

П.М.БОНДАР, Ю.В.СТЕПАНКОВСЬКИЙ

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ОРІЄНТАЦІЇ І НАВІГАЦІЇ

***ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ
для студентів спеціальності
"Прилади і системи орієнтації та
навігації"***

**Київ
2011**

УДК 531.383
ББК 39.471.1
Б81

*Гриф надано Методичною радою НТУУ «КПІ»
(протокол №8 від 21 квітня 2011 р.)*

РЕЦЕНЗЕНТ:

Антонюк В.С., професор кафедри виробництва приладів, доктор техн. наук, професор.

Відповідальний редактор к.т.н., доцент Лазарев Ю.Ф.

Бондар П.М., Степанковський Ю.В.

Б81

Фізичні основи орієнтації і навігації.

Лабораторний практикум для студентів спеціальності "Прилади і системи орієнтації та навігації" . – електронне видання, 2011, 68 с.

ISBN

Лабораторний практикум складається з описів 9 лабораторних робіт, що рекомендовані програмою за курсом "Додаткові розділи фізики". В описах робіт зазначені мета і задачі досліджень, дані теоретичні обґрунтування робіт, характеристики обладнання і апаратури для дослідів, методики їхнього проведення, опису необхідного інвентарю і вимоги до оформлення протоколів лабораторних робіт.

Призначено для студентів приладобудівних спеціальностей вищих технічних учбових закладів.

УДК 531.383
ББК 39.471.1

ISBN

© Бондар П.М., Степанковський Ю.В.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
Порядок виконання лабораторних робіт.....	5
Техніка безпеки при виконанні робіт.....	6
1. ДОСЛІДЖЕННЯ МОМЕНТІВ СИЛ ІНЕРЦІЇ ПРИ ОБЕРТОВОМУ РУСІ ТВЕРДОГО ТІЛА.....	7
1.1. Мета роботи.....	7
1.2. Загальні відомості.....	7
1.2.1. Основні теоретичні відомості.....	7
1.2.2. Опис лабораторної установки.....	10
1.3. Порядок виконання роботи.....	11
1.4. Зміст звіту.....	12
1.5. Контрольні питання.....	12
1.6. Література.....	12
2. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕЦЕСІЙНОГО РУХУ ТРИСТУПЕНЕВОГО ГІРОСКОПА.....	13
2.1. Мета роботи.....	13
2.2. Загальні відомості.....	13
2.2.1. Основні теоретичні відомості.....	13
2.2.2. Опис лабораторної установки.....	17
2.3. Порядок виконання роботи.....	18
2.4. Зміст звіту.....	19
2.5. Контрольні питання.....	19
2.6. Література.....	19
3. ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ТРИСТУПЕНЕВОГО ГІРОСКОПА.....	20
3.1. Мета роботи.....	20
3.2. Загальні відомості.....	20
3.2.1. Основні теоретичні відомості.....	20
3.2.2. Опис лабораторної установки.....	24
3.3. Порядок виконання роботи.....	25
3.4. Зміст звіту.....	26
3.5. Контрольні питання.....	26
3.6. Література.....	26
4. ДОСЛІДЖЕННЯ КАРДАНОВИХ ПОХИБОК ГІРОСКОПІВ.....	27
4.1. Мета роботи.....	27
4.2. Загальні відомості.....	27
4.2.1. Основні теоретичні відомості.....	27
4.2.2. Опис лабораторної установки.....	29
4.3. Порядок виконання роботи.....	31
4.4. Зміст звіту.....	32
4.5. Контрольні питання.....	32
4.6. Література.....	32
5. ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ГІРОМАЯТНИКА.....	33
5.1. Мета роботи.....	33
5.2. Загальні відомості.....	33

5.2.1. Основні теоретичні відомості	33
5.2.2. Опис лабораторної установки.....	38
5.3. Порядок виконання роботи	39
5.4. Зміст звіту	40
5.5. Контрольні питання	40
5.6. Література	40
6. ДОСЛІДЖЕННЯ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО ГІРОСКОПІЧНОГО СТАБІЛІЗАТОРА	41
6.1. Мета роботи	41
6.2. Загальні відомості	41
6.2.1. Основні теоретичні відомості	41
6.2.2. Опис лабораторної установки.....	45
6.3. Порядок виконання роботи	45
6.4. Зміст звіту	46
6.5. Контрольні питання	46
6.6. Література	46
7. ДОСЛІДЖЕННЯ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ.....	47
7.1. Мета роботи	47
7.2. Загальні відомості	47
7.2.1. Основні теоретичні відомості	47
7.2.2. Опис лабораторної установки.....	52
7.3. Порядок виконання роботи	53
7.4. Зміст звіту	54
7.5. Контрольні питання	54
7.6. Література	54
8. ЕХОЛОТ.....	55
8.1. Мета роботи	55
8.2. Загальні відомості	55
8.2.1. Основні теоретичні відомості	55
8.2.2. Опис лабораторної установки.....	57
8.3. Порядок виконання роботи	60
8.4. Зміст звіту	61
8.5. Контрольні питання	61
8.6. Література	61
9. ГІДРОДИНАМІЧНІ ВИМІРНИКИ ШВИДКОСТІ (ЛАГИ).....	62
9.1. Мета роботи	62
9.2. Загальні відомості	62
9.2.1. Основні теоретичні відомості	62
9.2.2. Опис лабораторної установки.....	67
9.3. Порядок виконання роботи	68
9.4. Зміст звіту	68
9.5. Контрольні питання	68
9.6. Література	68

ВСТУП

Учбовою програмою дисципліни "Додаткові розділи фізики" передбачено виконання лабораторних робіт в обсязі 18 годин. Метою лабораторних робіт є поглиблення розуміння природи деяких фізичних законів та явищ, зокрема гіроскопічних, вивчення використання цих законів при побудові приладів орієнтації та навігації, придбання навичок експериментального дослідження приладів та методів обробки результатів експериментальних досліджень. Лабораторні роботи - це форма учбових занять, які передбачують значну самостійність студентів.

Порядок виконання лабораторних робіт

Передбачено наступні три стадії виконання кожної лабораторної роботи:

1. Самостійна підготовка до виконання кожної лабораторної роботи;
2. Виконання роботи в лабораторії під керівництвом викладача;
3. Оформлення звіту з лабораторної роботи.

Самостійна підготовка складається з ознайомлення з досліджуваним фізичним явищем, основами теорії випробуваного приладу, у засвоєнні змісту роботи. Студент зобов'язаний знати всі необхідні по програмі характеристики, продумати і пояснити порядок зняття тої або іншої характеристики, техніку необхідних вимірів.

Кожний студент заздалегідь підготовляє протокол майбутньої роботи (схеми і таблиці вимірюваних величин), у який під час роботи вносяться необхідні результати вимірів і необхідні розрахунки. Для успішного виконання лабораторної роботи корисно заздалегідь ознайомитися також зі схемою лабораторної установки, приладами і устаткуванням, установленим на робочому місці. По остаточно оформленій роботі (з усіма графіками і висновками) студент звітує перед викладачем.

Перед початком лабораторної роботи викладач перевіряє готовність студента до майбутньої роботи. При незадовільній підготовці студент до роботи не допускається.

Перш ніж приступити до виконання роботи, студенти зобов'язані ознайомитися з робочим місцем: щитом живлення, включенням і вимиканням напруг на робочому місці, з'ясувати величину подаваної напруги і його характер. У нашій лабораторії на лицьовій панелі робочого стола виведені клеми 28 В постійного струму, напруга змінного струму 220 В, 50 Гц, а також 36 В, 400 Гц (три фази). Студенти мають право включити напругу тільки з дозволу викладача.

Показання вимірювальних приладів заносяться в заздалегідь підготовлену чернетку після того, як всі необхідні умови проведення досліду будуть виконані. Потім на чернетці у відповідному масштабі будують графіки досліду. У більшості випадків саме розташування точок кривій може вказати на неточність ряду вимірів, помилки у вимірах, недотримання умов проведення досліду і т.п. Точки, що випали, повинні бути перевірені ще раз. У деяких випадках для зме-

ншення погрішності доцільно повністю кілька разів повторити дослід і взяти для кожної точки середнє значення. Результати дослідів показують викладачу, після чого можна переходити до наступного пункту випробувань. Вид обов'язків кожного студента в різних досвідах варто міняти з таким розрахунком, щоб всі студенти бригади набули більш повні навички.

Після закінчення проведення лабораторної роботи результати випробувань із чернетки заносять до підготовленого звіту.

Звіт виконується на окремих аркушах розміром А4 або в зошиті. Він повинен мати титульний аркуш, на якому записуються: назва лабораторної роботи, прізвище і ініціали студента, група, курс і факультет, дата проведення роботи, прізвище і ініціали викладача. Далі слідує: кінематична або електрична схема, дані вимірювальних приладів; приводяться: програма роботи, результати досліджень у формі таблиць і графіків, розрахунки, оцінка погрішності, допущеної при проведенні вимірів, і висновки по роботі. При цьому висновки повинні базуватися на отриманих результатах і бути зіставлені з теоретичними. Звіт по лабораторній роботі складається самостійно кожним студентом і здається викладачу перед початком чергової роботи. Студенти, що не здали звіту по виконаній роботі, до чергової роботи не допускаються.

Робота вважається закінченою після здачі викладачеві звіту по роботі і позитивній співбесіді з ним.

Техніка безпеки при виконанні робіт

Студенти, що вперше проходять курс у лабораторії, зобов'язані прослухати інструкцію з техніки безпеки, дотримання якої потрібно протягом усього циклу лабораторних робіт. Студенти, що не пройшли інструктаж з техніки безпеки в лабораторії, до занять не допускаються.

Забороняється доторкатися до неізольованих частин сполучних провідників і контактів при включеній схемі. Напруга змінного струму 220 В є небезпечною для життя. Забороняється також залишати включену схему й прилади без догляду.

Категорично забороняється робити приєднання і перемикання в схемі, що знаходиться під напругою.

У випадку поразки током, обриву проводів, що перебувають під напругою, і інших екстрених випадках варто негайно відключити напругу.

Невиконання правил техніки безпеки може привести до травми, виходу з ладу досить дорогих приладів.

1. ДОСЛІДЖЕННЯ МОМЕНТІВ СИЛ ІНЕРЦІЇ ПРИ ОБЕРТОВОМУ РУСІ ТВЕРДОГО ТІЛА

1.1. Мета роботи

Вивчення фізичної сутності гіроскопічного і інших моментів сил інерції при обертovому русі твердого тіла.

1.2. Загальні відомості

1.2.1. Основні теоретичні відомості

Як відомо, обертovий рух тіла є більше складним, ніж поступальний. Навіть при обертанні з постійною швидкістю ω тіло зазнає дію доцентрової сили, що заставляє його змінювати напрямок вектора лінійної швидкості. Виникає при цьому прискорення a_y спрямоване до центра обертання і називається доцентровим (радіальним) - $a_y = \omega^2 r$, де r - радіус обертання. Сила інерції, що протидіє доцентровій, називається відцентровою силою. Обидві сили рівні по величині і протилежні по напрямку.

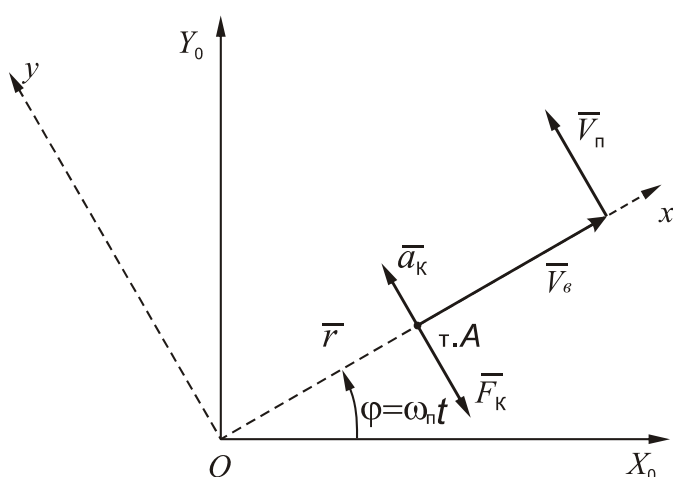


Рис.1. До виводу прискорення Коріоліса

Розглянемо більше складний варіант руху тіла, коли воно робить одночасно обертальний і поступальний рухи.

Припустимо, що матеріальна точка А рухається зі швидкістю \bar{V}_e по прямій Ox , що проходить через початок координат системи Oxy , що, у свою чергу, обертається з постійною кутовою швидкістю $\bar{\omega}_n$ щодо нерухливої системи OX_0Y_0 (рис. 1). Початки координат систем Oxy і OX_0Y_0

збігаються. Абсолютна швидкість т. А (щодо системи OX_0Y_0) \bar{V}_a складається з відносної швидкості \bar{V}_e і переносної швидкості \bar{V}_n :

$$\bar{V}_a = \bar{V}_{e\text{відн}} + \bar{V}_n.$$

Позначимо $O\bar{A} = \bar{r}$, $\varphi = \omega_n t$ (кут повороту системи Oxy відносно OX_0Y_0). З рис. 1 знайдемо проєкції абсолютної швидкості т. А на осі X_0 й Y_0 :

$$V_{aX_0} = V_{e\text{відн}} \cos \varphi - V_n \sin \varphi = \frac{dr}{dt} \cos \omega_n t - \omega_n r \sin \omega_n t;$$

$$V_{aY_0} = V_{e\text{відн}} \sin \varphi + V_n \cos \varphi = \frac{dr}{dt} \sin \omega_n t + \omega_n r \cos \omega_n t.$$

Диференціюючи за часом ці вираження, одержимо після приведення по-

дібних членів, проекції абсолютного прискорення т. А на ті ж осі:

$$a_{ax_0} = \frac{d^2 r}{dt^2} \cos \omega_n t - 2\omega_n \frac{dr}{dt} \sin \omega_n t - \omega_n^2 r \cos \omega_n t;$$

$$a_{ay_0} = \frac{d^2 r}{dt^2} \sin \omega_n t + 2\omega_n \frac{dr}{dt} \cos \omega_n t - \omega_n^2 r \sin \omega_n t$$

або

$$a_{aX_0} = a_{ei\partial n} \cos \omega_n t - 2V_{ei\partial n} \omega_n \sin \omega_n t - a_n \cos \omega_n t;$$

$$a_{aY_0} = a_{ei\partial n} \sin \omega_n t + 2V_{ei\partial n} \omega_n \cos \omega_n t - a_n \sin \omega_n t,$$

де a_e і a_n є прискорення відносного і переносного рухів точки А.

З останнього вираження, після почленного зведення у квадрат і додавання, одержимо

$$a_a = a_{ei\partial n} + a_n + 2V_e \omega_n. \quad (1)$$

Таким чином, при одночасному обертанні (переносний рух) і лінійному переміщенні (відносний рух) тіло зазнає, крім відносного і переносного прискорень, ще і третє прискорення, модуль якого дорівнює $2V_e \omega_n$. Це додаткове прискорення називається поворотним або коріолісовим (по імені французького вченого Гюстава Коріоліса). Воно обумовлено взаємним впливом переносного і відносного рухів і містить дві однакові складові $V_e \omega_n$ - від лінійного руху з одночасним поворотом і обертаним рухом з одночасним лінійним рухом.

Сила інерції, що відповідає поворотному прискоренню, одержала назву коріолісової сили інерції або сили інерції Коріоліса.

У загальному випадку коріолісове прискорення і коріолісова сила інерції визначаються вираженнями:

$$\bar{a}_k = 2(\bar{\omega}_n \times \bar{V}_{ei}); \quad \bar{F}_k = -m\bar{a}_k = 2m(\bar{V}_{ei} \times \bar{\omega}_n), \quad (2)$$

де m – маса точки (тіла) А.

Вектор прискорення Коріоліса спрямований перпендикулярно площини, що містить вектори $\bar{\omega}_n$ і \bar{V}_e , у ту сторону, звідки обертання від $\bar{\omega}_n$ до \bar{V}_e спостерігається по найкоротшому шляху проти годинникової стрілки. Сила інерції Коріоліса спрямована в протилежну сторону.

Модуль прискорення Коріоліса

$$a_k = 2\omega_n V_e \sin(\bar{\omega}, \bar{V}). \quad (3)$$

Розглянемо прояв коріолісових прискорень і сил інерції Коріоліса у випадку, коли і відносний і переносний рухи є обертальними. Дослідимо поведінку диска (ротора), що обертається з кутовою швидкістю Ω і усталеного на підставі, що обертається з кутовою швидкістю $\bar{\omega}_n$, як показано на рис. 2.

При обертанні ротора з кутовою швидкістю $\bar{\Omega}$ відносні лінійні швидкості \bar{V}_{ei} і - х точок (i=1, 2, 3, 4) спрямовані по дотичній так, як показано на рис. 2. При наявності переносної кутової швидкості $\bar{\omega}_n$ обертання ротора щодо осі Oz і лінійної швидкості відносного руху точок \bar{V}_{ei} відповідно до вираження (2) для кожної точки виникають прискорення Коріоліса і відповідні сили інерції Коріоліса, спрямовані так, як показано на рис. 2. З огляду на відомі співвідношення

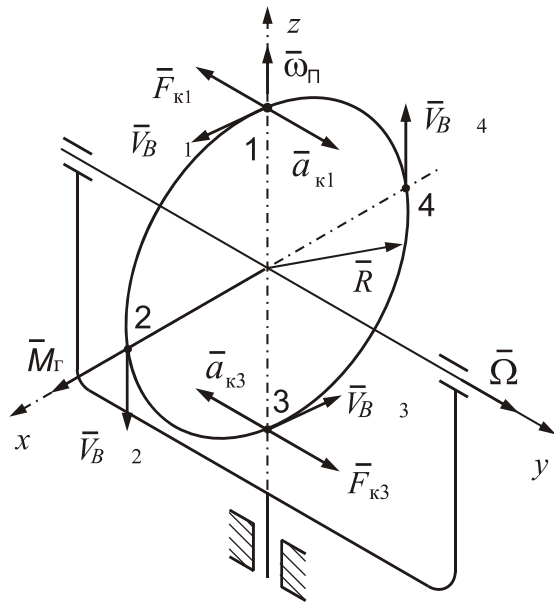


Рис.2. До виводу гіроскопічного моменту

$$M_\Gamma = RF_k = 2Rm\Omega\omega_n R = J\Omega\omega_n = H\omega_n,$$

де J – момент інерції диска щодо осі Oy ; H – кінетичний момент.

У векторній формі

$$\bar{M}_\Gamma = \bar{H} \times \bar{\omega}_n.$$

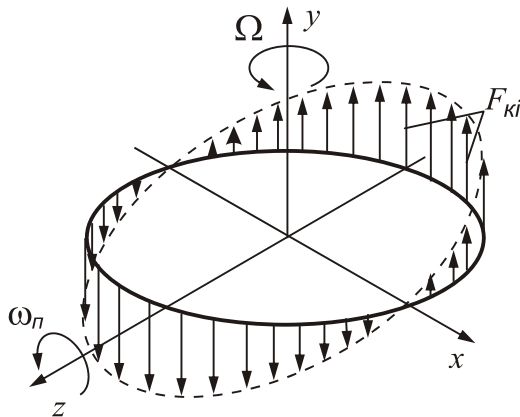


Рис.3. Епюри розподілу сили Коріоліса

для обертального руху, для точок 1 і 3 вираження (3) можна записати у вигляді

$$a_k = 2\omega_n\Omega R,$$

а для точок 2 і 4 коріолісові прискорення і сили дорівнюють нулю, оскільки для них у ці миті $\bar{\omega}_n$ й \bar{V}_{e_i} паралельні. Епюри розподілу сили Коріоліса для розглянутого випадку наведені на рис. 3.

Для точок 1 і 3 сили інерції Коріоліса спрямовані в протилежні сторони і створюють щодо осі Ox момент, називаний моментом гіроскопічної реакції або гіроскопічним моментом. Його значення

Таким чином, якщо тіло одночасно обертається щодо двох незбіжних осей, воно створює момент інерційної природи (гіроскопічний момент). Напрямок цього моменту такий, що він прагне сполучити вектор \bar{H} з вектором $\bar{\omega}_n$ по найкоротшому шляху. При цьому природа виникнення кутової швидкості $\bar{\omega}_n$ не має значення. Очевидно, що якщо кінематика підвісу обертального тіла дозволяє йому повертатися щодо осі Ox (рис. 2), то при відсутності обмежувачих зв'язків зміна напрямку вектора \bar{H} буде відбуватися доти, поки він не сполучиться з вектором $\bar{\omega}_n$.

Відзначимо, що поняття «гіроскопічний момент», як взагалі поняття сил і моментів інерції, є формальним. Сили інерції є фіктивними, уявленими силами, зручними при складанні рівнянь руху механічних систем. Введення поняття гіроскопічного моменту є зручним прийомом обчислення протидіючого моменту, що робить гіроскоп тому тілу або пристрою, за допомогою якого намагаються змінити напрямок головної осі гіроскопа в інерційній системі координат.

1.2.2. Опис лабораторної установки

Для дослідження моментів сил інерції Кориоліса при обертовому русі підстави використовується лабораторний макет, кінематична схема якого показана на рис. 4. Макет розташовується на поворотній установці, що дозволяє плавно змінювати швидкість обертання макета щодо осі Oy у широких межах.

У макеті два однакових гіромотора 1 і 2 жорстко встановлені на коромислі 3, що може обертатися навколо горизонтальної осі Ox . Кут повороту коромисла обмежується пружинами 4 і упорами (на малюнку не показані) і вимірюється за допомогою шкали 5. 6 - стійка, закріплена на підставі макета 7.

Гіромотор 1 може обертатися тільки в одну сторону, а гіромотор 2 реверсивний, тобто може обертатися в обидва боки. Перемикання напрямку обертання здійснюється трипозиційним тумблером.

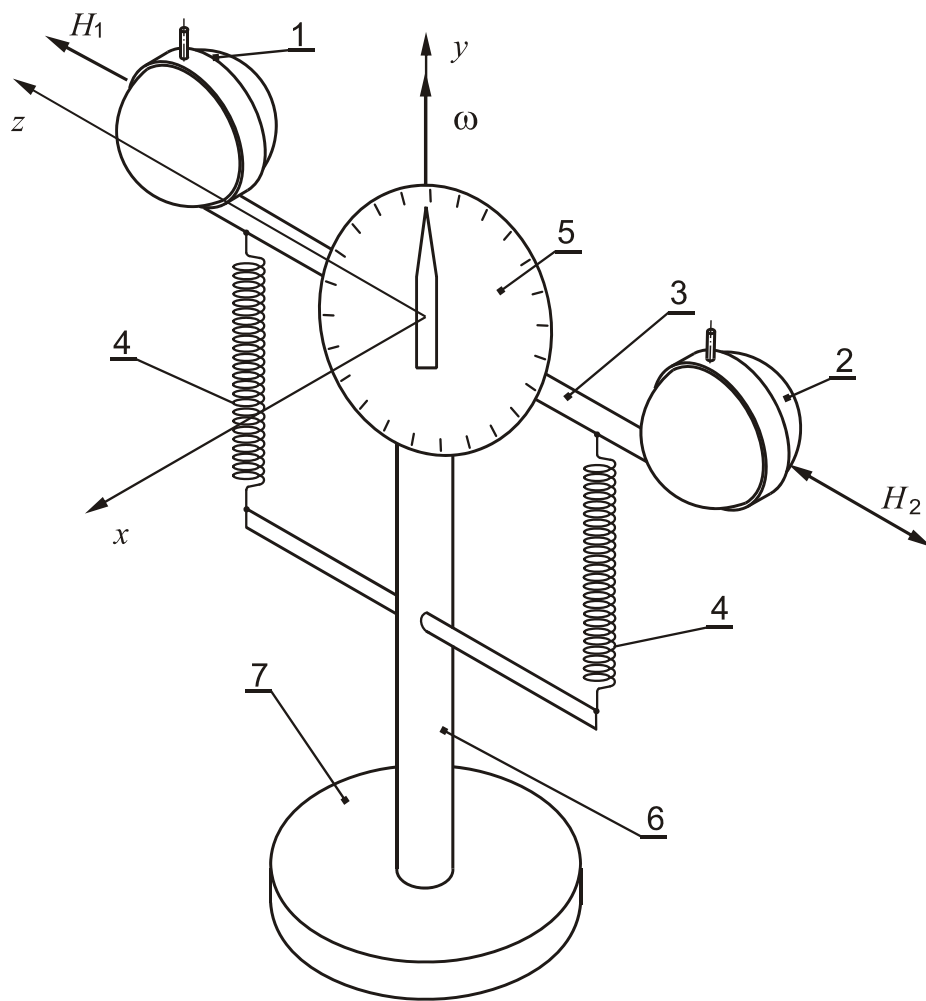


Рис.4. Схема лабораторного макету

Фотографія лабораторної установки показана на рис. 5. Тут позначено: 1 - маховик регулювання швидкості обертання платформи; 2 - трипозиційний тумблер включення обертання платформи; 3 - двопозиційний тумблер включення лівого гіромотора; 4 - трипозиційний тумблер включення правого гіромотора; 5 - лівий гіромотор; 6 - правий гіромотор.

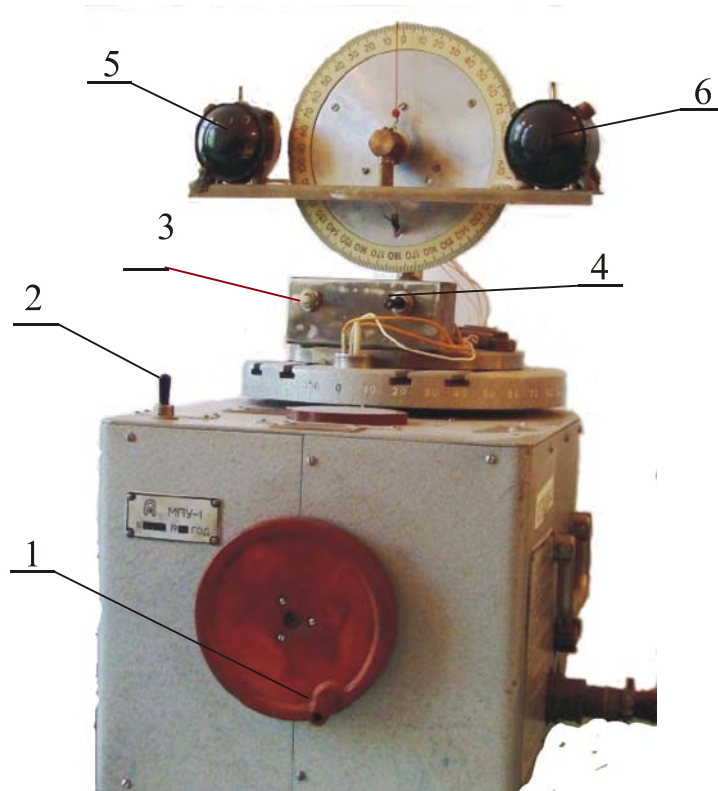


Рис. 5. Лабораторна установка

1.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки.

З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

– який берег і чому крутіше в річок Північної півкулі, що течуть у меридіональному напрямку?

– як рухова установка на кораблі використовується турбіна, вісь обертання якої розташована уздовж поздовжньої осі корабля. Як проявляється її вплив при зміні кораблем курсу? При наявності бортової хитавиці? При наявності кільової хитавиці?

2. Підключити лабораторний макет до джерела живлення 36 В, 400 Гц, а установку МПУ до джерела живлення 220 В 50 Гц.

3. Визначити залежність сталого значення кута β повороту коромисла з гіроскопами від кутової швидкості обертання підстави для різних напрямків обертання підстави при обертанні тільки одного ротора.

4. Визначити залежність сталого значення кута β повороту коромисла з гіроскопами від кутової швидкості обертання підстави для різних напрямків обертання підстави при обертанні роторів обох гіромоторів у ту саму сторону.

5. Побудувати в кожному з досвідів п.п. 2, 3 графіки залежностей $\beta = \beta(+\omega)$, $\beta = \beta(-\omega)$.

6. Задавши початкове відхилення β_0 системи на необертовій підставі, визначити період її власних коливань. Виміряти відстань від центра мас гіромотора до осі хитання коромисла.

7. За результатами експерименту визначити значення кутової жорсткості пружини при заданій масі гіромотора 420 г. Визначити величину кінетичного моменту гіромотора. При цьому врахувати, що вільні коливання коромисла при нерухливій підставі приблизно описуються рівнянням $J_X \ddot{\beta} + c\beta = 0$, де J_X - момент інерції коромисла з гіромоторами щодо осі Ox .

8. Зробити висновки по роботі.

1.4. Зміст звіту

Звіт повинен містити кінематичну схему макета і результати досліджень у вигляді таблиць і графіків $\beta = \beta(+\omega)$ $\beta = \beta(-\omega)$, а також виводи по роботі.

1.5. Контрольні питання

1. Якщо в макеті ротори гіромоторів замінити гнучкими матер'яними, то чи буде в цьому випадку відрізнятися рух у системі щодо осі обертання коромисла?

2. Як урівноважується гіроскопічний момент при вільних коливаннях коромисла макета при обертових роторах? Чи зміниться картина руху коромисла при необерттових роторах гіромоторів?

3. Як позначається на русі системи момент сил сухого тертя по осі Ox ?

1.6. Література

1. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.

2. Блинов И.А., Жернаков А.В. Электронавигационные приборы. М.: Транспорт, 1980.- 446 с.

3. Шестов С.А. Гироскоп на Земле, в небесах и на море. М.: Знание, 1989.- 190 с.

4. Павлов В.А. Гироскопический эффект, его проявление и использование. Л.: Судостроение, 1972.-285 с.

2. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРЕЦЕСІЙНОГО РУХУ ТРИСТУПЕНЕВОГО ГІРОСКОПА

2.1. Мета роботи

Дослідження основних властивостей гіроскопа із трьома ступенями свободи, а також руху гіроскопа під дією зовнішніх моментів.

2.2. Загальні відомості

2.2.1. Основні теоретичні відомості

Відповідно до сучасного стану і перспективами розвитку гіроскопічної техніки гіроскопом у широкому сенсі називається будь-який пристрій, що дозволяє виявити і виміряти в інерційному просторі обертання тієї основи, на якому він установлений.

Такому визначенню добре відповідає і саме значення терміна «гіроскоп», введеного французьким фізиком Л. Фуко в 1852 р. і утвореного із двох грецьких слів: «гірос» - обертання і «скопейн» - спостерігати, тобто у вільному перекладі «гіроскоп» - покажчик обертання.

Як гіроскоп можуть застосовуватися обертові тіла; практично доведене можливість використання гіроскопічних властивостей часток - атомних ядер і електронів, що володіють орбітальними моментами. На базі оптичних квантових генераторів (лазерів) створені лазерні гіроскопи; все більше застосування знаходять твердотільні, волоконне - оптичні і вібраційні гіроскопи.

Гіроскопом у вузькому сенсі (класичним гіроскопом) будемо називати пристрій, принцип дії якого заснований на використанні поворотних (коріолісових) прискорень і призначений для стабілізації деякого напрямку (наприклад, вертикалі або меридіана), для вимірювання кутових швидкостей і прискорень, для стабілізації різного роду об'єктів.

Такі гіроскопи мають динамічно симетричне швидкообертове тіло (ротор), підвішене таким чином, що вісь його власного обертання може змінювати своє положення в просторі.

Вісь власного обертання ротора називається *головною* віссю гіроскопа (віссю фігури). Дві інші осі, що лежать у площині власного обертання ротора і перпендикулярні між собою і до головної осі, називаються *екваторіальними*.

Поняття «швидкообертаний» ротор означає, що кутова швидкість власного обертання ротора на багато порядків більше тих кутових швидкостей, які він може мати щодо екваторіальних осей.

Центром підвісу гіроскопа називається та його точка, що залишається єдиною нерухомою при всіх обертових рухах ротора. Якщо центр мас гіроскопа збігається із центром підвісу, то гіроскоп називається *астатичним* або врівноваженим, якщо не збігається – *важким*.

Вільним називається такий гіроскоп, на який не діють ніякі моменти зовнішніх сил. У техніці часто під вільним гіроскопом розуміють астатичний гіро-

скоп із гранично малими по величині моментами сил тертя в підвісі.

Із принципової точки зору необхідними складовими частинами гіроскопа є ротор і підвіс, що забезпечує першому необхідну кількість ступенів свободи по обертовому русі.

Для підвищування ротора можуть бути використані електромагніти, електричне поле, стиснений газ, кільця (карданів підвіс) і ін. Підвіс гіроскопа вважається тим більш досконалим, чим менше кутові рухи основи через нього передаються ротору, тобто чим менше моменти тертя в підвісі.

Відповідно до теореми про кінетичний момент, досліджуваної в дисципліні «Теоретична механіка», зміна в часі вектора моменту кількості руху (кінетичного моменту) \vec{H} дорівнює головному моменту зовнішніх сил \vec{M} , що діють на тіло:

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{M}. \quad (1)$$

Нагадаємо, що кінетичний момент є добуток моменту інерції тіла щодо осі обертання J на кутову швидкість обертання $\vec{\Omega}$:

$$\vec{H} = J\vec{\Omega}. \quad (2)$$

Напрямок вектора кінетичного моменту \vec{H} збігається з напрямком вектора кутової швидкості $\vec{\Omega}$.

На підставі вираження (1) можна зробити ряд надзвичайно важливих висновків.

1. В окремому випадку, коли на обертове тіло не діє ніякий момент ($\vec{M} = 0$), воно прагне зберегти в інерційному просторі незмінним вектор свого кінетичного моменту (і по модулю і по напрямку).

Ця властивість обертового тіла може бути використане для побудови деяких опорних напрямків в інерційній системі координат.

2. Усяка зміна кінетичного моменту обертового тіла можлива тільки під дією прикладеного до тіла моменту.

Відзначимо, що з погляду практичного використання ця властивість обертового тіла може бути як позитивною (можна цілеспрямовано змінювати його положення бажаним образом, прикладаючи керуючі моменти), так і негативним при дії шкідливих моментів, коли зміна вектора \vec{H} відбувається неконтрольованим образом.

Розглянемо процес зміни напрямку вектора кінетичного моменту обертового тіла більш докладно.

При дії на обертове тіло зовнішніх моментів його кінетичний момент змінює з часом у загальному випадку величину і напрямок.

Кінець вектора \vec{H} , переміщаючись у просторі, описує деяку криву, що називається годографом кінетичного моменту. Тоді похідна $d\vec{H}/dt$ є швидкість \vec{U} точки годографа, тобто швидкість кінця вектора \vec{H} :

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{U}. \quad (3)$$

Зіставляючи вираження (1) і (3), одержимо:

$$\vec{U} = \vec{M}. \quad (4)$$

Звідси теорема про кінетичний момент може бути сформульована в такий спосіб: швидкість кінця вектора кінетичного моменту твердого тіла щодо деякої точки дорівнює вектору головного моменту всіх сил, що діють на тіло щодо тої ж точки.

Це формулювання теореми відоме за назвою теореми Резаля.

Нехай на обертний навколо осі Ox диск діє сила \vec{F} , що створює момент \vec{M} навколо якої-небудь осі, що не збігається з віссю обертання Ox (рис. 1).

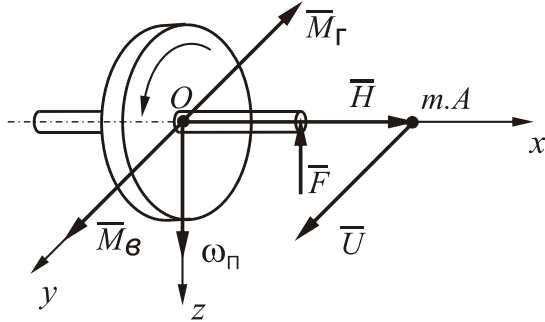


Рис.1. До визначення гіроскопічного моменту

Позначимо кінець вектора \vec{H} через A . Відповідно до теореми Резаля, вираження (4) означає, що кінець вектора \vec{H} , тобто точка A , здобуває лінійну швидкість, рівну і паралельну вектору моменту \vec{M} .

З рис. 1 видно, що рух осі Ox буде відбуватися не в напрямку дії прикладеної сили \vec{F} , але перпендикулярно їй у напрямку моменту цієї сили в площині xOy . Такий рух обертального тіла називається

прецесійним рухом або **прецесією**.

Прецесія виникає завжди, коли зовнішній момент не збігається по напрямку з кінетичним моментом. Якщо момент зовнішніх сил збігається по напрямку з вектором кінетичного моменту, то прецесійний рух не виникає. У цьому випадку швидкість кінця вектора \vec{H} збігається з напрямком \vec{H} і кінетичний момент змінюється тільки по модулю, але не напрямку. Оскільки момент інерції – величина постійна, то змінюється тільки кутова швидкість обертання тіла Ω .

Розглядаючи рис. 1, можна сформулювати правило для визначення напрямку прецесії: прецесійний рух відбувається завжди в такому напрямку, щоб вектор кінетичного моменту \vec{H} збігся найкоротшим шляхом з вектором моменту \vec{M} прикладеної сили.

Для положення тіла, зображеного на рис. 1, кутова швидкість прецесії ω_{II} дорівнює величині лінійної швидкості U , діленої на величину радіуса обертання OA , тобто на H : $\omega_{II} = U/H$. Але по теоремі

Резаля $U = M$, тому

$$\omega_{II} = \frac{M}{H}, \quad (5)$$

тобто кутова швидкість прецесії ω_{II} прямо пропорційна прикладеному моменту зовнішніх сил M і обернено пропорційна кінетичному моменту H .

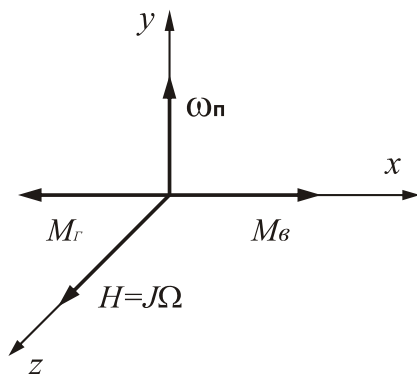


Рис.2. Напрямок гіроскопічного моменту

При прецесійному русі тіла момент зовнішніх сил урівноважується інерційним моментом, що називається моментом гіроскопічної реакції або коротко – *гіроскопіч-*

ним моментом M_G , що є моментом сили інерції Коріоліса ($M_G = M$). Як видно з рис. 2, гіроскопічний момент прагне сполучити вектор кінетичного моменту (вектор відносної швидкості) з вектором кутової швидкості прецесійного руху (переносна швидкість) по найкоротшому шляху. При цьому

$$\begin{aligned}\bar{M}_G &= \bar{\omega}_H \times \bar{H}, \\ M_G &= H \cdot \omega \cdot \sin(\bar{H}; \bar{\omega}_H).\end{aligned}\quad (6)$$

При розгляді схеми триступеневого гіроскопа (рис.3), у якому обертовому масивному тілу (ротору 1) надається додатково дві ступені волі за допомогою двох кілець (внутрішньої 2 і зовнішньої 3 рамок карданового підвісу), можна

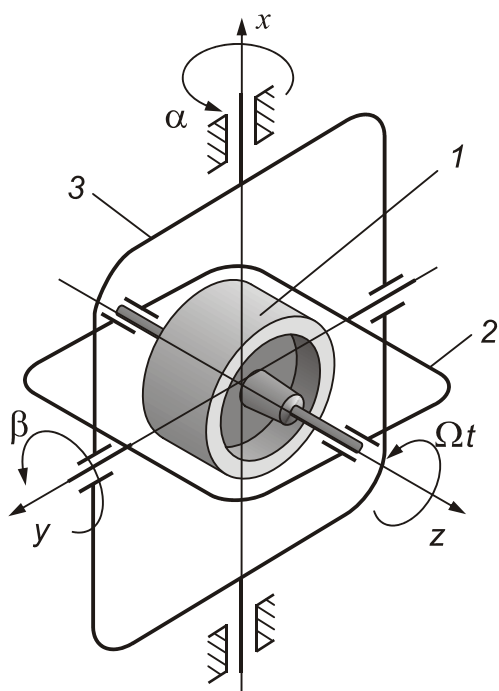


Рис.3. Триступеневий гіроскоп

бачити, що прецесія по осі внутрішньої рамки на кут β викликає порушення перпендикулярності осей, а прецесія по осі зовнішньої рамки на кут α - ні. Це пояснюється кінематикою гіроскопа в кардановому підвісі і повинне враховуватися при дослідженнях.

Більш докладно фізична сутність гіроскопічного моменту викладена в основних відомостях до лабораторної роботи №1 «Дослідження моментів сил інерції при обертовому русі твердого тіла».

Складемо рівняння руху астатичного гіроскопа методом кінетостатики. Для цього спроектуємо основні моменти на відповідні осі гіроскопа, зображеного на рис.3:

$$\begin{aligned}J_H \ddot{\alpha} - H \dot{\beta} \cos \beta &= M_H; \\ J_B \ddot{\alpha} + H \dot{\alpha} \cos \beta &= M_{BH},\end{aligned}\quad (7)$$

де J_H, J_B - моменти інерції системи щодо осей зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно; α, β - кути відхилення по осях зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно; H - кінетичний момент ротора; M_H, M_{BH} - моменти, що діють по осях зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно.

Перші члени в системі рівняння (7) є інерційними моментами, другі – гіроскопічними, причому останні містять нелінійності типу $\cos \beta$.

Зневажаючи інерційними членами, які не роблять особливого впливу на опис поведінки гіроскопа, запишемо так звані вкорочені (прецесійні) рівняння:

$$\begin{aligned}-H \dot{\beta} \cos \beta &= M_H; \\ H \dot{\alpha} \cos \beta &= M_{BH}.\end{aligned}\quad (8)$$

З останньої системи рівнянь слідує, що

$$\dot{\alpha} = M_{BH} / (H \cos \beta); \dot{\beta} = -M_H / (H \cos \beta).$$

Ці вираження є уточненими формулами закону прецесії, що дозволяють визначити кутові швидкості прецесії; з них слідує, що момент, прикладений до внутрішньої рамки, викликає прецесію зовнішньої рамки і, навпаки, момент,

прикладений до зовнішньої рамки, викликає прецесію внутрішньої рамки. У цьому зв'язку важливо вказати на несталість кутових швидкостей прецесії: при малих значеннях кута β вони практично постійні, а при $\beta = \pi/2$ (при складанні рамок) стають рівними нескінченності. У цьому випадку прецесійні рівняння (8) не відображають реальну картину і необхідно користуватися системою рівнянь (7), з яких слідує, що при $\beta = \pi/2$ триступеневій гіроскоп поводить себе як звичайне тверде тіло.

2.2.2. Опис лабораторної установки

Для вивчення прецесії гіроскопа використовується триступеневий гіро-

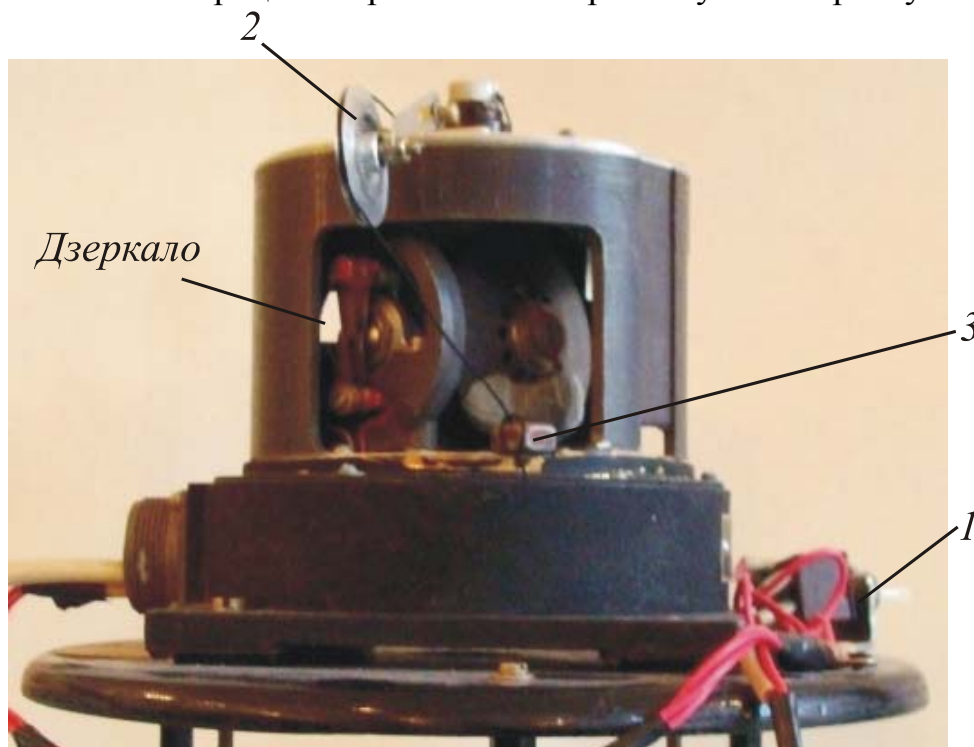


Рис. 4. Фото лабораторної установки

скоп з вертикально розташованою віссю обертання зовнішньої рамки, коліматор, секундомір, набір вантажів, лінійка, екран.

Фотографія лабораторної установки представлена на рис. 4. Тут позначено: 1 - тумблер включення живлення гіромотора; 2 - шків; 3 - нитка з вантажем.

Момент щодо осі зовнішньої рамки карданова підвісу гіроскопа створюється за допомогою набору вантажів, які створюють момент на плечі, рівному радіусу диска.

Для виміру кута повороту головної осі гіроскопа використовується оптичний метод виміру, що полягає в наступному. На рухомій частині гіроскопа закріплене плоске дзеркало AB (рис. 5). На дзеркало направляють промінь світла від коліматора, намагаючись, щоб кут падіння променя γ_0 був малим; відбитий дзеркалом промінь падає на екран у точку a .

Якщо дзеркало разом з рухомою частиною приладу повернеться на кут β , то відбитий промінь повернеться на кут 2β , а зображення світлової точки пе-

реміститься в точку b . При цьому лінійне переміщення променя буде дорівнювати

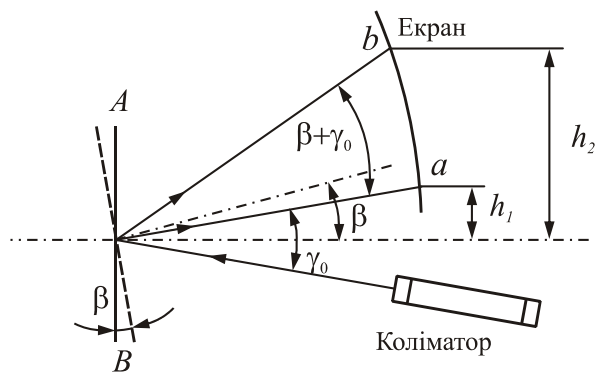


Рис.5. До визначення швидкості прецесії

прецесії гіроскопа.

вати

$$ab = h_1 - h_2 = L[\operatorname{tg}(2\beta + \gamma_0)],$$

де L - відстань від дзеркала до екрана.

Уважаючи кути β і γ_0 малими,

$$\text{одержимо } \beta \approx \frac{(h_2 - h_1)}{2L} = \frac{ab}{2L}.$$

Наприклад, при $L = 300$ мм переміщення світлового зображення по екрані на 1 мм відповідає повороту дзеркала на 5,7 кут. мінут.

Знаючи кут відхилення і час виміру, легко знайти кутову швидкість

2.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки.

З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

– як «поводиться» вектор кінетичного моменту астатичного триступеневого гіроскопа, встановленого в різних точках на поверхні Землі, стосовно осей внутрішньої і зовнішньої рамок і стосовно поверхні Землі?

– які компенсаційні моменти необхідно прикладати по осях внутрішньої і зовнішньої рамок гіроскопа з кінетичним моментом $H = 1$ Нмс для компенсації видимого відходу, викликаного обертанням Землі, на широті м. Києва?

2. Підключити установку до джерел живлення: гіроскоп - 36 В, 400 Гц; коліматор - 27 В. Через 1 мінуту (після розгону гіродвигуна) приступити до виконання дослідів.

3. Визначити кутову швидкість прецесії гіроскопа по осях обох рамок без додаткових вантажів.

4. Визначити кутову швидкість відходу гіроскопа щодо осі внутрішньої рамки при трьох значеннях моменту зовнішніх сил щодо осі зовнішньої рамки.

5. Повторити досвід п. 3 при обертанні ротора в протилежну сторону.

6. Повторити п.п.3,4 при протилежному напрямку зовнішнього моменту.

7. Використовуючи результати експерименту, знайти напрямок кутової швидкості ротора гіроскопа, середні значення величин шкідливих моментів щодо осей рамок карданового підвісу і величину кінетичного моменту гіроскопа.

8. Зробити висновки по роботі.

2.4 Зміст звіту

Звіт повинен містити кінематичну схему гіроскопа, необхідні рівняння руху і наступні параметри гіроскопа та графіки, знайдені дослідним шляхом:

1) графік відходу гіроскопа щодо осей зовнішньої і внутрішньої рамок від часу відповідно п. 2.3.3;

2) залежності кутової швидкості відходу гіроскопа щодо осі внутрішньої рамки від моментів зовнішніх сил відповідно п.п. 2.3.4, 5, 6 ($\beta = \beta(\pm M)$) та висновки по роботі.

2.5. Контрольні питання

1. Як можна використовувати застосовувану в роботі методику визначення відходу гіроскопа для його статичного балансування, наприклад, щодо осі обертання зовнішньої рамки?

2. Яким повинен бути зовнішній момент в осі підвісу внутрішньої рамки, щоб гіроскоп з кінетичним моментом $H=3$ Нмс мав би швидкість відходу по осі зовнішньої рамки, рівний 1 градус/годину?

2.6. Література

1. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.

2. Блинов И.А., Жернаков А.В. Электронавигационные приборы. М.: Транспорт, 1980.- 446 с.

3. Шестов С.А. Гироскоп на Земле, в небесах и на море. М.: Знание, 1989.- 190 с.

4. Павлов В.А. Гироскопический эффект, его проявление и использование. Л.: Судостроение, 1972.-285 с.

3. ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ТРИСТУПЕНЕВОГО ГІРОСКОПА

3.1. Мета роботи

Експериментальне дослідження вільних коливань гіроскопа із трьома ступенями свободи, а також руху гіроскопа під дією зовнішніх ударних навантажень.

3.2. Загальні відомості

3.2.1. Основні теоретичні відомості

Нутаційними коливаннями гіроскопа називають його вільні коливання, що виникають під впливом ударних навантажень.

Для дослідження цих коливань скористаємося системою диференціальних рівнянь, одержаних в лабораторній роботі 2

$$\begin{aligned} J_H \ddot{\alpha} - H \dot{\beta} \cos \beta &= M_H; \\ J_B \ddot{\beta} + H \dot{\alpha} \cos \beta &= M_{BH}, \end{aligned} \quad (1)$$

де J_H, J_B – моменти інерції системи відносно осей зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно; α, β – кути відхилення ротора по осях зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно; H – кінетичний момент ротора; M_H, M_{BH} – моменти, що діють по осях зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно.

Перші члени в системі рівнянь (1) є інерційними моментами, другі – гіроскопічними, причому останні є нелінійними (містять множники типу $\cos \beta$).

Система рівнянь (1) є нелінійною, тому наближений розв'язок можна знайти, якщо припустити, що відхилення рамок гіроскопа від початкового положення є малими, тобто припустити, що $\cos \beta \approx \cos \beta_0$.

В даному випадку лінеаризовані рівняння руху гіроскопа мають вид:

$$\begin{aligned} J_H \ddot{\alpha} - H \dot{\beta} \cos \beta_0 &= 0; \\ J_B \ddot{\beta} + H \dot{\alpha} \cos \beta_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Розглянемо фізичну картину руху головної осі гіроскопу під дією ударного навантаження $F \Delta t$. Згідно з елементарною теорією удару після дії ударного навантаження тіло починає рухатись зі сталою швидкістю в напрямку ударного навантаження. Стосовно гіроскопа це значить, що в момент дії удару (наприклад, по зовнішній рамці підвісу) відповідна рамка разом з ротором починає обертатися навкруг своєї осі з кутовою швидкістю $\dot{\alpha}_0$, а швидкість обертання внутрішньої рамки та ротору навкруг осі внутрішньої рамки залишається нульовою.

Таким чином, рівняння руху повинні задовольняти наступним початковим умовам:

$$\alpha|_{t=0} = 0; \beta|_{t=0} = \beta_0; \dot{\alpha}|_{t=0} = \dot{\alpha}_0; \dot{\beta}|_{t=0} = 0; \quad (3)$$

Знайдемо розв'язок рівнянь (2). Для цього спочатку знайдемо кутову швидкість $\dot{\beta}$ з першого рівняння

$$\dot{\beta} = \frac{J_H}{H \cos \beta_0} \ddot{\alpha} \quad (4)$$

і підставимо її в друге рівняння. В результаті одержимо

$$\frac{J_H J_B}{H \cos \beta_0} \ddot{\alpha} + H \dot{\alpha} \cos \beta_0 = 0.$$

Після деяких перетворень одержимо

$$\ddot{\alpha} + \frac{(H \cos \beta_0)^2}{J_H J_B} \dot{\alpha} = 0,$$

або

$$\ddot{\alpha} + \lambda^2 \dot{\alpha} = 0. \quad (5)$$

Тут $\lambda = \frac{H \cos \beta_0}{\sqrt{J_H J_B}}$ – частота власних незгасаючих коливань гіроскопа, які

одержали назву нутаційних коливань.

Розв'язок рівнянь (4) і (5) відносно швидкостей $\dot{\alpha}$ та $\dot{\beta}$ має вид

$$\dot{\alpha} = C_1 \sin \lambda t + C_2 \cos \lambda t;$$

$$\dot{\beta} = \sqrt{\frac{J_H}{J_B}} (C_1 \cos \lambda t - C_2 \sin \lambda t).$$

Сталі інтегрування C_1 та C_2 визначаються початковими умовами (3).

Кінцевий результат має вид

$$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0 \cos \lambda t;$$

$$\dot{\beta} = -\dot{\alpha}_0 \sqrt{\frac{J_H}{J_B}} \sin \lambda t.$$

Після інтегрування одержаних розв'язків знайдемо закони змінювання кутів повороту рамок гіроскопа

$$\alpha = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} \sin \lambda t + C_3;$$

$$\beta = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} \sqrt{\frac{J_H}{J_B}} \cos \lambda t + C_4,$$

або з урахуванням початкових умов ($\alpha|_{t=0} = 0$; $\beta|_{t=0} = \beta_0$)

$$\alpha = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} \sin \lambda t;$$

$$\beta = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} \sqrt{\frac{J_H}{J_B}} (\cos \lambda t - 1) + \beta_0. \quad (6)$$

Згідно з одержаними розв'язками (6) гіроскоп здійснює незгасаючі вільні (нутаційні) коливання. Амплітуда цих коливань дорівнює

$$\alpha_m = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda}; \quad \beta_m = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} \sqrt{\frac{J_H}{J_B}}. \quad (7)$$

З них впливає також, що при нанесенні удару по зовнішній рамці вісь обертання ротору розвертається разом з внутрішньою рамкою на кут $\beta^* = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} \sqrt{\frac{J_H}{J_B}}$,

який дорівнює амплітуді нутаційних коливань по координаті β .

Характер зміни кутів повороту рамок гіроскопу в функції часу зображений на рис. 1.

Якщо кути α_m та β_m малі, то рух кінця головної осі на поверхні сфери можна замінити рухом на площині (рис. 2), яка має назву картинної або зображуючої. Траєкторія руху являє собою еліпс, центр якого зміщений вздовж осі β на величину β^* .

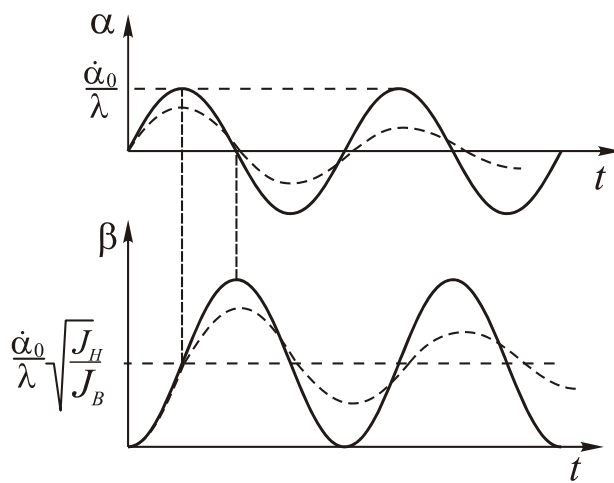


Рис. 1 Рух рамок гіроскопу при дії удару по зовнішній рамці

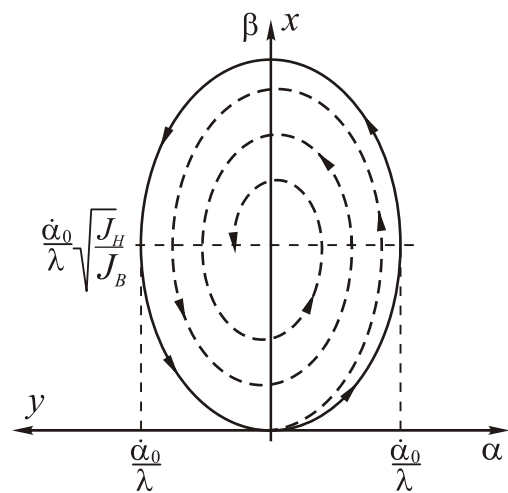


Рис. 2 Рух на картинній площині

Якщо в системі діють дисипативні сили (наприклад, в'язке тертя), то коливання гіроскопу, обумовлені початковим збуренням, будуть згасати (штрихова лінія на рис. 1 та 2).

Якщо не враховувати інерційність рамок карданового підвісу, тобто прийняти $J_H = J_B = J_e$, частота нутації та амплітуди коливань по координатах α, β будуть:

$$\lambda = \frac{H}{J_e}; \quad \alpha_m = \beta_m = \frac{\dot{\alpha}}{\lambda}. \quad (8)$$

Процес встановлення прецесійного руху в загальному випадку супроводжується нутаційними коливаннями. Характер та параметри цих коливань визначаються як параметрами гіроскопу, так і характером зовнішніх збурень (наприклад, величиною прикладеного моменту).

В технічних гіроскопах амплітуда нутаційних коливань є дуже малою (одиниці кутових хвилин чи секунд) навіть при дуже сильних ударах, а частота коливань дуже великою (сотні Гц).

Для підтвердження цього факту розглянемо числовий приклад.

На гіроскоп з кінетичним моментом $H = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$, ротор якого обертається з кутовою швидкістю $\Omega = 2200 \text{ с}^{-1}$, $J_e = 1 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ діє ударне навантаження, яке приводить в рух головну вісь гіроскопу з початковою кутовою швидкістю $\dot{\alpha}_0 = 0,01 \text{ с}^{-1}$ (така швидкість досягається при стрибкоподібному змінненні моменту, що прикладений до зовнішньої рамки, на $0,02 \text{ Н} \cdot \text{м}$). Тоді згідно з формулами (6) та (8) одержимо:

$$\lambda = \frac{1}{1 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ 1/с} \approx 160 \text{ Гц};$$

$$\alpha_m = \beta_m = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda} = \frac{0,01}{1000} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \approx 2'',$$

тобто нутаційні коливання неможливо побачити неозброєним оком.

Такий же результат можна прямо одержати з основного рівняння динаміки, використавши його запис в приростах: $\Delta \bar{K} = \bar{M} \cdot \Delta t$, де Δt - час дії ударного навантаження.

Оскільки величина моменту \bar{M} сили \bar{F} визначається формулою $\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$, то при дії імпульсу удару $\bar{F} \Delta t$ в напрямку осі x імпульс моменту буде спрямований вздовж осі y (рис. 3).

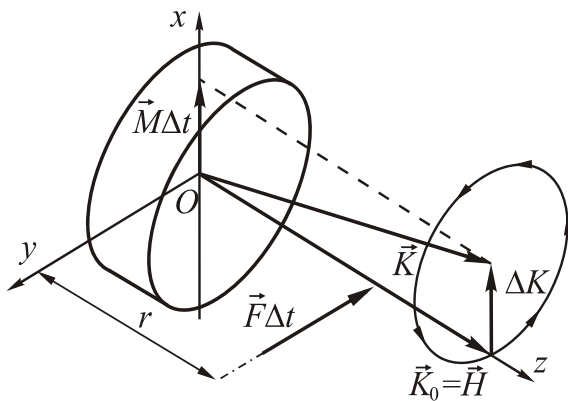


Рис. 3. Дія удару на гіроскоп

Вздовж тієї ж осі в тому ж напрямку буде спрямований приріст $\Delta \bar{K}$ моменту імпульсу \bar{K} (кінетичного моменту гіроскопу \bar{H}).

Таким чином, внаслідок удару напрямком вектору \bar{K} зміниться у просторі, відхилившись в площині, перпендикулярній ударній силі. При цьому внаслідок інерційності маси ротору його геометрична вісь симетрії (вісь фігури) залишиться в попередньому положенні. Після нанесення удару вісь фігури почне здійснювати

конічний рух навкруг нового положення вектора імпульсу з кутом розчину φ , який можна обчислити, аналізуючи рис. 3:

$$\varphi = 2 \frac{|\Delta \bar{K}|}{|\bar{K}|} \approx \frac{|\bar{r} \times \bar{F} \Delta t|}{|\bar{H}|}.$$

В початковий момент часу рух осі фігури проходить в напрямку дії сили, як і звичайного твердого тіла. Потім траєкторія відхиляється від лінії дії сили, описуючи в просторі конус навкруг нового положення вектора \bar{K} , яке зміщене відносно первісного в напрямку, перпендикулярному лінії дії сили.

Знайдемо амплітуду та частоту такого руху. Кутова швидкість руху осі фігури після удару в напрямку дії удару буде:

$$\dot{\alpha}_0 = \frac{|\bar{r} \times \bar{F} \Delta t|}{I_e} = \frac{r |\bar{F} \Delta t|}{I_e}.$$

Модуль лінійної швидкості кінця вектору \bar{H} дорівнює:

$$|\bar{V}_H| = \dot{\alpha}_0 |\bar{H}| = \frac{r |\bar{F} \Delta t|}{I_e} \cdot |\bar{H}|.$$

При кіничному русі кінець вектору \bar{H} рухається по колу з радіусом $|\Delta K|$. Кутова швидкість такого руху буде:

$$\lambda = \frac{|\bar{V}_H|}{|\Delta \bar{K}|} = \frac{r |\bar{F} \Delta t| \cdot |\bar{H}|}{I_e \cdot |\Delta \bar{K}|} = \frac{r |\bar{F} \Delta t| \cdot |\bar{H}|}{I_e \cdot r |\bar{F} \Delta t|} = \frac{H}{I_e},$$

що співпадає з одержаним раніше виразом (8). Амплітуда коливань при цьому буде дорівнювати:

$$\alpha_m = \frac{|\Delta K|}{H} = \frac{M \Delta t}{H} = \frac{M \Delta t}{I_e} \cdot \frac{I_e}{H} = \frac{\dot{\alpha}_0}{\lambda}.$$

3.2.2. Опис лабораторної установки

Для проведення лабораторних досліджень використовують наступні вимірювальні прилади і інструменти: лабораторну установку, осцилограф, звуковий генератор, секундомір.

Конструкція лабораторної установки показана на рис. 4.

Об'єктом досліджень є триступеневий гіроскоп, встановлений на платформі 7. Аретирування гірокамери 1 і зовнішньої рамки 2 проводиться кулачковим аретиром 9 за допомогою електромагніта 8. Початкова швидкість $\dot{\alpha}_0$ повороту зовнішньої рамки створюється за допомогою удару електромагніта 4 по зовнішній рамці. Кут відхилення та характер нутаційного руху вимірюється за

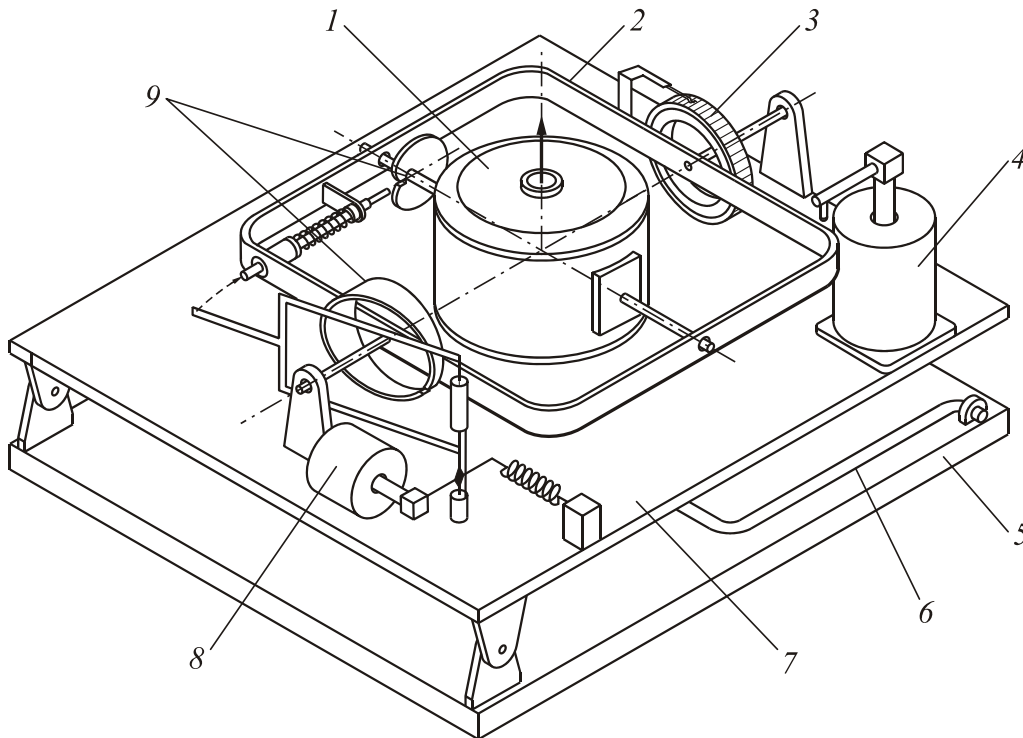


Рис. 4. Лабораторна установка

допомогою потенціометра 3, встановленого на зовнішній осі підвісу гіроскопа.

Платформа 7 може розвертатися відносно основи 5 на визначені кути. Фі-

ксація кутів повороту здійснюється за допомогою кронштейну 6.

Для зменшення частоти нутаційних коливань та збільшення їхньої амплітуди гіромотор живлять напругою 10 В частотою 50 Гц. Для її одержання використовують перетворювач, на вхід якого подається напруга 220 В 50 Гц.

Для визначення частоти нутаційних коливань сигнал з потенціометра подається на один з входів осцилографа. На другий вхід подається напруга від звукового генератора. Частота сигналу звукового генератора змінюється до тих пір, поки на екрані осцилографа фігура Лісажу не прийме форми еліпса.

Аналогічно вимірюється кутова швидкість обертання ротора гіроскопа. При цьому користуються тим, що при відключенні живлення гіромотора він починає працювати в режимі електричного генератора напруги.

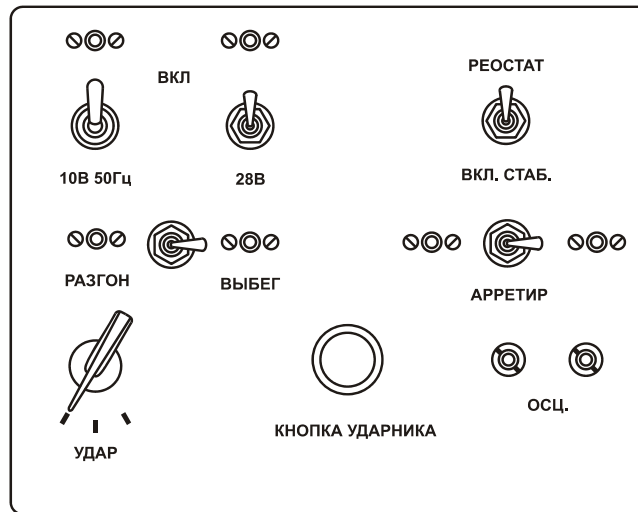


Рис. 5. Пульт керування

Всі операції при проведенні роботи проводяться за допомогою пульта керування (рис. 5).

3.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки. З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

– як залежить частота нутаційних коливань від швидкості обертання ротора?

– в яких випадках виникають нутаційні коливання?

2. Підключити лабораторну установку до джерела живлення 220 В 50 Гц. На один з входів осцилографа подати вихідний сигнал потенціометра, встановленого на осі підвісу зовнішньої рамки гіроскопа, а на другий – від звукового генератора.

3. Визначити частоту нутаційних коливань гіроскопа. Для цього спочатку разаретирувати гіроскоп, а потім за допомогою електромагніта здійснити удар по зовнішній рамці.

4. Визначити кутову швидкість обертання ротора. Для цього переключити

гіромотор у режим вибігу і змінюванням частоти генератора добитися на екрані осцилографа появи першої кривої Лісажу зразу після відключення живлення.

5. Виконати п. 2 для ненульових початкових значень кута β . Для цього спочатку разаретирувати гіроскоп, потім нахилити платформу на кут 15° і після цього нанести удар по зовнішній рамці.

На основі одержаних експериментальних даних розрахувати наступні параметри:

1) частоту нутаційних коливань і кутову швидкість обертання ротора;

2) відношення $\frac{J_O}{\sqrt{J_H J_B}}$;

3) залежність частоти нутаційних коливань від величини кута повороту β_0 внутрішньої рамки.

3.4. Зміст звіту

В звіті повинна бути наведена кінематична схема лабораторної установки, відповідні рівняння руху та результати експериментальних досліджень.

3.5. Контрольні питання

1. Як впливає в'язке тертя по осях підвісу на частоту нутаційних коливань?

2. Чи залежить частота нутаційних коливань від сили удару?

3. Чи можна вважати точним наступне відношення частот нутаційних коливань при однаковому кінетичному моменті для різних кутів β $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2}$?

4. Чому дорівнює зміщення головної осі гіроскопа при ударі, який надає гіроскопу початкові швидкості $\dot{\alpha}_0 = \dot{\beta}_0$? По якій з осей карданового підвісу воно буде більшим.

5. В яких випадках виникають нутаційні коливання?

6. Як в лабораторній установці вдалося значно зменшити частоту та збільшити амплітуду нутаційних коливань порівняно з гіроскопом, що працює в штатному режимі?

3.6. Література

1. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.

2. Павлов В.А. Гироскопический эффект, его проявление и использование. Л.: Судостроение, 1972.-285 с.

діану та горизонту. При відхиленні нормальної осі z_c основи від вертикалі (осі ζ) на кути θ та γ вісь зовнішньої рамки також відхиляється від вертикалі на ті ж самі кути, тобто займає напрямок осі z_c . Завдяки цьому відлік приладних значень курсу основи буде здійснюватися не в площині горизонту $x_o O y_o$, а в нахиленій площині $x_c O y_c$.

Для визначеності припустимо, що на рухомій частині приладу закріплена шкала, площина якої $x_c O y_c$ перпендикулярна до осі підвісу зовнішньої рамки. Відлік здійснюється за допомогою курсової риски, закріпленої на корпусі приладу в поздовжній площині основи $y_c O z_c$. Нульовий відлік на шкалі відповідає напрямку головної осі.

Побудуємо на рис.1б площину $z_c O \eta$. На лінії перетину цієї площини з площиною $x_c O y_c$ (вісь $O u$) знаходиться нуль відліку.

Таким чином, приладне значення курсу буде визначено кутом K_1 між віссю $O u$ та поздовжньою віссю y_c основи. В загальному випадку $K_1 \neq K$. Різниця між приладним K_1 та дійсним K значеннями курсу визначає карданову похибку ΔK , тобто $\Delta K = K_1 - K$.

Для одержання формули ΔK потрібно скласти функціональну залежність $K_1 = f(K, \theta, \gamma)$. Така залежність може бути одержана розв'язком сферичних трикутників, порівнянням матриць спрямовуючих косинусів або використанням проєкцій спеціально обраних векторів.

Використаємо останній метод. В якості вектора, через проєкції якого будемо визначати тригонометричні функції кута K_1 , візьмемо вектор кінетичного моменту \vec{H} , спрямований вздовж осі η .

Побудуємо на рис. 1б в площині $x_c O y_c$ вісь $O v$, перпендикулярну осі $O u$, а значить і осі $O \eta$. Проєкція вектора \vec{H} на цю вісь дорівнює нулю, тобто

$$H_v = 0.$$

Виразимо H_v через H_{xc} та H_{yc} .

$$H_v = H_{xc} \cos K_1 + H_{yc} \sin K_1 = 0,$$

звідки

$$\operatorname{tg} K_1 = -\frac{H_{xc}}{H_{yc}}, \quad (1)$$

З метою одержання залежності $K_1 = f(K, \theta, \gamma)$ за умови, що головна вісь ГН знаходиться в площині горизонту, визначимо проєкції H_{xc} та H_{yc} в функціях вказаних кутів:

$$\begin{aligned} H_{xc} &= H(-\sin K \cos \gamma + \cos K \sin \gamma \sin \theta); \\ H_{yc} &= H \cos K \cos \theta. \end{aligned}$$

Після підставлення цих виразів в рівняння (1) одержимо:

$$K_1 = \operatorname{arctg} \frac{\sin K \cos \gamma - \cos K \sin \gamma \sin \theta}{\cos K \cos \theta}. \quad (2)$$

Відхилення літака від площини горизонту в першу чергу визначається кутом крену γ , особливо при зміні курсу. Тому для обрахування карданової похибки ГН, встановленого на літаку, можна використати спрощену рівність

$$\Delta K = \arctg(\operatorname{tg} K \cos \gamma) - K \quad (3)$$

Величина карданової похибки може бути значною. Так, якщо крен літака дорівнює 45° , максимальне значення карданової похибки досягає 19° .

Для зменшення похибки треба знешкодити причину її появи, тобто домогтися, щоб вісь підвісу зовнішньої рамки завжди була спрямована по вертикалі. Технічно це можна зробити, якщо встановити прилад на допоміжну основу, що зберігає горизонтальність при нахилах літака.

Зауважимо, що завжди можна вибрати таку послідовність поворотів основи на кути θ , γ та K , що за нульових початкових умов карданові похибки будуть відсутні. Така послідовність поворотів визначається так: перший поворот необхідно задавати відносно осі, яка в початковий момент співпадає з головною віссю гіроскопа, другий – з віссю підвісу внутрішньої рамки; третій – з віссю підвісу зовнішньої рамки.

4.2.2. Опис лабораторної установки

Для виконання лабораторної роботи використовується лабораторний макет (рис. 2). Він дозволяє задавати три кута повороту основи і два кута повороту рамок гіроскопа. Опорна система координат жорстко зв'язана з рамкою 7 та бугелем 8. Бугель 8 може розвертатися відносно рамки 7 в цапфах 9. Кут рискування основи ψ задається поворотом рамки 6 відносно рамки 7. Відлік цього кута проводиться за допомогою шкали « ψ », зв'язаній з рамкою 7 та стрілки, за-

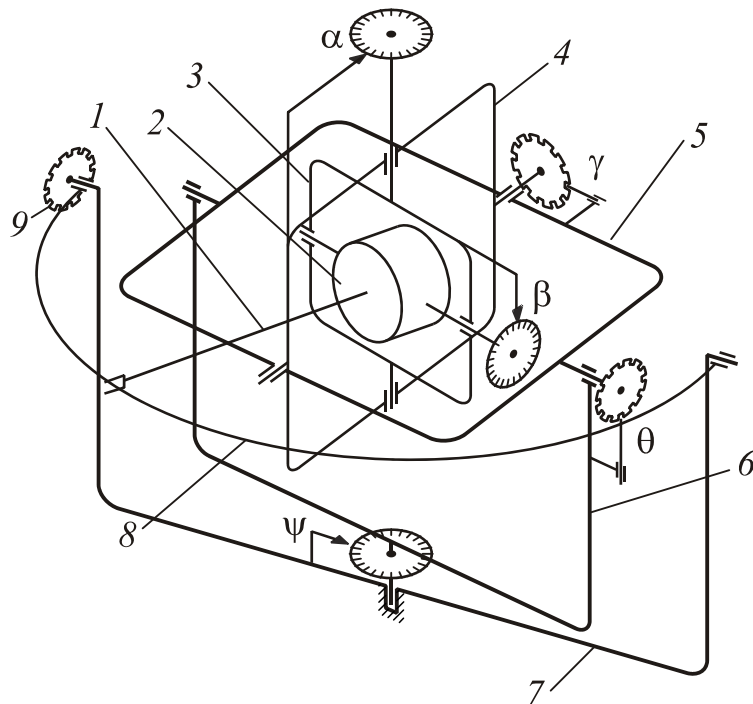


Рис. 2. Лабораторний макет

кріпленої на осі обертання рамки 6. Кути тангажу θ та крену γ основи задаються відповідно поворотами рамок 5, 4 і відраховуються по шкалах « θ » та « γ ». Кут повороту зовнішньої рамки 3 відносно основи відраховують по шкалі « α ». Поворот внутрішньої рамки 2 відносно зовнішньої відраховують по шкалі « β ».

Оскільки головна вісь 1 гіроскопа зберігає свій напрямок в опорній системі координат, то в макеті вона жорстко зв'язана з бугелем 8.

Для зручності проведення досліджень рамки 6, 5, 4, за допомогою яких моделюється поворот основи, фіксуються в заданому положенні відповідними фіксаторами.

Для визначення карданових похибок порівнюються покази на шкалах « α » та « ψ », « β » та « γ ».

Для проведення дослідів можна використовувати також діючий прилад ГПК-48 (рис. 3), встановлений за допомогою кронштейна 3 на поворотному столі 1 МПУ-1.

Поворот приладу на кути θ і γ задається рукоятками 5 та 6 в межах $\pm 60^\circ$.

Для визначення карданових похибок порівнюються покази на шкалах 4 гіроскопу та 7 поворотної установки.

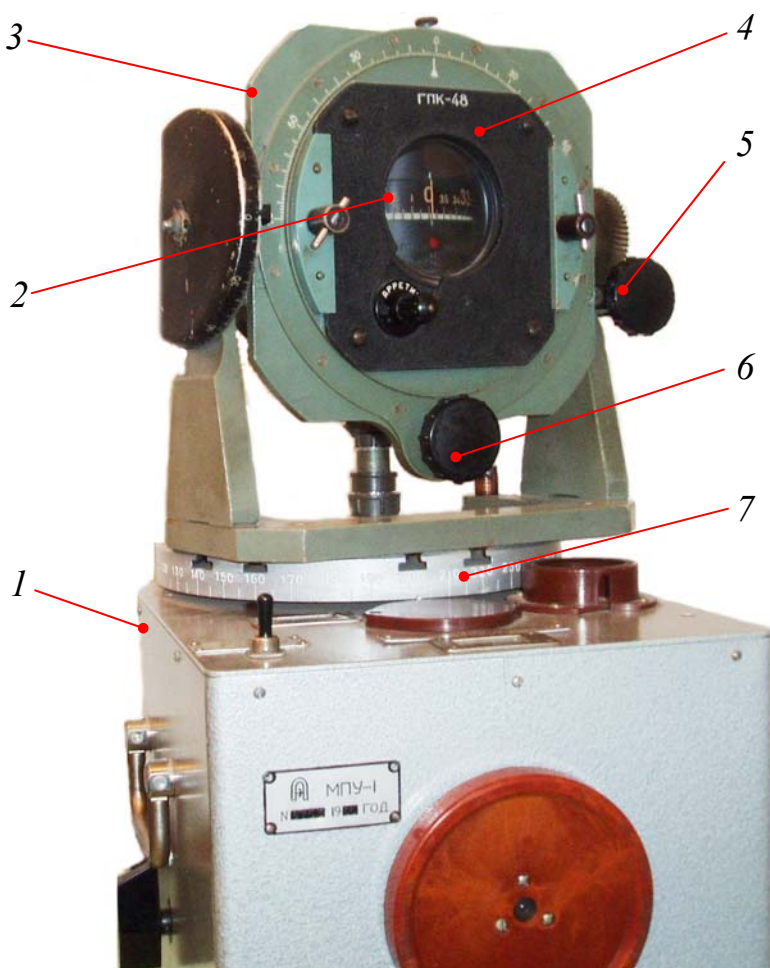


Рис.3. Лабораторна установка на основі ГПК-48

4.3. Порядок виконання роботи

Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки. З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

для яких кутів β_0 можна проводити експериментальні дослідження карданових похибок при використанні гіроскопа ГПК-48?

яка фізична природа карданової похибки?

як задаються початковий кут повороту α_0 ?

В процесі виконання роботи потрібно експериментально визначити залежність карданової похибки $\Delta K = \alpha - \psi$ для наступних значень кутів орієнтації

$$\beta_0 = 0; \quad \theta = 0; \quad \gamma = \pm 15^\circ, \pm 30^\circ;$$

$$\beta_0 = 0; \quad \gamma = 0; \quad \theta = \pm 15^\circ, \pm 30^\circ;$$

$$\beta_0 = 0; \quad \gamma = \pm 15^\circ, \pm 30^\circ;; \quad \theta = \pm 15^\circ, \pm 30^\circ;$$

Порядок виконання експерименту на лабораторному макеті такий:

1. Встановити початкове значення кута α . Для цього встановити рамку 7 на кут $\psi = 0$. Розвернути головну вісь імітатора гіроскопа 1 відносно бугеля 8 так, щоб відлік по шкалі " α " дорівнював нулю. Зафіксувати вісь 1 відносно бугеля.

2. Встановити початкові значення кута β_0 . Для цього розвернути бугель 8 установки і зафіксувати значення кута фіксатором 9.

3. Задати початкові кути орієнтації θ і φ . Для цього спочатку поворотом рамки 5 встановити кут θ і зафіксувати його. Розвернути рамку 4 на заданий кут φ .

4. Розвернути рамку 7 в напрямку збільшення кута ψ на кут 15° і зафіксувати значення кута α .

5. Послідовно збільшуючи кут ψ до значення, обмеженого конструкцією лабораторної установки, зафіксувати відповідні значення кутів α .

6. Виконати пп. 4 і 5, змінюючи кут ψ від нульового значення в бік його зменшення.

Порядок виконання експерименту в разі застосування гіроскопу напрямку такий.

1. Зааретирувати прилад і повертаючи ручку аретира встановити нульове значення кута курсу α по шкалі 2. Зафіксувати кут ψ по лімбу 7 установки. В подальшому вважати це значення умовним нулем шкали.

2. Разаретувати прилад. Після цього за допомогою рукояток 5 і 6 задати кути крену і тангажу приладу (величини вказані вище).

3. Розвертаючи вручну платформу стола МПУ-1 на фіксовані кути в межах одного обороту, зняти залежність показів приладу від кута повороту платформи. Побудувати графік карданової похибки.

4. Обчислити за формулою (3) величину цієї похибки. Порівняти одержані дані з розрахованими по формулі.

4.4. Зміст звіту

В звіті повинні бути таблиці даних та побудовані за ними графіки карданової похибки. Для декількох пунктів (задаються викладачем для кожного студента) побудувати графіки, використавши аналітичні залежності.

4.5. Контрольні питання

1. Яка фізична природа карданових похибок?
2. Чому вісь підвісу зовнішньої рамки гіровертикалі встановлюють по поздовжній осі основи?
3. Назвіть методи зменшення величини карданових похибок.
4. Які особливості карданової похибки на віражу основи?
5. При якому курсі карданова похибка досягає максимальних значень?

4.6. Література

1. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.
2. Теория и расчет гироскопических приборов / Одинцов А.А. - Киев: Вища школа, головное издательство, 1986. - 382 с.

5. ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ГІРОСКОПІЧНОГО МАЯТНИКА

5.1. Мета роботи

Експериментальне дослідження руху гіроскопа зі зміщеним центром мас у поле сили ваги.

5.2. Загальні відомості

5.2.1. Основні теоретичні відомості

При рішенні задач орієнтації і навігації практично завжди необхідно знати напрямок вертикалі місця для визначення положення об'єкта щодо площини горизонту. При рухомої відносно Землі основі для визначення вертикалі звичайно використовують маятникові пристрої - досить прості, дешеві і точні. Однак при використанні їх на рухомих об'єктах за рахунок впливів збурювань, викликуваних прискореннями об'єкта і хитавицею, через малий період власних коливань маятникові пристрої вказують напрямок уявної (динамічної) вертикалі і здійснюють значні коливання щодо її напрямку. Для зменшення впливу хитавиці об'єкта необхідно використовувати маятникові пристрої з періодом власних коливань, значно перевищуючим період хитавиці. Реалізація фізичного маятника з такими властивостями практично неможлива.

Використання триступеневого астатичного гіроскопа з вертикально розташованою головною віссю дає можливість досить точно будувати напрямок істинної вертикалі. Однак наявність неминучих шкідливих моментів в осях підвісу гіроскопа і обертання Землі відносно інерційного простору роблять таку можливість короткочасною. Для побудови реального гіроскопічного приладу, що вказує напрямок вертикалі на рухомому об'єкті з необхідною точністю протягом тривалого часу, необхідно змусити головну вісь гіроскопа прецесувати в інерційному просторі бажаним образом.

Один з методів рішення задачі визначення вертикалі на рухомому об'єкті

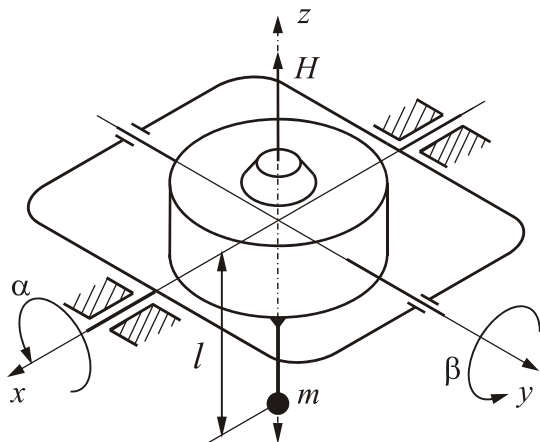


Рис.1. Кінематична схема

гіромаятника необхідно мати рівняння його руху.

- використання гіроскопічного маятника (гіромаятника), що представляє собою триступеневої гіроскоп з вертикально розташованою головною віссю і зміщеним уздовж її униз центром мас (рис. 1). Таким чином, гіромаятник являє собою сукупність механічно зв'язаних один з одним двох вимірників вертикалі - гіроскопа і фізичного маятника. Маятник у цьому випадку одночасно виконує функції і датчика вертикалі і моментного коригувального пристрою.

Для визначення поведінки гіро-

Відомо кілька методів виводу рівнянь руху. Найпоширенішими з них є методи, в основу яких покладені рівняння Ейлера і рівняння Лагранжа другого роду. Це класичні методи. Для першого з них вихідними є кінематичні і динамічні співвідношення Ейлера, для другого - складові кутової швидкості кожного елемента гіроскопа щодо осей інерційної системи координат і кінетична енергія гіроскопа.

Для рішення інженерних задач найбільш раціональний метод кінетостатики, заснований на принципі Даламбера. Він полягає в тому, що для кожного моменту часу рівняння динаміки замінюються рівняннями статички.

Уведемо в розгляд наступні системи координат: $Oxyz$ – інерційна; $Ox_n y_n z_n$ – система координат, жорстко пов'язана із зовнішньою рамкою гіроскопа; $Ox_B y_B z_B$ - система координат, жорстко пов'язана із внутрішньою рамкою гіроскопа.

Відхилення цих систем друг щодо друга дозволяє визначити кути поворотів зовнішньої α і внутрішньої

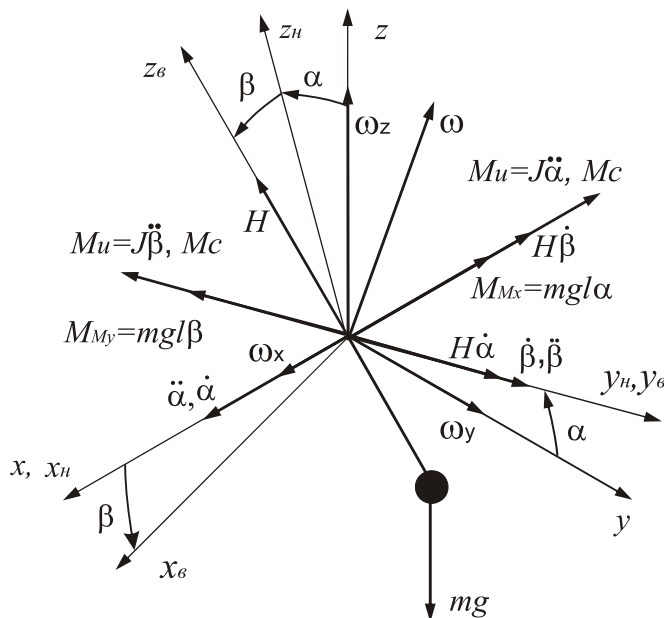


Рис.2. Кінематичне креслення

рамки β відносно інерційної системи координат. Послідовність відповідних поворотів і напрямок виникаючих у системі моментів приведені на рис. 2.

У первинному положенні осі всіх трьох систем координат збігаються. Перший поворот здійснюється щодо осі Ox на кут α . Другий поворот на кут β здійснюється щодо нового положення осі внутрішньої рамки.

Допустимо, що кутові прискорення $\ddot{\alpha}$ і $\ddot{\beta}$, а також кутові швидкості $\dot{\alpha}$ і $\dot{\beta}$ з'явилися в результаті прикладання до ротора через підвіс відповідних

моментів зовнішніх сил - маятникових моментів $M_{M_x} = mgl \sin \alpha$ і $M_{M_y} = mgl \sin \beta$. Тут введені наступні позначення: m - маса маятника, g - прискорення сили ваги, l - довжина маятника. Якщо ротор не обертається ($H=0$), то, відповідно до принципу кінетостатики і рис. 2 у припущенні малості кутів α і β , можна записати рівняння руху ротора щодо головної осі:

$$\begin{aligned} J_x \ddot{\alpha} - mgl \alpha - M_{C_x} &= 0, \\ -J_y \ddot{\beta} - mgl \beta - M_{C_y} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де J_H, J_B - сумарні моменти інерції гіроскопа з маятником щодо осей зовнішньої і внутрішньої рамок відповідно; M_{C_x}, M_{C_y} - моменти сил опору, насамперед моменти сил сухого і в'язкого тертя.

При обертвовому роторі гіроскопа ($H \neq 0$) через наявність двох кутових швидкостей $\dot{\alpha}$ і $\dot{\beta}$ виникає два гіроскопічних моменти. Слід зазначити, що поворот гіроскопа по осі зовнішньої рамки (α) не порушує перпендикулярності його рамок, а поворот на кут β приводить до порушення перпендикулярності головної осі до площини зовнішньої рамки, що завжди необхідно враховувати. Значення гіроскопічних моментів

$$\begin{aligned} \bar{M}_{G_x} &= \bar{H}' \times \bar{\beta}; \bar{M}_{G_y} = \bar{H}' \times \bar{\alpha}, \text{ або} \\ M_{G_x} &= |\bar{H}'| \cdot |\bar{\beta}| \sin(\bar{H}'; \bar{\beta}); M_{G_y} = |\bar{H}'| \cdot |\bar{\alpha}| \sin(\bar{H}'; \bar{\alpha}), \end{aligned}$$

де $H' = H \cos \beta$.

Напрямок векторів гіроскопічних моментів визначається за правилом Н.Е. Жуковського.

У припущенні малості кутів α і β ($\sin(\bar{H}', \bar{\beta}) \approx \sin(\pi/2) = 1, \sin(\bar{H}', \bar{\alpha}) \approx \sin(\pi/2) = 1, H' = H \cos \beta \approx H$) величини гіроскопічних моментів будуть мати вигляд: $M_{G_x} = H\dot{\beta}, M_{G_y} = H\dot{\alpha}$.

Ці моменти прикладені до зовнішньої і внутрішньої осей підвісу, тому, доповнивши рівняння (1) цими членами, одержимо рівняння руху гіромаятника:

$$\begin{aligned} J_x \ddot{\alpha} - H\dot{\beta} - mgl\alpha - M_{Cx} &= 0, \\ -J_y \ddot{\beta} + H\dot{\alpha} - mgl\beta - M_{Cy} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Зневажимо інерційними моментами і моментами сил опору і розглянемо поведження гіромаятника під дією тільки двох моментів - гіроскопічного і маятникового. У цьому випадку система рівнянь (2) описує тільки прецесійний рух гіромаятника і має вигляд

$$\begin{aligned} H\dot{\beta} + mgl\alpha &= 0, \\ H\dot{\alpha} - mgl\beta &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Після нескладних перетворень із системи рівнянь (3) одержимо диференціальні рівняння, що визначають рух системи по кутах α і β при прийнятих допущеннях:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0; \quad (4a)$$

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = 0, \quad (4b)$$

де $\omega_0^2 = m^2 g^2 l^2 / H^2$; $\omega_0 = mgl / H$ - частота власних незатухаючих коливань.

Характеристичне рівняння, що відповідає рівнянням (4), має вигляд $p^2 + \omega_0^2 = 0$ і корні цього рівняння $p_{1,2} = \pm j\omega_0$. Рішення цих рівнянь, як відомо, при початкових умовах $\alpha|_{t=0} = \alpha_0; \beta|_{t=0} = \beta_0, \dot{\alpha}|_{t=0} = \dot{\beta}|_{t=0} = 0$ має вигляд

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos \omega_0 t - \beta_0 \sin \omega_0 t; \quad (5a)$$

$$\beta(t) = \alpha_0 \sin \omega_0 t + \beta_0 \cos \omega_0 t. \quad (5b)$$

Як слід із цього вираження, при прийнятих раніше допущеннях гіромаятник робить при ненульових початкових умовах незатухаючі коливання по обох кутах. З погляду теорії автоматичного керування така система перебуває на границі стійкості.

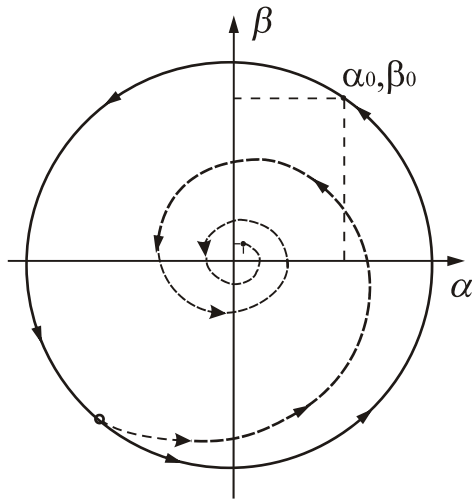


Рис.3. Траєкторія руху

Характер руху по координатах α, β легко одержати, якщо почлено піднести до квадрата рівняння (5) і скласти їх:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha_0^2 + \beta_0^2. \quad (6)$$

Очевидно, що це рівняння окружності із центром, що лежить на вертикальній осі і з радіусом $r = \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}$ (див. рис. 3).

Таким чином, при відхиленні маятника від вертикалі головна вісь гіроскопа описує конічну поверхню щодо вертикалі. Нагадаємо, що рівняння (3) отримані при урахуванні тільки гіроскопічних і маятникових моментів.

Період прецесійного руху гіромаятника $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi H/mgl$ прямо пропорційний величині кінетичного моменту гіроскопа і обернено пропорційний маятниковості. Ця обставина дозволяє порівняно просто забезпечити значення T_0 , що істотно перевищує період зовнішніх збурень з боку об'єкта.

У реальних системах завжди відбувається розсіювання енергії через дію моментів сил опору, насамперед, сухого і в'язкого тертя. Напрямок їх завжди протилежний руху. Момент сил сухого тертя, у першому наближенні, є тільки функцією знака кутової швидкості, а момент сил в'язкого тертя пропорційний кутової швидкості.

Урахуємо в розглянутій системі крім гіроскопічних і маятникових моментів також моменти сил в'язкого тертя. У цьому випадку поведження системи буде описуватися наступними рівняннями:

$$\begin{aligned} n_1 \dot{\alpha} + H\dot{\beta} + mgl\alpha &= 0; \\ n_2 \dot{\beta} - H\dot{\alpha} + mgl\beta &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

де n_1, n_2 – коефіцієнти в'язкого тертя.

Характеристичне рівняння, що відповідає цій системі диференціальних рівнянь, має вигляд

$$(H^2 + n_1 n_2) p^2 + mgl(n_1 + n_2) p + m^2 g^2 l^2 = 0.$$

Після проведення нескладних перетворень можна записати

$$p^2 + 2hp + \omega_0^2 = 0, \quad (8)$$

де уведені позначення: $h = \frac{mgl(n_1 + n_2)}{2(H^2 + n_1 n_2)} \approx \frac{mgl(n_1 + n_2)}{2H^2}$ – коефіцієнт загасання;

$\omega_0^2 = \frac{m^2 g^2 l^2}{H^2 + n_1 n_2} \approx \frac{m^2 g^2 l^2}{H^2}$ - частота власних незгасаючих коливань. Звідси корні характеристичного рівняння (8) мають вигляд

$$p_{1,2} = -h \pm \sqrt{h^2 - \omega_0^2}.$$

Таким чином, залежно від величини h і ω_0 рівняння (8) може мати два від'ємних дійсних корені ($h > \omega_0$), або пару комплексно-сполучених корнів з від'ємною дійсною частиною. У кожному разі рішення системи диференціальних рівнянь (7) буде містити спадаючий експонентний множник, що, з погляду теорії автоматичного регулювання, відповідає стійкій системі. Так, наприклад, при $h < \omega_0$ рішення системи рівнянь (7) має вигляд

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= e^{-ht} (\alpha_0 \cos \omega_0 t - \beta_0 \sin \omega_0 t); \\ \beta(t) &= e^{-ht} (\alpha_0 \sin \omega_0 t + \beta_0 \cos \omega_0 t). \end{aligned}$$

Після нескладних перетворень одержимо

$$\alpha^2 + \beta^2 = e^{-2ht} (\alpha_0^2 + \beta_0^2),$$

тобто рівняння окружності з радіусом $r(t) = e^{-ht} \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}$, що зменшується згодом, і із центром, що лежить на вертикальній осі (див. рис. 3).

Момент сил сухого тертя в осях підвісу M_{TPC} також істотно впливає на поведінку гіромаятника. Зокрема, він приводить до розсіювання енергії і загасанню коливань. Однак через нелінійну залежність цього моменту від швидкості рішення диференціальних рівнянь із його урахуванням викликає певні труднощі. У той же час у сталому режимі, коли $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = 0$, значення кутів відхилення гіромаятника від вертикалі можна знайти із простих виражень

$$\alpha|_{t \rightarrow \infty (p \rightarrow 0)} = \alpha_{уст} = \frac{M_{TPC0X}}{mgl}; \beta|_{t \rightarrow \infty (p \rightarrow 0)} = \beta_{уст} = \frac{M_{TPC0Y}}{mgl},$$

які визначають статичну погрішність гіромаятника.

Отримані вище залежності справедливі в інерційній системі координат і

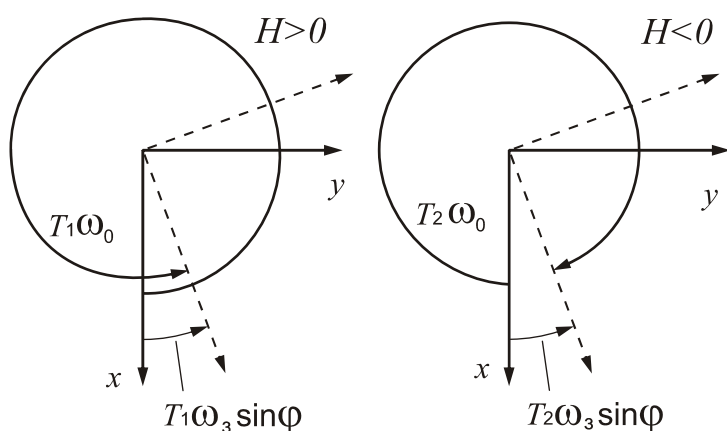


Рис.4. До визначення широти місця

не враховують кутової швидкості обертання Землі ω_3 , вертикальна складова швидкості якої дорівнює $\omega_B = \omega_3 \sin \varphi_G$, де φ_G - широта місця розташування приладу. Ця швидкість характеризує «додаткову» швидкість руху головної осі гіромаятника для спостерігача, що перебуває на Землі і обертається разом з нею в інерційному просторі (рис. 4).

Якщо рух головної осі відбувається проти годинникової стрілки, то швидкості ω_B і ω_0 збігаються по на-

прямку і обмірюваний період прецесійного руху гіромаятника буде визначатися вираженням $T_1 = 2\pi/(\omega_0 + \omega_3 \sin \varphi_r)$. Якщо рух головної осі буде відбуватися за годинниковою стрілкою, то для спостерігача період його прецесійного руху буде визначатися вираженням $T_2 = 2\pi/(\omega_0 - \omega_3 \sin \varphi_r)$.

Таким чином, за допомогою гіромаятника принципово можна визначити географічну широту місця його установки. Дійсно, з огляду на що $\omega_0 \gg \omega_3$,

$$T_1 - T_2 \approx \left(\frac{4\pi}{\omega_0^2} \right) \cdot \omega_3 \sin \varphi_r.$$

5.2.2. Опис лабораторної установки

Для проведення лабораторних досліджень використовують наступні вимірювальні прилади і інструменти: лабораторний макет, коліматор, секундомір, лінійку, прозорий екран.

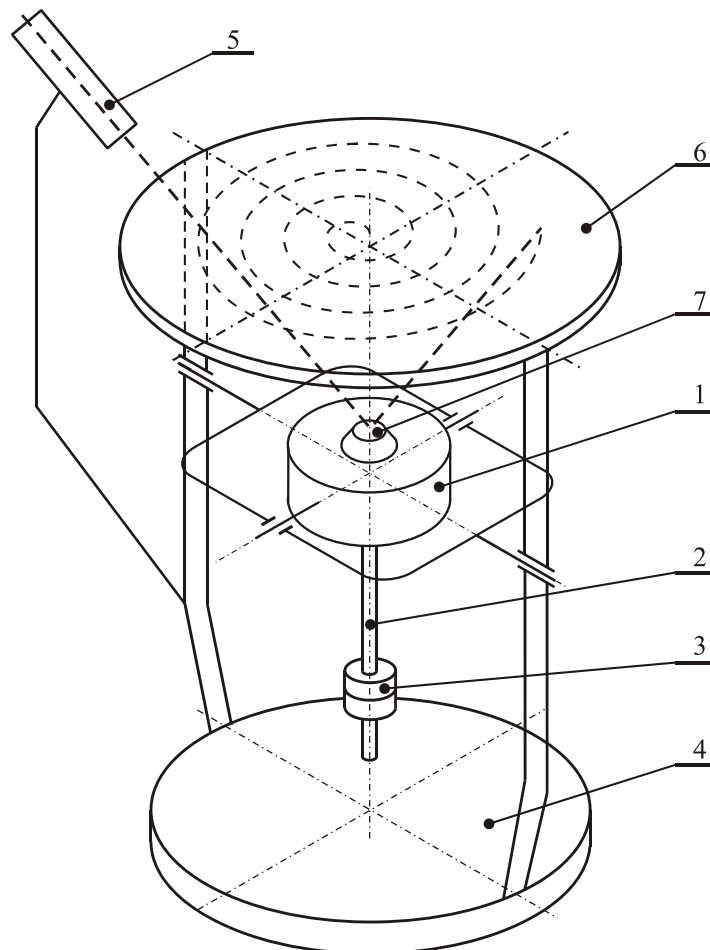


Рис.5. Схема установки

Лабораторний макет (рис. 5) являє собою тріступеневу гіроскопу з вертикально розташованою віссю обертання ротора. На нижній кришці кожуха (внутрішньої рамки) 1 гіромотора закріплений різьбовий стрижень 2 із двома гайками 3, переміщенням і кількістю яких можна змінювати величину нижньої маятниковості. На верхній кришці кожуха встановлене дзеркало 7. Над дзеркалом

нерухомо відносно основи встановлений прозорий екран 6 і коліматор 5, за допомогою яких здійснюється відлік кутів відхилення головної осі гіроскопа від вертикалі. Такий спосіб відліку дає можливість фіксувати на розміщеному на екрані листу паперу положення світлової плями, відбитої від дзеркала, і побудувати траєкторію вершини гіроскопа на картинній площині.

На підставі макета 4 знаходиться трипозиційний тумблер для включення гіромотора і зміни напрямку його обертання (на рисунку не показаний).

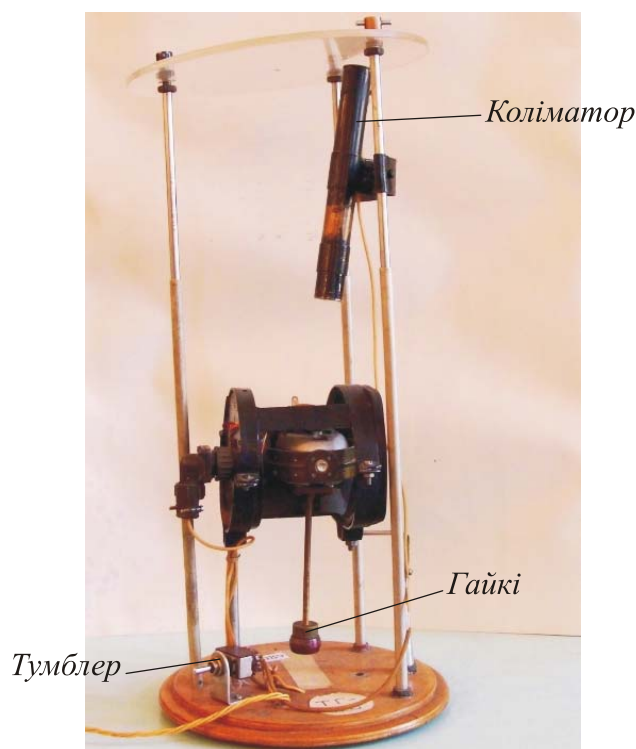


Рис. 6. Фото лабораторної установки

На рис. 6 представлено фото лабораторної установки.

5.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки. З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

- чому при реальних розмірах фізичного маятника утруднене його використання на рухомих об'єктах для виміру напрямку вертикалі?
- які вимоги до амплітудно-частотної характеристики вимірників вертикалі?

2. Визначити період коливань маятника при необертвовому роторі при 2-х - 3-х значеннях маятниковості. Обчислити відповідні частоти власних коливань маятника. При цьому плече маятника необхідно виміряти лінійкою, а маса вантажів зазначена на їхній бічній стороні.

3. Підключити лабораторну установку до джерел живлення 36 В, 400 Гц (живлення гіромотора і живлення лампочки коліматора) і розігнати гіромотор

протягом 2 минут.

4. Визначити положення рівноваги, характер руху і період коливань гіромаятника при трьох значеннях маятниковості (бажано що значно відрізняються друг від друга), фіксуючи олівцем рух світлової плями на листі паперу, розташованому на прозорому екрані. Положення світлової плями, що відповідає істинній вертикалі, можна визначити при необерттовому роторі.

5. При найменшому значенні маятниковості, що дозволяє створити пристрій макета, визначити різницю періодів коливань гіромаятника при обертанні ротора в різні сторони (зміна напрямку обертання гіромотора здійснюється трипозиційним тумблером).

6. Відключити живлення гіромотора і у режимі його вибігу зробити виміри періоду коливань гіромаятника через кожні 2 minuti протягом 10 минут.

7. За результатами проведених в п. 6 дослідів необхідно знайти величину кінетичного моменту гіроскопа при обертанні його з максимальною швидкістю, побудувати криву вибігу гіромотора.

8. Зробити висновки по роботі.

5.4. Зміст звіту

Звіт повинен містити кінематичну схему гіромаятника, результати експериментальних досліджень, виводи по роботі.

5.5. Контрольні питання

1. Які зміни відбудуться в русі гіромаятника при зміні напрямку обертання ротора?

2. Як впливають моменти тертя в опорах підвісу на поведінку гіромаятника?

3. Якою маятниковістю повинен володіти гіромаятник, щоб при кінетичному моменті $H=0,4$ Нмс період його власних коливань рівнявся 20 с?

4. Який маятник, фізичний або гіроскопічний, при однакових габаритах точніше показує напрямок вертикалі на нерухомій основі?

5. Як буде поводитися гіромаятник, якщо позбавити його свободи обертання щодо осі зовнішньої рамки? осі внутрішньої рамки?

6. Зіставте по габаритах гіромаятник і фізичний маятник, що мають період власних коливань 5 минут.

5.6. Література

1. Одинцов А.А. Теория и расчет гироскопических приборов. Киев: Вища школа, 1985. 392 с.

2. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.

6. ДОСЛІДЖЕННЯ БЕЗПОСЕРЕДНЬОГО ГІРОСКОПІЧНОГО СТАБІЛІЗАТОРА

6.1. Мета роботи

Вивчення принципів побудови і особливостей руху гіроскопічних стабілізаторів прямої дії.

6.2. Загальні відомості

6.2.1. Основні теоретичні відомості

Безпосередні гіроскопічні стабілізатори прямої дії звичайно являють собою досить потужні пристрої. У таких системах гіроскоп може складати значну частину маси системи і може впливати, за рахунок виникнення гіроскопічних моментів, на положення і рух системи безпосередньо, без яких-небудь додаткових пристроїв.

Насамперед, безпосередня стабілізація положення або руху тіла має місце в тих випадках, коли саме тіло являє собою гіроскоп, що має (за рахунок великого моменту інерції, або великої швидкості обертання, або того і іншого) досить великий кінетичний момент. Такими гіроскопами є небесні тіла, що швидко обертаються, снаряди і т.д.

В техніці найбільш відомі наступні використання безпосередніх гіроскопічних стабілізаторів - гіроскопічні заспокоювачі хитавиці корабля, двоколісні

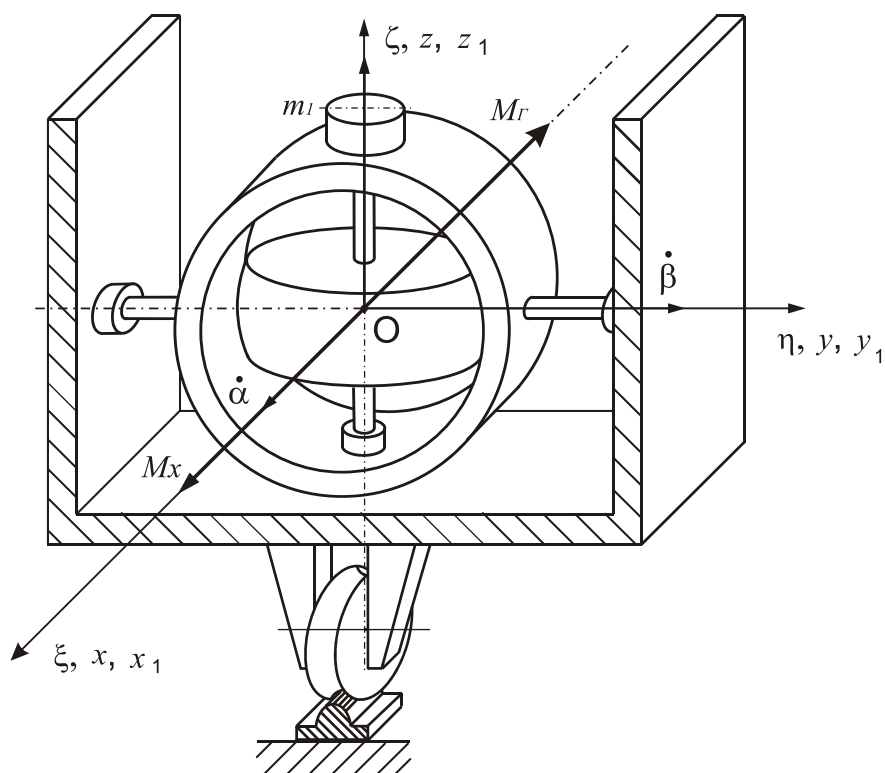


Рис.1. Кінематична схема

рис. 1. Принципово стабілізований вагон містить двоступеневої гіроскоп з вер-

автомобілі, стабілізатори і заспокоювачі коливань космічних літальних апаратів.

Для стабілізації тіла відносно, наприклад, площини горизонту, необхідне сполучення гіроскопа з маятником, що реагує на відхилення системи від вертикалі.

Прикладом такого стабілізатора є вагон, що рухається залізницею. Кінематична схема такого вагона показана на

тикально розташованою віссю обертання ротора, вісь обертання внутрішньої рамки збігається з віссю Oy , а вісь обертання вагона збігається з рейкою. Таким чином, можна уявити, що корпус вагона є зовнішньою рамкою триступеневого гіроскопа з віссю зовнішньої рамки, зміщеної щодо центра ваги вниз на величину l і співпадаючої з напрямком рейки. Тоді при дії моменту M_x , що прагне перекинути вагон, стає очевидним опірність його «зовнішньої рамки» (вагона) і прецесія внутрішньої рамки. При цьому за рахунок відповідного зсуву центра ваги цього «триступеневого» гіроскопа уверх на величину l система стає вибіркою до відхилення його головної осі від вертикалі. Центр ваги щодо внутрішньої рамки також зміщений у ту ж сторону на величину l_1 . Розглянутому вагону в кінематичному відношенні еквівалентна схема, наведена на рис. 2.

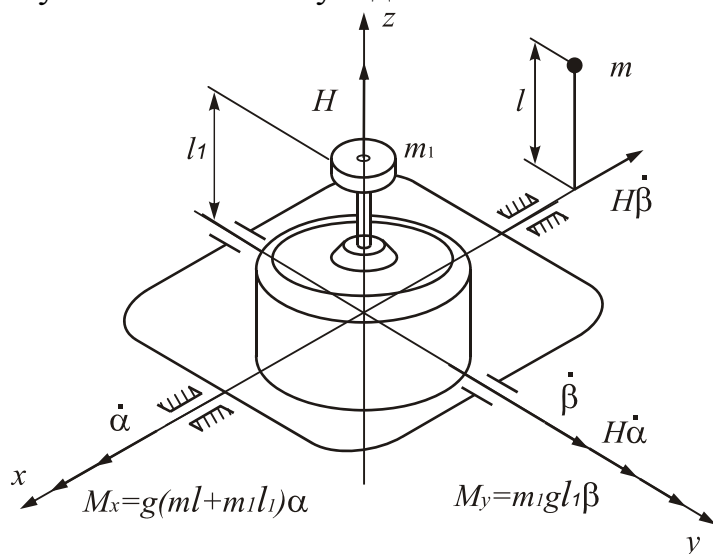


Рис. 2. Еквівалентна схема

Розглянемо роботу такої системи стабілізації більш докладно. Зв'яжемо з вагоном систему координат $Oxyz$, а з гіроскопом систему координат $Ox_ry_rz_r$. У якості опорної виберемо вільну в азимуті систему координат $O\xi\eta\zeta$, у якій вісь $O\xi$ вертикальна, напрямком осі $O\xi$ збігається з напрямком руху вагона. Система координат $OXYZ$ інерційна. Будемо вважати, що у вихідному положенні осі цих систем координат збігаються.

При нахилі вагона виникне перекидаючий момент щодо осі Ox - M_x . Під дією цього моменту виникне обертовий рух вагона з кутовою швидкістю $\dot{\alpha}$, що стане причиною прецесії гіроскопа щодо осі внутрішньої рамки з кутовою швидкістю $\dot{\beta}$. Це, у свою чергу, спричинить появу гіроскопічного моменту M_G , рівного по модулю і направлено проти моменту зовнішніх сил M_x .

Відзначимо тут одну важливу обставину. Гіроскопічний момент є векторний добуток векторів кінетичного моменту \vec{H} і кутової швидкості прецесії $\vec{\beta}$. Модуль гіроскопічного моменту $M_G = H \cdot \dot{\beta} \cdot \sin(\vec{H}, \vec{\beta})$. Тому в процесі прецесійного руху за рахунок зменшення кута між векторами \vec{H} і $\vec{\beta}$ (порушення перпендикулярності між вектором кінетичного моменту і площиною внутрішньої рамки) для збереження рівноваги в системі ($M_x = M_G$) відбувається поступове збільшення швидкості прецесії навіть при $M_x = \text{const}$.

Проектуючи основні моменти на осі OX й OY інерційної системи координат (див. рис. 3) у припущенні малості кутів α і β і малості кутових швидкостей переносного руху, одержимо

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + H\dot{\beta} - (ml + m_1l_1)g\alpha &= 0; \\ B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} - m_1gl_1\beta &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де A, B - моменти інерції системи щодо осей Ox, Oy відповідно; m - маса всієї системи вагон - гіроскоп; m_1 - маса додаткового вантажу, ($m \gg m_1$).

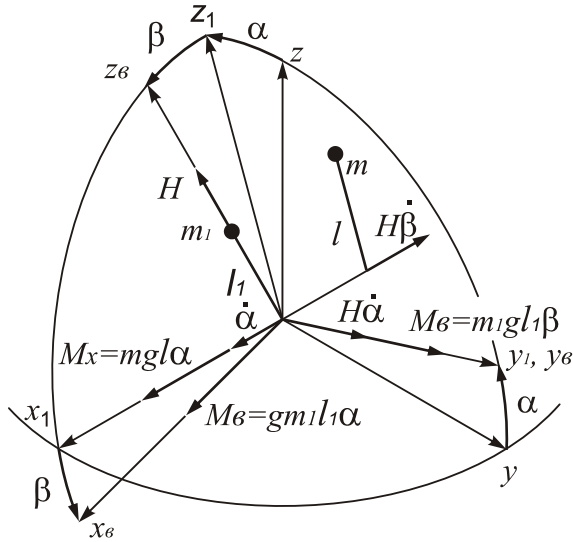


Рис. 3. Кінематичне креслення

Після нескладних перетворень із системи рівнянь (2) одержимо диференціальні рівняння, що визначають рух системи по кутах α і β при прийнятих допущеннях:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0; \quad (3a)$$

$$\ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta = 0, \quad (3b)$$

$$\text{де } \omega_0^2 = \frac{a^2 m_1^2 l_1^2 g^2}{H^2}.$$

Характеристичне рівняння, що відповідає рівнянням (3), має вигляд $p^2 + \omega_0^2 = 0$ і корні цього рівняння $p_{1,2} = \pm j\omega$.

Будемо шукати рішення рівняння (3a) у вигляді

$$\alpha(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t. \quad (4)$$

Продиференціюємо отримане вираження і підставимо результат у друге рівняння системи (2):

$$\beta(t) = -\frac{H}{m_1 l_1 g} \dot{\alpha} = \frac{H \omega_0}{m_1 l_1 g} (C_1 \sin \omega_0 t - C_2 \cos \omega_0 t) = a(C_1 \sin \omega_0 t - C_2 \cos \omega_0 t) \quad (5)$$

Нехай у початковий момент часу $\alpha(0) = \alpha_0$, $\beta(0) = \beta_0$. Тоді рішення рівнянь (4) і (5) приймуть вид

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega_0 t - \frac{\beta_0}{a} \sin \omega_0 t = \frac{\sqrt{(a\alpha_0)^2 + \beta_0^2}}{a} \cos(\omega_0 t + \varphi); \quad (6)$$

$$\beta = a\alpha_0 \sin \omega_0 t + \beta_0 \cos \omega_0 t = -\sqrt{(a\alpha_0)^2 + \beta_0^2} \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

$$\text{Тут, } \operatorname{tg}\varphi = \frac{\beta_0}{a\alpha_0}.$$

Як слід з отриманих рішень система вагон - силовий стабілізатор здійснює при ненульових початкових умовах незатухаючі коливання по обох кутах. З погляду теорії автоматичного керування така система перебуває на границі стійкості.

Характер руху по координатах α, β легко одержати, якщо піднести до квадрата знайдені рішення й скласти їх:

$$\alpha^2 + \left(\frac{\beta}{a}\right)^2 = \alpha_0^2 + \left(\frac{\beta_0}{a}\right)^2. \quad (7)$$

Очевидно, що це рівняння еліпса із центром, що лежить на вертикальній осі з півосями $\frac{\sqrt{(a\alpha_0)^2 + \beta_0^2}}{a}$ і $\sqrt{(a\alpha_0)^2 + \beta_0^2}$. Таким чином, при відхиленні вагона від вертикалі головна вісь гіроскопа описує конічну поверхню щодо вертикалі (див. рис. 4). Нагадаємо, що рівняння (2) отримані при урахуванні тільки гіроскопічних і маятникових моментів.

При відсутності додаткового вантажу m_1 система диференціальних рівнянь (2) спрощується за рахунок відсутності маятникового моменту по осі внутрішньої рамки і приймає вид:

$$H\dot{\beta} - mgl\alpha = 0;$$

$$H\dot{\alpha} = 0,$$

Її рішення можна записати у вигляді:

$$\alpha(t) = \alpha_0; \quad \beta(t) = (mgl/H)\alpha_0 t + \beta_0. \quad (8)$$

Нагадаємо, що вихідні рівняння отримані в припущенні малості кутів α і β .

У реальних системах завжди відбувається розсіювання енергії через дію моментів сил опору, насамперед, сухого і в'язкого тертя. Напрямок їх завжди протилежний руху. Момент сил сухого тертя, у першому наближенні, є тільки функцією знака кутової швидкості, а момент сил в'язкого тертя пропорційний кутової швидкості.

Урахуємо в розглянутій системі крім гіроскопічних і маятникових моментів також моменти сил в'язкого тертя. У цьому випадку поведження системи буде описуватися наступними рівняннями:

$$n_1\dot{\alpha} + H\dot{\beta} - a^2 m_1 g l_1 \alpha = 0;$$

$$n_2\dot{\beta} - H\dot{\alpha} - m_1 g l_1 \beta = 0, \quad (9)$$

де n_1, n_2 – коефіцієнти в'язкого тертя.

Характеристичне рівняння, що відповідає цій системі диференціальних рівнянь, має вигляд

$$(H^2 + n_1 n_2) p^2 - m_1 g l_1 (n_1 + a^2 n_2) p + a^2 (m_1 g l_1)^2 = 0.$$

Після проведення нескладних перетворень можна записати

$$p^2 - 2hp + \omega_0^2 = 0, \quad (10)$$

де введені позначення: $h = m_1 g l_1 (n_1 + a^2 n_2) / 2(H^2 + n_1 n_2)$ - коефіцієнт загасання;

$$\omega_0^2 = (am_1gl_1)^2 / (H^2 + n_1n_2).$$

Звідси корні характеристичного рівняння (10) мають вигляд

$$p_{1,2} = h \pm \sqrt{h^2 - \omega_0^2}.$$

Таким чином, залежно від величини h і ω_0 рівняння (10) може мати два

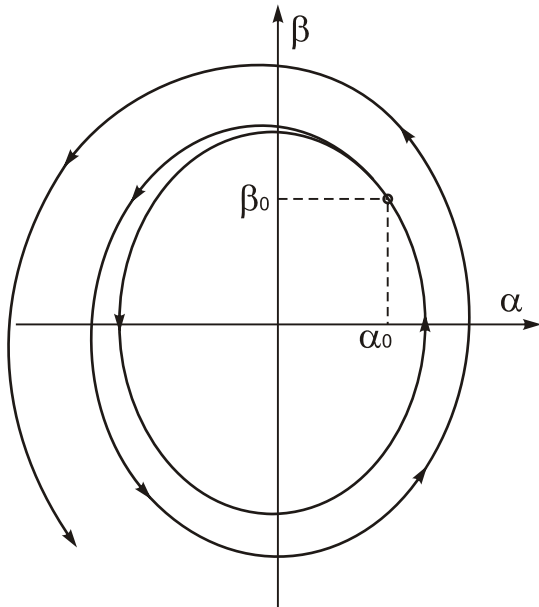


Рис. 4. Траекторія

позитивних дійсних корені ($h > \omega_0$), або пару комплексно-сполучених коренів із позитивною речовинною частиною. У кожному разі рішення системи диференціальних рівнянь (7) буде містити зростаючий згодом експонентний множник, що, з погляду теорії автоматичного регулювання, відповідає нестійкій системі. Так, наприклад, при $h < \omega_0$ рішення системи рівнянь (9) має вигляд

$$\alpha(t) = e^{ht} (A \cos \omega_1 t + B \sin \omega_1 t);$$

$$\beta(t) = e^{ht} (C \sin \omega_1 t + D \cos \omega_1 t),$$

де A, B, C, D – постійні, що обумовлені початковими умовами.

Таким чином, кінець вектора кінетичного моменту гіроскопа при цьому рухається по розбіжній спіралі із центром, що лежить на вертикальній осі (рис. 4).

6.2.2. Опис лабораторної установки



Рис. 5. Фотографія макету

Для проведення лабораторних досліджень використовують наступні вимірювальні прилади і інструменти: лабораторний макет, лінійку, набір вантажів, секундомір.

Кінематика лабораторного макета повністю відповідає кінематиці вагона, зображеного на рис. 1. Фотографія макета наведена на рис. 5. Нахиляючи підставу за допомогою гвинта, можна заставити макет поступально переміщатися по тросі.

6.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки. З метою контролю готовності до виконання роботи дати від-

повіді на наступні запитання:

- запропонуйте схему використання двоступеневого гіроскопа як стабілізатора космічного літального апарата.
- опишіть поведінку подібного стабілізатора при установці його на судні, підданому бортовій гармонійній хитавиці.
- що має загального з гіромаятником і чим відрізняється від нього розглянутий стабілізатор з вертикально розташованою головною віссю?

2. Установити гіроскоп вертикально і підтримувати його руками 3 хвилини, поки ротор не досягне достатнього числа обертів.

3. Зняти залежність періоду коливань стабілізатора від величини вантажу $m_1 g$. Виміри зробити при 3-х різних вантажах.

4. Зробити висновки по роботі.

6.4. Зміст звіту

У звіті необхідно привести кінематичну схему лабораторного макета з позначенням всіх моментів і кутових швидкостей, рівняння руху гіроскопа, а також графік залежності періоду коливань макета від величини ваги вантажу $m_1 g$.

6.5. Контрольні питання

1. Як буде поводитися гіроскоп у розглянутому макеті, якщо збалансувати його щодо осі внутрішньої рамки (усунути вантаж m_1)?

2. Чи можливо інше розташування осей гіроскопа в розглянутому макеті?

3. Як зміниться поведінка системи при зміні напрямку кінетичного моменту гіроскопа?

4. Яку масу повинен мати ротор збалансованого щодо осі внутрішньої рамки гіроскопа для стабілізації вагона при наступних вихідних даних: $m=1000$ кг, $l=2$ м, швидкість обертання ротора – 2000 об/хв, припустимий кут прецесії по осі внутрішньої рамки – 15 градусів, час стабілізації – 10 minut?

5. Що можна запропонувати для створення стійкої системи вагон-гіростабілізатор?

6.6. Література

1. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.

2. Каргу Л.И. Измерительные устройства летательных аппаратов. М.:Машиностроение, 1988.-254 с.

3. Пельпор Д.С. Гирскопические системы. Ч1. Теория гироскопов и гироскопических стабилизаторов. М.: Высшая школа, 1971. 567 с.

7. ДОСЛІДЖЕННЯ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ

7.1. Мета роботи

Вивчення принципів побудови акселерометрів.

7.2. Загальні відомості

7.2.1. Основні теоретичні відомості

Вимірники лінійних прискорень використовуються в системах навігації рухомих об'єктів (РО) для рішення різних задач:

1) для формування сигналу зворотного зв'язку, пропорційного прискоренню об'єкта. Це дозволяє істотно поліпшити якість управління, тому що прискорення «раніше» подає інформацію про рух, ніж сигнал по швидкості або позиційний сигнал;

2) для видачі сигналу при досягненні РО гранично припустимого перевантаження. Це застосування характерно для високоманеврених об'єктів;

3) для видачі сигналів на відключення корекції гіроскопічних приладів при досягненні об'єктом певного прискорення;

4) для видачі сигналів, пропорційних прискоренню об'єкта, у систему числення шляху інерційного типу, де вони інтегруються з метою визначення шляхової швидкості і місця розташування;

5) для початкової виставки в площину горизонту бортових приладів і систем рухомих об'єктів.

Вимірювання лінійних прискорень об'єкта можливо інерційним методом, методом диференціювання швидкості руху і методом дворазового диференціювання відстані. Розглянемо інерційний метод, як найпоширеніший.

Вимірювання прискорення рухомого об'єкта на його борті можна здійснити повністю автономним способом без зв'язку з навколишнім середовищем за допомогою виміру сили, що є результатом взаємодії тіл. Одним з таких взаємодіючих тіл є сам об'єкт, що рухається, і має масу m_0 . Як друге тіло візьмемо матеріальну точку маси m . Нехай маси m_0 і m з'єднані пружним зв'язком (рис. 1). Покладемо, що на рухомий об'єкт діє активна фізична сила F (сила тяги двигуна, аеро- або гідродинамічна сили взаємодії корпусу об'єкта із середовищем,

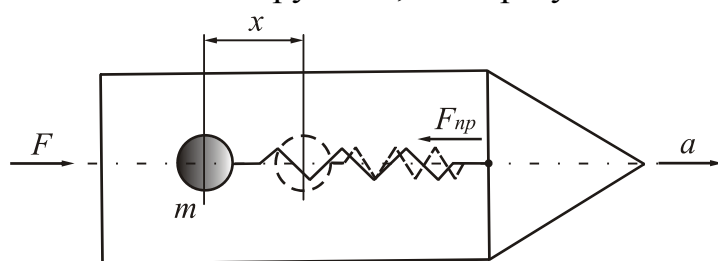


Рис.1. Схема роботи акселерометра при русі із прискоренням від сили тяги

у якій відбувається рух, і т.д.). Під дією цієї сили корпус, у відповідності із другим законом Ньютона, придбає прискорення

$$a_0 = \frac{F}{m_0}.$$

Оскільки маса m прагне, відповідно до першого закону Ньютона, зберегти свій рівномірний і прямолінійний рух або стан спокою, то відстань між корпусом і масою m почне змінюватися. У результаті цього виникає деформація пружини x , сила пружності пружини $F_{np} = cx$, де c - жорсткість пружини.

Сила F_{np} прикладена з однієї сторони до маси m , викликаючи її прискорений рух, а з іншого боку – до корпусу, роблячи його гальмування. У результаті цього об'єкт буде рухатися із прискоренням

$$a = \frac{F - F_{np}}{m_0} = \frac{F - ma_1}{m_0},$$

де a_1 - прискорення маси m .

По закінченні перехідного процесу розтягання пружини стає $x = x_{уст}$ і тіло m під дією сил пружності здобуває однакове з корпусом прискорення. У сталому режимі прискорення об'єкта

$$a = \frac{F - F_{уст}}{m_0},$$

де $F_{уст} = ma$, звідки $a = \frac{F}{m_0 + m}$.

Деформація пружини $x_{уст} = F_{уст}/c = (ma)/c$, де c - жорсткість пружини, пропорційна прискоренню об'єкта.

У розглянутій системі об'єкт рухається зі змінною інертною масою. На початку руху інертна маса була m_0 , а потім зросла до $m_0 + m$. Але оскільки звичайно $m_0 \gg m$, то цим явищем зміни маси зневажають.

Відзначимо, що фактично розглянутий принцип дозволяє виміряти діючу на об'єкт силу, що викликає його прискорений рух. Якщо обмірювану силу поділити на масу m , то одержимо питому силу, тобто силу, що приходиться на одиницю маси. Із цієї причини іноді вимірювальні прилади, робота яких заснована на розглянутому принципі, називають датчиками питомої сили або ньютонметрами. Оскільки питома сила, відповідно до другого закону механіки, відповідає прискоренню в абсолютній системі координат, то більш часто застосовуваною назвою подібних вимірювальних пристроїв є *акселерометр*, тобто прилад, що вимірює прискорення.

Оскільки акселерометр вимірює прискорений рух стосовно інерційної системи координат, де справедливі закони Ньютона, то подібні виміри звуться інерційними вимірами, сам метод називають інерційним, а вимірювальні пристрої - інерційними.

Розглянемо тепер випадок руху об'єкта під дією тільки сил гравітації (рис. 2), особливістю яких є те, що вони одночасно і однаково діють на обидві маси m_0 і m . Ніякого екранування від цих сил не існує, гравітаційні сили діють на всі матеріальні частки об'єкта і акселерометра одночасно незалежно від наявно-

сті або відсутності кінематичних зв'язків.

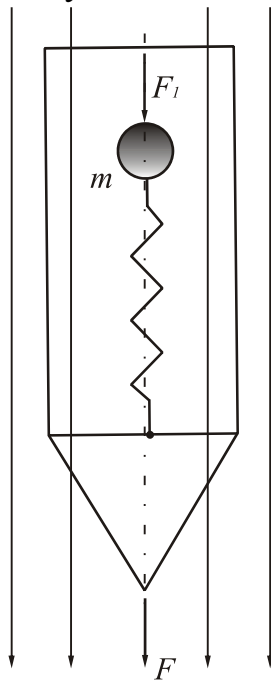


Рис. 2. Схема роботи акселерометра при русі в полі тяжіння

У розглянутому випадку на корпус діє сила $F = m_0 g_1$, де g_1 прискорення руху, а на масу m діє сила $F = mg_2$. Різниця між прискореннями g_1 й g_2 при обмежених розмірах об'єкта практично нема і тому нею можна знехтувати. Тому відносного руху між взаємодіючими тілами не відбувається. Наприклад, при вільному падінні тіла акселерометр, установлений на ньому, нічого не покаже, тому що його пружина не розтягується. Такий стан всіх вільних тіл усередині об'єкта називається станом невагомості.

Таким чином, незважаючи на прискорений рух об'єкта в полі сили тяжіння, акселерометр, заснований на вимірі інерційних сил, не вимірює це прискорення.

Вимір прискорення сили ваги відповідає викладеному трактуванню способу виміру прискорення руху. При цьому системою зв'язаних тіл є маса m і Земля.

Викладене дозволяє визначити метод виміру прискорення: *інерційний метод* виміру прискорення заснований на законах Ньютона і складається у вимірі сили взаємодії системи зв'язаних взаємодіючих тіл - об'єкта, що рухається, і відомої еталонної маси.

Як і будь-які вимірювальні прилади акселерометри можна розбити на два класи - прямого перетворення (пружинні) і перетворення, що врівноважує (компенсаційні).

По характеру переміщення чутливого елемента (ЧЕ) (інертної маси m) розрізняють осьові і маятникові акселерометри.

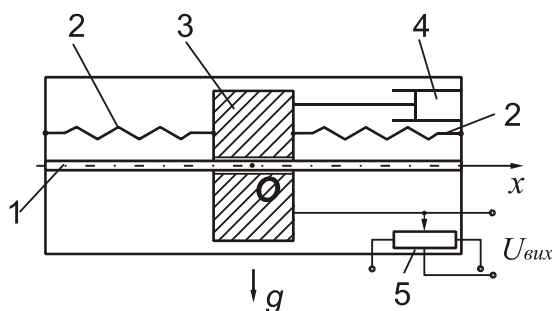


Рис. 3. Схема осьового акселерометра прямого перетворення

В осьових акселерометрах ЧЕ переміщається прямолінійно в системі координат, жорстко пов'язаної з корпусом приладу. На рис. 3 зображена схема осьового акселерометра прямого перетворення. У ньому інертна маса 3 може переміщатися по напрямній 1 уздовж осі Ox , що є віссю чутливості приладу. Переміщення інертної маси обмежено реакцією пружини 2 і демпфера 4, що слугує для заспокоєння власних коливань у перехідних режимах.

Як перетворювач переміщення в електричний сигнал може бути застосований лінійний потенціометр 5. Скориставшись методом кінестатики рівняння руху інертної маси в першому наближенні можна записати у вигляді

$$-m(W_x + \ddot{x}) - f\dot{x} - cx + mg \pm F_T = 0, \quad (1)$$

де W_x - проекція абсолютного прискорення руху корпусу акселерометра (об'єкта) на вісь чутливості (вимірювальну вісь) Ox ; \ddot{x} - відносне прискорення інертної маси в корпусі; \dot{x}, x - відносна швидкість і переміщення інертної маси в корпусі відповідно; f - коефіцієнт сил в'язкого тертя; c - жорсткість пружини; g - гравітаційне прискорення; F_T - сила сухого тертя в напрямній.

Рівняння (1) приведемо до виду

$$m\ddot{x} + f\dot{x} + cx = -m(W_x - g) + F_T,$$

яке можна перетворити до стандартної форми рівняння загасаючих коливань

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = -a_x + \frac{F_T}{m}, \quad (2)$$

де $h = f/2m$ - коефіцієнт загасання; $\omega_0 = \sqrt{c/m}$ - кругова частота власних незатухаючих коливань; $a_x = W_x - g$ - проекція прискорення, викликаного дією негравітаційних сил.

З останнього можна одержати статичний коефіцієнт передачі осьового акселерометра

$$k = -\frac{1}{\omega_0^2} = -\frac{m}{c}.$$

Інструментальні погрішності акселерометрів виникають у результаті впливу ряду зовнішніх і внутрішніх факторів, до числа яких ставляться сили тертя і люфти в опорах і напрямних, гістерезис і пружна післядія вимірювальної пружини, зміна модуля пружності пружини при зміні навколишньої температури, нерівномірність характеристики перетворювача переміщень і її зміна при зміні навколишньої температури і режимів електричного живлення та ін.

Інструментальні погрішності акселерометрів є випадковими величинами, закон розподілу яких звичайно близький до нормального.

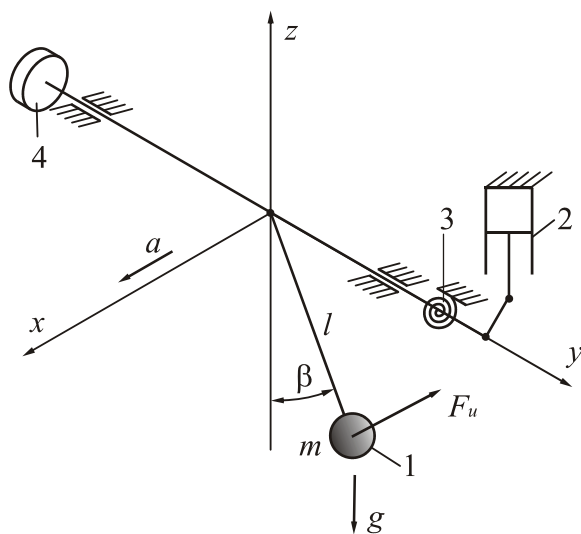


Рис.4. Схема маятникового акселерометра прямого перетворення

Основна інструментальна погрішність осьового акселерометра - погрішність від впливу сил сухого тертя в напрямних, яка визначає поріг чутливості

$$a_{\min} = \frac{F_T}{m}.$$

Для його зменшення звичайно інертну масу зважують у рідині.

Безсумнівним достоїнством осьових акселерометрів є їхня практична нечутливість до прискорень, спрямованих перпендикулярно вимірювальній осі (відсутні так звані перехресні зв'язки).

Маятникові акселерометри мають більші можливості досягнення меншого тертя в підвісі при менших габаритах.

Схема маятнікового акселерометра прямого перетворення показана на рис. 4.

Тут інертна маса 1 зміщена на плече l від осі підвісу. При відсутності прискорень маятник розташовується в нейтральному положенні (паралельно осі Oz), що відповідає ненапруженому стану пружини 2. Вимірювальна вісь Ox у такого елемента перпендикулярна осі Oz , що з'єднує вісь обертання із центром ваги маятника, що перебуває в нейтральному положенні.

При наявності постійного прискорення по осі Ox під дією сил інерції маятник повернеться навколо осі Oy від первісного положення на кут β . Обертаючий момент навколо осі Oy від інерційних сил дорівнює

$$M = -ml(a_x \cos \beta - a_z \sin \beta). \quad (4)$$

Якщо припустити, що кут β досить малий, то можна вважати, що $\cos \beta \approx 1, \sin \beta \approx \beta \approx x/l$.

На основі методу кінетостатики після приведення подібних членів можна записати диференціальне рівняння руху ЧЕ маятнікового акселерометра

$$\ddot{\beta} + 2h\dot{\beta} + (\omega_0^2 + \frac{a_z}{l})\beta = \dot{\omega}_y - \frac{a_x}{l} + \frac{M_T}{l} \quad (5)$$

Порівняння рівнянь (3) і (5) показує, що маятніковий акселерометр більше сприйнятливий до збурювань, ніж осьовий. Крім корисної складової прискорення a_x , маятніковий акселерометр сприймає також поперечну складову лінійного прискорення a_z .

Як слід з вираження (4), вплив перехресного прискорення тим менше, чим менше кут відхилення маятника β . В акселерометрах прямої дії зробити робочий діапазон цього кута дуже малим і зберегти при цьому можливість вимірювати прискорення в широкому діапазоні з високою точністю не представляється можливим.

Це завдання успішно вирішується при використанні компенсаційної схеми акселерометра, принцип дії якої пояснюється рис. 5.

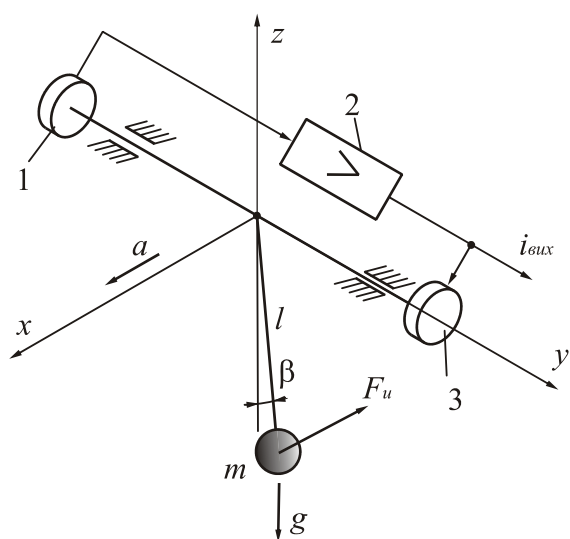


Рис.5. Схема компенсаційного маятнікового акселерометра

У таких схемах до маятника прикладають момент, рівний по величині моменту, що розвивається силами інерції, але протилежно спрямований. Датчик кута 1, підсилювач 2 і датчик моменту 3 утворюють так звану «електричну» пружину. Мірою прискорення в такій схемі є вже не кут відхилення маятника, що тут може підтримуватися на рівні розв'язної здатності датчика кута (тобто може бути дуже малим при будь-яких діючих прискореннях), а компенсаційний момент, створений датчиком моменту. Якщо характеристика останнього лінійна, то мірою діючого прискорення може бути

струм, що протікає по обмотці управління датчика. Дійсно, у сталому режимі справедлива рівність між моментом інерційних сил $M_u = mla_x$ і моментом зворотного зв'язку «електричної» пружини $M_{oc} = ci_{oc}$, де $c = k_1k_2k_3$ - жорсткість «електричної» пружини; k_1, k_2, k_3 - крутість датчика кута, коефіцієнт підсилення підсилювача і крутість датчика моменту відповідно; i_{oc} - струм у контурі зворотного зв'язка.

Дорівнюючи останні вираження, одержимо

$$i_{oc} = \frac{mla_x}{c}.$$

Щоб зменшити погрішності, внесені силами сухого тертя, часто використовують занурення чутливого елемента приладу в рідину. Такі акселерометри називаються поплавковими. Характерною їхньою особливістю є те, що підйомна сила поплавця робиться рівної вазі рухомої частини акселерометра, чим досягається практично повне розвантаження опор і зведення до мінімуму моментів сил сухого тертя в опорах підвісу.

Сучасні поплавкові акселерометри мають поріг чутливості порядку ($10^{-5} \dots 10^{-6}$) g.

Розглянуті схеми акселерометрів мають аналоговий вихідний сигнал, що часто утрудняє їхнє сполучення із цифровими обчислювачами, які в цей час часто використовуються в контурі керування.

Відомо велика кількість конструктивних схем дискретних акселерометрів, серед яких найбільш життєздатної виявилася схема зв'язку чутливої маси з корпусом приладу за допомогою торсіонів або струн. Створені за цією схемою акселерометри одержали назву струнних. Тому що вісь чутливості струнного акселерометра збігається з напрямком поступального переміщення чутливого елемента, то він є лінійним акселерометром.

Одержання інформації про діюче по осі чутливості прискорення засновано в цих акселерометрах на залежності сили натягу струни і частоти їхніх коливань. Такі акселерометри мають низький поріг чутливості (порядку 10^{-6} g), однак мають низьку перевантажувальну здатність і вібростійкість.

7.2.2. Опис лабораторної установки

Для проведення лабораторних досліджень використовують наступні вимірювальні прилади і інструменти: лабораторна установка з оптичною ділильною голівкою ОДГ, лабораторна установка з поворотною установкою МПУ, вольтметр.

Лабораторні установки виконані на базі акселерометра, який відноситься до маятникових акселерометрів прямої дії.

Фото лабораторної установки з оптичною ділильною голівкою ОДГ представлено на рис. 6.

Технічні дані акселерометра: поріг чутливості – m/c^2 ; діапазон вимірювань - $\pm m/c^2$.



Рис. 6. Фото лабораторної установки

7.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторних установок. З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

- чим обумовлюється мінімальний сигнал, вимірюваний акселерометром?

- що являє собою «електрична» пружина і для чого вона використовується?

2. Для лабораторної установки з оптичною ділильною голівкою ОДГ:

2.1. Підключивши живлення до акселерометра, визначити кут нахилу платформи, при якому вихідний сигнал акселерометра мінімальний і прийняти його за умовний нуль.

2.2. Зняти залежність вихідного сигналу акселерометра від кута нахилу платформи в діапазоні $\pm 30^\circ$.

2.3. Отриману залежність представити у вигляді графіка з перерахуванням кута нахилу платформи в діюче по осі чутливості акселерометра прискорення.

3. Для лабораторної установки з поворотною установкою МПУ:

3.1. Зняти залежність вихідного сигналу акселерометра від швидкості обертання платформи в діапазоні швидкостей ± 100 об/хв і радіусу обертання 5...10 см.

3.2. Отриману залежність представити у вигляді графіка з перерахуванням швидкості обертання платформи в діюче по осі чутливості акселерометра прискорення.

4. зробити висновки по роботі.

7.4. Зміст звіту

Звіт повинен містити кінематичну схему акселерометра, результати вимірів у вигляді таблиць і графіків, а також виводи по роботі.

7.5. Контрольні питання

1. Які основні достоїнства і недоліки маятникових акселерометрів?
2. Які основні достоїнства і недоліки осьових акселерометрів?
3. Які основні достоїнства і недоліки компенсаційної схеми вимірювання?
4. Які основні достоїнства і недоліки схеми прямого вимірювання?

7.6. Література

1. Каргу Л.И. Измерительные устройства летательных аппаратов. М.:Машиностроение, 1988.-254 с.
2. Бондарь П.М., Степанковский Ю.В. Физические основы ориентации и навигации. Ч.1 Физические поля Земли. Киев.: Корнійчук, 2002. 104 с.

8. ЕХОЛОТ

8.1. Мета роботи

Вивчення принципу дії і конструкції навігаційного ехолота "НЭЛ-5".

8.2. Загальні відомості

8.2.1. Основні теоретичні відомості

Гідроакустичні прилади, призначені для визначення вертикальної відстані до якого-небудь підводного об'єкта, називаються ехолотами. Залежно від призначення вони підрозділяються на навігаційні, промірні, промислові, геологічні і океанографічні.

Принцип дії ехолота ґрунтується на використанні відбитих від морського

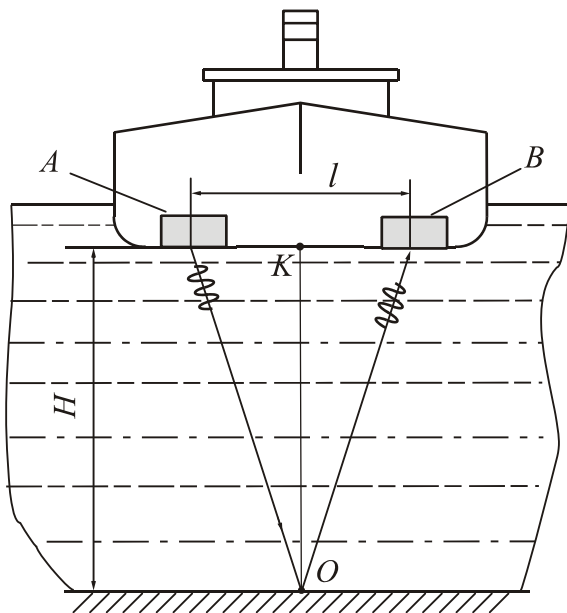


Рис.1 До принципу дії ехолота

дна звукових хвиль. Сутність луна-методу полягає в наступному. Нехай A - випромінювач звукових хвиль, а B - приймач луна-сигналу (рис.1). Позначимо через l відстань між вібраторами ехолота. Тоді глибина моря під кілем судна

$$h^2 = (OK)^2 = (AO)^2 - (l/2)^2. \quad (1)$$

Якщо швидкість звуку дорівнює c , а проміжок часу між моментами послідовної передачі звукового імпульсу дорівнює t , то вираження (1) здобуває вид

$$h = \sqrt{\left(\frac{ct}{2}\right)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}. \quad (2)$$

На великих глибинах $h \gg l$ і величиною $l/2$ можна знехтувати. Тому

$$h \approx \frac{ct}{2}. \quad (3)$$

З формул (2) і (3) видно, що задача визначення глибини за допомогою ехолота практично зводиться до виміру досить малого проміжку часу t при відомій швидкості c .

Ехолот характеризується певними тактико-технічними параметрами. До них належать, наприклад, параметри імпульсів, діапазон вимірюваних глибин, опорна частота, спрямованість вібратора, розв'язувальна здатність по глибині, точність вимірів.

Діапазон робочих частот сучасних навігаційних ехолотів розташовується в межах 15...50 кГц.

Погрішності обмірюваних ехолотом глибин можуть бути підрозділені на

два класи - інструментальні і методичні. Перші з них обумовлюються недосконалістю конкретної конструкції або неправильним регулюванням приладу. Другі залежать від зовнішніх факторів або впливають безпосередньо із принципу дії ехолота. Розглянемо ці погрішності.

Погрішність, обумовлена відхиленням розрахункової швидкості звуку від її дійсного значення. При розрахунку шкали ехолота швидкість поширення звуку у воді приймається постійною. Однак у реальних умовах швидкість звуку неоднакова в різних районах моря, причому відхилення дійсного значення c від розрахункового c_0 можуть бути значними. Тому глибина буде обмірювана з деякою помилкою, обумовленої вираженням

$$\delta h = \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right) \frac{h^2 + (l/2)^2}{h}.$$

Якщо глибини перевищують 20 м і, отже, $l/2 \ll h$, то величиною $(l/2)^2$ в останнім вираженні можна зневажити. Тоді одержимо

$$\delta h_c = h \left(\frac{c}{c_0} - 1 \right).$$

Наприклад, якщо $c=1550$ м/с; $c_0=1500$ м/с; $h=5000$ м, то $\delta h_c=16,5$ м.

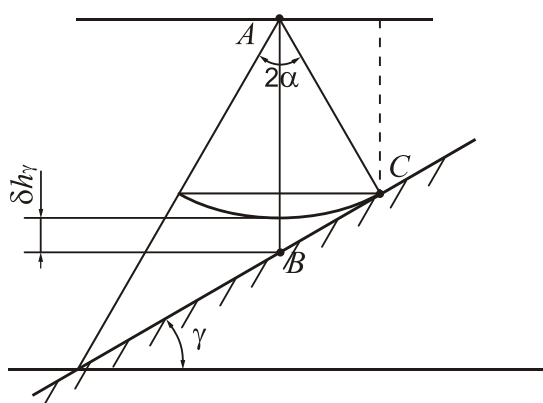


Рис.2. Вплив на похибку нахилу дна

Погрішність, обумовлена нахилом дна. Більшість сучасних ехолотів працює в ультразвуковому діапазоні частот (20...35 кГц) і має певну спрямованість випромінювання. Маючи конус розсіювання, при значних уклонах морського дна ехолот зареєструє не глибину AB під кілем судна (див. рис. 2), а деяку відстань AC . В існуючих ехолотах помилка δh_γ не впливає на точність виміру глибини, якщо $\gamma \leq 8^\circ$ і $\alpha \leq 30^\circ$.

Вплив хитавиці судна на точність ехолота. При хитавиці судна обмірювані ехолотом глибини різко відрізняються від дійсних. Основні причини цього - безперервні коливання робочих поверхонь вібраторів щодо площини горизонту, а також утворення великої кількості повітряних пухирців у верхньому шарі води.

Вплив хитавиці на роботу ехолота можна сильно зменшити, якщо для установлення приладів ехолота, особливо вібраторів, буде використане відповідне місце.

Погрішності ехолота, що виникають на хитавиці, визначити важко, тому на практиці їх не враховують.

Погрішність, обумовлена базою. Як ми вже відзначали, для спрощення розрахунків ехолота точну формулу (2) заміняють наближеною формулою (3), тобто вважають відстань між вібраторами (базу ехолота) рівним нулю. Таке на-

ближення вносить погрішність

$$\delta h_{\text{б}} = h_{\text{вим}} - \sqrt{h_{\text{вим}}^2 + \frac{1}{4}l^2}.$$

Цю погрішність варто враховувати тільки на глибинах $h < 20$ м. Загальна погрішність ехолота при вимірі глибини визначається сумою всіх зазначених вище погрішностей.

8.2.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна установка виконана на базі ехолота "НЭЛ-5".

Технічні дані навігаційного ехолота "НЭЛ-5":

- 1) діапазони вимірюваних глибин - 1-100 м, 1-2000 м;
- 2) погрішність виміру глибини, обумовлена самим ехолотом (після обліку гідрологічних виправлень і виправлення на базу вібратора) не повинна перевищувати:

для глибини 1-20м - 0,5м,

- " - 20-200м - $\pm 2,5$ м,

- " - 200-2000м - ± 2 %;

- 3) ехолот розрахований на швидкість розповсюдження звуку у воді 1500 м/с;
- 4) припустимий час безперервної роботи - 12 годин;
- 5) час готовності - 1 хвилина;
- 6) потужність, споживана ехолотом від мережі змінного струму, не перевищує 300 ВА;
- 7) ехолот може працювати:
 - при тривалих відхиленнях напруги суднової мережі на ± 3 % від їхніх номінальних значень;
 - в інтервалі температур навколишнього середовища від -20° до $+40^{\circ}\text{C}$;
 - при вібрації із частотою до 10 Гц і амплітудою 1,5 мм;
 - після перебування в навколишньому середовищі з відносною вологістю $95 \pm 3\%$ і температурою $+20^{\circ} \pm 5^{\circ}\text{C}$.

Устрій і принцип роботи.

Робота ехолота заснована на принципі виміру часу проходження ультразвукового імпульсу від вібратора-випромінювача, що пропорційний вимірюваній глибині.

Вимірювана глибина визначається по формулі:

$$h = c_0 \frac{t}{2},$$

де h - вимірювана глибина, м; c_0 - швидкість звуку у воді, м/с; t - час проходження ультразвукового імпульсу від вібратора-випромінювача до дна і від дна до вібратора-приймача, с.

Випромінювання ультразвукового імпульсу і прийом луна-сигналу (від-

битого сигналу) здійснюється електроакустичними перетворювачами - вібраторами магнітострікційного типу.

При роботі вібратора-випромінювача використовується прямий магнітострікційний ефект, що полягає в зміні геометричних розмірів феромагнітних тіл при їхньому намагнічуванні.

При роботі вібратора-приймача використовується зворотний магнітострікційний ефект, що полягає в зміні магнітного поля у феромагнітних намагнічених тілах при додатку до них механічних зусиль.

Принципова схема дії ехолота в комплектації з покажчиком зображена на рис.3. Електродвигун М через коробку швидкостей КС обертає з постійною

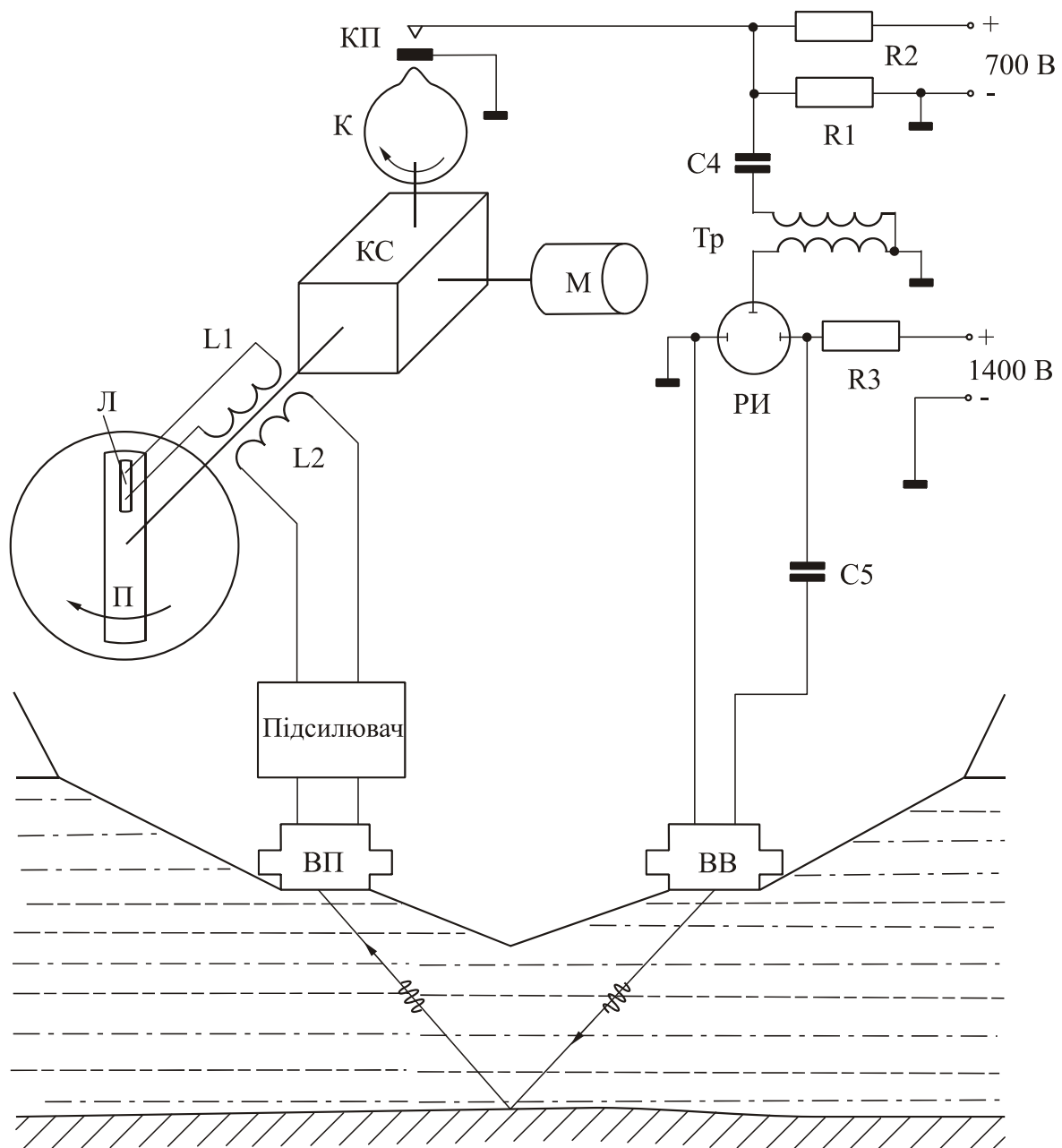


Рис.3. Спрощена принципова схема ехолота

швидкістю планку П, на якій укріплена неонova лампа Л. Щораз при прохо-

дженні лампи Л через нульове ділення шкали глибин послідовий кулачок К робить короткочасне замикання контактної групи КП, що управляє роботою розрядника РИ. У момент замикання контактної групи КП замикається ланцюг конденсатора С4 блоку посилок, зарядженого через резистор. Конденсатор С4, розряджаючись через першу обмотку трансформатора, створює напругу порядку 1,5 кВ, що і запускає розрядник РИ. При цьому контур, що складається з послідовних конденсаторів С5, заряджених до напруги порядку 1400 В, і обмоток вібратора-випромінювача ВВ, виявиться замкнутим. Струм розряду конденсатора, протікаючи по обмотках вібратора-випромінювача, викликає ударне збудження пакета вібратора. При цьому, у силу явища магнітострикції, поверхня вібратора, що випромінює, зробить кілька коливань. Механічні коливання пакетів передаються навколишньому середовищу (воді) і поширюються у вигляді ультразвукового імпульсу в напрямку морського дна. Маючи властивість відбиття від поверхні розділу двох середовищ різної щільності, ультразвуковий імпульс частково відіб'ється від дна і досягне вібратора-приймача ВП, а частково буде поглинений ґрунтом моря. Відбитий імпульс, потрапляючи на пакет вібратора-приймача, викликає його коливання, і, отже, зміну магнітного поля нікелевого пакета. Під впливом магнітного поля в обмотці вібратора буде наводитися змінна електрорушійна сила. Напруга, що виникає на кінцях обмотки вібратора (сигнал), подається на вхід підсилювача. Посилений сигнал надходить на неонову лампу Л, викликаючи її короткочасне запалювання. Тому що ультразвуковий імпульс має певну швидкість поширення, то за проміжок часу між послілкою і прийомом сигналу, диск із неоновією лампою Л повернеться від осевого нульового положення на деякий кут, пропорційний часу проходження сигналу, і отже, вимірюваній глибині. Кут повороту неоновієї лампи Л вимірюється по круговій шкалі, розбитої на рівномірні ділення. Таким чином, спалах неоновієї лампи фіксує на шкалі покажчика вимірювану глибину.

Сталість швидкості обертання двигуна у значній мірі впливає на величину інструментальної погрішності приладу і забезпечується автоматично за допомогою відцентрового регулятора.

Планка з неоновією лампою, відповідно до двох діапазонів виміру глибини, може обертатися із двома фіксованими швидкостями, змінюваними за допомогою коробки швидкостей КС.

Вибір ультразвукового діапазону частот і особлива конструкція вібратора - випромінювача дозволяють одержати необхідну концентрацію випромінюваної звукової енергії в напрямку дна моря.

Гасіння нуля. У момент випромінювання ультразвукового імпульсу, що збігається з моментом проходження неоновієї лампи через нуль шкали, внаслідок прямого акустичного зв'язку між вібраторами в обмотці вібратора - приймача наводиться електрорушійна сила. Підсилюючись у ланцюгах приймально-підсилювального тракту і запалюючи тиратрон підсилювача, електрорушійна сила викликає спалах неоновієї лампи проти нуля шкали. Нульова позначка, необхідна для визначення положення нуля шкали, порушує нормальну роботу ехолота на малих глибинах (до 20м), викликаючи пропуски в показанні глибин або їхню відповідну відсутність. Для виключення цього недоліку в ехолоті пе-

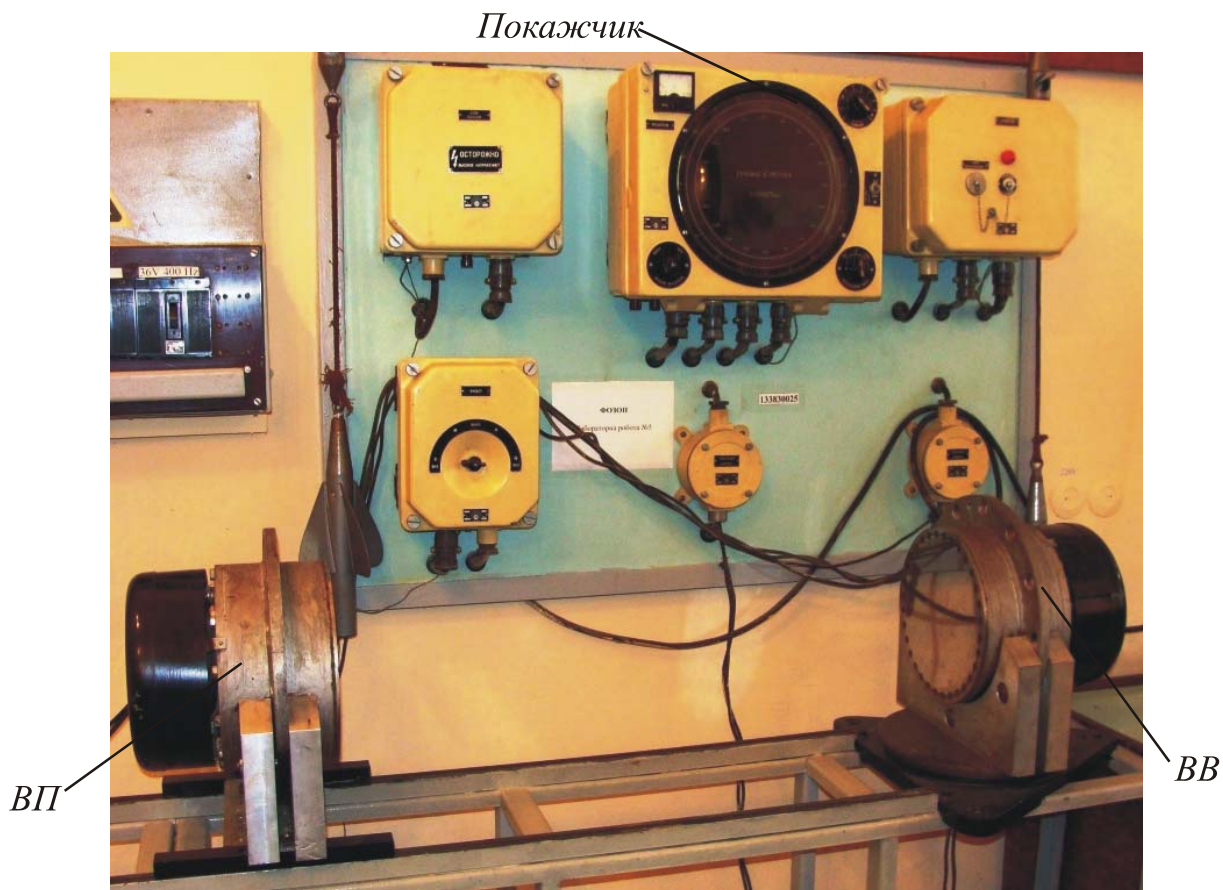


Рис. 4. Фото лабораторної установки

редбачена схема електронного гасіння нуля.

Фото лабораторної установки представлено на рис. 4.

8.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки. Ознайомитися з конструкцією і принципом дії ехолота. З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

– чи можна в ехолоті використовувати замість механічних коливань електромагнітні?

– призначення і тактико-технічні дані навігаційного ехолота НЭЛ-5.

2. Включити живлення ехолота.

3. Переміщаючи вібратор - приймач на відстань від 0,5 до 2,5 м, визначити погрішність ехолота в цьому діапазоні відстаней.

4. Повертаючи вібратор – випромінювач вліво до зникнення сигналу показчика, визначити кут его диаграммы направленности.

Примітка. При виконанні лабораторної роботи необхідно враховувати, що, по-перше, прилад проградуваний для швидкості звуку у воді, рівної 1500 м/с, виміри ж проводяться в повітряному середовищі, де швидкість звуку 340 м/с; по-друге, у лабораторній установці вібратор - приймач приймає не відбитий від дна сигнал, а безпосередньо одержує його від випромінювача. Таким

чином, для одержання обмірюваного ехолотом відстані в лабораторній роботі необхідно обчислити два поправочних коефіцієнти.

5. Зробити висновки по роботі.

8.4. Зміст звіту

Звіт повинен містити короткі теоретичні відомості, принципову схему дії ехолота, таблицю вимірів і висновки по роботі.

8.5. Контрольні питання

1. Чим викликані обмеження по швидкості руху і хитавиці судна при використанні ехолотом?
2. Назвіть основні інструментальні і методичні погрішності ехолота.
3. Чим у першу чергу викликана інструментальна погрішність ехолота?
4. Чим у першу чергу викликана методична погрішність ехолота?
5. Навіщо в конструкції приладу використовується відцентровий регулятор швидкості?

8.6. Література

1. Блинов И.А., Жернаков А.В. Электронавигационные приборы. М.: Транспорт, 1980.- 446 с.
2. Бондар П.М., Степанковський Ю.В. Фізичні основи орієнтації і навігації. Ч. 2. Елементи теорії гіроскопічних явищ. Ч. 3. Коливання й хвилі. Кіровоград: ПОЛІМЕД – Сервіс, 2009, 204 с.

9. ГІДРОДИНАМІЧНІ ВИМІРНИКИ ШВИДКОСТІ (ЛАГИ)

9.1. Мета роботи

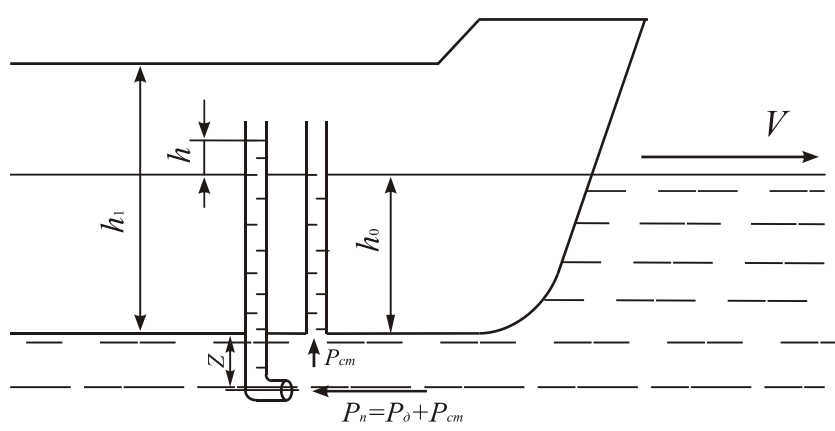
Ознайомитися із принципом дії та конструкцією гідродинамічного лага.

9.2. Загальні відомості

9.2.1. Основні теоретичні відомості

Гідродинамічний лаг вимірює модуль вектора швидкості судна щодо води. Його дія заснована на вимірюванні швидкісного напору зустрічного потоку води.

Нехай у днищі судна змонтовані дві трубки (рис. 1). Одна з них (трубка



Піто) вхідним отвором направлена до носової частини судна, а отвір іншої знаходиться у рівні з обшивкою. Рівень води h_0 в останній буде визначатися величиною статичного тиску P_{CT} , тобто осіданням судна.

Висота ж стовпа рідини h_1 в трубці Піто буде більшою при русі судна, завдяки дії гідродинамічного тиску P_d зустрічного потоку води.

Рис. 1. До принципу дії лага

Визначаючи динамічний тиск по різницях висот стовпів рідини в трубках і знаючи функціональну залежність $P_d = f(V)$, можна обчислити швидкість судна V .

Вхідний отвір трубки Піто розташовують нижче турбулентного шару води, що стикається з корпусом судна, тобто він знаходиться по можливості в умовах сталого ламінарного потоку. Рух такого потоку характеризується рівнянням Бернуллі:

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P_{CT}}{\gamma} + Z = const, \quad (1)$$

де V - швидкість потоку щодо судна; g - прискорення сили ваги; P_{CT} - статичний тиск рідини; γ - питома вага рідини; Z - висота розглянутої точки потоку над площиною порівняння.

Величина Z дорівнює різниці глибин занурення прийомних отворів трубок лага і є величиною постійної. Внаслідок цього Z можна перенести в праву частину рівняння і включити під знак постійної. Тоді вираження (1) прийме вид

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{P_{CT}}{\gamma} = const. \quad (2)$$

Висота h_0 стовпа води не залежить від швидкості потоку V і, отже, описується рівнянням

$$\frac{P_{CT}}{\gamma} = const. \quad (3)$$

Вираження (2) і (3) дозволяють обчислити перевищення рівня h_1 в трубці Піто щодо рівня h_0 в статичній трубці, тобто

$$h = h_1 - h_0 = \frac{V^2}{2g} + \frac{P_{CT}}{\gamma} - \frac{P_{CT}}{\gamma} = \frac{V^2}{2g}. \quad (4)$$

У сучасних конструкціях лагів швидкість V визначають не по перевищенню h рівня в трубці Піто, а по величині гідродинамічного тиску P_D , обумовленого швидкісним напором. Помножимо вираження (4) на величину питомої ваги води. Одержимо

$$P_D = \gamma h = k_0 V^2, \quad (5)$$

де $k_0 = \gamma/2g$.

Вираження (5) являє собою шукану залежність $P_D = f(V)$ і називається рівнянням гідродинамічного лага.

Вплив випадкових факторів на показання лага. Викладена вище елементарна теорія гідродинамічного лага не враховує багатьох випадкових факторів, що впливають на точність приладу. До них, наприклад, можна віднести форму корпусу судна і товщину шару води, що захоплюється судном за собою, і інші фактори. Вплив зазначених факторів характеризується довільною нелінійною залежністю, що не піддається аналітичному опису.

Тому в рівнянні (5) лага вводять додатковий поправочний коефіцієнт, і воно має вигляд

$$P_D = kV^2, \quad (6)$$

де $k \neq k_0$ - коефіцієнт Піто, котрий визначається експериментально для кожного судна на мірній лінії.

Експериментальні дані дозволили встановити, що $k = f(V)$ і у першому наближенні цю залежність можна представити рівнянням прямої лінії

$$k = a + bV, \quad (7)$$

де a і b - емпіричні коефіцієнти.

Однак у загальному випадку залежність $k = f(V)$ носить нелінійний характер, що особливо сильно проявляється в діапазоні малих швидкостей. Внаслідок цього на швидкостях до 3 вузлів (один вузол відповідає швидкості 1 морська миля в годину) показанням лага довіряти не можна. Крім того, коефіцієнт k міняється згодом і тому загальне регулювання лага повинна періодично повторюватися.

Вплив хитавиці. На хитавиці точність лага значно знижується насамперед внаслідок коливального руху судна, при якому починає позначатися вплив тур-

булентності і випадкових флуктуацій тиску. Крім того, при хвилюванні поверхневий шар моря насичується пухирцями повітря і залежність між P_d і V [див. вираження (6)] для такого повітряне – водяного потоку не виправдується. При хвилюванні понад 7 балів застосовувати гідродинамічний лаг даремно.

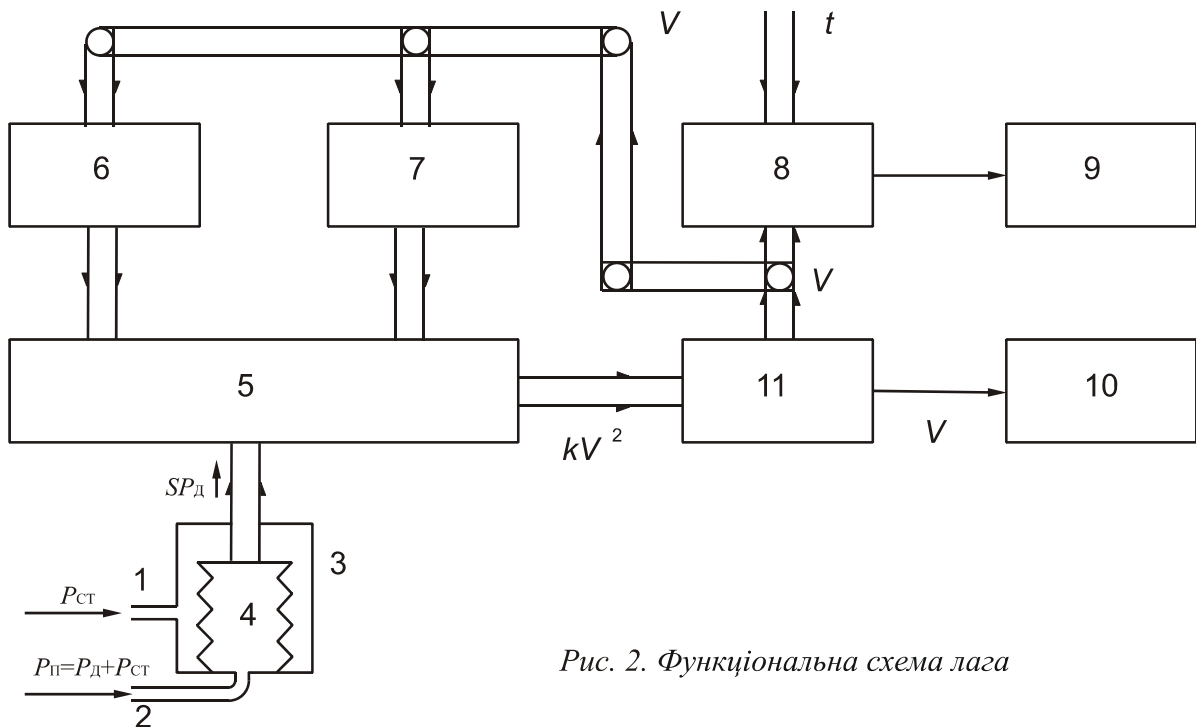


Рис. 2. Функціональна схема лага

Розглянемо роботу гідродинамічного лага по узагальненій функціональній схемі (рис. 2).

Інформація із приймача повного тиску 2 $P_{\Pi} = P_d + P_{CT}$ і приймача статичного тиску 1 P_{CT} надходить у так званий передавач тиску 3. Останній містить пружний елемент 4, звичайно сільфон. Усередині сільфона діє повний тиск, а зовні статичний, тому переміщення жорсткого центра сільфона виявляється пропорційним динамічному тиску $P_d = P_{\Pi} - P_{CT}$. Звідси сигнал, звичайно у вигляді механічного зусилля $P_M = SP_d$, де S - ефективна площа сільфона, передається в компенсатор 5. Цей блок визначає величину P_d . Найчастіше для цієї мети використовують компенсаційний метод, тобто в блоці 5 штучно створюється відома по величині сила, що компенсує зусилля SP_d . Залежно від конструкції компенсатора сила, що врівноважує, може мати механічне, електромагнітне або гідравлічне походження. Її величина коректується регулятором 7 лінійного виправлення і нелінійним коректором 6. Настановні значення блоків 6 і 7 визначаються експериментально в процесі загального регулювання лага на мірній лінії. З компенсатора 5 сигнал, пропорційний V , передається в обчислювальний пристрій 11. Тут визначається значення швидкості судна V . Інформація про V у вигляді механічного параметра або електричного сигналу із блоку 11 надходить в індикатор швидкості 10 і інтегратор 8. Останній безупинно інтегрує поточне значення V і тим самим визначає пройдену судном відстань. Блок 9 здійснює індикацію пройденної відстані.

схему вузла швидкості вводять ексцентрик 4, що дозволяє одержати рівномірну шкалу швидкості 9.

Для введення виправлень на модифікацію коефіцієнта k у вираженні (7) у лагу передбачений коректор, що використовують для заводського і корабельного регулювання. Відповідно до залежності (7), коректор складається із двох регуляторів: регулятора "А" 10 і регулятора "В" 12.

За допомогою регулятора "А" можна ввести постійний додатковий натяг (або ослаблення) пружини 11 і тим самим увести постійне виправлення a на всьому діапазоні вимірюваних швидкостей. За допомогою регулятора "В" можна ввести додатковий змінний натяг пружини 11 (або ослаблення), що змінюється зі зміною швидкості, і тим самим уводити змінне виправлення bV у всьому діапазоні вимірюваних швидкостей. Регулятор "А" 10 складається із гвинта, за допомогою якого змінюється натяг пружини 11 на постійну величину.

Регулятор "В" 12 складається із сектора, що може обертатися щодо осі пружини 11 і каретки швидкості V .

Сектор скріплений з кареткою V , що разом з ним може пересуватися на величину швидкості в напрямку, перпендикулярному осі пружини 11.

Якщо напрямні сектори перпендикулярні осі пружини 11, тобто сектор перебуває в нульовому положенні, то при переміщенні каретки V натяг пружини змінюватися не буде.

Якщо розгорнути сектор за допомогою гвинта на певний кут, то при переміщенні каретки V на величину швидкості натяг пружини 11 буде змінюватися пропорційно куту повороту сектора і величині швидкості, тобто буде вводиться змінне виправлення bV . Отримана величина швидкості надходить у вузол пройденної відстані і на вимірювальні прилади, які забезпечують роботу репітерів і інших корабельних систем.

Визначення величини пройденної відстані в лагу звичайно відбувається за допомогою фрикційного механізму, що вирішує задачу безперервного і автоматичного визначення відстані, що проходить корабель щодо води.

Принцип визначення величини пройденної відстані в цьому випадку полягає в наступному (рис. 4).

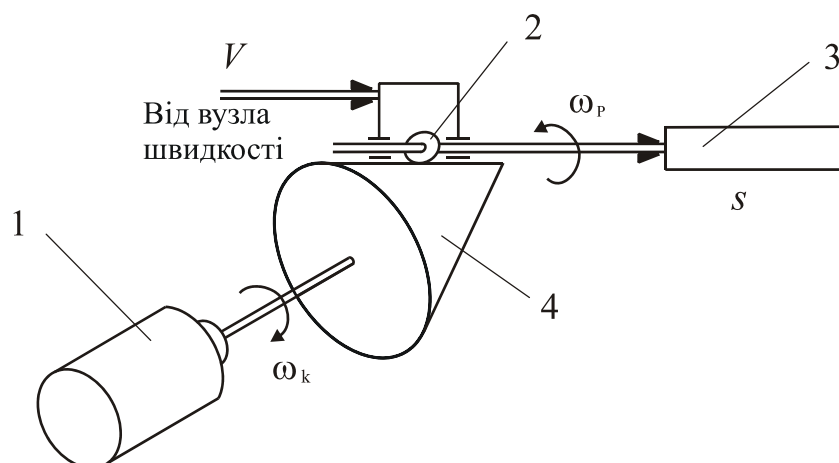


Рис. 4. Вузол пройденної відстані

Фрикційний механізм - це інтегратор, що безперервно реалізує залежність:

$$s = \int_0^t V dt,$$

де s - пройдена кораблем відстань за показниками лага в милях; V - швидкість корабля за показниками лага у вузлах; t - дійсний час

у годинах, за який корабель проходить s миль.

Фрикційний механізм складається з конуса 4 (рис.4) і ролика 2, що притиснутий до конуса. Ролик 2 має можливість переміщатися уздовж утворюючої конуса. Конус обертається з постійною швидкістю від двигуна вузла пройденої відстані 1 і змушує ролик обертатися. Швидкість обертання ролика буде прямо пропорційна величині відстані ролика від верхівки конуса, тобто:

$$k_1 \omega_p = \omega_k X, \quad (8)$$

де ω_p - кутова швидкість обертання ролика; ω_k - постійна кутова швидкість обертання конуса; X - величина відстані ролика від верхівки конуса; k_1 - коефіцієнт пропорційності.

З вираження (8) видно, що при постійній швидкості обертання конуса ролик за одиницю часу зробить тим більше обертів, чим більше відстань від верхівки конуса, і навпаки, якщо ролик буде перебувати на верхівці конуса, то він не буде обертатися, хоча сам конус буде продовжувати обертатися.

У лагу величина зсуву ролика 2 по конусу 4 проводиться на величину, пропорційну величині швидкості, що виробили у вузлі швидкості, а кількість обертів, які зробив ролик, заміряться лічильником 3. При цьому масштаби і швидкість обертання конуса обрані такими, щоб лічильник 3 показував пройдену кораблем відстань у милях.

9.2.2. Опис лабораторної установки

Лабораторна установка виконана на базі гідродинамічного лага ЛГ-25.



Рис. 5. Фото лабораторної установки

Фото лабораторної установки представлено на рис. 5. Лаг вимірює швидкість судна щодо води в межах від 3 до 25 вузлів, а також пройдену судном відстань. Максимальний робочий гідродинамічний тиск при швидкості 25 вузлів дорівнює $0,85 \text{ кг/см}^2$. Установка живиться змінним однофазним струмом 110 В, 50 Гц і споживає потужність 0,2 ВА. Конструкція лага забезпечує безперервну роботу протягом 2000 годин.

Імітація гідродинамічного тиску в лабораторній установці здійснюється шляхом подачі стисненого повітря з балона, тиск якого контролюється манометром.

9.3. Порядок виконання роботи

1. Вивчити основні теоретичні відомості і особливості побудови лабораторної установки. Ознайомитися з конструкцією лага. З метою контролю готовності до виконання роботи дати відповіді на наступні запитання:

– як здійснюється компенсаційний метод виміру в гідродинамічному лагу?

– які основні погрішності гідродинамічного лага?

2. Користуючись вентилями відкривання балона і випуску повітря із системи змінювати динамічний тиск. Зняти залежність швидкості, що показує лаг, від тиску при нульових значеннях a і b коефіцієнтів виправлення.

3. Зняти кришку центрального приладу, ввести які-небудь виправлення a і b , зняти зазначену в п. 2 залежність.

4. Побудувати графіки залежностей по п.п. 2 і 3 і зрівняти їх.

5. Зробити висновки по роботі.

9.4. Зміст звіту

Звіт повинен містити функціональну схему лага, результати вимірів у вигляді таблиць і графіків, а також виводи по роботі.

9.5. Контрольні питання

1. Як можна визначити напрямок вектора відносної швидкості?

2. Як здійснюється інтегрування швидкості в гідродинамічному лагу?

3. Які достоїнства і недоліки компенсаційного методу виміру?

4. Для чого вводять поправочний коефіцієнт у вираженні (6)?

9.6. Література

1. Блинов И.А., Жернаков А.В. Электронавигационные приборы. М.: Транспорт, 1980.- 446 с.

2. Бондарь П.М., Степанковский Ю.В. Физические основы ориентации и навигации. Ч.1 Физические поля Земли. Киев.: Корнійчук, 2002. 104 с.