей и угла между их векторами. Рассчитаны проекции относительной скорости точки для двух случаев – когда в качестве полюса выбрана точка O и когда полюсом является точка M. При расчетах принято: $\beta_O = 0.5$, $\beta = 0.99$ (0.857365; 0.495; 0), $\alpha = 30^o$.

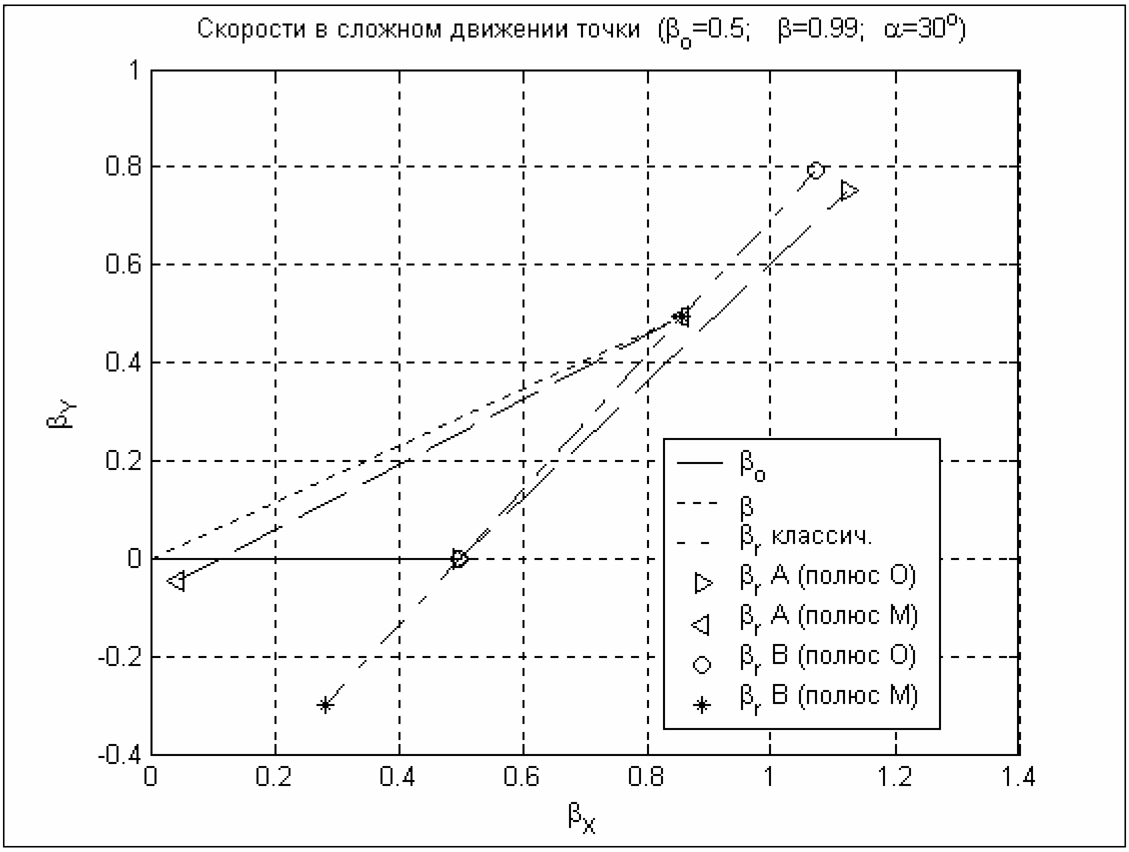

Рис. 1. Скорости по алгоритму Эйнштейна (А) и по предлагаемому алгоритму (В)

Таблиця 1.

Параметр	По Лоренцу - Эйнштейну		По предложенным формулам	
	Полюс О	Полюс М	Полюс О	Полюс М
β_{rX}	0.625511	0.813439	0.573967	0.573967
β_{rY}	0.75034	0.540918	0.795023	0.795023
β_r	0.97687	0.97687	0.980561	0.980561
φ (градусы)	50.1842	33.623	54.1726	54.1726

Как можно убедиться по приведенным результатам расчетов, преобразования Лоренца приводят в случае изменения полюса к совсем иным результатам, и поэтому не могут считаться отображающими реальную действительность.

Определение перемещений

Переход от скоростей к перемещениям тесно связан с виявлением различий в ходе часов, по которым определяется время в той или иной системе отсчета.

"Абсолютная" и переносная скорости определяются по часам, неподвижным в основной ("абсолютной") системе отсчета. Поэтому во всех предыдущих формулах безразмерные скорости имеют следующий смысл

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c} = \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{r}}{dt}; \qquad \boldsymbol{\beta}_O = \frac{\mathbf{v}_O}{c} = \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{r}_O}{dt}, \tag{12}$$

где t - время, отсчитываемое по часам, неподвижным в ОСО, $\mathbf{r}$ - радиус-вектор точки M относительно начала системы координат ОСО, $\mathbf{r}_O$ - радиус-вектор полюса O относительно начала S системы координат ОСО.

Понятие же относительной скорости существенно зависит от того, что понимается под временем переносной системы отсчета. Если обозначить собственное время ПСО (точки O) через t_O, а собственное время точки M через t_M, то будем иметь

$$\boldsymbol{\beta}_r = \frac{\mathbf{v}_r}{c} = \frac{1}{c}\frac{d\boldsymbol{\rho}}{dt_O} = \frac{1}{c}\frac{d\boldsymbol{\rho}^*}{dt_M}. \tag{13}$$

Здесь $\boldsymbol{\rho}$ - радиус-вектор точки M относительно полюса O, определенный в ПСО, а $\boldsymbol{\rho}^*$ - радиус-вектор точки O относительно точки M, определенный в системе отсчета, связанной с точкой M. Отметим, что в отличие от относительных скоростей, относительные перемещения двух точек в разных системах отсчета могут быть разными, так как они отсчитываются в разных системах отсчета.

С учетом этого соотношение (11) для скоростей приводит к следующей связи между дифференциалами перемещений:

$$d\mathbf{r} = d\mathbf{r}_O + \frac{\gamma_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2 + (\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2} + \boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}\cdot\frac{dt}{dt_O}d\boldsymbol{\rho}. \tag{14}$$

Предлагаемый подход, в отличие от преобразований Фойгта-Лоренца, не дает ответа на вопрос, как именно связано время, отсчитываемое по часам, неподвижным в ПСО, со временем по часам ОСО. Поэтому следует рассмотреть некоторые простые движения точки, которые приводили бы к наглядным интуитивно понятным заранее известным результатам, на основе которых можно было бы установить необходимые зависимости. В качестве такого движения обычно рассматривается возвратно-поступательное движение точки M с постоянной скоростью между двумя фиксированными положениями в переносной системе отсчета. Так как относительная скорость точки предполагается неизменной, а точки возврата - неподвижными в ПСО, движение в прямом и обратном направлениях в ПСО осуществляется за одинаковое время (полупериод).

Представляется очевидным удовлетворить условию, что после окончання полного цикла, когда точка M возвращается в начальное положение в ПСО, в основной системе отсчета эта точка M переместится на расстояние $\Delta\mathbf{r} = c\cdot\boldsymbol{\beta}_O\cdot\Delta T$, где ΔT - промежуток времени ОСО, на протяжении которого осуществляется это движение. Из этого условия можно найти формулу взаимосвязи между периодами одного и того же движения в переносной и основной системах отсчета.

Воспользуемся соотношением (11). В течение первого полупериода (в ПСО) движения выполняется такая связь между перемещениями:

$$\left(\boldsymbol{\beta}_{(1)}-\boldsymbol{\beta}_{O}\right)\Delta t_{(1)}=\frac{\gamma_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}+\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}\cdot\boldsymbol{\beta}_r\Delta t_{(1)},$$

где $\Delta t_{(1)}$ - длительность первого полупериода по часам ОСО. Во втором полупериоде изменится только направление относительной скорости $\boldsymbol{\beta}_r$ на противоположное, поэтому соответствующая формула для перемещений приобретет такой вид ($\Delta t_{(2)}$ - длительность в ОСО второго полупериода):

$$\left(\boldsymbol{\beta}_{(2)}-\boldsymbol{\beta}_{O}\right)\Delta t_{(2)}=-\frac{\gamma_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}-\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}\cdot\boldsymbol{\beta}_r\Delta t_{(2)}.$$

Суммируя эти два выражения, получим:

$$\left(\boldsymbol{\beta}_{(1)}\Delta t_{(1)}+\boldsymbol{\beta}_{(2)}\Delta t_{(2)}\right)-\boldsymbol{\beta}_O\left(\Delta t_{(1)}+\Delta t_{(2)}\right)=$$

$$=\left\{\frac{\Delta t_{(1)}}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}+\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}-\frac{\Delta t_{(2)}}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}-\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}\right\}\gamma_O^2\cdot\boldsymbol{\beta}_r$$

Первое слагаемое в левой части этого равенства является суммарным перемещением точки в ОСО, второе слагаемое – перемещением полюса O в ОСО. Чтобы эти два перемещения были равны друг другу, необходимо приравнять правую часть равенства нулю. Из этого следует:

$$\frac{\Delta t_{(1)}}{\Delta t_{(2)}}=\frac{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}+\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}-\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}.$$

Выполнение этого соотношения между "полупериодами" можно обеспечить, если допустить, что времени t в ОСО связано со временем t_O в ПСО следующим образом:

$$\frac{dt}{dt_O}=\frac{k}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}-\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O},\qquad(15)$$

где коэффициент k не зависит от направления движения точки. Используя это в (14), придем к выражению между перемещениями

$$d\mathbf{r}=d\mathbf{r}_O+\frac{\gamma_O^2\cdot k}{1-\beta_r^2\beta_O^2}d\boldsymbol{\rho}.\qquad(16)$$

Применяя формулу (15) для прямого и обратного движений точки и учитывая, что длительность каждог из этих движений в ПСО равна $0{,}5T$ (где T - величина периода в ПСО), можно получить

$$\Delta t_{(1)}+\Delta t_{(2)}=\frac{k\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}}{(1-\beta_r^2\beta_O^2)}T.$$

Поставим условие, чтобы период движения точки в ОСО бул таким же, как и в ПСО. Для этого величина k должна быть равна

$$k=\frac{1-\beta_r^2\beta_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}}$$

С учетом этого выражения (15) и (16) прибретут вид

$$\frac{dt}{dt_O}=1+\frac{\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}};\qquad(17)$$

$$d\mathbf{r}=d\mathbf{r}_O+\frac{\gamma_O^2}{\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2}}d\boldsymbol{\rho}.\qquad(18)$$

Таким образом расчитываются параметры "абсолютного" движения по заданным характеристикам переносного и относительного движений.

Обратная операция – определение параметров относительного движения по заданным "абсолютному" и переносному движениям - осуществляется по формулам (7), (8), (9), а также

$$d\boldsymbol{\rho} = \frac{(1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O)}{\gamma_O^2\sqrt{1+\beta^2\beta_O^2-2\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O}}(d\mathbf{r}-d\mathbf{r}_O)\,; \qquad \frac{dt}{dt_O} = \frac{\gamma_O^2}{1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O}\,.$$

При этом скорости "абсолютного", переносного и относительного движений связаны между собой соотношением:

$$\sqrt{1-\beta_r^2\beta_O^2+(\boldsymbol{\beta}_r\cdot\boldsymbol{\beta}_O)^2} = \frac{1-\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O}{\sqrt{1+\beta^2\beta_O^2-2\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{\beta}_O}}\,.$$

В таблице 2 приведены результаты расчетов по полученным формулам параметров "абсолютного" движения по заданным параметрам переносного и относительного движений, а на рис. 2 представлены графики траектории точки в "абсолютной" системе отсчета и зависимости координат точки от времени ОСО. Через φ обозначен угол между векторами относительной и переносной скоростей. Для сравнения приведены графики параметров движения точки по формулам Эйнштейна-Лоренца. Принято $\beta_O = 0.5$, при этом переносная скорость направлена вдоль оси X, $\beta_r = 0.9$, время движения в ПСО точки в каждом из направлений принято равным 1 секунде, угол $\varphi = 70^o$ при движении точки в прямом направлении и $\varphi = -110^o$ при ее движении в обратном напрвлении. При этом значения проекций относительной скорости на оси ПСО равны: $\beta_{rX} = 0.307818$; $\beta_{rY} = 0.845723$; $\beta_{rZ} = 0$ для движения в прямом направлении и $\beta_{rX} = -\,0.307818$; $\beta_{rY} = -\,0.845723$; $\beta_{rZ} = 0$ для движения точки в обратном направлении.

При указанных данных квадрат пространственно-временного интервала точки ΔS^2 в ПСО в обоих случаях равен 0.19 световые секунды в квадрате. Расчитаны приращения абсолютного перемещения точки (в световых секундах), время (по часам ОСО, в секундах), на протяжении которого совершается относительное перемещение, угол α между векторами "абсолютной" и переносной скоростей и квадрат интервала точки в ОСО.

Таблица 2.

Параметр	Движение вперед			Движение назад		
	По Лоренцу	По предлагаемым формулам	По Лоренцу (модификация)	По Лоренцу	По предлагаемым формулам	По Лоренцу (модификация)
β_X	0.700071	0. 717775	0.700071	0.227141	0.193117	0.227141
β_Y	0.634728	0.598331	0.634728	-0.865649	-0.843154	-0.865649
β	0.944975	0.934452	0.944975	0.894953	0.864986	0.894953
Δt (с)	1.33242	1.16984	1.15391	0.976982	0.830159	0.846091
Δr_X (св. с)	0.932788	0.839682	0.807818	0.221913	0.160318	0.192182
Δr_Y (св. с)	0.845723	0.699952	0.732418	-0.845723	-0.699952	-0.732418
Δr (св. с)	1.2591	1.09316	1.09042	0.874353	0.718077	0.757212
α (градуси)	42.1974	39.8143	42.1974	-75.2974	-77.0994	-75.2974
ΔS^2 (св. с)^2	0.19	0.173529	0.1425	0.19	0.173529	0.1425

Как можно убедиться, интервал точки сохраняется одним и тем же в ПСО и ОСО только в случае преобразований Эйнштейна-Лоренца. В случае предложенных преобразований интервал точки различен в этих двух отсчета.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что в соответствии с предлагаемым подходом связь между временем t основной системы отсчета і "временем" t_O определяется в общем случае с точностью до некоторого множителя, величина которого не изменяется при изменении направления относительного движения. Ранее этот множитель был выбран из условия, чтобы период движения точки был одинаковым в ОСО и ПСО.

При этом, если считать это периодическое движение основой работы часов, можно утверждать, что *время в ОСО і ПСО является одинаковым*.

Кстати, аналогичного результата можна добиться и в теории Эйнштейна, если допустить такую зависимость между указанными "временами":

$$\frac{dt}{dt_O} = 1 + \boldsymbol{\beta}_r \cdot \boldsymbol{\beta}_O .$$

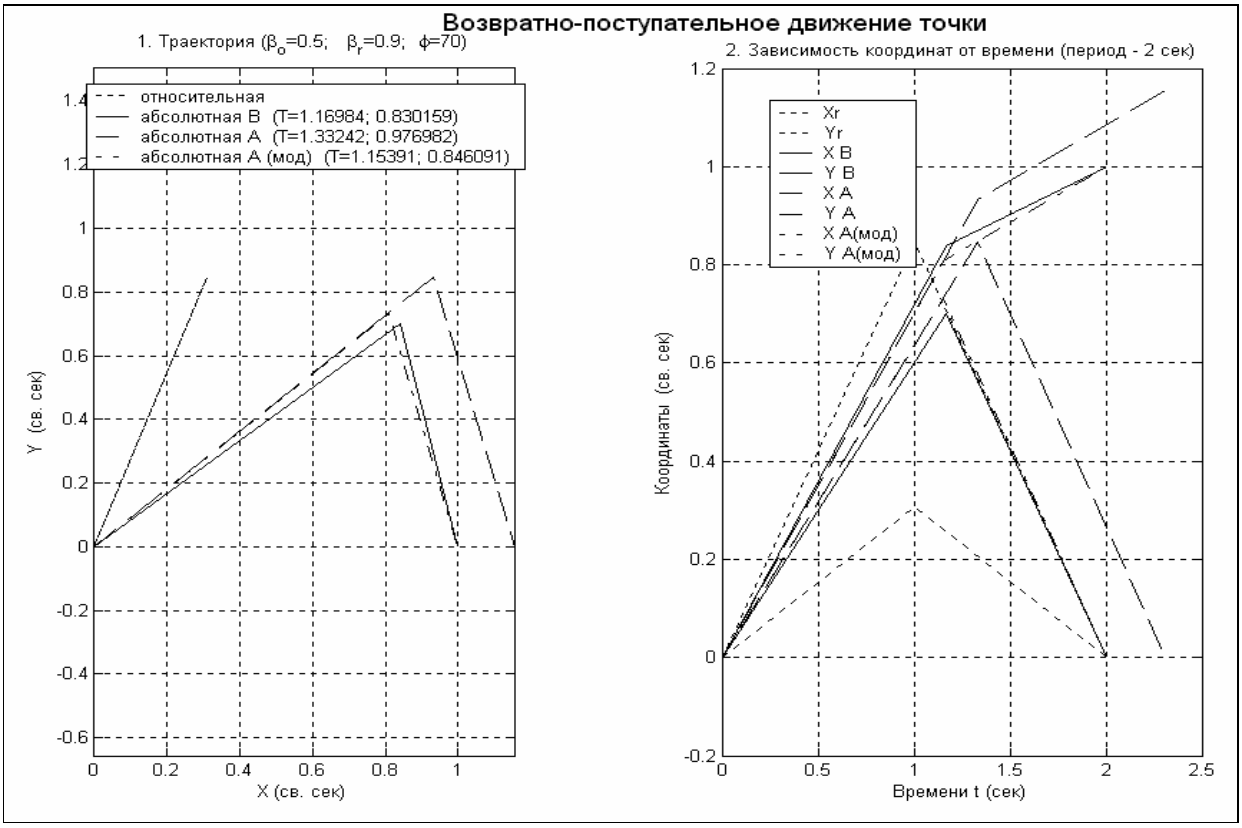

Рис. 2. Движение точки по теории Эйнштейна (А) и по предлагаемым формулам (В)

При этом связь между перемущениями определится вместо (5) выражением

$$d\mathbf{r} = \frac{1}{1 + \boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}_r}\left(1 + \frac{\boldsymbol{\beta}_O \cdot \boldsymbol{\beta}_r}{1 + \gamma_O}\right) d\mathbf{r}_O + \gamma_O d\boldsymbol{\rho} .$$

Результаты расчетов по этим модифицированным формулам Эйнштейна-Лоренца тоже приведены на рис. 2. Бросающееся в глаза отличие – теперь интервал точки не остается неизменным при изменении системы отсчета.

Собственно, одно из основных утверждений теории Эйнштейна – замедление хода часов в подвижной системе отсчета – является следствием использованого допущения об инвариантности интервала точки во всех системах отсчета. Если же откинуть это допущение, то обеспечить выполнениие основных постулатов СТО можно, как показано, и при условии, когда все периодические процессы во всех инерциальных системах отсчета текут в одинаковом темпе, т. е. время является единым для всех систем отсчета. Это обстоятельство было отмечено еще в [3].

Вообще в формулах преобразования координат, времен и скоростей, величины dt и dt_O следует рассматривать не как времена ОСО и ПСО, а, скорее, как *кажущиеся длительности процесса движения* точки в соответствующих системах отсчета с точки зрения наблюдателя в ОСО. При этом, как это следует из полученных выражений для времен, относительное движение точки в направлении переносной скорости представляется наблюдателю в ОСО более длительным, чем такое же движение в обратном направлении.

Выводы

1. Преобразования Лоренца-Эйнштейна-Минковского не являются единственной основой, удовлетворяющей постулаты специальной теории относительности. Возможны и другие виды преобразований. Выбор из них того или иного определяется качественным и количественным соответствием получаемых с их помощью следствий с результатами опытных данных. Общим для всех возможных вариантов преобразований можно считать то, что с точки зрения наблюдателя в основной системе отсчета длительность процесса движения в направлении переносной скорости является большей длительности такого же движения в обратном направлении.
2. Задача о собственном времени переносной системы отсчета (и связанная с нею задача о преобразовании пространственных координат) является неопределенной и может быть решена только экспериментальным путем. Одним из возможных вариантов может быть тот, в котором ход часов во всех инерциальных системах отсчета является одинаковым. В этом случае исключается парадокс "близнецов".
3. Преобразования Эйнштейна-Лоренца не удовлетворяют принципу относительности. Предложенный вариант преобразований удовлетворяет принципу относительности.

Перспективы дальнейших исследований

Полученные результаты могут стать основанием для разработки основ динамики систем материальных точеки и твердых тел с учетом релятивистских эффектов.

Література

1. Угаров В. А. Специальная теория относительности. – М.: Наука,1969. – 304 с.
2. Павловський М. А. Теоретична механіка. – К.: "Техніка", 2002. – 510 с.
3. Лазарєв Ю. Ф. Застосування кватерніонів у механіці матеріальної точки. Наукові вісті НТУУ "КПІ", № 4, 2004 р. – с. 79-86