



ВАСИЛЬКОВСЬКА Інна Олегівна - кандидат технічних наук, асистент кафедри оптичних та оптико-електронних приладів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»



КОЛОБРОДОВ Валентин Георгійович - доктор технічних наук, професор, лауреат Державної премії України, завідувач кафедри оптичних та оптико-електронних приладів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

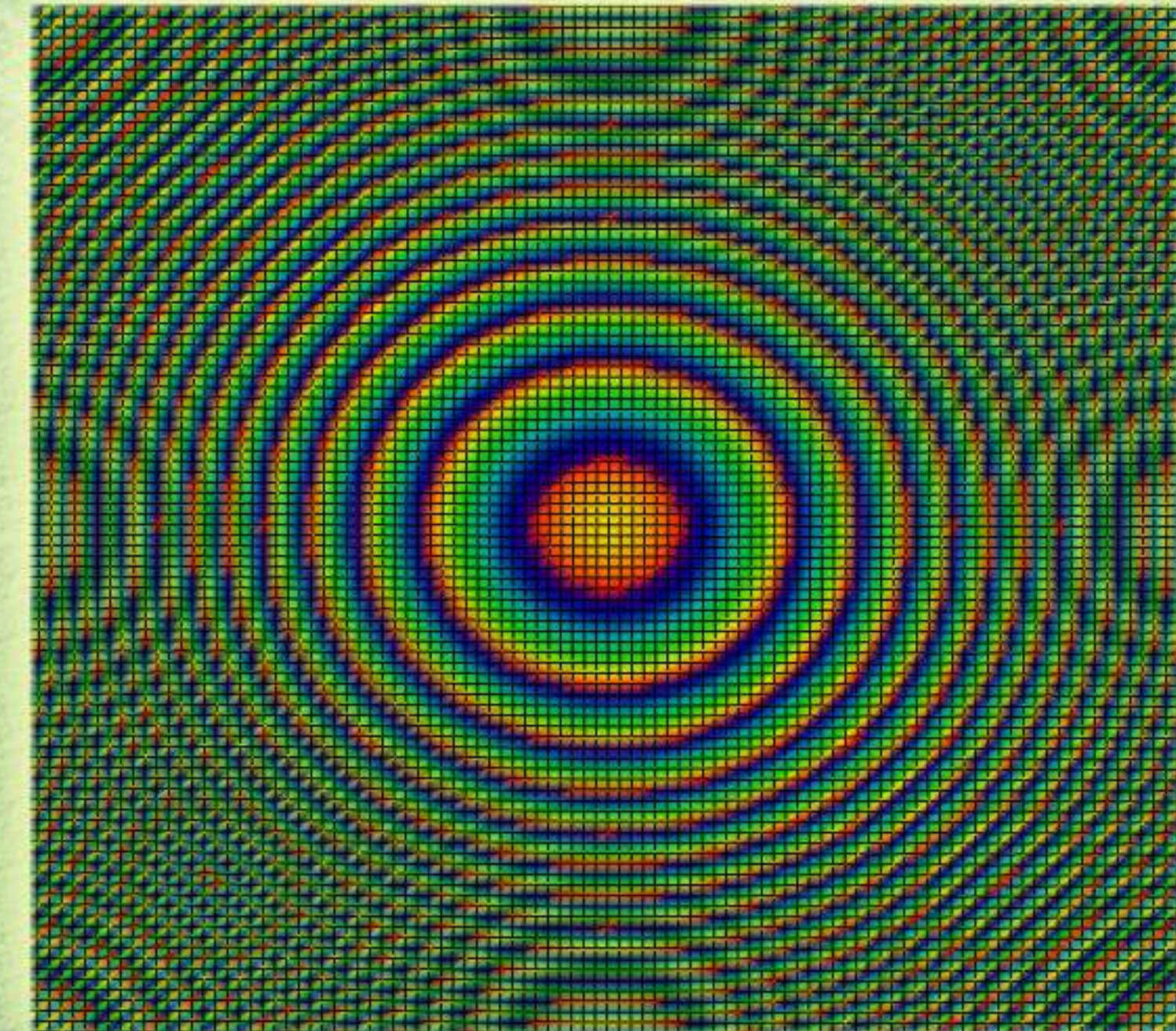


ТИМЧИК Григорій Семенович - доктор технічних наук, професор, декан приладобудівного факультету Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

І.О. Васильковська, В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРОЕКТУВАННЯ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ

І.О. Васильковська
В.Г. Колобродов
Г.С. Тимчик

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРОЕКТУВАННЯ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ



Багатопорядкова
дп лінза
ЕЛЕМЕНТ ІОЛ
ДИФРАКЦІЯ
ІНФРАКРАСНА
ЛІНЗА
ПОРЯДОК
Ефективність
ПРОЕКТУВАННЯ

Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

І.О. Васильковська
В.Г. Колобродов
Г.С. Тимчик

**Удосконалення методів проектування
дифракційних лінз**

Монографія

Рекомендовано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського

2020

УДК 535.42:535.316/.317
В19

Рекомендовано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 4 від 10 березня.2020 р.)

Рецензенти:

В. Ф. Коваленко, д-р фіз.-мат. наук,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

В.М. Тягур, канд. техн.наук,
КП СПБ «Арсенал»

Відповідальний редактор:

В.І. Микитенко, В.І., канд. техн. наук, доцент,
Національний технічний університет України
Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

В19 Удосконалення методів проектування дифракційних лінз: монографія /
І. О. Васильковська, В. Г. Колобродов, Г. С. Тимчик - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. –
158 с., іл.

ISBN 978-966-622-994-9

Наведено методи проектування дифракційних лінз та показано шляхи їх удосконалення. Обґрунтовано та розроблено нові методи проектування на основі використання багатопорядкових лінз для зменшення хроматичної аберації та покращення акомодативної здатності.

Встановлено, що використання багатопорядкових дифракційних лінз у комбінації з рефракційною частиною можна використовувати в офтальмології як штучний кришталік ока.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, студентів та аспірантів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології».

УДК 535.42:535.316/.317

© І. О. Васильковська, В. Г. Колобродов, Г. С. Тимчик, 2020

© КПІ ім. Ігоря Сікорського (ПБФ), 2020

ISBN 978-966-622-994-9

Зміст

ПЕРЕДМОВА	6
1 ДИФРАКЦІЙНІ ЛІНЗИ В СУЧАСНОМУ ПРИЛАДОБУДУВАННІ	7
1.1 Класифікація дифракційних оптичних елементів.....	7
1.2 Оптичні характеристики ДОЕ.....	10
1.3 Дифракційно-рефракційні лінзи	12
1.4 Багатопорядкові ДЛ.....	14
1.5 Технології виготовлення ДОЕ	16
1.6 Похибки виготовлення ДЛ.....	18
1.6.1 Похибки при фотолітографічному методі виготовлення.....	19
1.6.2 Похибки виготовлення канавок ДЛ	23
1.7 Застосування ДЛ в офтальмології.....	24
1.7.1 Типи ІОЛ	27
1.7.2 Типи мультифокальних ІОЛ.....	31
1.7.3 Матеріали для виготовлення інтраокулярних лінз	36
1.7.4 Якість зображення, сформованого ІОЛ	38
1.8 Порівняльний аналіз методів проектування дифракційних лінз.....	39
Перелік посилань до розділу 1	51
2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ЗОБРАЖЕННЯ ДИФРАКЦІЙНОЮ ЛІНЗОЮ	56
2.1 Фізичні основи формування зображення дифракційним оптичним елементом.....	56
2.2 Перетворення Френеля	59
2.3 Дифракційна лінза Френеля	61
2.4 Багатопорядкова дифракційна лінза	64
2.4.1 Розрахунок мікрорельєфу БПДЛ	67
2.4.2 Формування поліхроматичного зображення БПДЛ.....	70
2.5 Аберації БПДЛ.....	75

2.6 Хроматична аберация БПДЛ	78
2.7 Дослідження залежності дифракційної ефективності від параметрів БПДЛ	80
2.7.1 Вплив спектрального діапазону роботи ДЛ на дифракційну ефективність	81
2.7.2 Залежність дифракційної ефективності від кута падіння світла на ДЛ.....	81
2.7.3 Залежність дифракційної ефективності від ширини дифракційної зони	82
2.7.4 Залежність дифракційної ефективності від розміру мінімального заглиблення профілю	83
2.7.5 Вплив похибки нахилу вертикальної стінки першого типу на дифракційну ефективність.....	84
2.7.6 Вплив кута блиску на дифракційну ефективність	88
Перелік посилань до розділу 2.....	90
3 УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРОЕКТУВАННЯ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ	93
3.1 Розрахунок дифракційних оптичних елементів в наближенні геометричної оптики	93
3.2 Розрахунок дифракційних оптичних елементів в наближенні теорії дифракції	94
3.3 Ітераційні методи розрахунку ДОЕ.....	94
3.4 Удосконалення ітераційного алгоритму Герчберга-Секстона.....	98
3.5 Розрахунок ДЛ із заданим амплітудним коефіцієнтом пропускання.....	101
3.6 Проектування фазової дифракційної ґратки	108
3.7 Метод проектування багатопорядкових дифракційних лінз	112
3.8 Метод проектування БПДЛ з безкінечною глибиною акомодатії	119
Перелік посилань до розділу 3.....	126

РОЗДІЛ 4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ	129
4.1 Комп'ютерне моделювання дифракційних лінз.....	129
4.2 Комп'ютерне моделювання дифракційно-рефракційної ІОЛ	130
4.3 Комп'ютерне моделювання БПДЛ шляхом використання 3D моделі.....	131
4.4 Дослідження ДЛ, що містять похибки виготовлення мікрорельєфу	135
4.5 Вимірювання фокусних відстаней та дифракційної ефективності	137
4.5.1 Експериментальний стенд	139
4.5.2 Послідовність вимірювання дифракційної ефективності.....	140
4.5.3 Метрологічна обробка та оцінка точності вимірів фокусної відстані	141
4.5.4 Метрологічна обробка та оцінка точності вимірів ДЕ.....	144
Перелік посилань до розділу 4	150
Додаток А	152
Додаток Б	154
Додаток В	158

ПЕРЕДМОВА

Сучасна оптика розвивається насамперед завдяки широкому використанню дифракційних оптичних елементів (ДОЕ), які здійснюють модуляцію падаючого хвильового фронту в результаті дифракції світла на мікроструктурі елемента. Теоретично можна спроектувати елемент, який відтворить будь-який розподіл інтенсивності у площині зображення. Дифракційна лінза (ДЛ) є одним із основних типів ДОЕ, які застосовуються при формуванні та вимірюванні хвильового фронту, в оптичному зв'язку, в оптичному записі інформації, в оптичних сканерах, в офтальмології та інших галузях науки і техніки.

ДЛ мають унікальні фокуруючі та абераційні властивості. Своїми функціями вони здатні частково або повністю замінити рефракційну оптику. Основними перевагами ДЛ перед рефракційними лінзами є їх компактні розміри та мала вага. Для вирішення багатьох задач науки та техніки необхідно сфокусувати випромінювання в складну область простору. ДЛ є фокусаторами, основною проблемою у створенні яких є досягнення високої енергетичної ефективності при формуванні необхідного розподілу інтенсивності у фокальній площині.

Фокууючі властивості ДЛ досягаються завдяки формуванню різноманітних дифракційних профілів на поверхнях лінз. Широко відоме використання дифракційного профілю у проектуванні інтраокулярних лінз (штучних кришталіків ока). Якість зображення, створюваного такою лінзою, нічим не гірша за зображення, створене природним кришталіком, а може навіть перевершувати його. Проте створені сьогодні варіанти штучних кришталіків мають обмежені можливості акомодатії для чіткого бачення предметів у діапазоні від безкінечності до 25-30 см. Тому у дослідників виникла проблема вдосконалення існуючих методів проектування ДЛ для усунення існуючих недоліків – покращення акомодативної здатності та зменшення хроматичної абератії. Тому подальшого розвитку потребують теоретичні і експериментальні дослідження методів проектування ДЛ. Таким чином, удосконалення методів проектування ДЛ є актуальною проблемою приладобудування.

1 ДИФРАКЦІЙНІ ЛІНЗИ В СУЧАСНОМУ ПРИЛАДОБУДУВАННІ

1.1 Класифікація дифракційних оптичних елементів

Дифракційними оптичними елементами у вітчизняній та зарубіжній літературі називають оптичні елементи, які здійснюють перетворення фронту падаючої хвилі в результаті дифракції світла на мікроструктурі елемента, нанесеної на поверхню заданої форми.

Класифікація дифракційних оптичних елементів здійснюється за типом дифракційної структури, за формою робочої поверхні, на якій вона виконана, і за видом перетворення хвильового фронту [1]. Дифракційна структура може працювати на пропускання або відбиття, здійснюючи амплітудну або фазову модуляцію падаючої на неї хвилі. За рахунок дифракції світла падаюча хвиля розщеплюється на кілька променів (дифракційних порядків), що розміщуються з двох боків відносно променів, що не беруть участі в дифракції (промені нульового порядку). Порядки дифракції відраховуються від нульового – найчастіше додатний справа, а від’ємний зліва.

Найпростішим дифракційним елементом є дифракційна лінійна ґратка. Відповідно до методів виготовлення розрізняють амплітудні і фазові ґратки, а також із безперервним та дискретним фазовим профілем (рис. 1.1) [2].

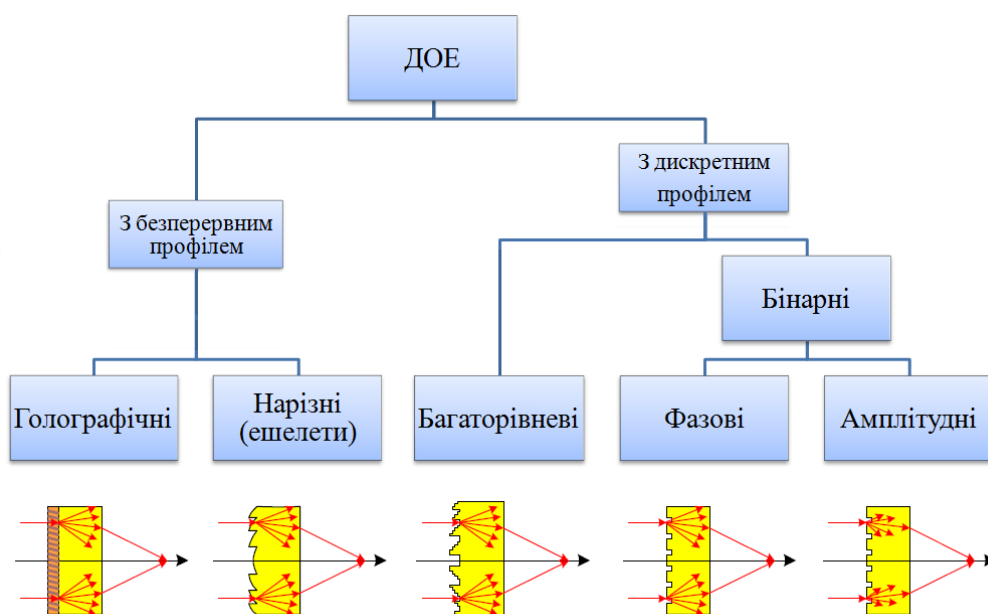


Рис. 1.1. Класифікація ДОО за методом виготовлення

Види ґраток обумовлюються тим, як вони модулюють падаюче на них світло [3]. Амплітудна одновимірна дифракційна ґратка є плоским транспарантом, на якому чергуються світлі й темні паралельні смужки однакової ширини. Вона пропускає певну частину падаючого випромінювання, а іншу частину відбиває, або поглинає. Іншим чином працює фазова ґратка, яка передає усе падаюче випромінювання. Модуляція досягається наданням полю падаючого на неї світла періодичної фазової затримки. Це досягається або періодичною зміною показника заломлення, або періодичною зміною фізичної товщини ґратки.

Логічним продовженням одновимірних амплітудних і фазових дифракційних ґраток є відповідні двовимірні радіально-симетричні ґратки, так звані зонні пластинки. Зона – це обмежена область ДОЕ, на якій функція пропускання світла однократно змінюється від мінімального до максимального значення. Границі зон у випадку зонних пластинок – кола змінного діаметру.

Амплітудна зонна пластинка має послідовно розміщені прозорі та непрозорі концентричні кільцеві зони, радіуси яких пропорційні кореню квадратному із цілих чисел (рис. 1.2). Дія такої пластинки відповідає декільком збираючим та розсіюючим лінзам, поміщеним в одну апертуру.



Рис. 1.2. Амплітудна зонна пластинка

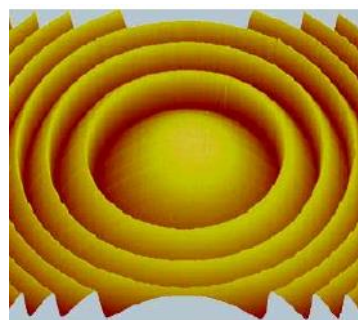


Рис. 1.3. Дифракційна лінза

Зонну пластинку із фазовим профілем називають кіноформом. Зонна пластинка виконує функцію фокусування світла і діє подібно до лінзи із багатьма фокусами, що відповідають різним порядкам дифракції та розміщені на

осі поширення світла. Дифракційні оптичні елементи зі структурою, подібною до структури зонної пластинки, називають ДЛ (рис. 1.3). Дифракційні лінзи діють подібно до рефракційних лінз, вони фокусують або розсіюють падаюче на них світло.

Просторова частота дифракційних лінз змінюється в радіальному, одному або двох взаємно перпендикулярних напрямках за заданим законом. Наразі дифракційні лінзи є найбільш важливими і найпоширенішими дифракційними елементами.

Бінарна оптика (Binary Optic) – це ДОЕ з дискретним числом контрольованих фазових поверхонь [4]. Найбільш простий елемент, що виготовляється за допомогою однієї літографічної маски, має тільки дві поверхні, які вносять нульову або π різницю фаз до фронту падаючої хвилі. При використанні M масок можна створити кратну багаторівневу бінарну оптику, яка має 2^M рівнів фази.

Як уже було сказано, фазовий профіль можна реалізувати двома способами. В обох випадках забезпечуються різні оптичні шляхи світла, що проходить через сусідні ділянки структури, тобто фазова модуляція світла. Перший спосіб періодичної зміни показника заломлення успішно практикують лише в лабораторіях [1]. Другий же спосіб - періодичної зміни фізичної товщини ґратки - реалізується багатьма сучасними технологіями. Традиційною технологією є нарізання ґраток на ділильній машині, в результаті створюють структуру із несиметричним профілем штриха (ешелети). Алмазне точіння, суха полімерна штамповка та проєкційне формування рельєфної структури прецизійним генератором зображень є більш досконалішими методами. Проте найефективнішою є фотолітографічна технологія, використання якої дозволяє наближувати безперервний рельєф дискретним (ступінчатим), що буде показано в розділі 2.5.

Принципово іншою технікою виготовлення ДОЕ є голографія. Комп'ютерна голограма (Computer – Generated Hologram) – це ДОЕ, який створений в результаті розрахунків інтерференційної картини з певним набором фазових

хвиль або розрахунку амплітудно-фазової маски. Голографічний оптичний елемент (Holographic Optical Element) – це ДОЕ, що створений в результаті інтерференції двох хвильових фронтів, утворених оптичними компонентами, що використовуються як оптичні компоненти.

Розвиток технологічної бази виробництва дифракційних елементів забезпечує в даний час можливість створення як бінарних, так і багаторівневих елементів з високою дифракційною ефективністю. Виготовлення елементів в полярній системі координат виявилось продуктивним і виявило ряд важливих переваг порівняно з традиційними x - y системами [5]. Завдяки безперервному скануванню по кутовій координаті істотно підвищена швидкість запису, знижений шум квантування, характерний для x - y систем, скорочений обсяг даних, необхідний для опису елементів з круговою симетрією. Точність відтворення форми хвильового фронту досягла $\lambda / 20$, що відповідає найвищим стандартам класичної оптики.

Таким чином, розвиток сучасної дифракційної оптики виходить на той рівень, коли вона стає невід'ємним компонентом оптичних систем.

1.2 Оптичні характеристики ДОЕ

Основною характеристикою ДОЕ є дифракційна ефективність (ДЕ), під якою розуміють відношення інтенсивності світла, що відхилилося в N -й дифракційний порядок I_N , до інтенсивності падаючого світла I_0 [4].

У таблиці 1.1. зведені теоретичні значення дифракційної ефективності для амплітудних і фазових дифракційних структур, розрахованих для оптимальних значень довжин хвиль [6].

Важливою характеристикою ДЛ є оптична сила Φ , що виникає внаслідок наявності квадратичного члена в законі зміни просторової частоти. В залежності від вигляду закону, ДЛ може діяти, наприклад, як сферична або циліндрична лінзи [7].

Хроматичні властивості дифракційних лінз, що проявляються у вигляді кольорових ореолів навколо зображення, суттєво відрізняються від

рефракційних. У дифракційній структурі приріст оптичних шляхів від границь сусідніх зон і фазова затримка на висоті структури повинні дорівнювати одній довжині хвилі. На відміну від звичайних рефракційних лінз фокусна відстань ДЛ обернено пропорційна довжині хвилі, до того ж вони мають від'ємну дисперсію, а її величина на порядок більша, ніж у рефракційних [8].

Таблиця 1.1

Дифракційна ефективність для різних ДОЕ

Тип дифракційної структури	0-й порядок	+1-й порядок	-1-й порядок	+2-й порядок	-2-й порядок	+3-й порядок	-3-й порядок
Бінарна амплітудна	25%	10,1%	10,1%	0%	0%	1,1%	1,1%
Синусоїдальна амплітудна	35%	6%	6%	0%	0%	5%	5%
Дворівнева фазова	0%	40,5%	40,5%	0%	0%	4,5%	4,5%
4-рівнева фазова	0%	81%	0%	0%	0%	0%	10%
8-рівнева фазова	0%	94,9%	0%	0%	0%	0%	0%
16-рівнева фазова	0%	98,7%	0%	0%	0%	0%	0%
Пилкоподібна фазова	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
Синусоїдальна фазова	12%	34%	34%	0%	0%	0%	0%

Якість ДОЕ визначається в основному двома найважливішими характеристиками [9]: законом зміни просторової частоти зонної структури по поверхні елемента, а також формою та глибиною її рельєфу. Перша

характеристика визначає форму хвильового фронту, що формує елемент у робочому порядку дифракції, друга – дифракційну ефективність і розподіл енергії по перерізу світлового пучка, що формується.

До кількісних характеристик якості зображення ДОЕ відносяться функція розсіювання точки (ФРТ) та пов'язані з ними оптична передавальна функція, а також модуляційна передавальна функція (МПФ) дифракційної лінзи [4,7].

1.3 Дифракційно-рефракційні лінзи

Дифракційний максимум, що має ДОЕ, придатний для отримання зображення не гірше ніж фокус звичайної рефракційної лінзи. Однією із найважливіших особливостей ДОЕ є те, що теоретично можна створити дифракційний профіль, який забезпечить будь-який розподіл інтенсивності, що досягається, наприклад, за допомогою ітераційних алгоритмів розрахунку та виготовлення фотолітографічними методами. Однак, є два суттєвих недоліки [10]. По-перше, обмеженням є мінімальний розмір канавки, який здатна забезпечити технологія виготовлення. Крутизна нахилу фазового профілю не повинна бути більшою за мінімально допустимий розмір канавки. У випадку рефракційної оптики велику крутизну нахилу можна забезпечити різними способами виготовлення, наприклад, алмазним точінням. Однак при виготовленні складних фазових профілів, наприклад, асферичної форми, виникають труднощі. По-друге, сильний хроматизм ДОЕ виключає можливість роботи з немонохроматичними джерелами світла.

З огляду на перелічені особливості комбінація рефракційної та дифракційної оптики має великий потенціал [11]. У результаті такого поєднання утворилися гібридні дифракційно-рефракційні лінзи (ДРЛ) (рис. 1.4), що використовуються для ахроматизації, атермалізації чи корекції хвильових аберацій. Вони дозволили, максимально використовуючи переваги ДОЕ, суттєво знизити негативний вплив хроматизму та низької дифракційної ефективності.

Типові ДРЛ мають дві поверхні. Одна з них рефракційна монофокальна, а на іншу поверхню нанесений дифракційний мікрорельєф. Для поздовжнього

зміщення дифракційних максимумів кривизна рефракційної поверхні обирається так, щоб забезпечити необхідну заломлюючу силу всієї лінзи.

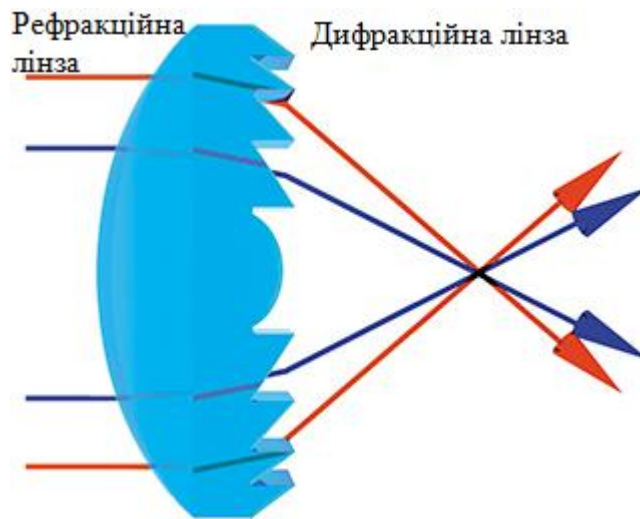


Рис. 1.4. Принцип дії дифракційно-рефракційної лінзи

ДРЛ використовуються виключно як мультифокальні лінзи, оскільки через хвильову природу світла для ДЛ характерна наявність декількох дифракційних максимумів. Розподіл енергії світла по всім цим порядкам зазвичай неоднаковий. Наприклад, для лінзи з трикутним дифракційним профілем вздовж радіального напрямку [12] для створення зображення з високою інтенсивністю підходить лише дифракційний максимум 1-го порядку. Інтенсивність світла в інших максимумах дуже мала і ці максимуми не підходять для створення зображення. Положення дифракційного максимуму нульового порядку співпадає з положенням рефракційного фокусу і не співпадає з положенням дифракційного максимуму першого порядку.

Як приклад, ахроматизованою називається оптична система з двох елементів чи лінз з оптичними силами Φ_1 та Φ_2 , якщо виконується умова [8]

$$\Delta\Phi_{CF} = \frac{\Phi_1}{V_1} + \frac{\Phi_2}{V_2} = 0, \quad (1.1)$$

де $\Delta\Phi_{CF}$ – різниця оптичних сил на довжинах хвиль λ_C та λ_F для комбінованої системи, V_1 та V_2 – коефіцієнти дисперсії першого і другого компонентів.

Для компенсації хроматичної аберації в рефракційних системах поєднують додатні та від'ємні лінзи з різними коефіцієнтами дисперсії V_1 та V_2 . У дифракційно-рефракційних лінзах оптичні сили компонентів Φ_1 та Φ_2 мають однакові знаки, тому хроматизм компенсується за рахунок від'ємної дисперсії дифракційного компонента.

1.4 Багатопорядкові ДЛ

Традиційно ДЛ проектують для роботи в першому дифракційному порядку, в якому оптична сила лінзи прямо пропорційна відношенню розрахункової і робочої довжини хвилі світла. У зв'язку із цим при освітленні такої ДЛ білим світлом хвилі певної довжини фокусуються на різних відстанях від лінзи, що створює хроматичні аберації у зображенні. Цей фактор здатен як негативно, так і позитивно впливати на системи формування зображень [13]. Для того, щоб зменшити хроматичну аберацію були запропоновані багатопорядкові ДЛ (БПДЛ) [14-15] (інша назва – гармонічні дифракційні лінзи), які одночасно працюють в декількох дифракційних порядках N та виконують в цих порядках задані перетворення вхідного пучка. БПДЛ є ще одним прикладом поєднання властивостей дифракційних та рефракційних лінз в одному елементі, в яких відповідні властивості залежать від приведення фази до інтервалу, кратного $2\pi p$, де p – число стрибків фази. Очевидно, що зі збільшенням значення p зростає наближеність дифракційного елемента до властивостей рефракційного.

Зазвичай наявність дифракційних порядків розглядають як негативний фактор, що призводить до зниження дифракційної ефективності. Однак, можна спостерігати і позитивні ефекти, наприклад, БПДЛ здатні фокусувати хвилі різної довжини в одну точку (рис. 1.5) із високою дифракційною ефективністю. Чим більше значення p , тим більше хвиль фокусується в одну точку. Однак виготовлення поверхонь таких лінз технологічно більш складніше, оскільки найефективнішим є метод глибокого травлення [16]. Тому важливо знаходити баланс між складністю виготовлення та можливістю виправлення хроматичної аберації.

На відміну від звичайної ДЛ в БПДЛ оптична різниця ходу між сусідніми границями зон складає ціле число довжин хвиль $p\lambda_0$, а висота структури в p разів вища. Для ряду дискретних довжин хвиль оптичні сили ДЛ будуть однакові, тому ці хвилі сфокусуються в одній точці. Для розробника важливо володіти ефективним механізмом контролю кількості таких довжин хвиль в заданому спектральному діапазоні.

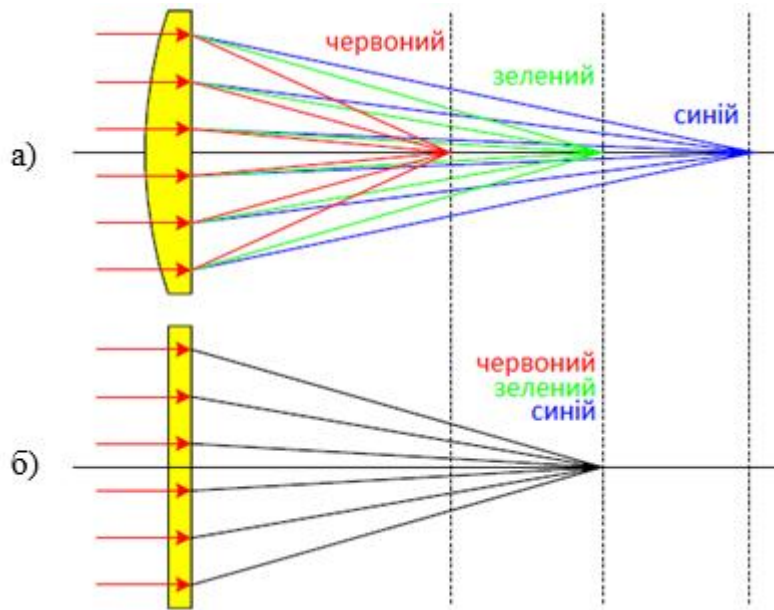


Рис. 1.5. Відмінність принципу дії традиційної ДЛ (а) та багатопорядкової ДЛ (б)

Завдяки унікальним фокусуєчим і абераційним властивостям ДЛ, а також успіхам в області отримання високоефективних мікроструктур ці елементи сьогодні знаходять все ширше і ширше застосування в сучасних оптичних системах, наприклад, для формування та зондування хвильового фронту, в оптичному зв'язку, в накопичуванні на оптичних носіях, в оптичних сканерах, в ІЧ матрицях, мікро-, опто-, електро-, механічних системах, в медицині та ін. [17-18].

Згідно із загальною тенденцією до мініатюризації усе далі і далі розвиваються технології, що дозволяють виготовляти дифракційні мікролінзи високої якості із поперечним діаметром до кількох міліметрів (рис. 1.6). Ці досягнення використовуються в сенсорній техніці (тензометрія) та в медицині, а саме в офтальмології (інтраокулярні лінзи) (рис. 1.7), дерматології та ендоскопії.

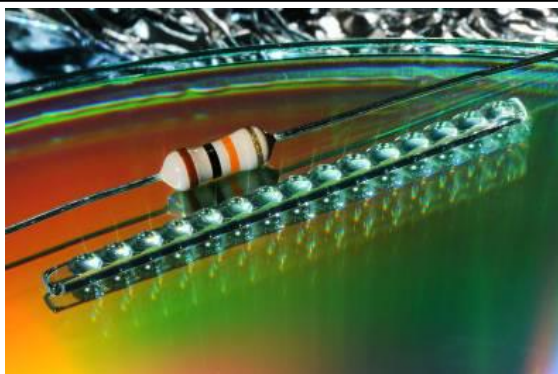


Рис. 1.6. Стрічка із 15 асферичних дифракційних лінз (SCHOTT)



Рис. 1.7. Інтраокулярна лінза

БПДЛ знайшли використання в голографічних дисплеях [19], в інфрачервоних зображувальних системах [20], в терагерцевих сенсорних системах [21], для формування лазерних пучків [22]. Для застосування в офтальмології БПДЛ майже не розглядалися [8].

1.5 Технології виготовлення ДОО

Серед технологій дифракційної оптики можна виділити наступні [23,24]:

1. Світлові:
 - Інтерференційно-голографічна технологія;
 - Фотолітографія (багатомаскова, растрова);
 - Лазерний запис (фотопроцес, термохімічний процес);
 - Абляція;
2. Не світлові:
 - Алмазне точіння;
 - Електронно-променевий запис;
 - Іонно-променевий запис;
3. Перенесення рельєфу на підкладку:
 - Рідинне травлення;
 - РІТ (RIE);
 - ІСП (ICP);
4. Реплікація:

- Гальванопластика;
- Лиття під тиском;
- Гаряче тиснення;
- Епоксидна формовка;
- Фотополімеризація.

Раніше для виготовлення дифракційної оптики широко використовувалися оптичні методи. Їх застосування обмежується, зазвичай, виготовленням радіальних або лінійних зонних пластинок і кіноформів. Алмазне точіння в даний час використовується для виготовлення високоточних оптичних поверхонь в металах, полімерах та кристалах [6]. Цей спосіб дозволяє одержувати заданий фазовий профіль ДОЕ, однак застосування обмежене виготовленням елементів з аксіальною симетрією. Скануючі методи прямого променевого запису є найбільш універсальними. Вони засновані на скануванні сфокусованим амплітудно-модульованим лазерним або електронним пучком поверхні підкладки, покритої реєструючим шаром [24]. Записуючий пучок переміщається по заданих траєкторіях. Ці траєкторії є прямими лініями (в прямокутній системі координат), або колами і спіралями (в полярній системі координат). Для виготовлення ДОЕ широко використовуються також електронно-променеві або лазерні пристрої запису, що працюють в прямокутній системі координат. В цьому випадку дифракційна структура може бути представлена набором елементарних зображень - трапецій або прямокутників, орієнтованих уздовж двох фіксованих ортогональних осей. Це призводить до розсіювання світла на кутах прямокутників і появи додаткового шуму в сформованому зображенні. Існує ряд типів ДОЕ, для яких розсіювання світла і точність виконання структури є критичним фактором. Для таких елементів кращим є запис в полярній системі координат.

Синтезовані голограми для корекції, контролю та атестації асферичних хвильових фронтів головних дзеркал сучасних телескопів повинні мати точність виконання кільцевої дифракційної структури не гірше 0,1 мкм і мінімальний період менше 1 мкм, при загальних розмірах в кілька сотень міліметрів [25]. Це

дозволяє забезпечити відхилення форми хвильового фронту від розрахункового не більш, ніж $\lambda/20$ при кутових апертурах порядку 0.5. Це дуже жорсткі вимога. У цьому випадку важливо знати – з якою точністю відтворюється розрахункова форма хвильового фронту при проходженні через синтезований елемент. Це дозволило б усунути проблеми, які мали місце при створенні космічного телескопа «Хаббл» - виготовлення дуже дорогого головного дзеркала з неправильною формою через помилки в оптичній системі контролю. Дифракційні елементи для атестації такої оптики можуть бути виготовлені тільки за допомогою пристроїв, що використовують для запису полярну систему координат. Тому при виборі методу виготовлення ДОЕ необхідно завжди враховувати специфіку їх застосування.

Оптичні характеристики ДЛ у значній мірі залежать від розмірів мікрорельєфу, зокрема, від положення дифракційних зон та глибини канавок. Тому є необхідним проведення оцінки впливу похибок виготовлення мікрорельєфу ДЛ на їх оптичні характеристики [26].

1.6 Похибки виготовлення ДЛ

Проектування і виготовлення ДОЕ невідривно пов'язані між собою. Відповідно до концепції квантування довільний фазовий профіль можна записати на дифракційну лінзу. Для виготовлення кіноформної лінзи може бути використана будь-яка мікролітографічна техніка. Мікролітографічні техніки оптимізовані для формування ступінчатого профілю, тому вони чудово підійдуть і для виготовлення ДЛ [23,26,27]. Канавки можна отримати шляхом анізотропного травлення або літографічного осадження тонких шарів. Залежно від матеріалу підложки та вимог до ДОЕ із великого розмаїття наявних методів виготовлення можна вибрати найбільш підходящий.

На рис. 1.8 показані фотографії реальних ДОЕ, виготовлених різними мікролітографічними методами.

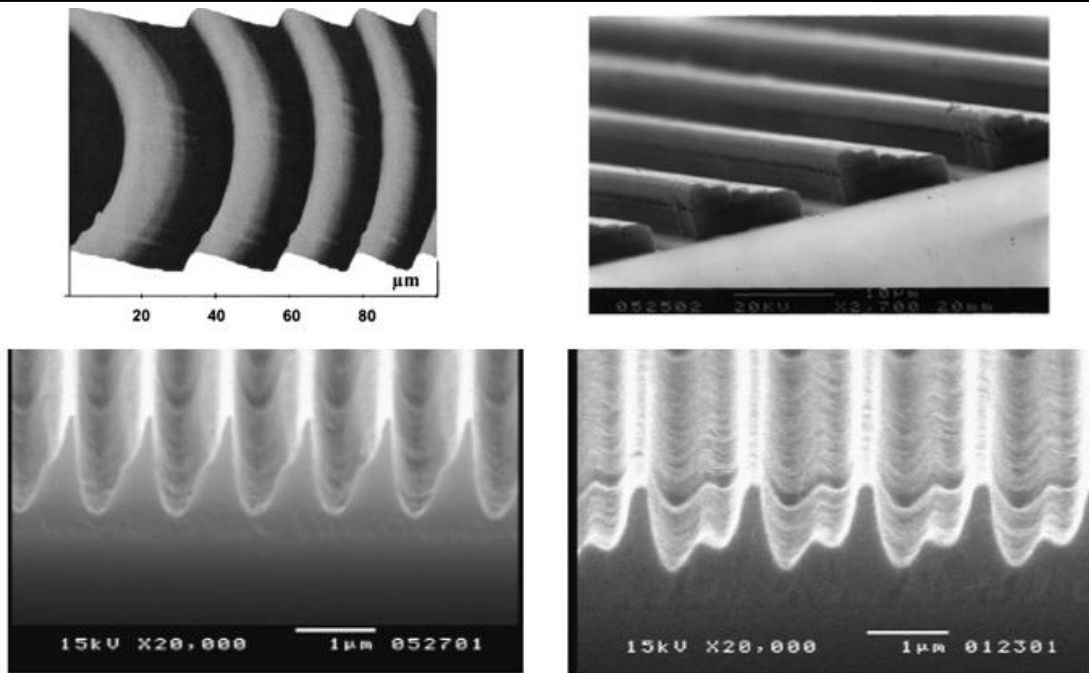


Рис. 1.8. Похибки виготовлення ДЛ під мікроскопом

1.6.1 Похибки при фотолітографічному методі виготовлення

Для формування багаторівневого профілю може бути використана послідовність бінарних стадій обробки [2]. Оскільки за один крок можливо зробити канавку певної глибини, логічно, що кожен наступний крок здійснюється окремо однією літографічною маскою (рис. 1.9, а).



Рис. 1.9. Помилки виготовлення кіноформних елементів

Для здійснення $M-1$ кроків обробки необхідно M масок для різних фазових рівнів. Це дозволить виготовити багаторівневий фазовий елемент із довільною висотою сходинок.

Із наведеної схеми квантизації зрозуміло, що при виготовленні ДОЕ основним елементом є крок однакової висоти. У цьому випадку кількість етапів обробки визначається кількістю рівнів фази M (рис. 1.9, б). Використання логарифмічної послідовності масок значно зменшує ціну ґратки за рахунок скорочення часу виготовлення. Шаплони масок із вищою періодичністю дозволяють витравлювати менші канавки, що підвищує роздільну здатність літографії. При правильному підборі глибини травлення фазові ґратки із різною висотою сходинок також можна виготовити використанням послідовності логарифмічних масок. Для практичних цілей рекомендується спочатку обробляти дрібні фазові сходинки, а більш грубіші в наступних етапах травлення [6]. Такий порядок травлення дозволяє зменшити кількість помилок виготовлення. При виготовленні найтонших елементів важлива рівномірність нанесення покриття фоторезисту. Хороший опір покриття вимагає плоскої поверхні підкладки. Однак після попередніх етапів профілювання поверхня більше не плоска, що ускладнює застосування однорідних покриттів із зменшенням розміру і збільшенням кількості дрібних елементів.

Точність літографічних процесів, що застосовуються для виготовлення ДОЕ, обмежена, оскільки реалізований профіль поверхні відхиляється від ідеального профілю [6]. Визначимо найважливіші помилки виготовлення, дослідимо як від них залежить профіль кіноформної лінзи та проаналізуємо їх вплив на продуктивність ДОЕ. Як було показано вище, процес виготовлення багаторівневих фазових елементів зазвичай складається із послідовності бінарних кроків виготовлення, кожен із яких потребує вирівнювання і етапу травлення. Зрозуміло, що обидві стадії обробки можливі з певною кінцевою точністю, вносячи таким чином похибки виготовлення. На рис. 1.10 показаний вплив найбільш важливих похибок виготовлення 4-х рівневої лінійної ґратки за допомогою масок логарифмічної послідовності [**Error! Reference source not found.**6].

Похибки позиціонування маски виникають, якщо маски для наступних процесів структурування дещо зсунуті відносно існуючих структур. Через це

бокове зміщення в фазовому елементі генеруються додаткові структури. На рис. 1.10, б показані відхилення, що виникають при невеликому боковому зміщенні (δs) другого шару маски. Аналізуючи різницю між профілями реальної та ідеальної форми елемента, знаходимо фазову похибку, викликану неузгодженням.

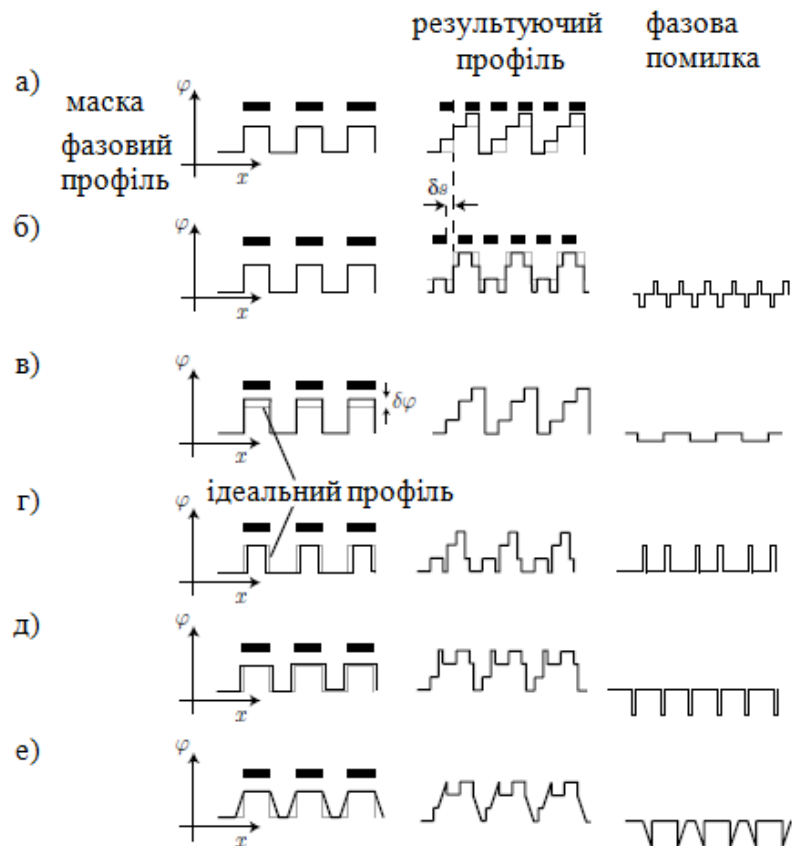


Рис. 1.10. Ефекти різних можливих похибок в процесі виготовлення фазової 4-рівневої ґратки за допомогою мультимаски: а) ідеальний процес; б) бокове зміщення двох масок; в) похибка глибини травлення; г) перетравлення; д) недотравлення; е) часткова ізотропія у процесі травлення. У випадках в), г), д), е) робиться припущення, що похибка виникає тільки у масці першого шару

Похибки травлення виникають, коли реалізована фазова сходинка окремого процесу травлення відхиляється від ідеальної профілем з чітко визначеною глибиною травлення і вертикальними ребрами:

- Похибки фазової глибини викликані кінцевим розділенням глибини процесу травлення. Замість ідеального прямокутного фазового профілю з глибиною t генерується прямокутний профіль правильної ширини, але з

помилковою глибиною $t + \delta t$. Це призводить до фазової помилки ($\delta\phi$) в ДОЕ, показаного на рис. 1.10, *в*).

- Пере- та недотравлення (рис. 1.10, *г, д*) призводить до зміни бічних розширень структури маски при передачі на скляну підкладку. Ідеальна ширина структури w збільшується чи зменшується на δw .

- Часткова ізотропія процесу травлення створює схили кінцевої крутизни на краях прямокутних фазових сходинок. Як показано на рис. 1.10, *е*, це знову призводить до відхилення від ідеального фазового фронту, який є періодичним зі структурою маски відповідного шару.

Як видно з рис. 1.10, різні типи похибок виготовлення вводять в фазовий профіль відхилення $\delta\phi$, яке впливає на періодичність структури маски, що використовується у відповідному процесі. Математично реальний профіль може бути описаний шляхом перемноження ідеального розподілу фаз з фазовою похибкою. У скалярному наближенні вплив фазової похибки на оптичні характеристики може бути обчислений шляхом згортки ідеального сигналу і похибки у вихідній площині, що генерується.

Інтенсивність в дифракційних порядках зростає зі збільшенням помилки травлення $\delta\phi$. Таким чином, зі збільшенням помилки травлення більше і більше світла втрачається в паразитних порядках. Цікаво зазначити, що на дифракційну амплітуду впливає абсолютна похибка по глибині травлення, а не помилки глибини по відношенню до необхідної глибини фази. Аналогічні результати можуть бути досягнуті для інших типів похибок виготовлення. Можна зробити висновок, що основний ефект похибок виготовлення є зниження дифракційної ефективності в бажаних порядках сигналу. У той же час частка світла в паразитних порядках збільшується, що знижує відношення сигнал/шум. Чутливість ДОЕ до похибок важливо вносити у процесі проектування.

1.6.2 Похибки виготовлення канавок ДЛ

Наявність похибки глибини канавок дифракційних зон ДЛ у першу чергу призводить до зміни фазової затримки, що вводить елемент, що у свою чергу призводить до зміни дифракційної ефективності.

Похибку *максимальної глибини канавки* можна представити через коефіцієнт зміни її максимальної глибини [28]:

$$S = \frac{h_{\max} - \Delta h}{h_{\max}} = 1 - \frac{\Delta h}{h_{\max}}. \quad (1.2)$$

З урахуванням похибки S фазову функцію ДЛ у загальному випадку можна записати як: $\varphi(r) = \alpha S \frac{2\pi r}{\lambda} OPD(r)$, де $OPD(r)$ – optical path difference – оптична різниця ходу променя.

Таким чином, ДЛ, що працює у поліхроматичному світлі практично не чутлива до похибки максимальної глибини канавки.

Похибка нахилу вертикальної стінки може бути двох видів: а) коли дотримана висота мікропрофілю, кут нахилу вертикальної стінки α показаний на рис.1.11, а; б) коли висота мікропрофілю не дотримана, кут нахилу β (рис. 1.11, б). ДЛ найбільш чутлива до похибки нахилу вертикальної стінки. Для дифракційної ефективності $\eta > 90\%$ ця похибка не повинна перевищувати 5% [28]. Детальний розгляд представлених похибок буде проведений в розділі 2.

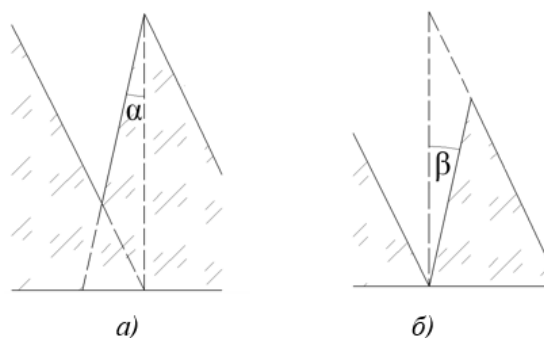


Рис.1.11. Похибки нахилу вертикальної стінки

1.7 Застосування ДЛ в офтальмології

Зупинимось детально на застосуванні ДЛ в офтальмології. Можна вважати, що створення інтраокулярної лінзи імплантату є одним із найважливіших досягнень в цій області. Ідея створення інтраокулярної лінзи (ІОЛ), або як ще її називають штучним кришталіком, належить англійському офтальмологу Гарольду Рідлі. У 1949 році він уперше провів операцію з імплантації ІОЛ, яка, незважаючи на недосконалість конструкції, стала революційним проривом [29]. ІОЛ це лінза, що заломлює промені світла і формує на сітківці зображення, виконуючи функції природного кришталіка. Якість зображення, створеного такою лінзою, значно поступалася природному кришталіку, до того ж такий кришталік не був здатен виконувати функцію акомодатії, людина не могла однаково добре бачити ближні і дальні об'єкти. Для вирішення цієї проблеми були запропоновані біфокальні ДОЕ. Найбільш ранні описи їх можливого використання в офтальмології були представлені Уебершааром (Ueberschaar) і Форстом (Forst) в середині 1960-х. Вони запропонували використовувати класичний профіль фазової реверсивної зонної пластинки Релея-Вуда для створення біфокальних контактних лінз [30]. На початку 80-х років минулого сторіччя були запропоновані дифракційно-рефракційні біфокальні лінзи [31], в яких ефект біфокальності досягався за рахунок дифракції світлового потоку на безперервному кіноформному мікрорельєфі, яка дозволяла отримати рівні (по 40,5%) інтенсивності нульового і першого порядків дифракції.

ІОЛ має дві частини – оптичну та опорну (рис. 1.12). Оптична частина це лінза із прозорого матеріалу, який є біологічно сумісним із тканинами ока. На поверхні лінзи розміщена дифракційна зона, яка формує зображення. А опорна частина, або як її ще називають гаптика, забезпечує кріплення ІОЛ в оці.

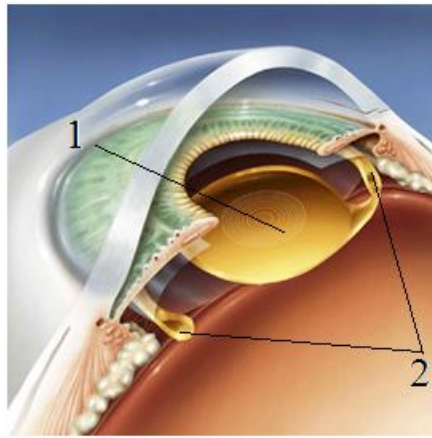


Рис. 1.12. ІОЛ на місці кришталика ока:

1 – оптична частина (дифракційна зона); 2 – гаптика

Такі види очних захворювань, як астигматизм, пресбіопія, міопія, гіперміопія, коригуються за допомогою окулярів або контактних лінз. Сьогодні найбільш ефективною та безпечною вважається лазерна корекція зору. Однак, при короткозорості чи далекозорості високих степенів чи при протипоказаннях до лазерної корекції зору проводиться рефракційна заміна кришталика на ІОЛ. При помутнінні кришталика ока людини – катаракті – зір значно погіршується, з часом це може призвести до сліпоти. Найбільш ефективним способом лікування катаракти є хірургічна операція по видаленню помутнілого кришталика з наступною заміною його на ІОЛ.

ІОЛ поділяються на жорсткі та м'які. Для імплантації жорстких ІОЛ потрібен великий операційний розріз, а також накладання швів, що затягує період реабілітації. Сучасні клініки віддають перевагу м'яким ІОЛ, які імплантуються через мікронний розріз, який до того ж має здатність самогерметизуватися та не потребує накладання швів. Такі лінзи поміщаються всередину ока в складеному вигляді, саморозкриваються та фіксуються.

Як показують дослідження ринку ІОЛ провідних учених світу, щороку невпинно зростає кількість операцій по заміні кришталика при катаракті [32]. На рис.1.13 показані кількості проведених операцій щорічно, починаючи з 2010 року і, на жаль, за прогнозами тенденція росту зберігатиметься надалі.

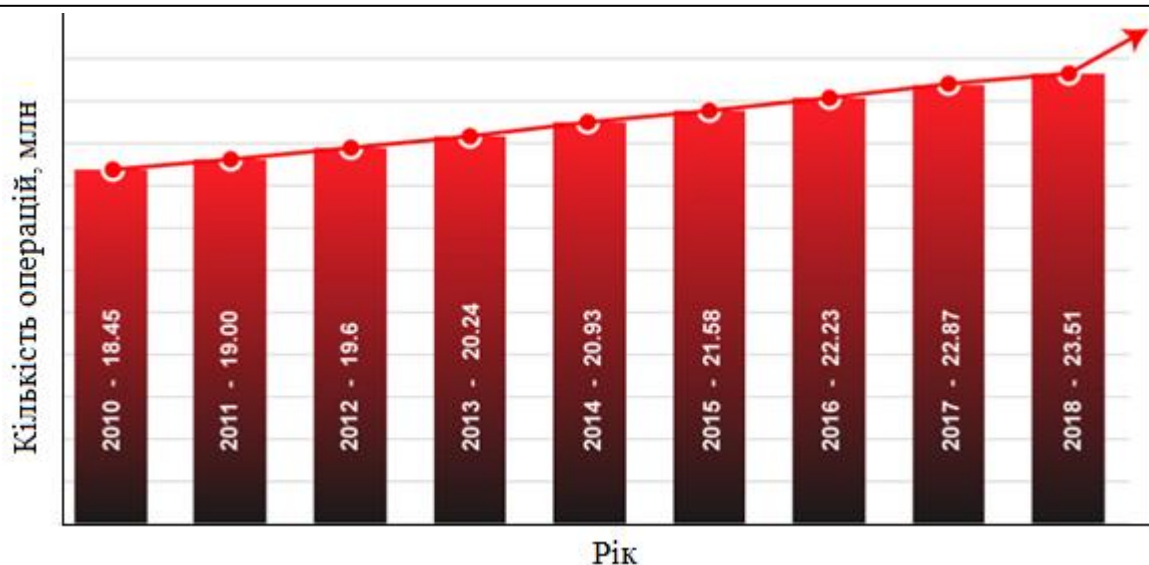


Рис. 1.13. Тенденція росту кількості операцій по заміні кришталіка

У дослідженні німецьких вчених [33] була проведена оцінка і прогнозування масштабів ринку ІОЛ, результати їх прогнозів показані на рис. 1.14.

Їх оцінка показує зростання ринку ІОЛ, і на їх думку у 2018 році масштаб світового ринку становитиме €680 млн. За оцінками американських вчених у 2020 році масштаб ринок становитиме \$4,7 млрд.

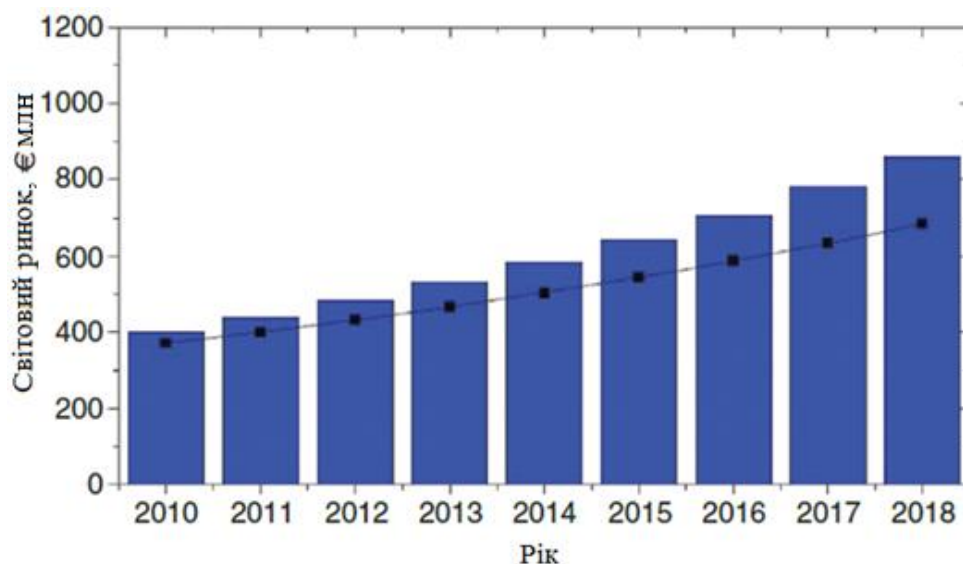


Рис. 1.14 Масштаб світового ринку ІОЛ

У монографії розглядаються особливості ДЛ, зокрема, для використання в офтальмології як складової частини ІОЛ, зважаючи на актуальність даної області застосування ДЛ.

1.7.1 Типи ІОЛ

Існує 6 основних типів таких лінз [34]:

- Моноблок;
- З жовтим фільтром;
- Асферичні лінзи;
- Торичні лінзи;
- Мультифокальні лінзи;
- Акомодуючі лінзи.

Лінза моноблок (рис. 1.15, *a*) має суцільну конструкцію, тобто оптичний і опорний елементи виготовлені з одного біоактивного матеріалу, що зводить до мінімуму ризик реакції ока і розвиток вторинної катаракти. Така конструкція ІОЛ дозволила не тільки зменшити розмір для імплантації до 2,5 мм, а й уникнути ризику ускладнень під час операції. Можливість відторгнення такої лінзи виключена - при імплантації моноблочної лінзи тканини ока не травмуються, зберігаючи свою форму і цілісність. Крім того, лінза імплантується через одноразовий інжектор, що знижує ризик інфікування лінзи в ході операції. Досвід імплантації штучних кришталіків у формі моноблоку перевищує 15 млн по всьому світу [35].

Природний кришталік людини, крім акомодатії, виконує спеціальну функцію захисту сітківки. З віком відбувається природне жовтіння кришталіка, що знижує шкідливий вплив ультрафіолетових і синіх променів на сітківку для запобігання розвитку її дистрофії. У процесі операції з видалення катаракти і заміні кришталіка видаляється і жовтий фільтр, знижуючи захисні функції ока і збільшуючи ризик розвитку вікових захворювань сітківки. Сучасні ІОЛ мають жовтий фільтр, що відтинає промені синього спектру без порушення

кольоросприйняття. ІОЛ з жовтим фільтром (рис. 1.15, б) захищають сітківку аналогічно до природного кришталіка ока.

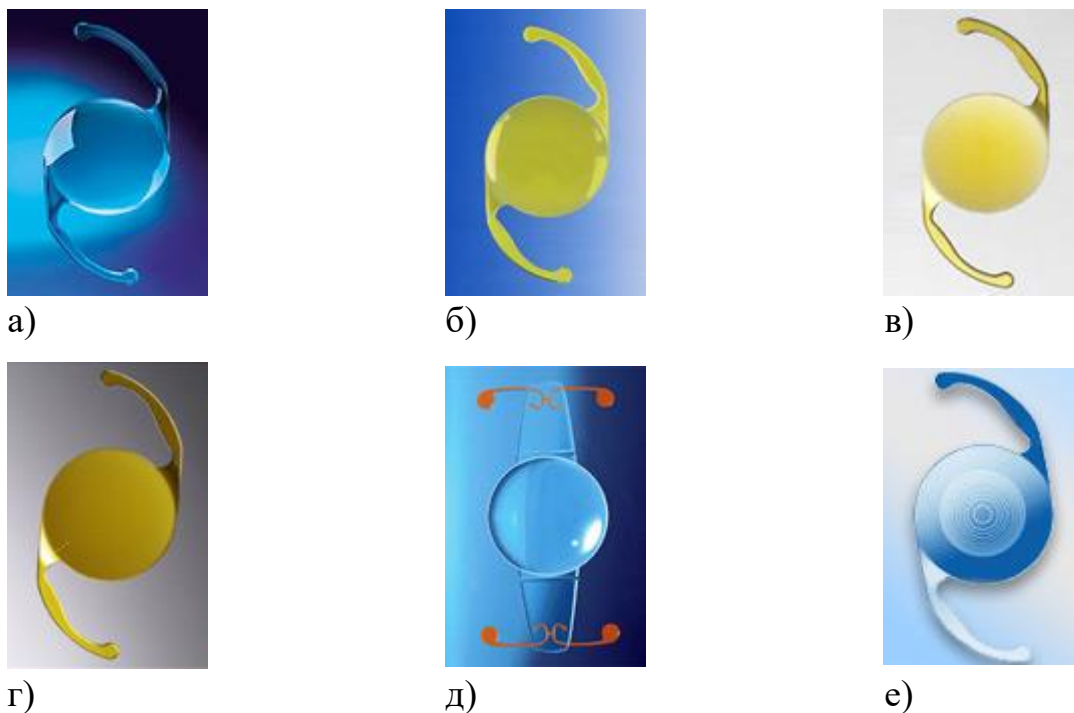


Рис. 1.15. Типи інтраокулярних лінз

Інтраокулярні асферичні лінзи (рис. 1.15, е) розроблені спеціально для корекції сферичних аберацій. Практично у всіх людей після імплантації штучного кришталіка спостерігаються аберації. Найбільш поширеним видом аберацій є сферичні. Вони виникають через заломлення світла під різними кутами при його проходженні через сферичну поверхню інтраокулярної лінзи і оптичне середовища ока. Без відповідної корекції промені світла не фокусуються точно на сітківці ока і зображення може бути нечітким і розмитим. Часто після операції з видалення катаракти люди, маючи високі показники зорових функцій, страждають від ореолів, відблисків, засвічувань, які найбільш сильно проявляються у вечірній або нічний час доби [35]. До недавнього часу уникнути виникнення сферичних аберацій при використанні традиційних моделей інтраокулярних лінз було неможливо. Але зараз розроблені спеціальні моделі лінз, які мають асферичну поверхню. Інтраокулярні асферичні лінзи на всіх своїх ділянках мають однакову оптичну силу, тому світлові промені, заломлюючись, фокусуються в одній, а не в декількох точках. Такі

характеристики дозволяють отримати більш якісне зображення, що особливо важливо при роботі в умовах низької освітленості при максимально розширеній зіниці.

Досить часто зустрічаються випадки, коли катаракта ускладнена рогівковим астигматизмом. Оскільки рогівка має більшу заломлюючу здатність ніж кришталік, її вплив на зір більший. Раніше такі випадки створювали труднощі для хірурга, а також і для пацієнта, адже після видалення катаракти необхідним було використання спеціальних циліндричних окулярів. Розробка та активне застосування в офтальмологічній практиці **торичних лінз** (рис. 1.15, з) дозволила пацієнтам з катарактою і астигматизмом отримати нове життя. Торична лінза має більшу силу заломлення в певних областях, що дозволяє їй зменшити, а часто і повністю позбутися пацієнтові рогівкового астигматизму, значно покращивши некоригований зір вдалину. Торична ІОЛ не тільки заміщає оптичну силу видаленого кришталіка, але і коригує вихідний рогівковий астигматизм [35].

Акомодуючі ІОЛ (рис. 1.15, д) дозволяють імітувати роботу природного кришталіка ока і досягати відмінних зорових характеристик при баченні зблизька, вдалину і на середніх відстанях. Такий тип лінз за своїми властивостями максимально наближений до природного кришталіка людини. Унікальна конструкція акомодуючих лінз дозволяє, задіюючи очні м'язи, «рухатися» і «вигинатися» подібно до природного кришталіка, для імітації природної фокусуєної здатності. Унікальні характеристики акомодуючих лінз дають можливість здобути хороший зір як на близькій і далекій відстанях, так і на середній відстані, що властиво тільки молодому, здоровому оку. Крім того, вдалося вирішити відразу дві вікові проблеми із зором - катаракту та пресбіопію (вікову далекозорість) [36-37**Error! Reference source not found.**].

Із віком природна здатність ока до чіткого бачення на різних відстанях знижується. Після 40 років кришталік ока ущільнюється, стає менш пластичним, втрачає здатність швидко змінювати свою форму, тому для роботи зблизька людині вже потрібні окуляри. У віці 60-70 років здатність до

акомодації втрачається остаточно, і доводиться використовувати окуляри як для роботи на близькій відстані, так і для бачення вдалину. **Мультифокальні**, або «псевдоакомодуючі», **лінзи** (рис. 1.15, e) мають особливі переваги перед лінзами традиційних моделей. Маючи не один, а декілька фокусів, мультифокальні лінзи дозволяють досягати максимальної гостроти зору як зблизька, так і вдалину, а також значно зменшити залежність людини від окулярів або взагалі позбутися їх. За статистикою, до 80% пацієнтів, яким була імплантована мультифокальна інтраокулярна лінза, не користуються окулярами взагалі. Залежно від принципу дії мультифокальні лінзи бувають двох різних конструкцій - зі змішаним дифракційно-рефракційним характером оптики і з комбінованими радіальними секторами. Фактично використовується лише кілька стандартних варіантів конструкцій.

Як стверджують провідні офтальмологи світу, різниця, що існує між різними конструкціями лінз з точки зору технології (рефракційні, дифракційні чи інші), не завжди впливає на суб'єктивні відчуття пацієнта. Аналіз результатів імплантації рефракційних мультифокальних інтраокулярних лінз (МІОЛ), таких як лінзи ReSTOR і Oculentis MPlus, показав, що вони забезпечують дещо кращі результати на далекі і середні відстані, значущої різниці в кількості скарг пацієнтів на виникнення ефектів поблискувань і «гало» немає [38].

Проведення досліджень та аналізу результатів імплантації лінзи, а також результатів впливу різних конструктивних параметрів моделей лінз на зорові функції є актуальною задачею. Тому дуже складно сказати, які лінзи кращі з точки зору їх конструкцій. У будь-якому випадку, хороші результати і задоволеність пацієнтів лікуванням залежать від детального передопераційного обстеження, чіткого відбору та підготовки пацієнтів для кожного методу, точного розрахунку ІОЛ, правильного ведення пацієнта протягом тривалого післяопераційного періоду.

У даній роботі вважаємо за потрібне вдосконалювати саме мультифокальні дифракційні лінзи, оскільки акомодуючі лінзи наразі ще не набули достатнього розповсюдження і потребують подальшої розробки, і за оцінками експертів

матимуть попит найближчим часом. Тому в подальшому огляді докладно зупинимося на типах мультифокальних ІОЛ.

1.7.2 Типи мультифокальних ІОЛ

Мультифокальними можна вважати ІОЛ, які розділяють падаюче випромінювання між двома і більше фокусними точками. В основному користуються біфокальними – для зору зблизька та вдалину – та трифокальними ІОЛ, які формують чітке зображення предметів, розміщених додатково ще і на деякій проміжній відстані. Теоретично кількість фокусів можна збільшувати, але слід пам'ятати про те, що з їх збільшенням зменшується кількість енергії, що лінза направляє у відповідні фокуси, а значить зменшується і якість сформованого зображення. Мультифокальність можливо отримати як на основі рефракційної оптики, так і дифракційної (рис.1.16).

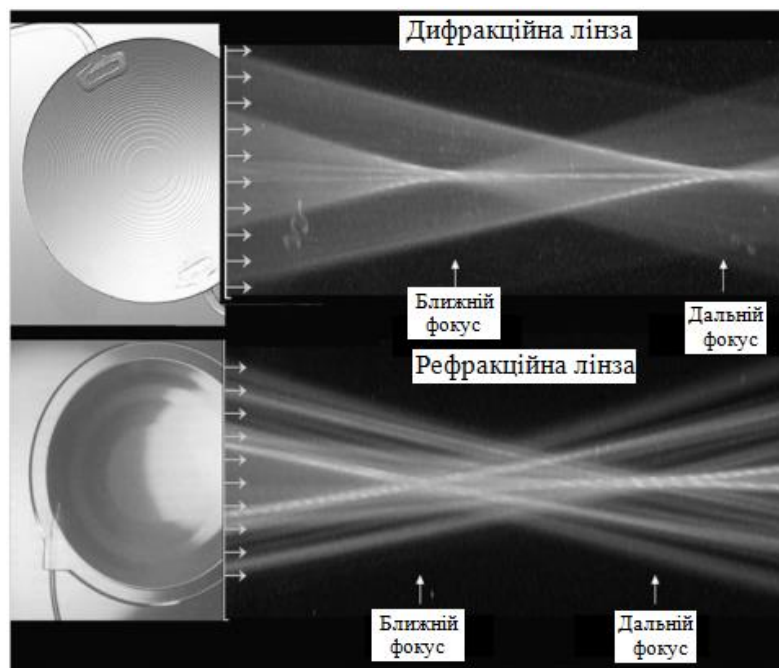


Рис. 1.16. Відмінність розповсюдження світла через дифракційну та рефракційну мультифокальні лінзи

Рефракційна МІОЛ має особливі зони, кожна з яких по-різному заломлює падаючі промені. Зони розподілені від центральної частини лінзи до периферії. Ефективність таких лінз залежить від розмірів зіниці, тому людина з такими

лінзами повинна підлаштовуватись до навколишнього освітлення. Дифракційна МІОЛ має особливий мікрорельєф, який розділяє світловий потік для чіткого сприйняття як далеких, так і близьких предметів. Ефективність не залежить від розмірів зіниці, до того ж такі лінзи мають маленьку товщину.

Дифракційні біфокальні лінзи належать до МІОЛ, які розділяють падаюче випромінювання між двома фокусними точками, ближнім і дальнім фокусом [39]. Базуючись на фізичних принципах, у дифракційних МІОЛ близько 20% світла втрачається, направляючись у неосновні порядки через явище дифракції.

Дифракційна МІОЛ це лінза, перша поверхня якої є сферичною рефракційною, а на другу, нанесений дифракційний рельєф (рис. 1.17). Дифракційна частина містить біля 30 концентричних кілець - зон висотою 2 мкм, на яких відбувається дифракція падаючих променів світла, які фокусуються в ближній та дальній фокусній точці. За принципом дії така лінза є комбінацією збираючої лінзи і зонної пластинки.

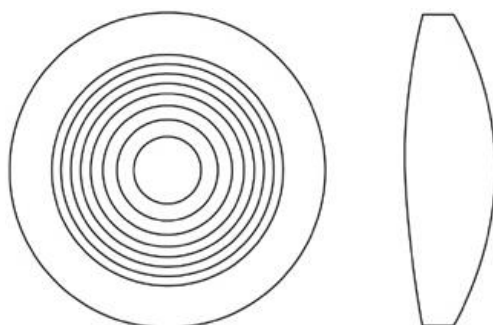


Рис. 1.17. Дифракційна МІОЛ

Перевагою застосування принципів дифракції є те, що при постійному освітленні кожної точки оптичної системи формується одне і те ж зображення, таким чином ефект біфокальності не залежить від діаметра зіниці і центрування.

Перша дифракційна МІОЛ була запропонована фірмою ЗМ в 1987 році [31] і мала випукло-увігнуту дифракційну трьохкомпонентну конструкцію (ЗМ 815Е), наступною була двояковипукла модель (ЗМ 825Х). Після цього компанія Pharmacia вдосконалила цю конструкцію і розробила спочатку однокомпонентну МІОЛ із ПММА (поліметилметакрилату), а потім силіконову дифракційну МІОЛ, яка могла складатися. Подальшу розробку асферичної МІОЛ із силікону

здійснювала компанія Pharmacia. Після приєднання компанії до компанії АМО (Ірвін, США) проекти були допрацьовані і була створена асферична МІОЛ на основі гідрофобної лінзи з акрилату AR40e.

Оптичний принцип рефракційної МІОЛ принципово відрізняється від дифракційних лінз. У рефракційній МІОЛ біфокальність чи мультифокальність досягається за рахунок ступінчастої зміни заломлюючої сили ІОЛ (рис. 1.18). Цього ефекту добиваються шляхом розділення оптичної поверхні на зони із різним радіусом кривизни або із різним показником заломлення світла [40]. Основний принцип такої лінзи полягає у тому, що при погляді зблизька відбувається звуження зіниці, у той час як при погляді вдаль зіниця розширюється і може бути задіяна периферійна частина лінзи. Як показали дослідження, використовуючи двозонну МІОЛ можна добитись хорошої псевдоакомодації. Однак це залежить від оптимального центрування і зміни діаметра зіниці.

Успішна розробка рефракційних МІОЛ була отримана фірмою АМО, лінза «Аггау-МІОЛ» мала 5 рефракційних зон на передній поверхні. Завдяки використанню прогресивного асферичного дизайну, було досягнуто покращене зображення на проміжній області між зором вдаль і зблизька. Далі відбувались вдосконалення конструкцій використанням сильно заломлюючого силікону та гідрофобного акрилату із подальшою можливістю асферичної корекції.

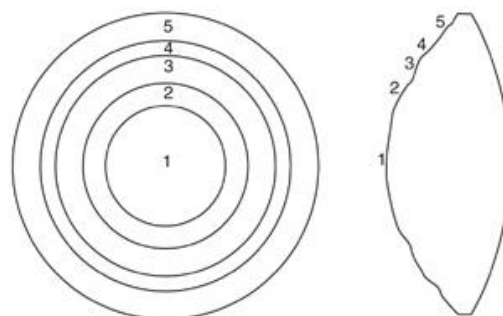


Рис. 1.18. Рефракційна МІОЛ

Компанією Rayner M-Flex була запропонована 4-х та 5-ти зонна рефракційна МІОЛ, із гідрофобного акрилату із додатковою оптичною силою

+3,0 дптр та +4,0 дптр, основою якої була монофокальна ІОЛ Superflex. Базова модель Superflex показувала хороші результати досліджень, вона мала визначну стабільність обертання та невелике децентрування.

Принциповим недоліком рефракційних МІОЛ є те, що при зменшенні діаметра зіниці до діаметру центральної частини її периферійна частина уже не працює і лінза перестає бути мультифокальною. Від цього недоліку майже вільні гібридні дифракційно-рефракційні ІОЛ, в яких поєднуються рефракційна та дифракційна частини. Вони складаються із рефракційної лінзи і нанесеного на неї дифракційного рельєфу.

МІОЛ фірми Alcon ReSTOR має центральну дифракційну частину розміром 3 мм. Дифракційна частина виконана у вигляді аподизуючої зони, тобто висота сходинок лінзи поступово зменшується до краю. Це створює більш плавний перехід між ближньою та дальньою фокусними точками, що зменшує небажані світлові засвітки. Периферійна частина лінзи діє як рефракційна, що покращує зір вдалину. Така МІОЛ має синій світлофільтр та не має асферичних поверхонь. Функціональні результати дослідження МІОЛ від Restor є дуже хорошими, однак через відносно малий діаметр дифракційної структури вони дуже чутливі до зміщення центру зіниці відносно оптичної осі ока.

Інший підхід застосовується при проектуванні лінзи Acri.Lisa від фірми Acri.Tec. Ця лінза представляє собою монолітну асферичну біфокальну ІОЛ з корекцією аберацій, виготовлену із гідрофобного акрилу [31]. Енергія світла, що пройшло в робочі нульовий і перший порядки розподіляється так, що у фокус далекого зору (рефракційний) попадає 65% енергії і 35% в фокус ближнього зору (обумовлений додатковою оптичною силою дифракційного компонента). Додаткова оптична сила цієї ІОЛ в ближньому фокусі +3,75 D. Лінзи із серії наборів Acri.Twin розподіляють світло із близька та даліни у відношенні 70/30 (домінуюче око) та 30/70 (недомінуюче) із додатковою оптичною силою +3,75 дптр відповідно [12]. При імплантації в обидва ока лінз Acri.Twin розподіл світла між зором вдалину і зблизька урівноважується. Завдяки такому асиметричному розподілу світла для кожного окремого пацієнта можна вибрати

домінуюче око. У випадку Acrl.LISA розподіл світла залишається сталим 65/35 незалежно від того чи є домінуючим зір вдалину чи зблизька.

Трьохкомпонентна силіконова дифракційна мультифокальна лінза Tecnis ZM900 (Advanced Medical Optics, Inc., США) має діаметр оптичної частини – 6 мм [31]. Дифракційна структура, нанесена на задню поверхню лінзи, забезпечує додаткову оптичну силу в +4,00 дптр, при цьому падаюче світло рівномірно (по 40,5% від загальної кількості енергії пройденого через лінзу світла) розподіляється між ближнім та дальнім зором при будь-якому розмірі зіниці. Передня поверхня лінзи має асферичну форму для компенсації аберацій рогівки. Лінза інjektується через розріз 2,8 мм.

На науково-виробничому підприємстві "Репер-НН" (м. Нижній Новгород, РФ) розраховані за допомогою комп'ютерного моделювання і виготовлені із застосуванням технології фронтальної фотополімеризації дифракційно-рефракційні біфокальні МІОЛ-Аккорд та трифокальні інтраокулярні лінзи з прямокутним дифракційним профілем [12]. Дифракційна структура в лінзах МІОЛ-Аккорд сформована на плоскій поверхні, що спрощує технологію виготовлення. Попередні результати досліджень цих лінз показують, що за своїми оптичними характеристиками вони не поступаються біфокальними дифракційно-рефракційні лінзам інших виробників, в тому числі і лінзам відомої фірми "Alcon".

Дифракційна теорія дозволяє збільшувати кількість фокусів, однак це означає автоматичне зменшення світлової енергії, що потрапляє в кожен фокус. Також приближення фокусів один до одного при збільшенні їх кількості супроводжується посиленням їх взаємного впливу. Таким чином, відновлення втраченої акомодатії природного кришталіка можна здійснити або зміною кривизни, або за рахунок аксіального переміщення, або поєднанням цих двох підходів.

Мультифокальна інтраокулярна лінза забезпечує можливість різкого бачення об'єктів, розташованих на двох або трьох фіксованих різних відстанях, частково компенсуючи тим самим втрачену акомодативну здатність природного

кришталіка ока. Але при цьому виникає проблема паразитного впливу зображення, що створюється іншим фокусом (фокусами) [12]. На сітківці одночасно присутнє різке зображення, створене одним із фокусів, і розпливчате зображення цього ж об'єкта, створеного іншим фокусом (фокусами). Оптична теорія не може дати пояснення як оком сприймається це зображення. В результаті досліджень в галузі фізіології зору Нобелівського лауреата Д. Хьюбела було встановлено, зокрема, що фоторецептори сітківки формують сигнал, що передається далі в кору головного мозку, тільки в тому випадку, якщо на сітківці є досить різка межа розділу світла і тіні. При рівномірній засвітці сітківки розсіяним світлом сигнали в кору головного мозку не передаються. Таким способом природа в процесі еволюції позбавила мозок від необхідності обробляти беззмстовні сигнали, що не несуть ніякої інформації. Це значить, що різке зображення, створене одним фокусом, буде безперешкодно отримано головним мозком, а розпливчате паразитне зображення, створене іншим фокусом (фокусами), затримується рецепторами сітківки і в головний мозок не передається.

1.7.3 Матеріали для виготовлення інтраокулярних лінз

Лінзи нового покоління відповідають «золотому» стандарту ринку, який переслідує такі принципи [31]: по-перше, лінзи повинні бути м'якими, для імплантації через малий розріз; по-друге, матеріал лінз має бути гідрофобним (акрил чи силікон), для мінімізації біологічних відкладень на дифракційному мікрорельєфі та піляопераційних ускладнень; по-третє, дифракційною частиною повинна забезпечуватись додаткова оптична сила, близько +4,0 дптр, щоб інтенсивність розфокусованого зображення була суттєво нижчою за інтенсивність сфокусованого зображення; по-четверте, лінза повинна поглинати ультрафіолетове випромінювання для захисту сітківки.

Найпершим матеріалом, який використовувався винахідником Гарольдом Рідлі був поліметилметакрилат (ПММА). Із впровадженням методу факоемульсифікації і можливості видалення катаракти через малі розрізи, були

розроблені матеріали для ІОЛ, які могли б складатися, це гідрофобний силікон, гідрофобний акрил, і гідрофільний акрил (або гідрогель). Вони складають три основні групи матеріалів, які використовуються сьогодні [40].

Поліметилметакрилат – жорсткий, гідрофобний (вміст води <1%) матеріал, який не здатен складатися [41]. Показник заломлення 1,49, оптичний діаметр зазвичай складає 5-7 мм. Лінзи, виготовлені з нього, як правило, монолітні, тонкі. Для імплантації таких лінз необхідний великий розріз, тому сьогодні вони застосовуються рідко. Через низьку вартість їх використовують в країнах, що розвиваються.

Полімери силікону і кисню почали використовуватися для імплантації ІОЛ через розріз, вужчий за діаметр ІОЛ. **Силікон** гідрофобний, з кутом контакту з водою 99° , вищим, ніж у гідрофобного акрилу [35**Error! Reference source not found.**]. При імплантації силіконові ІОЛ повинні бути сухими, оскільки коли вони вологі, то дуже слизькі. Коефіцієнт заломлення, як правило, знаходиться в діапазоні від 1,41 до 1,46, оптичний діаметр лінз становить 5,5-6,5 мм. При введенні силіконової ІОЛ в передню камеру вона одразу розкривається, що залишається проблемою для хірургів. До того ж цей матеріал схильний до накопичення бактерій, що підвищує ризик виникнення післяопераційних ускладнень.

Гідрофобні складані акрилові матеріали являють собою серію з сополімерів акрилату і метакрилату, отриманих з твердого ПММА, щоб зробити їх складаними та довговічними. Зазвичай кут контакту з водою становить 73° . Гідрофобні складні акрилові лінзи можуть бути складені, їх можна штовхати, витягувати, вони зберігають свою первинну форму протягом декількох секунд. Гідрофобні акрилові ІОЛ бувають 3-х компонентні і монолітні, діаметром оптичної частини від 5,5 до 7,0 мм, загальною довжиною від 12 до 13 мм. Бувають прозорими або жовтими, з показником заломлення від 1,44 до 1,55. Гідрофобні акрилові лінзи легко складаються для імплантації, вимагають розрізу 2,2 мм. Такі ІОЛ не здатні само центруватися, тож їх необхідно правильно розташовувати при імплантації.

Гідрофільні акрилові матеріали складаються з суміші гідроксиетилметакрилату (полі-HEMA) і гідрофільного акрилового мономера. Після створення ці матеріали були дещо змінені, в результаті чого утворився цілий ряд різних сополімерів з вмістом води, між 18 і 26%. Типовий показник заломлення 1,43, деякі матеріали можуть бути жовтого кольору. Гідрофільні акрилові лінзи м'які, мають відмінну біосумісність. Контактний кут з водою менше 50°. Більшість ІОЛ монолітні, призначені за деякими винятками для імплантації в капсульний мішок. Вони можуть бути імплантовані через розріз, менший 2 мм.

1.7.4 Якість зображення, сформованого ІОЛ

На загальну якість зображення, створеного ІОЛ, впливають такі параметри [42] як кількість фокусів, розподіл енергії між фокусами та якість зображення фокууючого компонента. Важливим є розрахунок ФРТ, ОПФ та МПФ.

Найбільш важливими факторами, що впливають на якість зображення, є безпосередньо конструкція лінзи, а також дотримання технології її виготовлення. З одного боку, конструкція ІОЛ, так же як і ДЛ, має формувати заданий хвильовий фронт, з іншого – профіль лінзи має бути максимально точним. Результати клінічних випробувань повинні порівнюватися з якістю імплантованої лінзи, а безпосередньо готові ІОЛ потрібно тестувати на лабораторному стенді для визначення основних оптичних характеристик [43Error! Reference source not found.Error! Reference source not found.].

МПФ використовується для виявлення усіх характеристик ІОЛ, для оцінки продуктивності та контролю якості виготовлення лінзи.

Іншою важливою вимірювальною характеристикою є розподіл енергії між фокусами. Це пояснюється тим, що інтенсивність другого зображення може заважати розпізнати перше зображення, особливо коли воно фокусується в кілька точок [42]. Інформація від додаткового зображення теж записана в МПФ, але зазвичай не можна розділити розподіл енергії та інші якісні ефекти [44].

1.8 Порівняльний аналіз методів проектування дифракційних лінз

Під час проектування оптичних систем з ДЛ використовують декілька методів – проектування ДЛ в наближенні геометричної оптики, ітераційні – в наближенні теорії дифракції, градієнтні та строгий електромагнітний розрахунок ДОЕ.

Розрахунок в наближенні геометричної оптики ґрунтується на розв'язку рівняння ейконала і переносу [45]. В однорідному середовищі світлові промені розповсюджуються прямолінійно. Добуток відстані між двома точками на промені та показника заломлення середовища називається оптичною довжиною шляху. Функція оптичної довжини шляху в залежності від координат точки променя називається ейконалом [26]. Геометричне місце точок рівного ейконала називається геометричним хвильовим фронтом. Пучок променів, що виходять із малої області одного хвильового фронту і входять у відповідну малу область другого хвильового фронту, називається хвильовою трубкою. Вздовж хвильової трубки потік інтенсивності (добуток інтенсивності на площу світлової трубки) зберігається. При геометрично-оптичному методі задача фокусування лазерного випромінювання еквівалентна пошуку функції перетворення координат (x, y) в координати (x_0, y_0) , віддалених на відстань f . Це перетворення будується за допомогою прямих світлових променів, що з'єднують між собою точки обох площин. Оскільки промінь перпендикулярний до хвильового фронту, то, знаючи хід променів між двома площинами, можна однозначно знайти рівняння хвильового фронту $W(x, y, z) = \text{const}$.

Оптичний елемент є поверхнею, на якій ейконал розривається. Величина цього розриву називається ейконалом оптичного елемента. В загальному випадку його величина залежить не лише від висоти мікрорельєфу оптичного елемента, але і від ейконала падаючої світлової хвилі [26].

В основі проектування дифракційних лінз в наближенні геометричної оптики лежить пилкоподібна структура ешелету, розрізана по базовій кривій несучої лінзи, як показано на рис. 1.19. Ешелет – оптичний елемент, плоска

відбиваюча фазова дифракційна решітка з трикутною формою штрихів. Використовується як диспергуючий елемент в дифракційних спектральних приладах для розкладання оптичного випромінювання в спектр [26]. Ешелети виготовляються нарізанням на плоскій поверхні строго паралельних штрихів, форма яких трикутна. У дифракційних лінзах, несуча лінза визначає дистанційну силу лінзи, у той час як дифракційний профіль забезпечує оптичну силу.

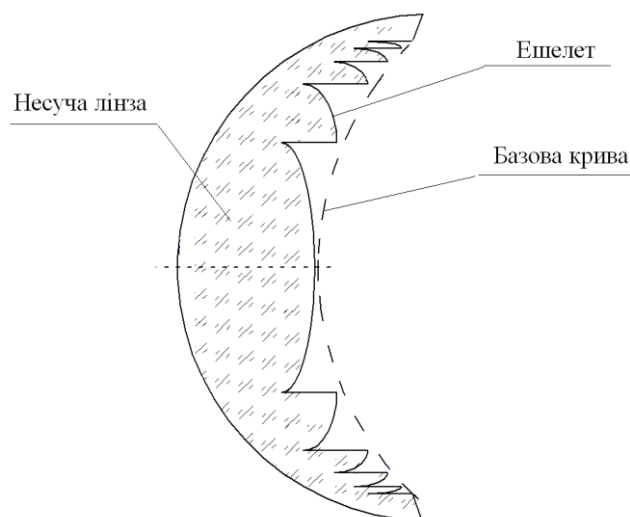


Рис. 1.19. Дифракційна біфокальна контактна лінза

З геометричної точки зору профіль можна проілюструвати на прикладі креслення поперечного перерізу дифракційної поверхні, нарізаної на плоскій базовій кривій. На рис. 1.20 показаний профіль лінзи. Вертикальна вісь представляє фізичну товщину чи висоту h профілю, а горизонтальна вісь представляє радіальний розмір r лінзи, w – ширина зони.

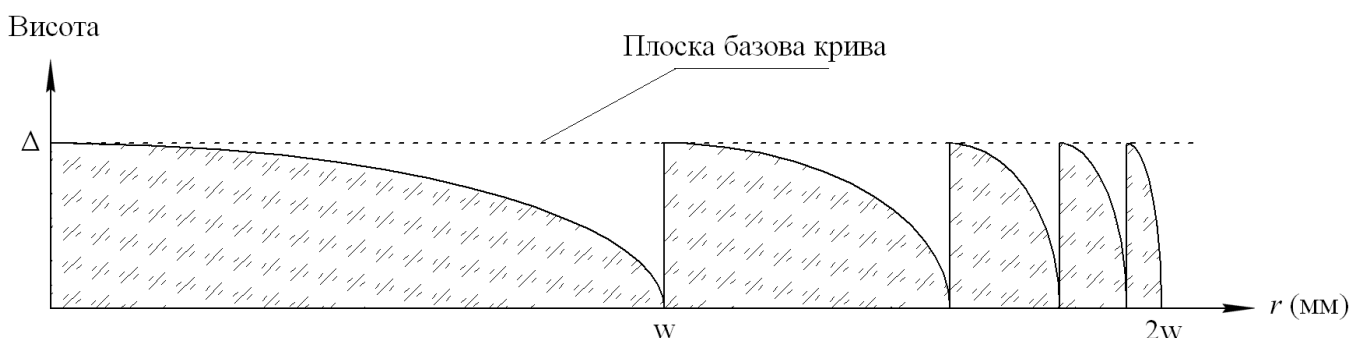


Рис.1.20. Геометричний профіль лінзи

Як правило, висота профілю визначається в мікрометрах, а оптичні діаметри (тобто оптична частина лінзи) в міліметрах. Для наочності, масштаби

вертикальної осі, як правило, збільшують приблизно в 1000 разів в порівнянні із горизонтальною віссю.

Дифракційний профіль зручно зобразити в r -квадратичному просторі, як показано на рис. 1.21 [30]. Тоді горизонтальні ділянки осі відповідають квадрату радіусу. Таким чином, профіль виглядає як лінійна пилкоподібна структура однакових ешелетів в r -квадратичному просторі. На рисунку показаний стандартний півхвильовий пилкоподібний профіль із максимальною фазою півдовжини хвилі. Він розподіляє світло порівну в дві фокусні точки – дальню і ближню.

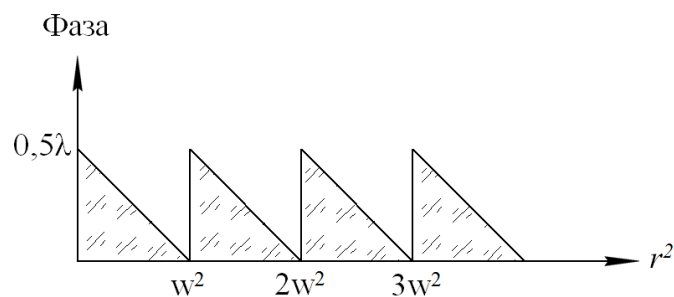


Рис.1.21. Пилкоподібний профіль у r -квадратичному просторі

Отже, пилкоподібний профіль повністю визначається двома параметрами – висотою профілю та шириною зони – змінюючи їх, можна змінювати оптичну силу ДЛ і розподіл інтенсивності випромінювання в площинах зображення.

У залежності від форми і глибини дифракційного рельєфу падаюче світло розподіляється в основному на два чи три дифракційні порядки. Зазвичай при проектуванні ДЛ використовують декілька стандартних конструкцій – пилкоподібний та бінарний профілі. Стандартний пилкоподібний профіль (рис.1.21) з фазовим зсувом $0,5\lambda$ направляє світло в 0-й та +1-й порядки. В 0-му порядку ДЛ функціонує як звичайна рефракційна лінза [8], в фокальній площині формується зображення дальніх об'єктів. В +1-му порядку ДЛ створює додаткову оптичну силу і ДЛ формує зображення ближніх об'єктів. Бінарна фазова структура прямокутної форми (рис. 1.22, а) з фазовим зсувом $0,5\lambda$ направляє світло в +1-й та -1-й порядки, а з фазовим зсувом $\frac{1}{3}\lambda$ (рис.1.22, б) - в +1-й, 0-й та -1-й порядки.

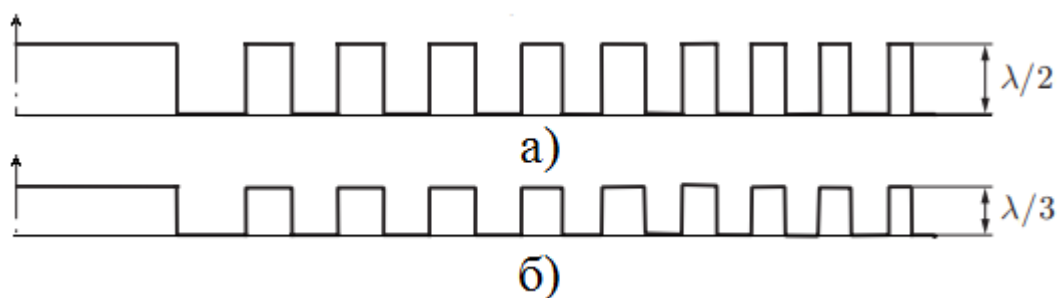


Рис.1.22. Профіль бінарної структури прямокутної форми

Розглянемо якими методами розробники вносять зміни до стандартних конструкцій ДЛ і результати введення цих змін.

Так у роботах [30,42,48,49] для регулювання розподілу світла між віддаленим і близьким зображенням без зміни оптичної сили лінзи змінювали висоту профілю. Для стандартного пилкоподібного профілю біфокальної лінзи максимальна висота викликала фазовий зсув на півдовжини хвилі, завдяки чому вдалося розділити падаюче випромінювання порівну між дальнім і ближнім зображенням. Визначено, що інтенсивність зображення становила близько 40,5% у кожній фокальній точці. Інші 19% падаючого світла фокусувалися у фокальних точках вищих порядків і спричинили фонові паразитні відблиски, зумовлені конструкцією лінзи. Змінюючи стандартний профіль, можна спроектувати біфокальну лінзу, для фокусування або віддаленого, або ближнього зображення. Наприклад, у випадку зведення максимальної висоти профілю до менш ніж половини довжини хвилі, лінза створюватиме віддалене зображення, а в разі більшої, ніж половина довжини хвилі висоти – ближнє зображення. Якщо максимальну висоту збільшити до однієї довжини хвилі, дифракційний профіль буде зосереджувати все падаюче світло в ближньому зображенні, створюючи монофокальні лінзи з малою силою.

Методом комбінування лінз [30,32,35] вдалося вдосконалити біфокальну лінзу таким чином, щоб поєднати в одній конструкції і дифракційний профіль, і рефракційну поверхню. Якщо основний дифракційний профіль обрізати в центральній частині лінзи, залишаючи базову криву несучої лінзи незмінною у периферійній частині лінзи, як показано на рис. 1.23, а), то світло

фокусуватиметься у дальньому зображенні одночасно центральним дифракційним профілем і периферійною заломлюючою частиною лінзи.

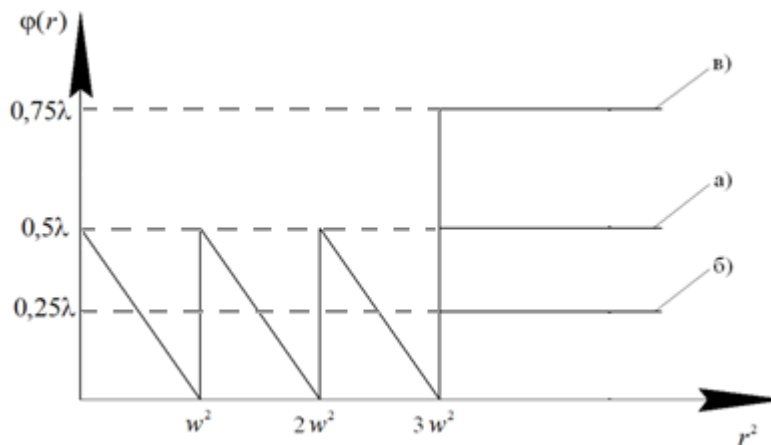


Рис. 1.23. Дифракційна біфокальна лінза: а) з рефракційною периферійною областю; б) з 1/4-хвильовим каналом; в) з 3/4-хвильовим краєм

Проте, оскільки світло, сфокусоване дифракційним профілем, відрізняється по фазі від світла, сфокусованого заломлюючою частиною лінзи, конструкція виявилася малоефективною. Розбіжність у фазі склала половину зсуву максимальної фази, що утворюється дифракційним профілем. Для стандартного півхвильового пилкоподібного профілю фазова помилка, таким чином, складає одну чверть довжини хвилі. Щоб зрівноважити зсув фази дифракційного і рефракційного профілів, можна змістити базову криву від первісної позиції і таким чином сформувати четверть хвильовий канал, як на рис. 1.23, б). Цього ж ефекту вдалося досягти, перемістивши базову криву протилежно, щоб сформувати хвильовий канал три чверті або край, як показано на рис. 1.23, в). У жорстких контактних лінзах, забезпечення краю дозволить скоротити прямий контакт профілю ешелету з рогівкою ока.

Лінійний пилкоподібний профіль має тільки два розрахункові параметри, а саме ширина зони і висота профілю. Розглядаючи нелінійний геометричний профіль (в r -квадратичному просторі), можна додати ступінь гнучкості конструкції. Застосування методу зміни **форми профілю** дозволяє,

зафіксувавши ширину зони сталою та не змінюючи оптичної сили біфокальної лінзи, розподілити світло між дальнім і ближнім зображенням.

У джерелі [30] використаний спеціальний профіль із косинусним кроком (рис. 1.24, *а*). Для розділення падаюче випромінювання порівну між віддаленим і ближнім зображенням, інтенсивність зображення складала приблизно 40,3% у кожній фокальній точці. Такий же результат отримуємо для стандартного пилкоподібного профілю. Однак, для цього профілю світло ділиться порівну фазовому зсуві $0,4\lambda$. Тобто цей профіль матиме на 20% меншу глибину, ніж стандартний пилкоподібний профіль.

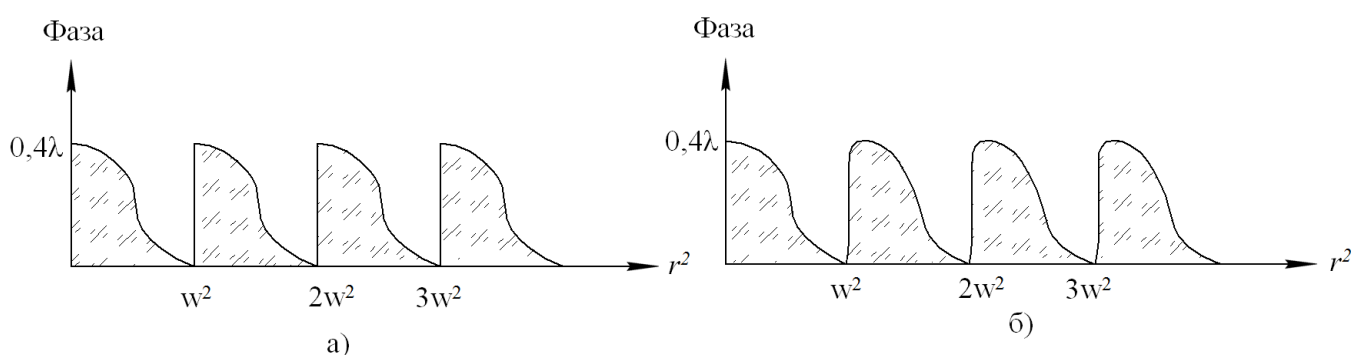


Рис. 1.24. Поверхневий рельєф: *а*) з косинусним кроком; *б*) з косинусно-синусним кроком

Профіль з косинусним кроком має ряд переваг у порівнянні зі стандартним пилкоподібним профілем. Його мілкий профіль буде збирати менший об'єм сльозової рідини і тому повинен бути менш схильним до накопичення різноманітних відкладень. Крім того, ешелети із косинусним кроком профілю дотикаються до базової кривої несучої лінзи і повинні ковзати по роگیвці краще, аніж гостро заточений ешелет пилкоподібного профілю. Перевагою такого профілю є також те, що він піддається згладжуванню внутрішніх та зовнішніх загострених (рис. 1.24, *б*).

Конструкції, залежні від зіниці. Стандартну пилкоподібну конструкцію дифракційної лінзи можна вдосконалити за рахунок обрізання ешелетів різної висоти, як показано на рис.1.25, *а*) [30]. Найглибші ешелети розташовані в центрі лінзи – для направлення більшої кількості світла в ближнє зображення. Дрібні ешелети розміщені на периферії – для направлення більшої кількості

світла в дальнє зображення. Перевага такої конструкції у незалежності від розміру зіниці – при звуженні зіниці лінза даватиме ближнє зображення, а при розширенні – дальнє.

Проте, світло, сфокусоване різними ешелетами, досягатиме площину зображення з різними фазами. Для вирівнювання фази, кожен ешелет можна окремо перемістити з базової кривої несучої лінзи. Необхідне переміщення кожного ешелета дорівнює половині різниці його висоти і висоти найглибшого ешелета. Профіль лінзи цієї конструкції зображений на рис. 1.25, б).

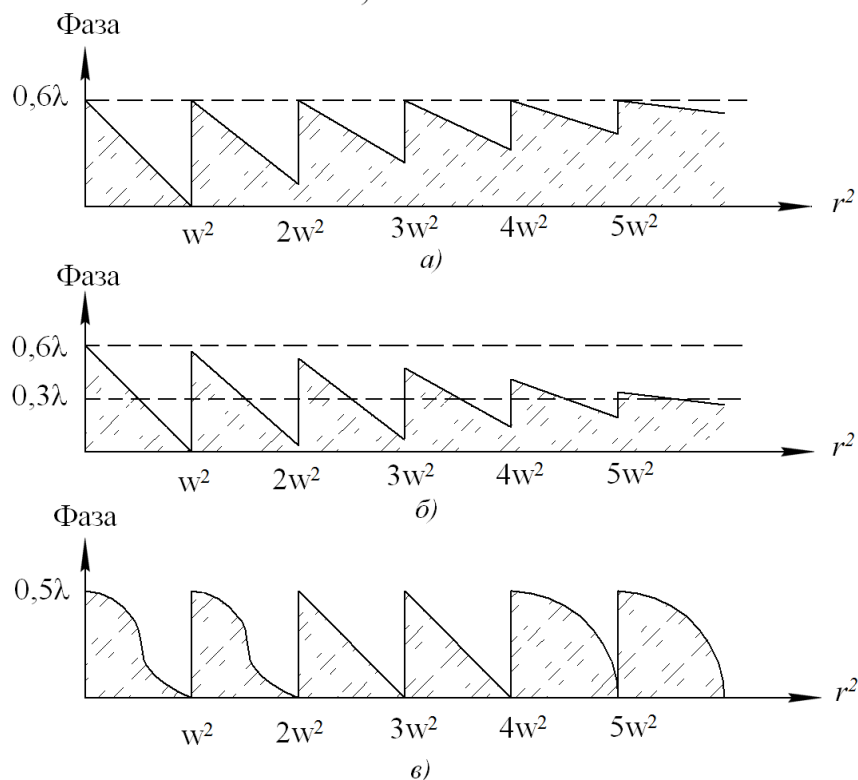


Рис. 1.25. Профіль змінної інтенсивності: а) без корекції фази; б) з корекцією фази; в) з фіксованою глибиною ешелета

Оскільки інтенсивність ближнього і дальнього зображення залежить від форми профілю так же, як і від його висоти, можна створити дифракційну біфокальну лінзу залежну від зіниці двома шляхами: зміною форми профілю та зміною його висоти. У лінзі на рис. 1.25, в) центральний ешелет має профіль з косинусним кроком, ешелети, розташовані у середній частині, мають стандартний лінійний пилкоподібний профіль, а найбільш віддалені ешелети мають еліптичний профіль. Така лінза також залежить від зіниці, хоча усі

ешелети мають таку ж висоту. Це пояснюється тим, що півхвильовий профіль з косинусним кроком дає ближнє зображення, у той час як півхвильовий еліптичний профіль дає дальнє зображення. Зазвичай стандартний півхвильовий лінійний пилоподібний профіль розділяє падаюче світло порівну між ближнім і дальнім зображенням.

Розглянуті біфокальні конструкції імітують залежність зіниці від концентричної заломлюючої біфокальної лінзи. Недоліками лінз такого типу є їх погана роздільна здатність, спричинена малими розмірами окремих заломлюючих частин лінз. Це відбувається тому, що дифракційні ефекти обмежують розділення лінзи невеликого діаметру. Оскільки кожен ешелет в залежній від зіниці дифракційній лінзі буде дифрагувати світло в обидві фокальні точки, розділення цих біфокальних лінз визначається повним діаметром всієї лінзи.

Ще одним ефективним методом вдосконалення лінз є зміна висоти профілю шляхом збільшення висоти рельєфу в ціле число разів – тобто використання багатопорядкового профілю, розглянутого в розділі 1.4. Багатопорядкова структура забезпечує ідеальне фокусування світла для набору довжин хвиль. Максимальна висота конструкції викликає фазовий зсув величиною $p\lambda$ для заданої висоти профілю, де p – число стрибків фази. Через рефракційні та дифракційні властивості, притаманні БПДЛ, їх використання має певні особливості. Недоліком БПДЛ є те, що ширина її дифракційних зон в \sqrt{p} разів більша за звичайні ДЛ. Тому враховуючи те, що в БПДЛ дифракційні властивості проявляються при великій кількості зон, то такі лінзи будуть ефективно працювати при розширених зіницях, коли задіяно декілька зон. Таким чином, ефективність роботи залежить від зіниці. При малих діаметрах зіниці, коли відкрита одна центральна зона, лінза працюватиме як звичайна рефракційна. Перевагою БПДЛ є мала товщина, яку можна порівняти із висотою дифракційної структури.

Для контактних лінз сумісне оптичне середовище вимагає, щоб дифракційний профіль обмежувався задньою поверхнею лінзи, де є місце

з'єднання із певним шаром сльозової рідини. Але, в інтраокулярних лінзах, обидві поверхні лінзи занурені в очну рідину, і тому можна розробити інтраокулярні лінзи зі складними профілями. Наприклад, у роботі [30] розглянута лінза з двома дифракційними поверхнями. Враховуючи те, що дифракційні біфокальні лінзи виявляють хроматичні аберації для кожного оптичної сили, включення другого профілю може бути корисним для забезпечення контролю над хроматичною аберацією.

Зі стандартним півхвильовим профілем, нарізаним на задній поверхні біфокальної ІОЛ, всі хроматичні аберації (через дифракцію) проявляються в ближньому зображенні. Додавання переднього профілю з глибиною, яка дорівнює одній довжини хвилі не вплине на біфокальність лінзи, оскільки повний профіль хвилі має тільки одну фокальну точку. Тим не менше, хроматичні аберації, пов'язані з цим монофокальним профілем, будуть змінювати аберації за рахунок біфокального профілю.

Якщо обрізати одно-хвильовий пілкоподібний профіль з негативною силою, це змістить деякі хроматичні аберації із ближнього зображення у дальнє зображення. Сума хроматичних аберацій, зміщених з ближнього зображення, буде пропорційною оптичній силі i , отже, обернено пропорційною ширині зони одно-хвильового профілю. Якщо ширина зони переднього профілю дорівнює ширині зони заднього профілю, всі хроматичні аберації будуть зміщені з ближнього зображення. Якщо ширина зони більша, то тільки частина хроматичної аберації буде зміщеною з ближнього зображення в дальнє.

Можливим варіантом удосконалення профілю є комбінація рефракційної та багатопорядкової дифракційної поверхонь, дослідження властивостей яких ще достатньо не вивчене.

Хроматичні аберації в ближньому зображенні розраховуються такими, щоб коригувати природні аберації ока. Таким чином, усі хроматичні аберації, викликані дифракцією, можна пов'язати із ближнім зображенням для балансу. Тоді незначна частина цієї аберації буде зміщена в дальнє зображення, де вона буде збільшена загальною хроматичною аберацією ока.

При розрахунку фокусаторів ставиться задача фокусування падаючого пучка з інтенсивністю $I_0(x, y)$ та фазою $\varphi_0(x, y)$ в фокальну площину, задану параметричним рівнянням та лінійною густиною енергії (інтенсивністю) $I(x_0, y_0)$.

Такий розрахунок має ряд недоліків [46]. По-перше, не враховується дифракція світла у вільному просторі. По-друге, розподіл інтенсивності світла в площині, в якій формується заданий хвильовий фронт через дифракцію буде не постійним, як припускається в геометрично-оптичному методі.

При розрахунку в наближенні теорії дифракції використовуються методи обробки та відновлення зображень [4,7,45]. Зважаючи на складність обробки оптичних зображень, проектування ДОЕ це складний процес, що включає вирішення прямої та оберненої задач теорії дифракції світла, вимагає застосування оптико-електронної апаратури реєстрації зображень та пов'язаний із технологіями отримання фазового рельєфу. Оскільки цей процес потребує складних трудомістких обчислень, зручним є створення ДОЕ за допомогою комп'ютера. Кожен з перерахованих етапів проектування суттєво впливає на якість ДОЕ, що проектується, і наперед передбачити точні значення його характеристик складно. Тому комп'ютерний процес створення ДОЕ є ітераційним [26]: задля дослідження характеристик майбутнього елемента на різних етапах проектування і їх поетапного покращення. Дослідження отриманих характеристик за допомогою експериментів відіграє важливу роль. Комп'ютерне проектування вимагає проведення експериментів двох видів, а саме обчислювальні та натурні, вони обидва вимагають застосування комп'ютера, що у першому випадку зрозуміло, а в другому є незамінним через інформативність об'єкту дослідження та складність обробки оптичних зображень.

Створення ДОЕ висуває достатньо жорсткі вимоги до комп'ютера. У склад прикладного математичного забезпечення систем синтезу ДОЕ повинні входити наступні розділи [26]: визначення фазової функції ДОЕ, на основі вирішення обернених задач дифракції зокрема; вирішення прямої задачі дифракції для

розрахунку результатів роботи ДОЕ; проектування та дослідження оптичної системи, що містить ДОЕ; програми введення та обробки експериментальних даних.

Ітераційні методи можна розділити на декілька класів:

1. Методи на основі стискаючих та нерозширюючих операторів: алгоритм Бургера–Ван Циттерта, алгоритм надрозділення Герчберга–Папуліса;
2. Методи на основі проєкцій на випуклі множини – алгоритми Старка та Юли;
3. Ітераційні алгоритми з псевдодиференціальними операторами обмежень: алгоритм Герчберга–Секстона і алгоритм Фієнапа;
4. Методи нелінійного програмування чи оптимізації: алгоритм найшвидшого спуска, алгоритм спряжених градієнтів, метод модифікованих функцій Лагранжа.

Результати, отримані за допомогою ітераційних методів, є квазіоптимальними, оскільки вони приводять до досягнення локального мінімуму функціонала-критерія чи цільової функції [26]. Ітераційні методи отримуються в результаті вирішення варіаційної задачі на екстремум цільової функції. В якості такої функції, як правило, використовується середньоквадратичне відхилення заданої амплітуди в деякій площині від розрахованої. Іноді замість амплітуд порівнюються інтенсивності, а замість середньоквадратичного критерію вибирають критерії вищого порядку.

Пряма задача дифракції світла полягає в пошуку функції $V(x, y, z)$, яка задовольняє в середині об'єму v , що обмежується поверхнею S , і на поверхні S рівняння $L\{V(x, y, z)\} = 0$ в часткових похідних, де $L\{\}$ – оператор, який визначається диференціальним рівнянням Гельмгольца [45].

Загальні методи отримання ДОЕ зі заданими функціональними властивостями потребують вирішення обернених задач теорії дифракції [26]. Обернена задача дифракції світла полягає у визначенні фазової функції ДОЕ за заданою інтенсивністю у певній площині, заданою фазою або за заданими модулем і фазою одночасно. Отримана фазова функція записується на

оптичному середовищі у вигляді регулярної зонованої структури з фазовим мікрорельєфом, в результаті чого отримується ДОЕ.

Якщо характерні параметри середовища, на якому відбувається дифракція світла, порівняні з довжиною хвилі, то скалярне наближення не застосовується. Для того, щоб описати дифракцію світла в цьому випадку, необхідно використовувати електромагнітну теорію світла, основу на рівняннях Максвелла [47].

За останнє десятиліття дифракційна оптика пережила стрімкий перехід від фундаментальних досліджень до комерційного використання. Області застосування ДОЕ, як було показано у цьому розділі, найрізноманітніші, тому вимоги до оптичних характеристик ДЛ щораз зростають. Огляд методів проектування ДЛ виявив переваги багатопорядкових дифракційних лінз перед рефракційними.

Перелік посилань до розділу 1

1. Шредер Г. Техническая оптика [Текст] / Г. Шредер, Х. Трайберх. – М.: Техносфера, 2006. – 424 с.
2. Sinzinger S. Microoptics [Текст] / S. Sinzinger, J. Jahns – Weinheim: Wiley-VCH, 2003. – 447 p.
3. Diffraktive Optik [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.photonicsbw.de/groups/AGODS_Gruppe/Protokolle_05_02_2004/Gross
4. Колобродов В.Г. Дифракційна теорія оптичних систем: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2011. – 148 с.
5. Полещук А. Г. Применение дифракционной оптики в измерительной технике [Текст] / А. Г. Полещук, В. П. Коронкевич, В. П. Корольков, А. Г. Седухин // Компьютерная оптика, 2002. – №22. – С. 86-95.
6. Kress V. C. Applied digital optics: from micro-optics to nanophotonics [Текст] / V. C. Kress, P. Meurgeis. – Chippenham: Wiley, 2009. – 638 p.
7. Колобродов В.Г. Проектування дифракційних оптичних елементів і систем: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2013. – 194 с.
8. Ленкова Г.А. Хроматические aberrации дифракционно-рефракционных интраокулярных линз в модели глаза [Текст] / Г.А. Ленкова // Автометрия, 2009. – Т.45, №2. С. 99-114.
9. Грейсух Г. И. Оптика градиентных и дифракционных элементов [Текст] / Г.И. Грейсух, И.М. Ефименко, С.А. Степанов. – М.: Радио и связь, 1990. – 136 с.
10. Бобров С.Т. Оптика дифракционных элементов и систем [Текст] / С.Т. Бобров, Г.И. Грейсух, Ю.Г. Туркевич. – Л.: Машиностроение, 1986. – 223 с.
11. Sales T. Diffractive-refractive behavior of kinoform lenses [Текст] / T. Sales, G.M. Morris // Applied Optics. – 1997. – Vol.36, No.1. – P.253-257.

12. Чередник В.И. Мультифокальные интраокулярные линзы [Текст] / В.И. Чередник, В.М. Треушников // Современные наукоемкие технологии. Материалы конференции, 2006. – №7. – С. 99-101.
13. Грейсух Г.И. Сравнительный анализ хроматизма дифракционных и рефракционных линз / Г.И. Грейсух, Е.Г. Ежов, С.А. Степанов // Компьютерная оптика, 2005. – Вып. 28. – С. 60-65.
14. Faklis D. Spectral properties of multiorder diffractive lenses [Текст] / D. Faklis, G.M. Morris // Appl.Opt., 1995. – No.34(14). – P. 2462-2467.
15. Sweeney D.W. Harmonic Diffractive Lens [Текст] / D.W. Sweeney, G.E.Sommargren // Appl.Opt., 1995. – No.34(14). – P. 2469-2475.
16. Kovalenko A.I. Study of the chromatic properties of harmonic diffractive lens [Текст] / A. I. Kovalenko // Proceedings of Information Technology and Nanotechnology (ITNT2015), CEUR Workshop Proceedings, 2015. – No.1490. – P. 61-68.
17. Yan S. H. Research on dispersion of harmonic diffractive lenses [Текст] / S. H. Yan, C. L. Zhou, Y Xu // Journal of Physics: Conference Series, 2006. – Vol. 48. – P. 897-901.
18. Lou D. Application and Research of Harmonic Diffractive/Refractive Optics in Visible Spectrum [Текст] / D.Lou, J.Bai, X.Hou, G.Yang // Proceedings of SPIE. – 2005. – Vol.5636, – P.78-85..
19. Reichelt S. Capabilities of diffractive optical elements for real-time holographic displays [Текст] / S. Reichelt, H. Sahm, N. Leister, A. Schwerdtner // Proceedings of SPIE, 2008. – Vol.6912, – P.69120-69130.
20. Fan C.-J. Design of Infrared Inverted Telephoto-Optical System with Double-Layer Harmonic Diffractive Element [Текст] / C.-J. Fan, Z.-Q. Wang, L. Lin, M. Zhang // Chi.Phys.Lett, 2007. – Vol.24, No. 7.
21. Middendorf J.R. Design of Multi-Order Diffractive THz Lenses [Текст] / J.R. Middendorf , D.A. LeMaster, M. Zarepoor, E.R. Brown // [Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves \(IRMMW-THz\)](#), 37th International Conference, 2012. – P.1-2.

22. Singh M. Broadband beam shaping with harmonic diffractive optics [Текст] / M. Singh, J. Tervo, J. Turunen // Opt. Express, 2014. – Vol. 22, No. 19. – P.22680-22688.
23. Swanson G.J. Binary Optic Technology: The Theory and Design of Multi-level Diffractive Optical Elements [Текст] / G.J. Swanson // Massachusetts Institute of Technology Lincoln Laboratory Technical Report 854, 1989. – 44 p.
24. Технологии изготовления ДОО и круговые лазерные записывающие системы ИАиЭ СО РАН [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.sibai.ru/tehnologii-izgotovleniya-doe-i-krugovyye-lazernyye-zapisyivayushhie-sistemy-iaie-so-ran.html>
25. Коронкевич В.П. Точность изготовления дифракционных оптических элементов лазерными записывающими системами с круговым сканированием [Текст] / В.П. Коронкевич, В.П. Корольков, А.Г. Полещук, А.А. Харисов, В.В. Черкашин // Компьютерная оптика. – 1997. – №17. – С. 63-74.
26. Методы компьютерной оптики [Текст] / под. ред. В. А. Сойфера: Учеб. Для вузов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 688 с.
27. O'Shea D. C. Diffractive Optics: Design, Fabrication, and Test [Текст] / D.C O'Shea, T. J. Suleski, A. D. Kathman, D. W. Prather. – Washington: SPIE-Press, 2004. – 254 p.
28. Handbook of optics [Текст] / ed. M. Bass. – 2nd ed. – McGraw-Hill, 1995. – 1264 p.
29. Apple D. J. Harold Ridley and the Invention of the Intraocular Lens [Текст] / D. J. Apple, J. Sims // Survey of Ophthalmology, 1996. – Vol. 40, No. 4. – P. 279-292.
30. Cohen A. Diffractive bifocal lens design [Текст] / A. Cohen // Optometry and vision science, 1993. – Vol.70. - №6. – P.461-468.
31. Коронкевич В.П. Новое поколение бифокальных дифракционно-рефракционных интраокулярных линз [Текст] / В.П. Коронкевич,

- Г.А. Ленкова, В.П. Корольков, А.Г. Полещук, И.А. Искаков, А.С. Гутман//
Компьютерная оптика, 2008. – Т.32, №1. – С. 50-58.
32. Intraocular Lenses Market Trends [Электронный ресурс]. – Режим доступа :
<http://www.strategyr.com/MarketResearch/Intraocular Lenses IOL Market Trends.asp>
33. Brunner R. Transferring diffractive optics from research to commercial applications: Part II – size estimations for selected markets [Текст] / R. Brunner // Adv. Opt. Techn, 2014. – Vol.3, No.2. – P.121-128.
34. Интраокулярные линзы (ИОЛ) – искусственные хрусталики [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.excimerclinic.ru/cataract/intraocularlens/>
35. Bellucci R. An Introduction to Intraocular Lenses: Material, Optics, Haptics, Design and Aberration [Текст] / R. Bellucci // Cataract. ESASO Course Series. Basel, Karger, 2013. – Vol. 3. – P. 38-55.
36. К вопросу об эффективности аккомодирующих моделей ИОЛ. // Новое в офтальмологии, 2015. № 4. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eyepress.ru/article.aspx?19411>
37. Беликова Е. И. Оценка новых технологий интраокулярной коррекции. Мультифокальные и аккомодирующие ИОЛ. Обзор. / Е. И. Беликова // Российская офтальмология онлайн, 2013. – № 13 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eyepress.ru/article.aspx?13366>
38. Саркизова М.Б. Премиальные ИОЛ – волшебный грааль или маркетинговый ход / М.Б. Саркизова // Новое в офтальмологии, 2013. - №1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eyepress.ru/article.aspx?12442>
39. Holladay J.T. Principles and Optical Performance of Multifocal Intraocular Lenses [Текст] / J.T. Holladay// Ophthalmology Clinics of North America, 1991. – Vol. 4, No. 2. – P. 295-311.
40. Auffarth G.U. Design und optische Prinzipien von Multifokallinsen [Текст] / G.U. Auffarth, T.M. Rabsilber, T. Kohnen, M.P. Holzer // Der Ophthalmologe, 2008. – No.6. – S.522-527.

41. Colvard D.M.. Achieving Excellence in Cataract Surgery. A Step-by-Step Approach [Текст] / D. Michael Colvard, 2009. – Los Angeles, CA. – 140 p.
42. Simpson M.J. Diffractive multifocal lens image quality [Текст] / M.J. Simpson // Appl. Opt., 1992. – Vol. 31, No.19. – P. 3621–3626.
43. ГОСТ Р 52038-2003. Имплантаты офтальмологические. Интраокулярные линзы. Часть 2. Оптические свойства и методы испытаний. – Введ. 03.04.2003. – М.: Издательство стандартов, 2003. – 16 с.
44. Кучугура І. О. Метод оцінки модуляційної передавальної функції трифокальної інтраокулярної лінзи [Текст] / В.Г. Колобродов, І.О. Кучугура, В. І. Микитенко, Є.А. Сірий // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2014. – №2. – С.99–102.
45. Колобродов В.Г. Прикладна дифракційна оптика: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2014. – 312 с.
46. Котляр В.В. Формирователи волновых фронтов [Текст] / В.В.Котляр, С.В.Филиппов // Письма в ЖТФ, 1993. – Т.19, Вып.18. – С.5-9.
47. Борн М. Основы оптики [Текст] / М. Борн, Э.Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.

2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ЗОБРАЖЕННЯ ДИФРАКЦІЙНОЮ ЛІНЗОЮ

2.1 Фізичні основи формування зображення дифракційним оптичним елементом

Повернемося до поняття дифракційних порядків (рис. 2.1). Дифракційний порядок спрацьовує, якщо виконується умова місцевої підсилюючої інтерференції. Вона аналогічна до фазового зсуву $\phi = 2\pi$ для безперервної структури чи $\phi = \pi$ для бінарної структури, чи екстраполяції $\phi = 2\pi(K - 1)/K$ для багаторівневого фазового елемента із рівнем квантування K . Ця умова є функцією від розрахункової довжини хвилі λ . Таким чином, якщо довжина хвилі множиться на ціле значення M , то умова виконується знову (через періодичність фази 2π). Зауважимо, що дифракційний елемент може бути розрахований для певної довжини хвилі λ_1 для відхилення у відповідний порядок N_1 . Крім того, ДОЕ може бути розрахований водночас для іншої довжини хвилі λ_2 для відповідного дифракційного порядку N_2 .

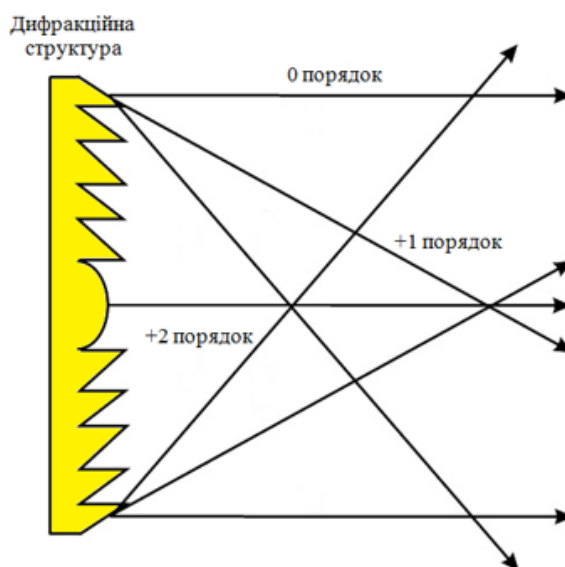


Рис. 2.1. Дифракційні порядки

Першочерговим завданням при проектуванні ДОЕ є досягнення високої енергетичної ефективності в заданих дифракційних порядках. Під дифракційною

ефективністю розуміють відношення інтенсивності світла I_N N -го порядку до інтенсивності світла I_0 , що падає на пластинку, тобто [1]

$$\eta_N = \frac{I_N}{I_0} \quad (2.1)$$

Під *фазовою функцією* $\varphi(x, y)$ оптичного елемента будемо розуміти функцію, яка описує залежність фазової затримки (зсуву), що створює оптичний елемент, від просторових координат (x, y) площини, де розташований ДОЕ. Звичайна лінза характеризується гладкою (неперервною) фазовою функцією $\varphi_l(x, y)$, яка може досягати десятки тисяч 2π .

При падінні на лінзу хвилі, що має комплексну амплітуду $V(x, y)$ безпосередньо за лінзою, амплітуда поля дорівнює

$$V'(x, y) = V(x, y)t_l(x, y) = V(x, y)\exp[j\varphi_l(x, y)], \quad (2.2)$$

де $t_l(x, y)$ – фазовий коефіцієнт пропускання лінзи.

З урахуванням того, що комплексна експонента є періодичною функцією з періодом 2π , фазу можна привести до інтервалу $[0, 2\pi)$ (рис. 2.2). Таку операцію подають у вигляді [2]

$$\Phi = \text{mod}_{2\pi} \varphi, \quad (2.3)$$

де $\text{mod}_{2\pi} \varphi = \varphi - 2\pi M$ при $2\pi M \leq \varphi \leq 2\pi(M + 1)$, $M = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

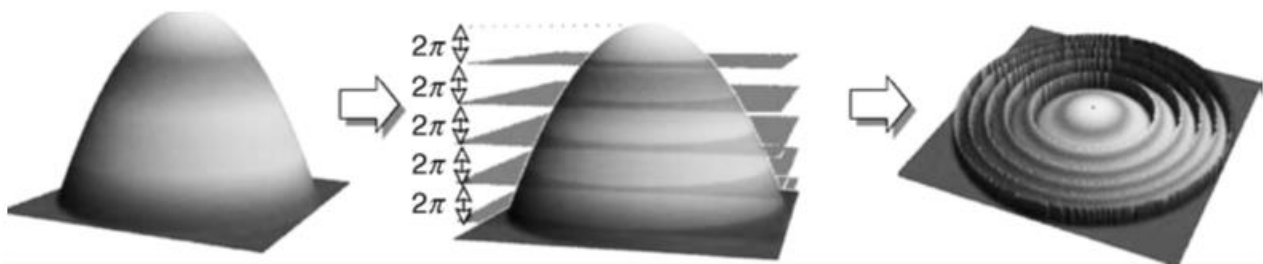


Рис. 2.2. Зведення функції до інтервалу $[0, 2\pi)$

В багатьох практичних випадках фазу у виразі (2.3) приводять до інтервалу $[0, 2\pi M)$ за формулою

$$\Phi = \text{mod}_{2\pi M} \varphi. \quad (2.4)$$

За умов (2.3) або (2.4) справедливе співвідношення

$$t(x, y) = \exp(j\Phi) = \exp(j\varphi). \quad (2.5)$$

Рівняння фазової функції сферичної лінзи в параксіальній області має вигляд:

$$\varphi_l(x, y) = \varphi(r) = -k \frac{r^2}{2f}, \quad (2.6)$$

де $r \leq D_p/2$; $k = 2\pi/\lambda$ - хвильове число; f та D_p - фокусна відстань і діаметр вхідної зіниці лінзи відповідно, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Якщо матеріал лінзи має показник заломлення n , то максимальна висота мікрорельєфу становить

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{n-1}. \quad (2.7)$$

Радіуси зон визначають із розв'язку рівняння $\varphi(r_q) = -2\pi q$, де q - номер зони. Звідки величина радіусу зони

$$r_q = \sqrt{2\lambda f q} \quad (2.8)$$

Ширина кожної зони проектується за умови забезпечення зміни фази хвильового фронту на межі кожної зони на $2\pi i$, де $i = 1, \dots, p$.

$$\Delta r_q = r_{q+1} - r_q = \sqrt{\frac{\lambda f}{2q}}. \quad (2.9)$$

Важливим технологічним параметром є Δ ширина найбільш вузької зони лінзи.

Як бачимо, зведення фазової функції до інтервалу $[0, 2\pi)$ розбиває її на певне число концентричних кілець, ширина яких зменшуються до периферії. Кожен період створює елементарні промені, які інтерферуючи між собою формують вихідний розподіл інтенсивності світла.

Як показує практика [1], виготовлення безперервного профілю дуже складне і дороге коштує. Тому наступним кроком до спрощення виготовлення ДОЕ є квантування. Безперервний фазовий профіль апроксимують цілим числом дискретних значень. На рис. 2.3, а показане 8-ми рівневе рівномірне квантування фазової структури плоско-випуклої лінзи.

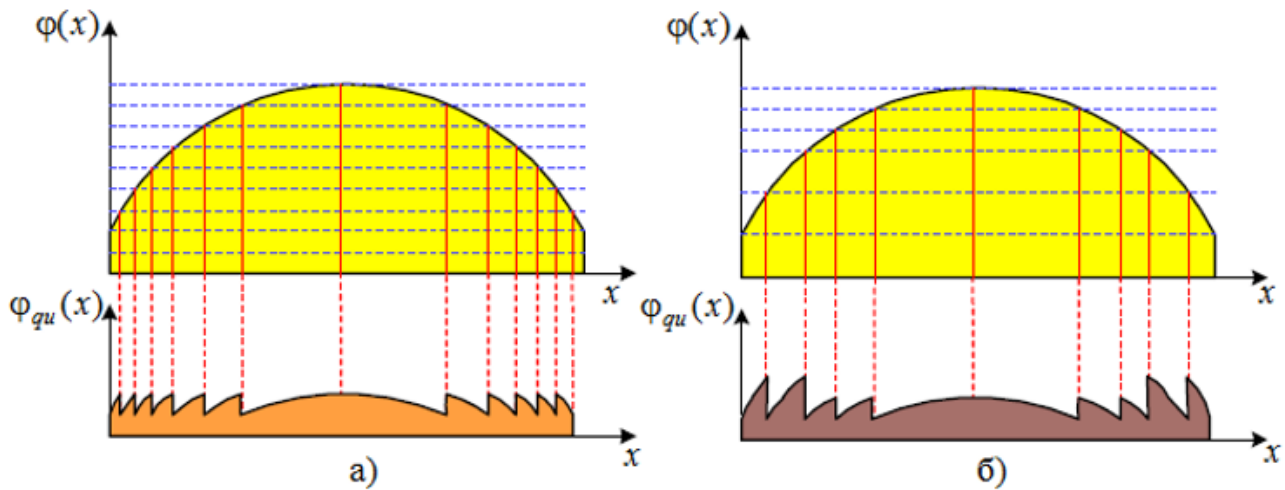


Рис. 2.3. Ступінчате квантування фазової функції плоско-випуклої лінзи:

а) фаза 2π ; б) фаза 2π , на краю 4π

У результаті квантування фазової функції зі збільшенням номера зони нахил фазової функції стає все більш крутішим. Настає момент, коли можливість застосування наявної технології обмежується. Для вирішення такої задачі використовують інші схеми квантування. Наприклад, для виготовлення ДОЕ методом фотолітографії можна розширити діаметр лінзи за рахунок зменшення числа кроків квантування фази за період на краю (рис. 2.3, б). Проте таким чином зменшується ефективність крайніх зон, що погіршує зображення створене лінзою, що апроксимована рівномірним квантуванням.

Немає сенсу виготовляти фазовий елемент із числом рівнів квантування більше 16, оскільки звичайні методи здійснення фотопроцесу за допомогою масок різко зменшують дифракційну ефективність за рахунок послідовних систематичних похибок травлення. Перехід до більшої кількості рівнів квантування недоцільний і не виправдовує прикладання більших зусиль [**Error! Reference source not found.**].

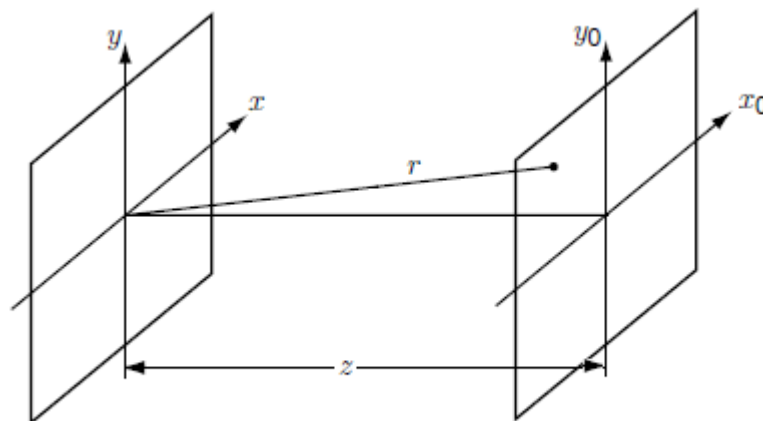
2.2 Перетворення Френеля

Багато задач в оптиці зводяться до послідовного використання принципу Френеля в формі інтеграла Кірхгофа-Френеля для визначення амплітуди хвилі, що дифрагує на отворі (рис.2.4.) [2]:

$$V(x_0, y_0) = -\frac{j}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} V(x, y) \frac{\exp(jkr)}{r} dx dy, \quad (2.10)$$

де

$$r = \sqrt{z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = z_0 \sqrt{1 + [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] / z_0^2}. \quad (2.11)$$



Площина об'єкта

Дифракційна площина

Рис. 2.4. Геометричне пояснення розповсюдження світла

Розкладемо вираз (2.11) у степеневий ряд і обмежимося першими двома членами розкладу ряду:

$$\begin{aligned} r &\approx z_0 + [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] / 2z_0 = \\ &= z_0 + (x_0^2 + y_0^2) / 2z_0 + (x^2 + y^2) / 2z_0 - (xx_0 + yy_0) / z_0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

У межах параксіальної скалярної теорії дифракції виконується нерівність $z_0 \gg (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$. Тоді в знаменнику функції (2.10) $r \approx z_0$, а в показнику експоненти r заміняємо на вираз (2.12). Тоді вираз (2.10) переписеться як

$$\begin{aligned} V(x_0, y_0) &= C \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ V(x, y) \exp \left[\left(\frac{jk}{2z_0} \right) (x^2 + y^2) \right] \right\} \exp \left[\left(-\frac{jk}{z_0} \right) (xx_0 + yy_0) \right] dx dy = \\ &= C \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} M(x, y) \exp \left[\left(-\frac{jk}{z_0} \right) (xx_0 + yy_0) \right] dx dy, \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\text{де } C = \left(-\frac{j}{\lambda z_0} \right) \exp(jkz_0) \exp \left[\left(\frac{jk}{2z_0} \right) (x_0^2 + y_0^2) \right],$$

$$M(x, y) = V(x, y) \exp \left[\left(\frac{jk}{2z_0} \right) (x^2 + y^2) \right]. \quad (2.14)$$

Вираз (2.13) є наближенням Френеля для обчислення дифракційної картини. Навіть при відносно простій функції падаючої амплітуди $V(x, y)$ обчислення $V(x_0, y_0)$ вимагає кількості обчислень інтегралу (2.13) по площі, рівній числу точок, в яких необхідно знати функцію $V(x_0, y_0)$. Оскільки підінтегральна функція має специфічний вигляд, можна спростити задачу, використовуючи швидке перетворення Фур'є функції $M(x, y)$. Перетворення такого типу містять усі сучасні програмні пакети для математичних розрахунків. Таким чином можна значно спростити розрахунки, виконавши їх за допомогою, наприклад програми Mathcad.

Щоб знайти комплексну амплітуду світла в деякій точці P в площині спостереження з координатами x_0, y_0 , потрібно оцінити функцію $M(x, y)$ на просторових частотах $x_0 / \lambda z_0$ та $y_0 / \lambda z_0$.

2.3 Дифракційна лінза Френеля

Подібно до дифракційних ґраток у дифракційних лінзах максимальна ефективність виникає, коли канавки мають безперервний профіль з максимальним фазовим зсувом 2π , як у режимі відбивання, так і у режимі пропускання (рис. 2.5). На рисунку n - показник заломлення матеріалу у режимі пропускання.

Для бінарних лінз оптимальна глибина травлення буде удвічі меншою, що забезпечує зсув фази π .

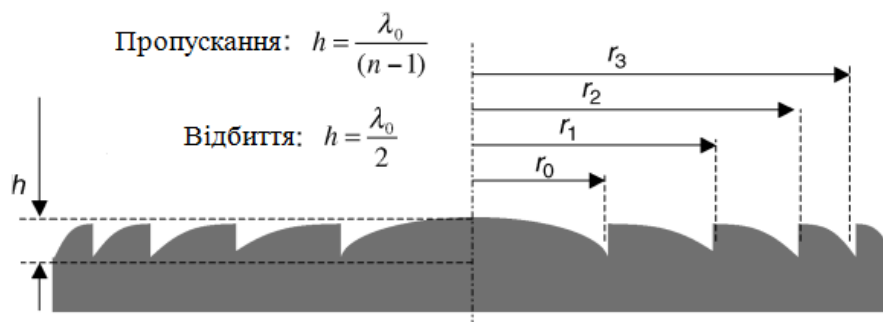


Рис. 2.5. Оптимальна глибина травлення для безперервного профілю поверхні лінзи Френеля (у режимі відбиття і пропускання)

Найпростішим прикладом дифракційного фазового профілю, після лінійних ґраток, є квадратичний фазовий профіль. У параксіальному наближенні квадратичний фазовий профіль це лінза. Одновимірна дифракційна лінза із квадратичним фазовим профілем показана на рисунку 2.6. Лінза має фокусну відстань f_0 для довжини хвилі λ_0 і формує зображення на відстані z_1 від об'єкту, розташованого на відстані z_0 . Функція пропускання для цієї лінзи за умови 100% дифракційної ефективності в першому порядку для довжини хвилі λ_0 описується [4]

$$t(x_0) = \exp(-j\pi\nu x_0^2), \quad (2.15)$$

де $\nu = \frac{1}{\lambda f_0}$ - const.

При дифракції Френеля для першого порядку дифракції рівняння дифракційної лінзи описується виразом:

$$\frac{1}{z_1} = \lambda\nu - \frac{1}{z_0}. \quad (2.16)$$

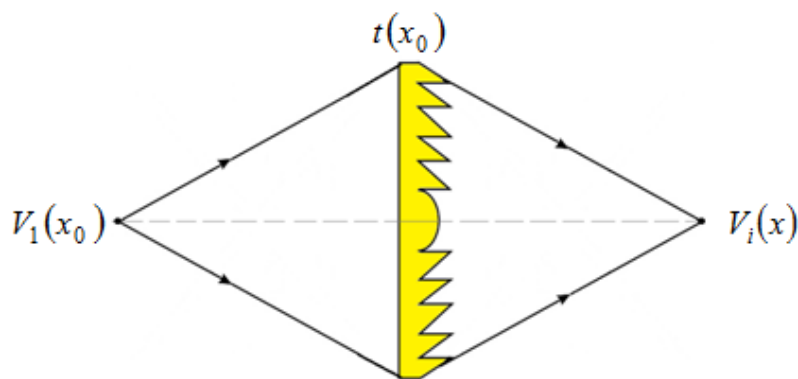


Рис. 2.6. Одновимірна дифракційна лінза

Із рівняння (2.16) слідує, що відстань до зображення z_1 залежить від довжини хвилі. Підставимо у вираз (2.16) $\nu = \frac{1}{\lambda_0 f_0}$:

$$\frac{1}{f(\lambda)} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_0}, \quad (2.17)$$

де $f(\lambda) = \lambda_0 f_0 / \lambda$. Цей вираз ідентичний рівнянню першого порядку рефракційної лінзи. Відмінність полягає у тому, що фокусна відстань лінзи не постійна, а обернена до довжини хвилі. В результаті виникають значні хроматичні аберації.

Величина хроматичної аберації може бути визначена шляхом встановлення об'єкта на безкінечності. Вихідний хвильовий фронт описується функцією пропускання лінзи (2.15). Ідеальний хвильовий фронт без хроматичної аберації описується рівнянням

$$V_i(x) = \exp\left(-i \frac{\pi x^2}{\lambda f_0}\right). \quad (2.18)$$

Хвильовий фронт на виході із дифракційної лінзи може бути записаний як

$$V_0(x) = V_i(x)V_a(x) = \exp\left(-j \frac{\pi x^2}{\lambda f_0}\right) \cdot \exp\left(-j \frac{\pi}{f_0} \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) x^2\right), \quad (2.19)$$

де V_i – ідеальний хвильовий фронт та V_a – абераційна складова хвильового фронту. Фазова функція φ_e від складової V_a

$$\varphi_e(x) = \frac{1}{2f_0} \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right) x^2 \quad (2.20)$$

це хроматична фазова аберація дифракційної лінзи. Важливо, що для довжини хвилі $\lambda = \lambda_0$ фазова аберація дорівнює нулю. Для будь-якої довжини хвилі, відмінної від λ_0 , фазова аберація ненульова.

Вираз для величини максимуму фазової хроматичної аберації присутньої у дифракційній лінзі з діаметром апертури A , яка працює у смузі $\Delta\lambda$ із центром в λ_0 , може бути описаний як

$$\max \varphi_0 = \frac{A}{8(f/d)} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}, \quad (2.21)$$

де f/d - числова апертура лінзи. Важливо, що величина хроматичної аберації пропорційна як відносній ширині смуги, так і числу довжин хвиль по всій апертурі. Наприклад, для лінзи із числовою апертурою $f/2$, яка працює в діапазоні довжин хвиль від 8 до 12 мкм із апертурою 75 мм. Максимальна похибка фази внаслідок хроматичної аберації цієї лінзи становить 234 (довжини) хвилі. Це неприпустима хроматична аберація. Звідси очевидно, що корисність повністю дифракційної лінзи в оптичній системі, що працює в кінцевому діапазоні довжин хвиль, обмежена.

2.4 Багатопорядкова дифракційна лінза

Багатопорядкова дифракційна лінза складається із концентричних зон Френеля. Радіуси зон визначають із розв'язку рівняння $\varphi(r_q) = 2\pi pq$, де $\varphi(r_q)$ представляє фазову функцію ДЛ, q – номер зони. Ширина кожної зони проектується з умови забезпечення зміни фази хвильового фронту на межі кожної зони на $2\pi i$, де $i = 1, \dots, m$. Фактично БПДЛ відрізняється від звичайної ДЛ товщиною (рис. 2.7). Важливо, що у БПДЛ, на відміну від традиційних ДЛ, сфокусована область довжин хвиль може бути настроєна як конструктивний параметр вибором числа стрибків фази p .

У параксіальній області розташування зон у площині лінзи розраховується за формулою [5]

$$r_q^2 = 2qp\lambda_0 f_0, \quad (2.22)$$

де f_0 – фокусна відстань для розрахункової довжини хвилі λ_0 .

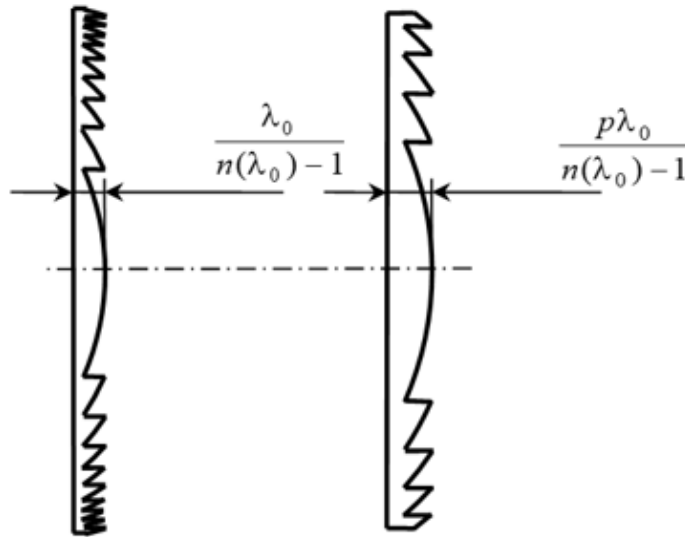


Рис. 2.7. Звичайна ДЛ та БПДЛ

Фазова функція ДЛ описується рівнянням [6]

$$\phi(r) = 2\pi\alpha p \left(q - \frac{r^2}{2p\lambda_0 f_0} \right), \quad r_q \leq r \leq r_{q+1}, \quad (2.23)$$

де α – параметр, який визначається як доля фазової затримки 2π для довжин хвиль, відмінних від розрахункової $\lambda \neq \lambda_0$, задається виразом [7]

$$\alpha = \frac{\lambda_0 [n(\lambda) - 1]}{\lambda [n(\lambda_0) - 1]}, \quad \text{де } n(\lambda_0) \text{ – показник заломлення лінзи, яка знаходиться у}$$

повітрі. Максимальна висота профілю поверхні лінзи визначається за формулою [6]

$$h_{\max}(r) = \frac{p\lambda_0}{n(\lambda_0) - 1}. \quad (2.24)$$

Функція пропускання лінзи описує лінзу Френеля з безкінечним числом сегментів із постійним значенням p . Вона періодична з періодом $T=1$ і може бути апроксимована рядом Фур'є [1]

$$t(r) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} \exp[-i\pi(\alpha\mu p - N)] \text{sinc}(\alpha\mu p - N) \exp\left(-\frac{i\pi N r^2}{p\lambda_0 f_0}\right), \quad (2.25)$$

де N – робочий порядок дифракції, μ – коефіцієнт товщини мікрорельєфу, що розраховується за формулою $\mu = \frac{t'}{t}$, де t і t' – розрахункова і реальна товщини профілю відповідно.

Фокусна відстань залежить від властивостей матеріалу, з якого виготовляють лінзу. БПДЛ має безкінечну кількість фокусних відстаней f_N , які розраховуються за формулою [6]

$$f_N = \frac{pf_0\lambda_0}{N\lambda}. \quad (2.26)$$

Із рівняння (2.26) слідує, що фокусна відстань пропорційна p і обернено пропорційна до довжини падаючої хвилі та дифракційного порядку N . Коли відношення $p\lambda_0/N\lambda$ дорівнює 1, то одразу декілька довжин хвиль із заданого діапазону можуть приходити в спільну точку.

Дифракційна ефективність БПДЛ для N -го порядку дифракції в фокальних точках визначається з (2.25) і для нормального падіння світла на лінзу має вигляд [7]

$$\eta_N = \text{sinc}^2(\alpha\mu p - N). \quad (2.27)$$

Коли аргумент sinc – функції прямує до нуля, дифракційна ефективність максимальна. Крім того, коефіцієнт $(\mu - 1) \neq 0$ не впливає на положення фокуса f_N , але змінює розподіл енергії в цій точці. На рис. 2.8, а) показані залежності дифракційної ефективності η від довжини падаючої хвилі λ для порядків дифракції $N = \{5, 6, 7\}$, для розрахункової довжини хвилі $\lambda_0 = 525$ нм та параметру $p = 6$ та ідеального випадку, коли $\mu = 1$. Як видно з рисунку, крім зеленого піку присутні також максимуми на довжинах хвиль 450 нм ($N = 7$) та 630 нм ($N = 5$). Рисунок 2.8, б) демонструє негативний вплив дисперсії матеріалу, з якого виготовлена лінза, в результаті чого спостерігається незначний зсув піків ефективності, в порівнянні з лінзою, що працює на відбивання на рис. 2.8, а).

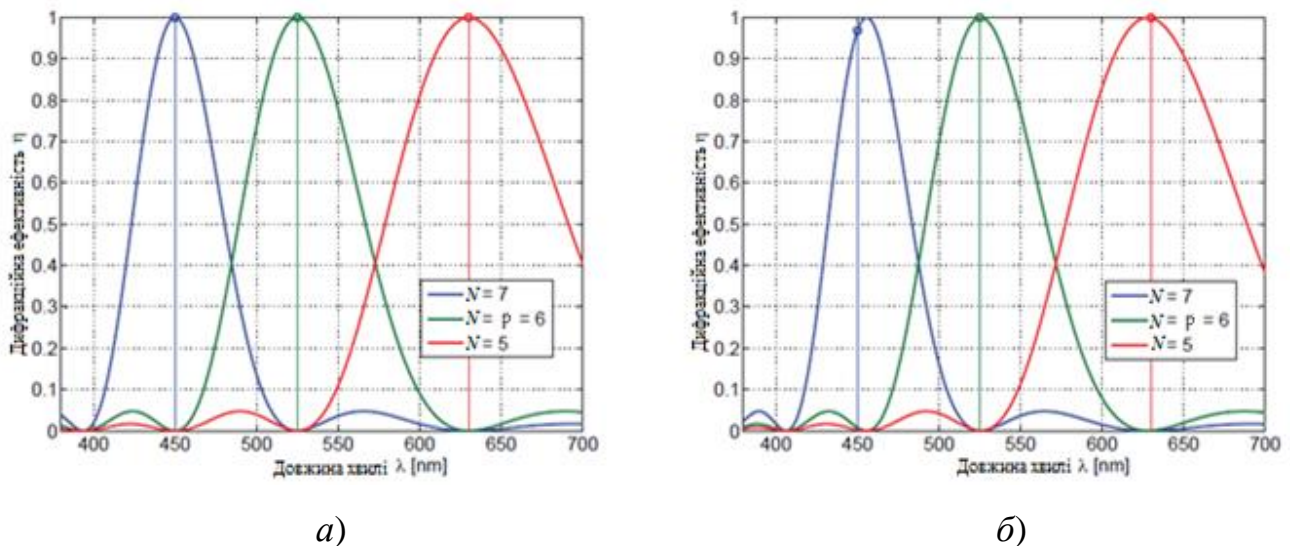


Рис. 2.8. Дифракційна ефективність в залежності від довжини хвилі λ : а) відбиваюча БПДЛ; б) пропускаюча БПДЛ

Рисунок 2.9 показує залежність ДЕ від похибки виготовлення мікрорельєфу μ . У порівнянні із звичайною ДЛ, що працює в першому дифракційному порядку, ефективність БПДЛ більш чутлива до потенційних похибок виготовлення. Для випадку роботи ДЛ в дифракційних порядках $N = \{5,6,7\}$ неточність товщини мікрорельєфу в 5% призведе до зниження ефективності до 65% для довжини хвилі $\lambda_1=450$ нм, та 81% на $\lambda_2=630$ нм відповідно.

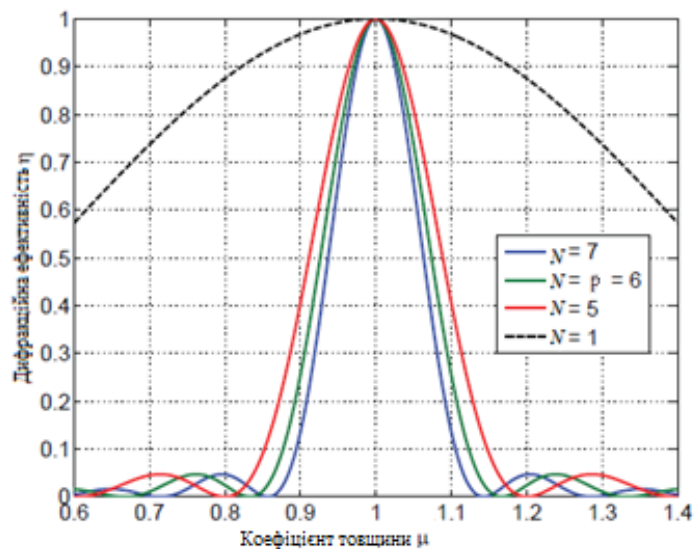


Рис. 2.9. Дифракційна ефективність в залежності від коефіцієнта товщини μ

2.4.1 Розрахунок мікрорельєфу БПДЛ

Як уже зазначалося, мікрорельєф ДЛ сформований у вигляді концентричних канавок, глибина яких варіюється від центру до периферії. Для розрахунку такого мікрорельєфу слід визначити положення та глибину дифракційних зон. Оптична довжина шляху на границі сусідніх зон різко зростає, відповідно до максимальної товщини лінзи h_{max} (рис. 2.10.) [8]. Звичайні ДЛ розраховуються таким чином, щоб на цій товщині оптична довжина шляху дорівнювала величині λ довжин хвилі, а для БПДЛ – значенню, що кратне p довжинам хвиль світла.

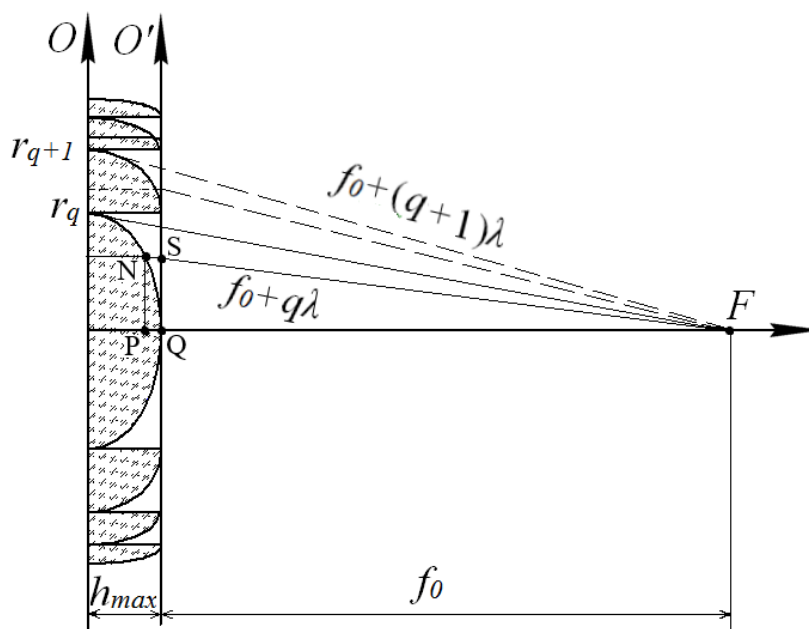


Рис. 2.10. Хід променів через БПДЛ

Для розрахунку положення та глибини канавок дифракційних зон БПДЛ, як і для звичайних ДЛ, можна визначити із рисунку 2.10. Легко показати, що положення q -ої дифракційної зони r_q можна визначити із рівняння [9]

$$r_q^2 = 2f_0q\lambda_0 + (pq\lambda_0)^2, \quad (2.28)$$

де f_0 – розрахункова фокусна відстань; λ_0 – розрахункова довжина хвилі. У параксiальному випадку в межах скалярної теорії дифракції ($q\lambda_0 \ll f_0$) вираз (2.28) видозмінюється таким чином [9-10]:

$$r_q^2 = 2f_0q\lambda_0p. \quad (2.29)$$

Ширину дифракційної зони ДЛ знайдемо з виразу (2.29). Із радіальних положень для двох сусідніх зон q та $q+1$ можна обчислити ширину зони:

$$r_{q+1}^2 - r_q^2 = (r_{q+1} - r_q)(r_{q+1} + r_q) = 2f_0\lambda_0p,$$

де $r_{q+1} + r_q \approx 2r_q$, Також, якщо позначити $r_{q+1} + r_q = T$, це становитиме період дифракційних зон БПДЛ. Як зрозуміло із отриманого співвідношення, зі збільшенням номера зони період зменшується. Отже, для обчислення періоду БПДЛ можна користуватися наступним виразом [9]:

$$T_{\text{БПДЛ}}(r_q) = \frac{f_0\lambda_0p}{r_q}. \quad (2.30)$$

Оскільки оптичні довжини шляху двох променів, що потрапляють на одну дифракційну зону, однакові [9], то глибину канавки h , будемо розглядати відштовхуватись від поверхні QO' , дотичної до ешелету (рис. 2.10). Її можна визначити із рівності оптичних довжин для променя, що падає в центр, а також для променя на периферії:

$$PQ \cdot n(\lambda_0) + FQ \cdot n_n = SN + FN, \quad (2.31)$$

де $n(\lambda_0)$ – показник заломлення ДЛ, а $n_n = 1$ - показник заломлення повітря. Нехай $QP = SN = h$. Тоді рівність оптичних довжин шляху набуває вигляду:

$$h \cdot n(\lambda_0) + f_0 = h + \sqrt{r_q^2 + f_0^2}. \quad (2.32)$$

Після нескладних математичних перетворень виразу (2.31) отримаємо:

$$h^2(n(\lambda_0) - 1)^2 + 2h(n(\lambda_0) - 1)f_0 + f_0^2 = r_q^2 + f_0^2. \quad (2.33)$$

Оскільки $h \ll f_0$, доданком $h^2(n(\lambda_0) - 1)^2$ можна знехтувати. Тоді рівняння (2.33), що описує глибину канавки ДЛ залежно від координати r_q , набуде вигляду [11]:

$$h(r) = \frac{r_q^2}{2|f_0|(n(\lambda_0) - 1)}. \quad (2.34)$$

Аналіз виразу (2.34) показує, що глибина канавки зі збільшенням номера зони буде збільшуватися. Максимальна фазова модуляція, що вводить БПДЛ, дорівнює $2\pi p$, підставивши вираз (2.29) у (2.34) матимемо максимальну глибину канавки для довільної зони розраховується за формулою [Error! Reference source not found.12], аналогічною до (2.24):

$$h_{\max} = \frac{p\lambda_0}{n(\lambda_0) - 1}. \quad (2.35)$$

Якщо у виразах (2.28)-(2.35) для розрахунку геометричного мікрорельєфу БПДЛ взяти за $p = 1$, то отримаємо відповідні вирази для звичайних ДЛ.

2.4.2 Формування поліхроматичного зображення БПДЛ

Для дослідження формування зображення за допомогою БПДЛ згенеруємо лінзу із такими параметрами: фокусна відстань у повітрі $f = 100$ мм, $p = 8$, матеріал ПММА, розрахункова довжина хвилі $\lambda_0 = 0,555$ мкм. У межах світлового діаметру $D = 7$ мм розміщується 13 дифракційних зон, а максимальна глибина канавки складає 9 мкм. Надалі лінза буде поміщена в модель ока людини, тому середовище, в якому знаходиться лінза матиме коефіцієнт заломлення $n = 1,337$, фокусні відстані розраховуватимемо для цього коефіцієнта.

За формулою (2.27) побудуємо графік залежності дифракційної ефективності від довжини хвилі для заданої лінзи (рис.2.11) в діапазоні довжин хвиль

$$\lambda = 0,400 \dots 0,700 \text{ мкм.}$$

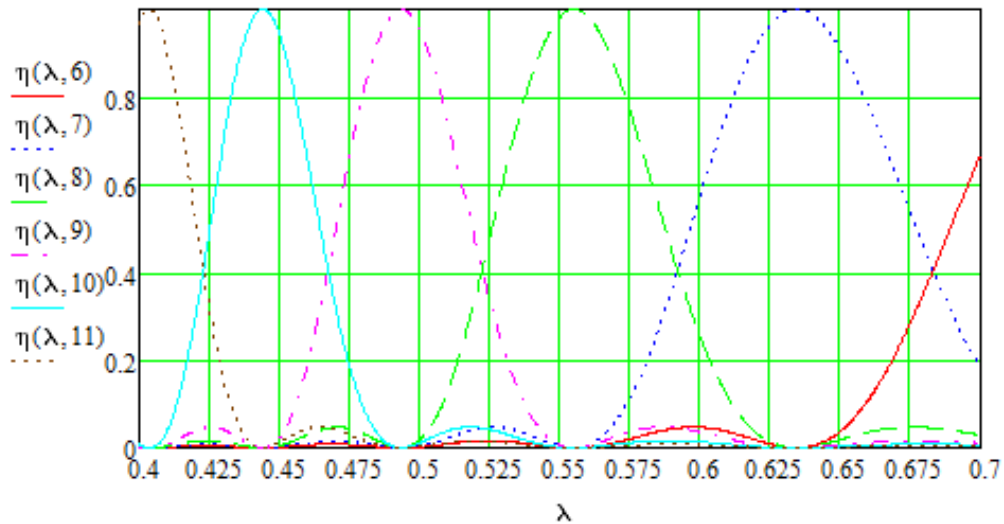


Рис. 2.11. Графік залежності ефективності БПДЛ від довжини хвилі λ

За графіком визначаємо, що для певних довжин хвиль із заданого спектрального діапазону лінза створює повністю безабераційне зображення. Величини довжин хвиль виводиться із формули (2.26), при умові, що $f_N = f_0$.

В результаті розрахунку отримуємо наступні довжини хвиль: для 11-го порядку дифракції $\lambda_{11} = 0,404$ мкм; для 10-го - $\lambda_{10} = 0,444$ мкм; для 9-го - $\lambda_9 = 0,493$ мкм; для 8-го - $\lambda_8 = 0,555$ мкм; для 7-го - $\lambda_7 = 0,634$ мкм; максимум шостою порядку не входить в заданий спектральний діапазон.

Також задана лінза здатна працювати як біфокальна (дифракційна ефективність у кожному порядку складає по 40,5%), при чому її хроматизм, у порівнянні зі звичайною ДЛ, значно менший. Із графіка знаходимо, що для довжин хвиль $\lambda_{10-11} = 0,423$ мкм; $\lambda_{9-10} = 0,467$ мкм; $\lambda_{8-9} = 0,522$ мкм; $\lambda_{7-8} = 0,592$ мкм; $\lambda_{6-7} = 0,683$ мкм ефективність у відповідних сусідніх порядках однакова і складає 40,5%. Розрахуємо також фокусні точки, що відповідають положенням світла із заданими довжинами хвиль за формулою (2.36) та занесемо їх у таблицю [13].

Таблиця 2.1

Біфокальність для розрахованих ДЛ

Довжина хвилі, мкм	0,423	0,467	0,522	0,592	0,683
--------------------	-------	-------	-------	-------	-------

Ближня фокусна точка, мм	71,40	71,06	70,64	70,12	69,45
Дальня фокусна точка, мм	78,53	78,95	79,47	80,14	81,03

Побудуємо графік залежності дифракційної ефективності від положення фокусних точок (рис. 2.12).

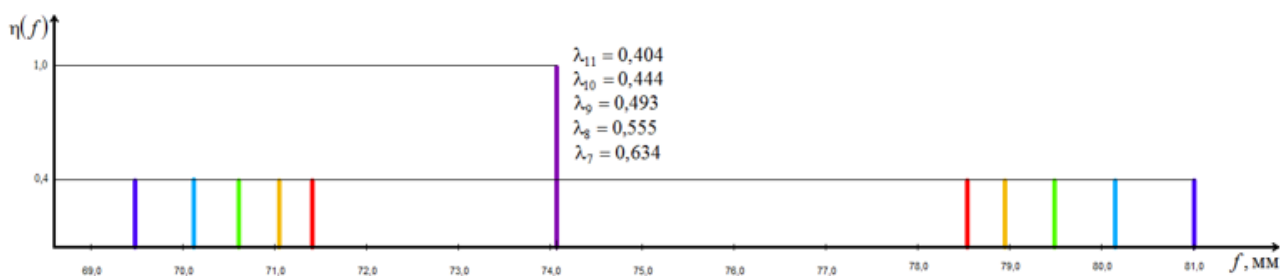
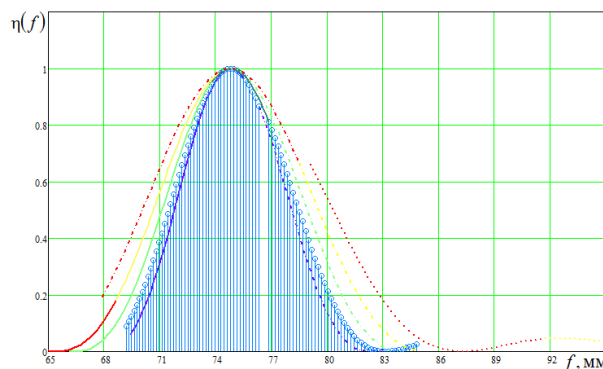
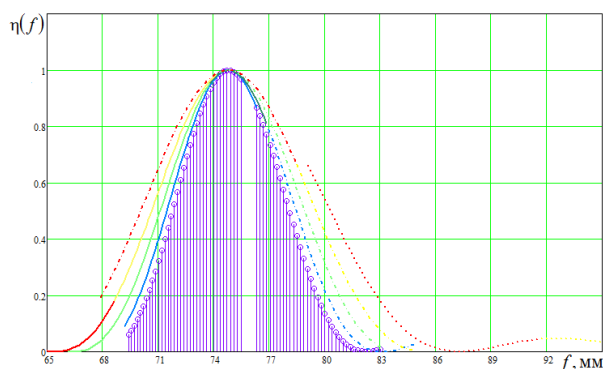


Рис. 2.12. Графік залежності дифракційної ефективності від положення фокусних точок

Однак даний графік дає лише обмежене уявлення про поліхроматичну природу дії білого світла на БПДЛ. Тому проведемо більш детальне дослідження. Розділимо спектральний діапазон на умовні відрізки, що відповідають певним спектрам світла (рис. 2.13):

1. фіолетовий $\lambda_{\phi} = 0,400 \dots 0,435$ мкм;
2. блакитний $\lambda_{\phi} = 0,435 \dots 0,480$ мкм;
3. зелено-блакитний $\lambda_{\phi\phi} = 0,480 \dots 0,500$ мкм;
4. зелений $\lambda_{\phi} = 0,500 \dots 0,560$ мкм;
5. жовтий $\lambda_{\phi} = 0,560 \dots 0,605$ мкм;
6. червоний $\lambda_{\phi} = 0,605 \dots 0,700$ мкм.



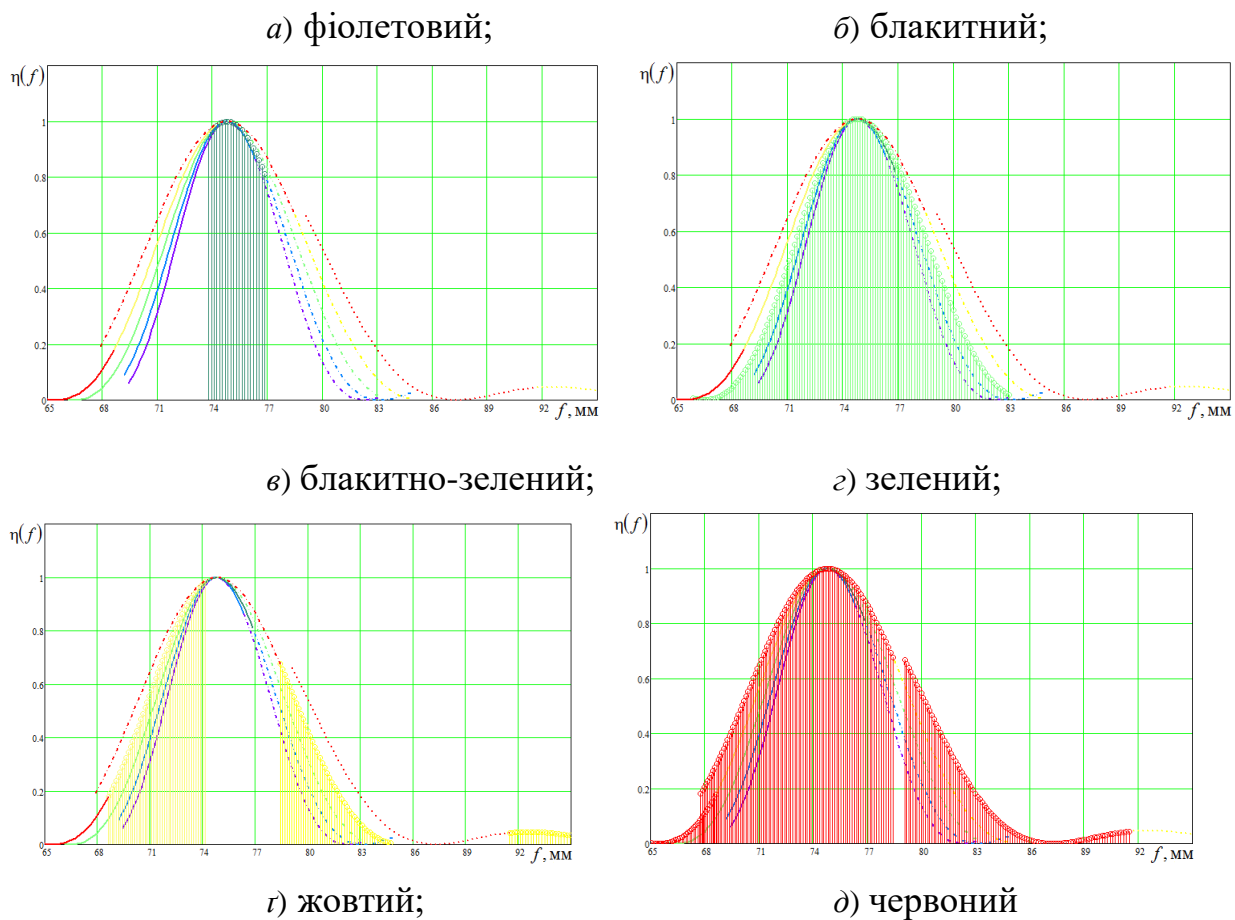


Рис. 2.13. Розподіл світла заданих спектральних діапазонів вздовж оптичної осі

Дослідимо яким чином світло із заданих діапазонів розподіляється вздовж оптичної осі. Як показують наведені графіки, червоний, зелений та блакитний кольори у поєднанні заповнюють весь діапазон формування зображення, фіолетовий, блакитно-зелений та жовтий заповнюють цей діапазон частково. Незважаючи на часткове заповнення, можна припустити, що при заміщенні кристалика ока людини такою лінзою, зорова система людини бачитиме ахроматичне зображення.

Дослідимо формування кольорового зображення заданим спектральним діапазоном відповідно до того, який дифракційний порядок його утворює. Приведемо графік залежності дифракційної ефективності від фокусної відстані, на якій формується зображення (рис. 2.14).

Спостерігається адитивна кольорова модель RGB (від англ. Red - червоний, Green - зелений, Blue - блакитний). При змішуванні трьох складових, отримуємо біле світло.

Проаналізуємо перший випадок (рис. 2.14, *a*). Як показано на графіку, світло кожної довжини хвилі формує два розділених зображення, розміщених окремо одне від одного із різною дифракційною ефективністю. Світло із довжиною хвилі $\lambda_{10-11} = 0,423$ мкм формує два зображення із однаковою ефективністю 40,5% із 11-м та 10-м порядками відповідно. Зі збільшенням довжини хвилі зображення, сформоване 11-м порядком, спочатку набуває ефективності, а потім втрачає її, у той час як у 10-му порядку ефективність збільшується.

Як показують інші випадки, (рис.2.14, *b*) - *d*)) зображення, сформовані різними порядками можуть розділятися та накладатися, також може з'явитися третій ефективний порядок.

Використання різних порядків забезпечує повніше заповнення осі зображенням. Тому використання кількох порядків дифракції значно ефективніше за один чи два порядки при формуванні поліхроматичного зображення.

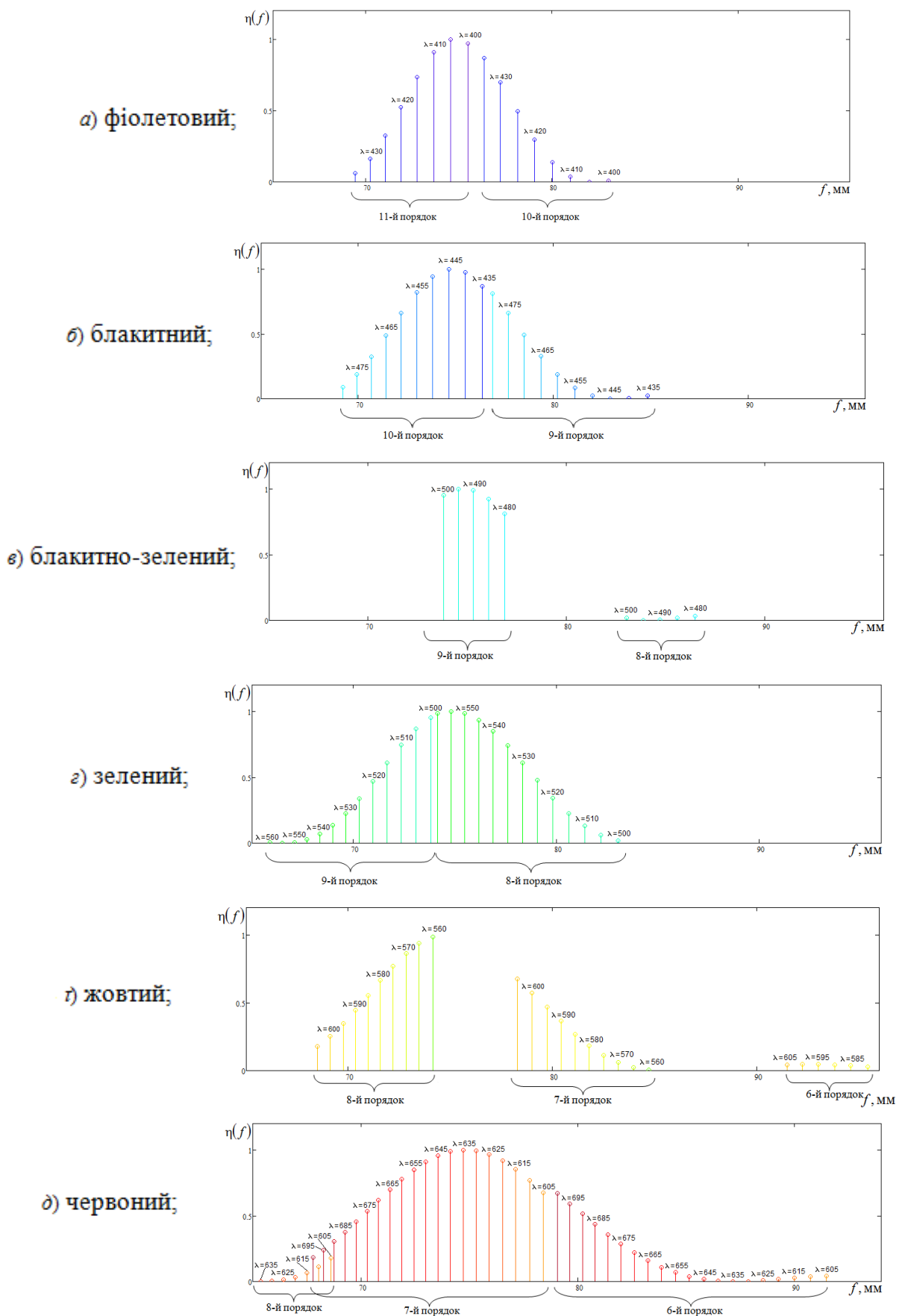


Рис. 2.14. Графік залежності дифракційної ефективності від фокусної відстані, на якій формується зображення відповідної довжини хвилі

2.5 Аберації БПДЛ

Нехай на вхідну зіницю, радіусом R падає паралельний пучок світла під кутом α (рис. 2.15). ДЛ, радіусом y та фокусною відстанню f' розташована на відстані t від зіниці. Тоді оптична різниця шляху між боковим та осьовим променями у загальному випадку запишеться як [3]:

$$OPD = CO' - (AN + BO'), \quad (2.36)$$

де з урахуванням правила знаків

$$AN = -R \cdot \sin \alpha;$$

$$BO' = \sqrt{BH^2 + HO'^2} = \sqrt{(y - O'O'')^2 + f'^2} = \sqrt{(y + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + f'^2};$$

$$CO' = \sqrt{(CK - HK)^2 + HO'^2} = \sqrt{(-t \cdot \operatorname{tg} \alpha - f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + f'^2};$$

$$y = BC + CK = R + t \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

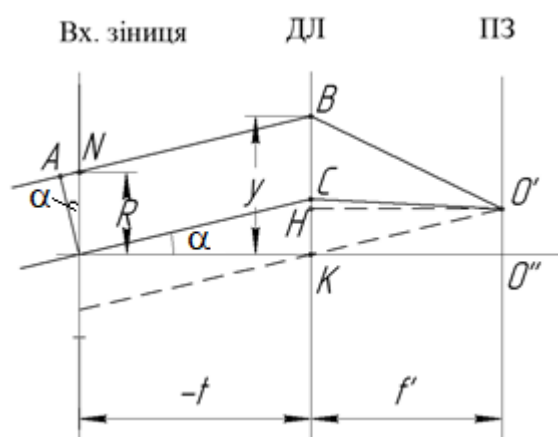


Рис. 2.15. Визначення різниці оптичної довжини шляху між осьовим та боковим променями ДЛ при куті падіння α

Тоді формула (2.36) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} OPD &= f' \sqrt{\frac{1}{f'^2} (t \cdot \operatorname{tg} \alpha + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1} - (-R \cdot \sin \alpha + f' \sqrt{\frac{1}{f'^2} (y + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1}) = \\ &= f' \sqrt{\frac{1}{f'^2} (t \cdot \operatorname{tg} \alpha + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1} + R \cdot \sin \alpha - f' \sqrt{\frac{1}{f'^2} (y + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1}. \quad (2.37) \end{aligned}$$

У формулі (2.37) кореневі вирази можна розкласти в ряд Маклорена $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$ [14] та обмежитися першими трьома доданками.

$$\begin{aligned}
 1) \quad f' \sqrt{\frac{1}{f'^2} (t \cdot \operatorname{tg} \alpha + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1} &= f' \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha \left(\frac{t}{f'} + 1\right)^2 + 1} = f' \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot k^2 + 1} = \\
 &= f' \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{8} \cdot k^4 \cdot \operatorname{tg}^4 \alpha \right\}, \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

де

$$\frac{t}{f'} + 1 = k. \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad f' \sqrt{\frac{1}{f'^2} (y + f' \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 + 1} &= f' \sqrt{\left(\frac{y}{f'} + \operatorname{tg} \alpha\right)^2 + 1} = f' \sqrt{\left(\frac{R + t \cdot \operatorname{tg} \alpha}{f'} + \operatorname{tg} \alpha\right)^2 + 1} = \\
 &= f' \sqrt{\left(\frac{R}{f'} + \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{t}{f'} + 1\right)\right)^2 + 1} = f' \sqrt{\left(\frac{R}{f'} + \operatorname{tg} \alpha \cdot k\right)^2 + 1} = \\
 &= f' \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R}{f'} + k \cdot \operatorname{tg} \alpha\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{R}{f'} + k \cdot \operatorname{tg} \alpha\right)^4 \right) = \\
 &= f' \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{f'^2} + \frac{R}{f'} \cdot k \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} k^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{8} \frac{R^4}{f'^4} - \frac{1}{2} \frac{R^3}{f'^3} \cdot k \cdot \operatorname{tg} \alpha - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{4} \frac{R^2}{f'^2} k^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{2} \frac{R}{f'} k^3 \operatorname{tg}^3 \alpha - \frac{1}{8} k^4 \operatorname{tg}^4 \alpha \right\}, \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

Після підстановки (2.38) та (2.40) у вираз (2.37), та нескладних математичних перетворень, отримуємо:

$$\begin{aligned}
 OPD &= f' \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cdot k^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{8} \cdot k^4 \cdot \operatorname{tg}^4 \alpha \right\} - R \cdot \sin \alpha - \\
 &- f' \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{f'^2} + \frac{R}{f'} \cdot k \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2} k^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{8} \frac{R^4}{f'^4} - \frac{1}{2} \frac{R^3}{f'^3} \cdot k \cdot \operatorname{tg} \alpha - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{3}{4} \frac{R^2}{f'^2} k^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{1}{2} \frac{R}{f'} k^3 \operatorname{tg}^3 \alpha - \frac{1}{8} k^4 \operatorname{tg}^4 \alpha \right\} =
 \end{aligned}$$

$$= R \cdot \sin \alpha - R \cdot k \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{R^2}{2f'} + \frac{R^4}{8f'^3} + \frac{R^3}{2f'^2} \cdot k \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{3R^2}{4f'} \cdot k^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{R^2}{2} \cdot k^3 \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha. \quad (2.41)$$

Рівняння (2.41) містить у собі усі аберації.

Для виведення абераційної моделі необхідно порівняти аберації ідеального та абераційного хвильових фронтів:

$$W = \Delta OPD = OPD_i - OPD_p. \quad (2.42)$$

БПДЛ не вносить аберацій для світла з довжиною хвилі λ_0 і фокусує його на розрахунковій фокусній відстані f_0 . Якщо на елемент падає світло з довжиною хвилі λ , то він фокусує його на відстані (2.26) $f'_N = p\lambda_0 f_0 / \lambda N$ (параксіальний фокус у N -му дифракційному порядку) і вносить аберацію.

Здійсимо математичні перетворення та повернемося до заміни (2.39). Дисторсія має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} W_{311} &= R \cdot \sin \alpha - R \cdot \left(\frac{t}{f'} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha - \left(R \cdot \sin \alpha - R \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) \frac{\lambda}{\lambda_0} = \\ &= R \cdot \sin \alpha - R \cdot \left(\frac{t}{f'} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha - R \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} + R \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} = \\ &= R \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} - R \cdot \left(\frac{t}{f'} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha + R \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} = \\ &= R \cdot \sin \alpha - R \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} - R \cdot \left(t \frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha + R \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \frac{\lambda}{\lambda_0}. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Зв'язок із сумою Зейделя описується виразом [15]:

$$W_{311} = \frac{1}{2} S_V. \quad (2.44)$$

Сферична аберація:

$$W_{040} = \frac{R^4}{8f'^3} - \frac{R^4}{8f'_0{}^3} \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{R^4}{8} \left(\frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^3 - \frac{R^4}{8f'_0{}^3} \frac{\lambda^3}{\lambda_0}. \quad (2.45)$$

Зв'язок із сумою Зейделя описується виразом [15]:

$$W_{040} = \frac{1}{8} S_I. \quad (2.46)$$

Кома:

$$W_{131} = \frac{R^3}{2} \frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \left(t \frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} + 1 \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{R^3}{2f'_0{}^2} \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right) \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (2.47)$$

Зв'язок із сумою Зейделя описується виразом [15]:

$$W_{131} = \frac{1}{2} S_{II}. \quad (2.48)$$

Астигматизм:

$$\begin{aligned} W_{222} &= \frac{3R^2}{4f'} \cdot \left(\frac{t}{f'} + 1 \right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{3R^2}{4f'_0} \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right)^2 \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha = \\ &= \frac{3R^2}{4} \frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \left(t \frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} + 1 \right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{3R^2}{4f'_0} \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right)^2 \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Зв'язок із сумою Зейделя описується виразом [15]:

$$W_{222} = \frac{1}{2} S_{III}. \quad (2.50)$$

Кривизна поля:

$$\begin{aligned} W_{220} &= \frac{R^2}{2} \cdot \left(\frac{t}{f'} + 1 \right)^3 \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha - \frac{R^2}{2} \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right)^3 \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha = \\ &= \frac{R^2}{2} \cdot \left(t \frac{N}{pf'_0} \frac{\lambda}{\lambda_0} + 1 \right)^3 \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha - \frac{R^2}{2} \cdot \left(\frac{t}{f'_0} + 1 \right)^3 \frac{\lambda}{\lambda_0} \cdot \operatorname{tg}^3 \alpha. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Зв'язок із сумою Зейделя описується виразом:

$$W_{220} = \frac{1}{4} S_{IV}. \quad (2.52)$$

2.6 Хроматична аберація БПДЛ

Основним видом хроматичної аберації є хроматизм положення (поздовжній та поперечний). Мірою поздовжнього хроматизму вважають різницю фокусних відстаней $\Delta f_{CF} = f_C - f_F$ для стандартних довжин хвиль $\lambda_C = 0,6563$ мкм та

$\lambda_F = 0,4861$ мкм у видимому діапазоні [16]. При порівнянні звичайних оптичних систем застосовується відносна різниця $\Delta f_{CF} / f_D$ (f_D – фокусна відстань для середньої довжини хвилі $\lambda_D = 0,5893$ мкм) або її обернене значення, яке називають коефіцієнтом дисперсії (числом Аббе) [16]:

$$V_D = f_D / \Delta f_{CF}. \quad (2.53)$$

Якщо за середню довжину хвилі взяти $\lambda_0 = 0,555$ мкм (довжина хвилі, в якій чутливість ока людини максимальна), то хроматизм характеризуватиметься відношенням $V_0 = f_0 / \Delta f_{CF}$, де f_0 – фокусна відстань для довжини хвилі λ_0 .

Як зазначалося у першому розділі, для виправлення хроматичної аберації в рефракційних системах поєднують додатні та від’ємні лінзи з різними коефіцієнтами дисперсії V_1 та V_2 . У дифракційно-рефракційних лінзах оптичні сили компонентів Φ_1 та Φ_2 мають однакові знаки, тому хроматизм компенсується за рахунок від’ємної дисперсії дифракційного компонента. Якщо не вдається повністю усунути хроматизм, то залишкову аберацію називають вторинним хроматизмом [17].

Оцінювати ступінь компенсації хроматизму оптичної системи можна також за поперечним хроматизмом, тобто за радіусами кружка хроматичного розсіювання для λ_C та λ_F в площині найкращого фокусування для λ_0 . Вони приблизно рівні та визначаються із співвідношення [16]

$$\rho_{CF} = \frac{\Delta f_{CF} D}{4 f_0} = \frac{D}{4 V_0}, \quad (2.54)$$

де D – діаметр зіниці ока людини.

Хроматичну аберацію для ІОЛ можна вважати скомпенсованою, якщо радіус кружка хроматичного розсіювання ρ_{CF} не перевищує величину радіуса дифракційного кружка розсіювання r для λ_0 , що визначається за формулою [2]

$$r = \frac{1,22 \lambda_0 f_{0,oc}}{D n_0}, \quad (2.55)$$

де $f_{0,oc}$ – фокусна відстань оптичної системи моделі ока, із рогівкою та ІОЛ; n_0 – показник заломлення очної рідини.

Для визначення коефіцієнта дисперсії БПДЛ, виразимо фокусну відстань через визначення центральної зеленої λ_z , короткої синьої λ_c та довгої червоної λ_r довжин хвиль заданого спектрального діапазону. У такому випадку коефіцієнт дисперсії БПДЛ запишеться із (2.53), (2.26) у вигляді [18–20]:

$$V = \frac{N_z \lambda_z}{N_c \lambda_c - N_r \lambda_r}. \quad (2.56)$$

2.7 Дослідження залежності дифракційної ефективності від параметрів БПДЛ

Однією з найважливіших характеристик ДЛ, як уже було зазначено раніше, є дифракційна ефективність, яка визначає частку енергії падаючого пучка, що направляється елементом в задану область простору. Вимірювання ДЕ в багатьох порядках дифракції є критичною операцією на всіх основних етапах виготовлення ДЛ, оскільки дозволяє оперативно визначити глибину і форму рельєфу по всій його поверхні, не використовуючи профілографів або атомно-силових мікроскопів, що забезпечують лише локальне вимірювання параметрів структури. Точне визначення ДЕ у великому динамічному діапазоні особливо необхідне при проектуванні ДЛ, принцип роботи яких оснований на управлінні інтенсивністю дифрагованого оптичного випромінювання.

ДЕ η робочих порядків ДЛ часто явно нижча 100%, що викликає розсіяне світло від небажаних дифракційних порядків і заважає більш частому використанню ДЛ на практиці. Оскільки основною задачею проектування ДЛ є досягнення високої ДЕ, виникає необхідність дослідження шляхів впливу параметрів ДЛ на лінзу.

Основними причинами зниження ДЕ є спектральний діапазон роботи ДЛ, зміна кута падіння падаючого світла та помилки виготовлення ДЛ [21].

2.7.1 Вплив спектрального діапазону роботи ДЛ на дифракційну ефективність

Розглянемо вплив спектрального діапазону роботи ДЛ на ДЕ. У формулі (2.27) ДЕ записана для лінзи, виготовленої з матеріалу з показником заломлення $n(\lambda_0)$, яка знаходиться у повітрі. Нехай ДЛ використовуватиметься в оптичній системі у спектральному діапазоні від $\lambda_{кор}$ до $\lambda_{довг}$, а λ_0 – середня довжина хвилі, в якій дифракційна ефективність набуває максимального значення, або, як було зазначено вище, розрахункова величина. Тоді глибина канавки h_0 становитиме для середовища із показником заломлення $n_2(\lambda_0)$:

$$h_0 = \frac{\lambda_0}{n_1(\lambda_0) - n_2(\lambda_0)}.$$

Нехай на лінзу падає світло довжиною λ , показник заломлення лінзи для цієї довжини хвилі $n_1(\lambda)$, а для середовища – $n_2(\lambda)$. Тоді перепишемо формулу (2.27) в такому вигляді для нормального падіння світла на БПДЛ:

$$\eta_N(\lambda) = \sin^2 c^2 \left\{ \frac{ph_0}{\lambda} [n_1(\lambda) - n_2(\lambda)] - N \right\}. \quad (2.57)$$

2.7.2 Залежність дифракційної ефективності від кута падіння світла на ДЛ

Дифракційна ефективність η_N порядку N також залежить від кута падіння світла на лінзу. Так для кута падіння θ_2 на лінзу та кута відхилення у середовищі θ_1 (2.57) перепишеться як [21], з урахуванням багатопорядковості

$$\eta(\lambda, \theta_2) = \sin^2 c^2 \left\{ \frac{ph_0}{\lambda} [n_1(\lambda) \cos \theta_1 - n_2(\lambda) \cos \theta_2] - N \right\}.$$

Користуючись законом Снеліуса та стандартними тригонометричними тотожностями перетворимо вираз

$$\eta(\lambda, \theta_2) = \sin^2 c^2 \left\{ \frac{ph_0}{\lambda} \left[n_1(\lambda) \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} - n_2(\lambda) \cos \theta_2 \right] - N \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sin^2 c^2 \left\{ \frac{ph_0}{\lambda} \left[\sqrt{n_1^2(\lambda) - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta_1} - n_2(\lambda) \cos \theta_2 \right] - N \right\} = \\
 &= \sin^2 c^2 \left\{ \frac{ph_0}{\lambda} \left[\sqrt{n_1^2(\lambda) - n_2^2(\lambda) \sin^2 \theta_2} - n_2(\lambda) \cos \theta_2 \right] - N \right\}. \quad (2.58)
 \end{aligned}$$

Отже, отриманий вираз дозволяє розраховувати ДЕ при різних кутах падіння світла із довжиною хвилі λ . Якщо лінза знаходиться у повітрі, вираз (2.58) переписеться таким чином:

$$\eta(\lambda, \theta_2) = \sin^2 c^2 \left\{ \frac{ph_0}{\lambda} \left[\sqrt{n_1^2(\lambda) - \sin^2 \theta_2} - \cos \theta_2 \right] - N \right\}. \quad (2.59)$$

2.7.3 Залежність дифракційної ефективності від ширини дифракційної зони

ДЛ спроектовані таким чином, що площі дифракційних зон не змінюються від центру до периферії, змінюється лише ширина зон Δr_q – вона найширша у центрі і знижується до периферії. Відповідно кожна зона має однакову фазову глибину. Дифракційна ефективність ДЛ може бути розрахована через зважену суму дифракційних ефективностей усіх зон. Оскільки площі дифракційних зон не змінюються до периферії, то і частка ефективності, внесена в загальну суму кожною зоною, стала. Можна стверджувати, що зважена дифракційна ефективність для N-го порядку ДЛ запишеться у вигляді [22]:

$$\eta_N = \frac{\sum_{i=1}^q (s_i \cdot \eta_{i,N})}{\sum_{i=1}^q s_i}, \quad (2.60)$$

де $\eta_{i,N}$ - обчислена ДЕ N-го порядку i-ї зони, q – кількість зон, що містить лінза, s_i - площа i-ї зони. Обчислення ДЕ для кожного порядку дифракції легко провести за формулою (2.27). Таким чином, задача обчислення дифракційної ефективності зводиться до розрахунку площ кожної зони з подальшим перемноженням на відповідні ДЕ та площі кожної із зон. У випадку ідеальної лінзи значення ДЕ, розраховане за формулою (2.57), дорівнюватиме 100%. Для

реальної ДЛ необхідно враховувати ефективну площу зони, зважаючи на вид похибки. Тому в наступних підпунктах проаналізуємо характер зміни площі зон в залежності від можливих похибок виготовлення.

2.7.4 Залежність дифракційної ефективності від розміру мінімального заглиблення профілю

Припустимо, що наявна технологія здатна забезпечувати найменший розмір канавки, кратний Δ (рис. 2.16). Звідси випливає, що ефективна площа кожної зони зменшується, а енергія, що потрапляє на цю ділянку зони розсіюється. Відповідно до цих міркувань зміниться і загальна ДЕ лінзи. Для врахування даної умови введемо коефіцієнт ефективності площі k_{eff} , під яким розумітимемо відношення ефективної площі зони до загальної. Площа j -ї дифракційної зони обчислюється як різниця границь двох сусідніх зон:

$$s_j = \pi r_j^2 - \pi r_{j-1}^2,$$

де r_j , r_{j-1} - радіуси сусідніх зон.

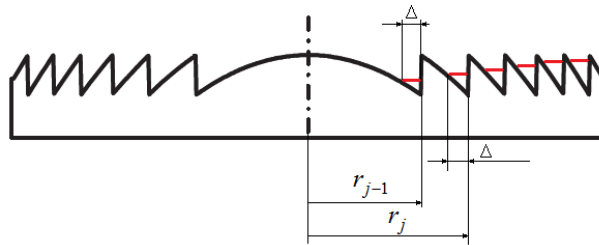


Рис. 2.16. Схема лінзи з дотриманням найменшого розміру канавки

Площа першої дифракційної зони обчислюється за формулою площі круга:

$$s_1 = \pi r_1^2.$$

Площа ділянки розсіювання :

$$s_{\Delta} = \pi r_j^2 - \pi(r_j - \Delta)^2.$$

Тоді коефіцієнт ефективності запишеться як:

$$k_{eff,j} = \frac{s_j - s_{\Delta}}{s_j} = \frac{\pi r_j^2 - \pi r_{j-1}^2 - \pi r_j^2 + \pi(r_j - \Delta)^2}{\pi r_j^2 - \pi r_{j-1}^2} = 1 - \frac{2r_j \Delta + \Delta^2}{r_j^2 - r_{j-1}^2}. \quad (2.61)$$

Як наслідок, підставляючи (2.61) в (2.60), отримаємо вираз для загальної ДЕ в N -му порядку дифракції, який враховує втрати енергії на неефективних ділянках зон:

$$\eta_N = \frac{\sum_{i=1}^j s_i \cdot k_{eff,j} \cdot \eta_{i,N}}{\sum_{i=1}^j s_i}. \quad (2.62)$$

2.7.5 Вплив похибки нахилу вертикальної стінки першого типу на дифракційну ефективність

Позначимо ефективний радіус r_{ef} як частину радіуса, яка впливає на ДЕ (рис.2.17). Частина зони, рівна різниці радіусів $r_1 - r_{ef}$ розсіюватиме падаюче на неї світло. Знайдемо вираз для обчислення ефективного радіусу r_{ef} . Розмістимо систему координат в центрі лінзи. Щоб знайти r_{ef} необхідно визначити координату точки перетину функції, що описує форму мікрорельєфу лінзи $y_1(r)$, із функцією нахилу вертикальної стінки $y_2(r)$.

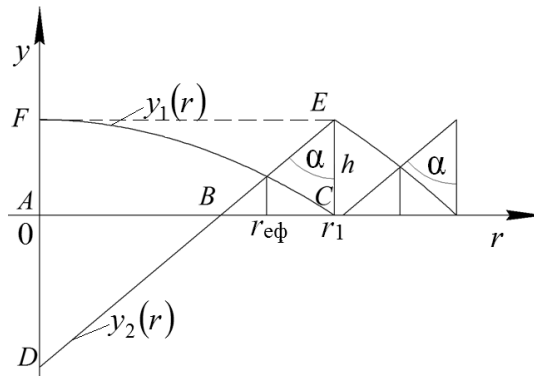


Рис. 2.17. Схема лінзи з похибкою нахилу вертикальної стінки

Нехай форму мікрорельєфу ДЛ описує функція висоти (2.24) $y_1(r) = h(r)$. Тоді для визначення функції нахилу вертикальної стінки $y_2(r)$ можна скористатися рівнянням прямої що проходить через дві точки $D(0, Y_1)$ та

$$E(r_1, h): \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} = \frac{y_2 - Y_1}{Y_2 - Y_1}.$$

Підставимо відповідні значення та, після деяких перетворень, отримаємо:

$$y_2(r) = r \cdot \frac{1}{r_1} (Y_1 - h) - Y_1. \quad (2.63)$$

Тепер залишилося знайти координату Y_1 . Кути $\angle BEC$ та $\angle FDE$ рівні між собою. Тоді шукану координату отримаємо, віднявши від відрізка FA значення катета FD прямокутного трикутника $\triangle FDE$. $\frac{FE}{FD} = \operatorname{tg}\alpha$, з рис. 2.18 видно, що

$$FE = r_1, \text{ тоді } FD = \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha}. \text{ У результаті } Y_1 = h - \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha}. \text{ Підставивши у вираз (2.63)}$$

отримаємо:

$$y_2(r) = r \cdot \frac{1}{r_1} \left(h - \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha} - h \right) - h + \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha} = -\frac{r}{\operatorname{tg}\alpha} - h + \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha}. \quad (2.64)$$

Наступним кроком буде прирівнювання функцій $y_1(r)$ та $y_2(r)$. Рівняння $y_1(r)$ записане для першої дифракційної зони, $q = 1$:

$$\frac{p\lambda_0}{n-1} \left[1 - \frac{r^2}{2\lambda_0 f_0 p} \right] = -\frac{r}{\operatorname{tg}\alpha} - h + \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Після перетворень отримаємо квадратне рівняння:

$$\frac{1}{2 \cdot \Delta n \cdot f_0} r^2 + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} r + h - \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{p\lambda_0 q}{\Delta n} = 0.$$

Знайдемо дискримінант:

$$D = \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} - \frac{2}{\Delta n \cdot f_0} \left(h - \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{p\lambda_0 q}{\Delta n} \right) > 0.$$

Корені даного рівняння:

$$r_{1,2} = \Delta n f_0 \left(-\operatorname{ctg}\alpha \pm \sqrt{D} \right)$$

Другий корінь завжди від'ємний, тому відкидаємо його. Отже, ефективний радіус першої зони будемо знаходити за наступною формулою:

$$r_{\text{еф}} = \Delta n f_0 \left(-\operatorname{ctg}\alpha + \sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} - \frac{2}{\Delta n \cdot f_0} \left(h - \frac{r_1}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{p\lambda_0 q}{\Delta n} \right)} \right).$$

Легко показати, що для q -ї зони вираз матиме такий вигляд:

$$r_{\text{эф}} = \Delta n f \left(-ctg\alpha + \sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha} - \frac{2}{\Delta n \cdot f_0} \left(h - \frac{r_q}{tg\alpha} - \frac{p\lambda_0 q}{\Delta n} \right)} \right). \quad (2.65)$$

Графік залежності ефективного радіусу від кута нахилу (0 до 90 градусів) приведено на рис. 2.18, що показує правильні результати [23].

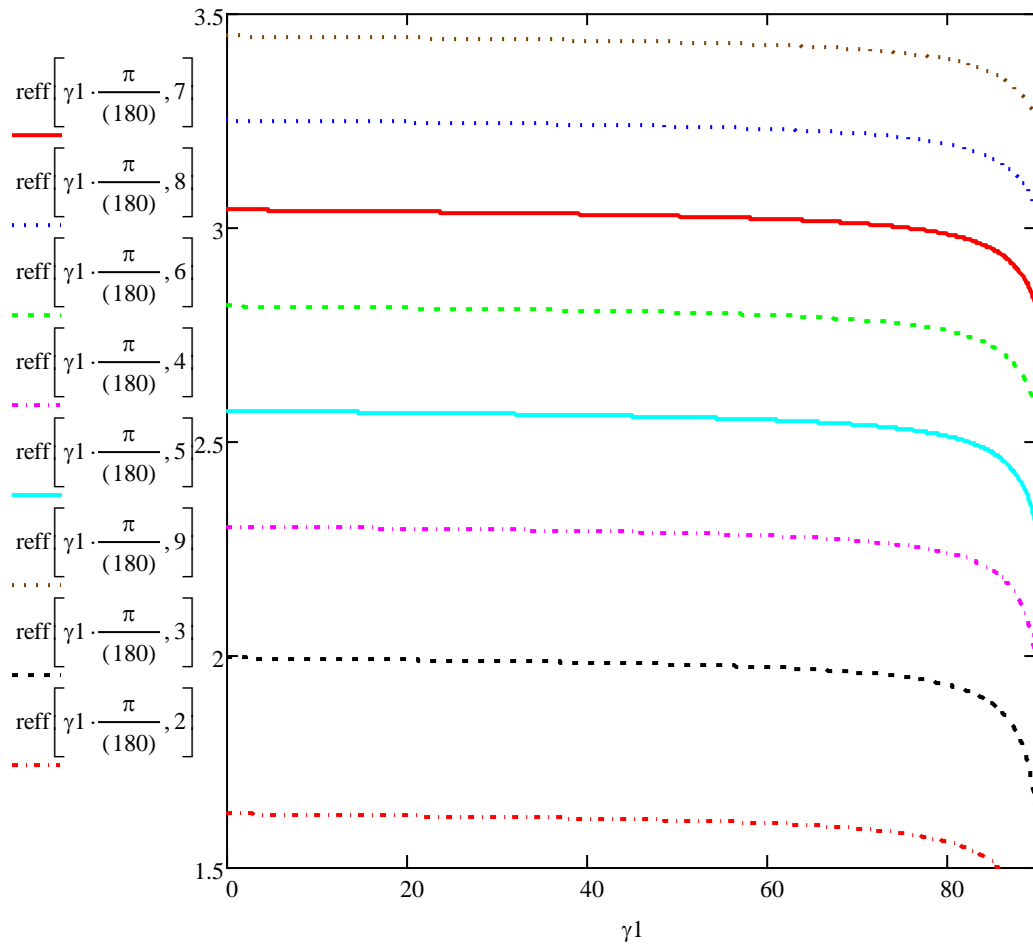


Рис. 2.18. Залежність ефективного радіусу від кута нахилу похибки

Перейдемо до розрахунку безпосередньо площі кожної зони. На рис. 2.19 зображена ДЛ, що містить q дифракційних зон.

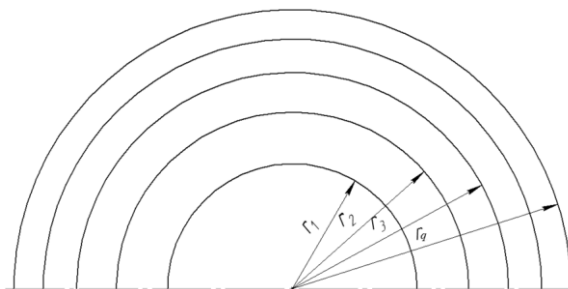


Рис. 2.19. Вигляд зверху ДЛ

Площа центральної зони буде рівна площі круга з радіусом r_1 , площа кожної наступної зони складатиме різницю площ кругів сусідніх радіусів.

Запишемо вираз для розрахунку площ кожної зони:

$$S_q = \pi \cdot (r_q^2 - r_{q-1}^2).$$

Проектування БПДЛ забезпечує рівність площ усіх зон ДЛ. Однак, за наявності похибки, ефективна площа відрізнятиметься від проєктованої та площа кожної наступної зони буде зменшуватися в порівнянні з попередньою. Вступає в дію ефективний радіус $r_{\text{еф}}$. Тоді площа кожної зони відрізнятиметься від S_q і набуде вигляду:

$$S_{\text{еф},q} = \pi \cdot (r_{\text{еф},q}^2 - r_{q-1}^2). \quad (2.66)$$

На рис. 2.20, а) представлений графік, що показує як змінюється радіус зони зі збільшенням її номеру. Разом з тим покажемо як змінюється ширина зон Δr_q з ростом їх номеру.

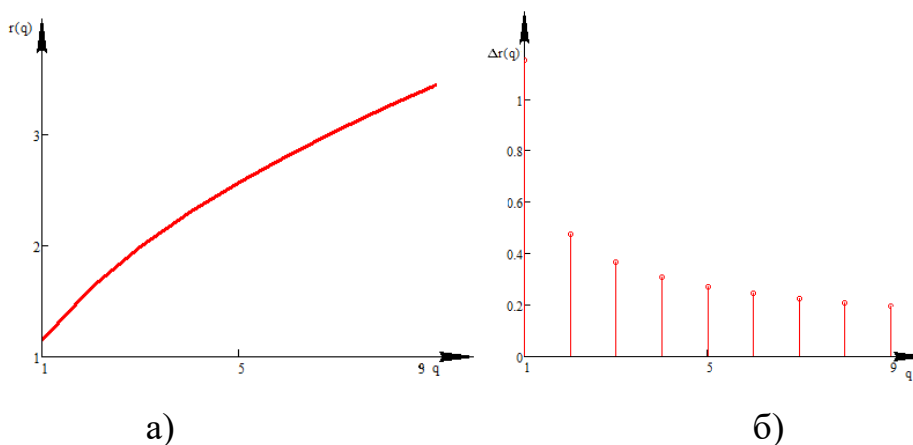


Рис. 2.20. Залежність від номера дифракційної зони:

а) радіуса; б) ширини дифракційної зони

Із рис.2.20, б) зрозуміло, що похибка нахилу вертикальної стінки найбільше впливатиме на крайні зони, оскільки ефективний радіус зменшуватиметься ближче до краю. Практично настає момент, коли технологія не здатна забезпечити виготовлення зони.

2.7.6 Вплив кута блиску на дифракційну ефективність

Велика кількість пластикових ДОЕ виготовляється методом лиття під тиском. Алмазне точіння використовується переважно для виготовлення прототипів для пластикових ДОЕ. Останнім часом, скляні ДОЕ виготовляються методом прецизійного лиття. Через високу вартість літографічних методів виготовлення ДОЕ цей спосіб використовується рідко. Розглянемо найпростіший профіль канавки ДЛ – трикутний (рис.2.21). При виготовленні ДОЕ високої точності необхідне забезпечення правильного кута блиску α , або так званого кута підйому канавки ДОЕ. Як показує практика, висота профілю дуже мала, що призводить до зменшення фактичної висоти канавки h в порівнянні із розрахунковою h_0 , спостерігається похибка нахилу вертикальної стінки. Інакше кажучи, кут β менше розрахункового значення 90° . Результати вимірювання профілів від різних виробників показали, що зазвичай, цей кут знаходиться в межах від 50° до 70° [21].

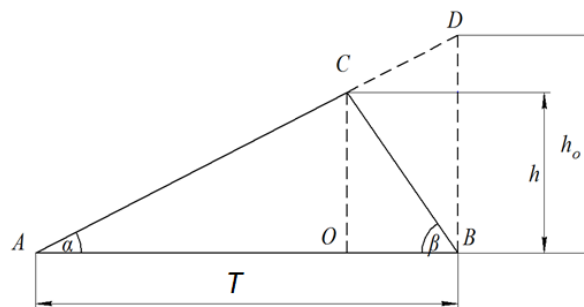


Рис. 2.21. Геометрія профілю

Така помилка призводить до зниження дифракційної ефективності, особливо в крайніх зонах, де ширина зон T мала. Дифракційна ефективність в першому порядку для нормального падіння світла розраховується наступним чином. З подібності $\triangle ABD \sim \triangle AOC$: $\frac{CO}{DB} = \frac{AO}{AB}$; з $\triangle COB$ $\frac{CO}{OB} = \frac{h}{OB} = \text{tg}\beta$;

$$OB = \frac{h}{\text{tg}\beta}; AO = AB - OB = T - \frac{h}{\text{tg}\beta}. \text{Тоді: } \frac{h_0}{h} = \frac{T}{T - \frac{h}{\text{tg}\beta}} = \frac{T \cdot \text{tg}\beta}{T \cdot \text{tg}\beta - h}.$$

(2.27)

$$\begin{aligned} \eta_N(\lambda_0, h) &= \sin^2 c^2 \left\{ \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - 1} \cdot \frac{n(\lambda) - 1}{\lambda} p - N \right\} = \sin^2 c^2 \left\{ \frac{h_0}{h} p - N \right\} = \\ &= \sin^2 c^2 \left\{ \frac{T \cdot \operatorname{tg} \beta}{T \cdot \operatorname{tg} \beta - h} p - N \right\}, \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\text{де } h_0 = \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - 1}.$$

Так, наприклад, для малих значень T для першого порядку дифракції вираз (2.67) спроститься до вигляду

$$\eta(\lambda_0, h) = \left\{ \frac{T \cdot \operatorname{tg} \beta}{T \cdot \operatorname{tg} \beta - h} p \right\}^2. \quad (2.68)$$

Отже, наявність додаткових порядків дифракції, які зазвичай розглядають як недолік, можна перетворити на перевагу. Додаткові порядки є додатковими зображеннями, однак з іншою ефективністю, завдяки чому досягається мультифокальність. Енергією, що потрапляє в порядки, можна керувати шляхом вибору параметрів ДЛ, таких як, наприклад, коефіцієнт товщини мікрорельєфу. Модифікація відомих виразів для обчислення ДЕ звичайних ДЛ дозволяє застосовувати їх для обчислення ДЕ багатопорядкових лінз. Приведені вирази розрахунку ДЕ враховують наявність тих чи інших видів похибок, зокрема похибки нахилу вертикальної стінки. Залежності дифракційної ефективності БПДЛ від багатьох параметрів БПДЛ можна використовувати для створення нових методів проектування ДЛ.

Перелік посилань до розділу 2

1. Колобродов В.Г. Проектування дифракційних оптичних елементів і систем: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2013. – 194 с.
2. Колобродов В.Г. Дифракційна теорія оптичних систем: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2011. – 148 с.
3. Sinzinger S. Microoptics [Текст] / S. Sinzinger, J. Jahns – Weinheim: Wiley-VCH, 2003. – 447 p.
4. Минин И.В. Конформная дифракционная квазиоптика: от миллиметровых волн до фокусировки ударных волн [Текст] / И.В. Минин, О.В. Минин // Интерэкспо Гео-Сибирь, 2012. – №2. – С.257-261.
5. Sweeney D.W. Harmonic Diffractive Lens [Текст] / D.W. Sweeney, G.E.Sommargren // *Appl.Opt.*, 1995. – No.34(14). – P. 2469-2475.
6. Faklis D. Spectral properties of multiorder diffractive lenses [Текст] / D. Faklis, G.M. Morris // *Appl.Opt.*, 1995. – No.34(14). – P. 2462-2467.
7. Колобродов В.Г. Прикладна дифракційна оптика: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2014. – 312 с.
8. Сірий Є.А. Дифракційні оптичні елементи для інфрачервоної оптики: дис. кандидата техн. наук: 05.11.07 [Текст] / Сірий Євгеній Анатолійович. – К., 2015. – 165 с.
9. O’Shea D. C. Diffractive Optics: Design, Fabrication, and Test [Текст] / D.C O’Shea, T. J. Suleski, A. D. Kathman, D. W. Prather. – Washington: SPIE-Press, 2004. – 254 p.
- 10.Reichelt S. Capabilities of diffractive optical elements for real-time holographic displays [Текст] / S. Reichelt, H. Sahn, N. Leister, A. Schwerdtner // *Proceedings of SPIE*, 2008. – Vol.6912, – P.69120-69130.
- 11.Фишман А.И. Фазовые оптические элементы – киноформ [Текст] / А.И. Фишман // *Соросовский образовательный журнал*, 1999. – №12. – С. 76–83.

12. Burralli D. A. Optical performance of holographic kinoforms [Текст]/ D. A. Burralli, G.M. Morris, J. R. Rogers. / Appl.opt, 1989. – № 5, Vol. 28 – P. 976–983.
13. Kuchugura I.O. Method of bifocal Diffractive Lenses Designing [Текст] / I.O. Kuchugura, V.G. Kolobrodov, Ie.A. Siryi // 15th International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science (October 23-26, 2014). Scientific Works. – Kyiv, 2014. – P.186.
14. Интегралы и ряды. Том 2. Специальные функции. 2-е издание [Текст] / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: ФМЛ. – 2003. - 752 с.
15. Grey J. M. Introduction to Lens Design: With Practical Zemax Examples [Текст]/ J. M. Grey. –Virginia: Willmann-Bell, 2002. – 462 p.
16. Максудов Д.Д. Астрономическая оптика [Текст] / Д.Д. Максудов. – Л.: Наука, 1979. – 395 с.
17. Ленкова Г.А. Хроматические aberrации дифракционно-рефракционных интраокулярных линз в модели глаза [Текст] / Г.А. Ленкова // Автометрия, 2009. – Т.45, №2. С. 99-114.
18. Rossi M. Refractive and diffractive properties of planar micro-optical elements [Текст] / M. Rossi, R. E. Kunz, H. P. Herzig // Appl. Opt. – 1995. – Vol. 34, No.26. – P. 5996–6007.
19. Васильковська І. О. Розрахунок хроматичної аберації дифракційно-рефракційної лінзи з багатопорядковим мікрорельєфом [Текст] / І. О. Васильковська // XVII Міжнародна науково-технічна конференція «Приладобудування: стан і перспективи» (15-16 травня 2018). Збірник тез доповідей / КПІ ім. Ігоря Сікорського, Приладобудівний факультет. – Київ, 2018. – С. 40-41.
20. Кучугура І. О. Корекція монохроматичних аберацій інфрачервоних оптичних систем дифракційними лінзами [Текст] / І. О. Кучугура, В. Г. Колобродов // Українська науково-технічна конференція «Аерокосмічне приладобудування»: (10-11 грудня 2014). Збірник тез доповідей / КП СПБ «Арсенал». – Київ, 2014. – С. 81-84.

21. Seesselberg M. DOEs for Color Correction in Broad Band Optical Systems: Validity and Limits of Efficiency Approximations [Текст] / M. Seesselberg, B.H. Kleeman. // Scientific Works/ International Optical Design Conference and Optical Fabrication and Testing, OSA Technical Digest (CD) Optical Society of America. – 2010. – paper IThB5.
22. Yamagata M. Efficiency Simulation for Diamond-Turned Diffractive Lenses [Текст]/ M. Jamagata, Y. Tanaka, Sasano T. // Jpn.J.Appl.Phys. - 1998. – Vol.37, No.6B. – P.3695-3700.
23. Кучугура І.О. Метод оцінки дифракційної ефективності багатопорядкових дифракційних лінз [Текст] / І.О. Кучугура, В.Г. Колобродов // XVI Міжнародна науково-технічна конференція «Приладобудування: стан і перспективи» (16-17 травня 2017). Збірник тез доповідей. – м. Київ. – 2017. – С. 48-49.

3 УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРОЕКТУВАННЯ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ

3.1 Розрахунок дифракційних оптичних елементів в наближенні геометричної оптики

Будемо вважати тонким ДОЕ, якщо висота його мікрорельєфу пропорційна розподілу ейконалу $\psi(x, y)$ світлового поля в площині безпосередньо за елементом. Наближення тонкого оптичного елемента дозволяє звести розрахунок ДОЕ до розрахунку ейконалу $\psi(x, y)$ світлового поля в площині $z = 0$ із умови фокусування хвильового поля з комплексною амплітудою

$$V(x, y) = V_0(x, y) \exp[jk\psi(x, y)] = V_0(x, y) \exp[j\varphi(x, y)] \quad (3.1)$$

в задану лінію (точку), де $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число; $\varphi(x, y)$ – фазова функція.

Розрахунок поля (3.1) в наближенні геометричної оптики ґрунтується на розв'язку рівняння ейконалу і переносу [1]. Якщо ДОЕ знаходиться в повітрі, то рівняння матиме вигляд

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2 = 1. \quad (3.2)$$

Рівняння (3.2) є нелінійним диференціальним рівнянням в часткових похідних першого порядку. Рівняння (3.2) повинно бути доповнено граничними умовами, які визначають функцію ейконалу $\psi(x, y, z)$ на деякій заданій поверхні.

Розрахунок оптичних елементів в наближенні геометричної оптики, як уже зазначалося в першому розділі, має ряд недоліків. По-перше, не враховується дифракція світла у вільному просторі. По-друге, розподіл інтенсивності світла в площині, в якій формується заданий хвильовий фронт, через дифракцію буде не постійним, як припускається в геометрично-оптичному методі.

3.2 Розрахунок дифракційних оптичних елементів в наближенні теорії дифракції

Для розв'язку задач розрахунку ДОЕ використовуються методи обробки та відновлення зображень, як зазначалося в першому розділі. Проектування ДОЕ це складний процес, що включає вирішення прямої та оберненої задач теорії дифракції світла, вимагає застосування оптико-електронної апаратури реєстрації зображень та пов'язаний із технологіями отримання фазового рельєфу.

На різних етапах проектування враховуються характеристики елемента, тому процес створення ДОЕ є ітераційним.

Обернена задача дифракції світла стосовно методів визначення фазової функції $\varphi_{doe}(x, y)$ ДОЕ формулюється наступним чином: необхідно знайти профіль зон мікрорельєфа поверхні елемента $h_{doe}(x, y)$, який задовольняє умову отримання заданого розподілу інтенсивності $I_0(x_0, y_0, z)$ в певній зоні спостереження (рис. 3.1).

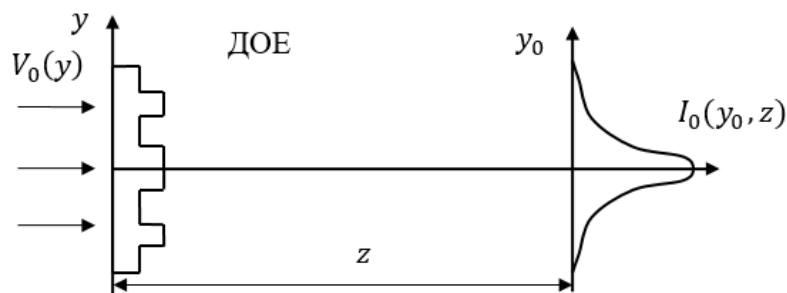


Рис. 3.1 Одновимірна схема формування ДОЕ заданого розподілу інтенсивності $I_0(y_0)$

3.3 Ітераційні методи розрахунку ДОЕ

Застосування ітераційних методів для розв'язання задач розрахунку ДОЕ вимагає спеціального дослідження [2]. Це пов'язано з тим, що, як правило, задачі поновлення спотворених зображень зводяться до розв'язку лінійного інтегрального рівняння згортки. В той же час задачі синтезу ДОЕ зводяться до розв'язку нелінійного інтегрального рівняння, не лінійність якого пов'язана з комплексною амплітудою когерентного світла (наявністю фази).

Розглянемо алгоритм розв'язку нелінійного інтегрального рівняння дифракції Френеля з метою розрахунку фазових оптичних елементів, які формують заданий розподіл інтенсивності когерентного монохроматичного світла в деякій площині, перпендикулярній оптичній осі. Алгоритм розв'язання цього інтегрального рівняння являється адаптивним, так як нова оцінка потрібної функції на кожній стадії ітерації вибирається не тільки у відповідності з необхідною функцією інтенсивності, але і в залежності від попередньої оцінки.

В рамках параксіальної скалярної теорії дифракції комплексна амплітуда світла в площині оптичного елементу

$$V(x, y) = U(x, y) \exp[j\varphi(x, y)] \quad (3.3)$$

пов'язана з комплексною амплітудою

$$V(x_0, y_0) = U(x_0, y_0) \exp[j\varphi(x_0, y_0)] \quad (3.4)$$

в площині спостереження, де формується необхідний розподіл інтенсивності, інтегралом згортки [3]

$$V(x_0, y_0) = \iint_{-\infty}^{\infty} V(x, y) h_F(x - x_0, y - y_0) dx dy, \quad (3.5)$$

$$h_F(x - x_0, y - y_0) = \frac{\exp(jkz)}{jkz} \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda z} \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2\right]\right\}. \quad (3.6)$$

Вираз називається імпульсним відгуком вільного простору в наближенні Френеля (рис. 3.2).

В рівнянні (3.5) комплексна амплітуда $V(x, y)$ в наближенні тонкого оптичного елементу, коли не враховується заломлення променів, дорівнює добутку комплексної амплітуди поля $V_0(x, y)$, що падає на ДОЕ, на амплітудний коефіцієнт пропускання ДОЕ $t_{doe}(x, y)$, тобто

$$V(x, y) = V_0(x, y) t_{doe}(x, y). \quad (3.7)$$

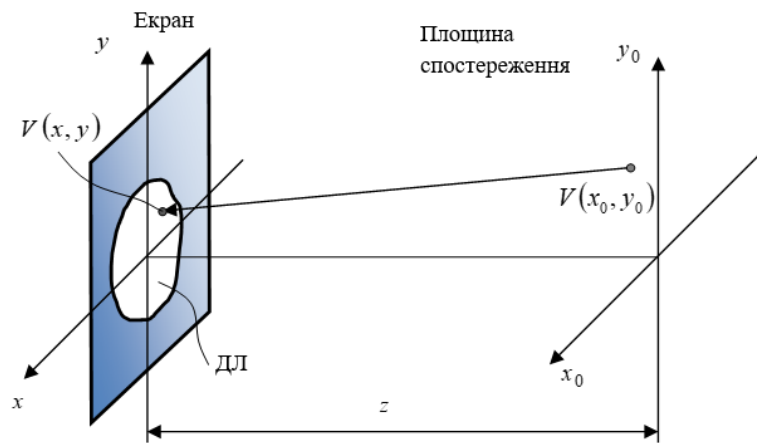


Рис. 3.2. Схема формування параксiального зображення за допомогою ДЛ

Для фазового ДОЕ коефіцієнт пропускання описується комплексною функцією

$$t_{doe}(x, y) = \exp[j\varphi_{doe}(x, y)] \quad (3.8)$$

де $\varphi_{doe}(x, y)$ – фазова функція ДОЕ, яку необхідно розрахувати.

Задачу розрахунку фазової функції ДОЕ $\varphi_{doe}(x, y)$ можна звести до розв’язання нелінійного інтегрального рівняння [2]

$$I_0(x_0, y_0) = |V(x_0, y_0)|^2 = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x, y) e^{j\varphi(x, y)} h_F(x - x_0, y - y_0) dx dy \right|^2, \quad (3.9)$$

де $I_0(x_0, y_0)$ – задана інтенсивність в площині спостереження; $U_0(x, y)$ – дійсна амплітуда поля на вході ДОЕ; $\varphi(x, y) = \varphi_{doe}(x, y) + \varphi_0(x, y)$; $\varphi_0(x, y)$ – фаза хвилі світла на вході ДОЕ.

Ітераційний метод розрахунку фазової функції $\varphi(x, y)$, а разом з нею і фазової функції ДОЕ $\varphi_{doe}(x, y)$, полягає в розв’язку рівняння (3.9) методом послідовних наближень. Застосуємо для його вирішення алгоритм зменшення похибки Герцберга-Секстона. Він складається з наступних кроків [3,4 ,5,6] (рис. 3.3):

1. Обирається початкова фазова функція ДОЕ $\varphi_1(x, y)$ в першому наближенні.
2. Здійснюється інтегральне перетворення рівняння Френеля (3.5) для функції

$$V_1(x, y) = U_1(x, y) \exp[j\varphi_1(x, y)]$$

3. Результуюча комплексна амплітуда $V_1(x_0, y_0)$ в площині спостереження замінюється на функцію $\bar{V}_1(x_0, y_0)$ за правилом

$$\bar{V}_1(x_0, y_0) = U_0(x_0, y_0) \frac{V_1(x_0, y_0)}{|V_1(x_0, y_0)|}, \quad (3.10)$$

де $U_0(x_0, y_0) = \sqrt{I_0(x_0, y_0)}$ – задана дійсна амплітуда поля в площині спостереження.

4. Розраховується перетворення, обернене перетворенню (3.9), відносно функції $\bar{V}_1(x_0, y_0)$

$$V_1(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \bar{V}_1(x_0, y_0) h_F^*(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0. \quad (3.11)$$

5. Отримана комплексна амплітуда поля $V_1(x, y)$ в площині ДОЕ замінюється на $\bar{V}_1(x, y)$ за правилом

$$\bar{V}_1(x, y) = V_2(x, y) = \begin{cases} U_1(x, y) \frac{V_1(x, y)}{|V_1(x, y)|}, & \text{коли } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{D_p}{2}, \\ 0, & \text{коли } \sqrt{x^2 + y^2} > \frac{D_p}{2} \end{cases}, \quad (3.12)$$

де D_p – діаметр апертури ДОЕ.

6. Перехід до кроку 2.

Ця процедура повторюється до тих пір, поки похибки δ_1 та δ_2 не будуть значно змінюватись

$$\delta_1^2 = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} [|V_i(x_0, y_0)| - U_0(x_0, y_0)]^2 dx_0 dy_0}{2 \iint_{-\infty}^{\infty} U_0^2(x_0, y_0) dx_0 dy_0}, \quad (3.13)$$

$$\delta_2^2 = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} [|V_i(x, y)| - U_0(x, y)]^2 dx dy}{2 \iint_{-\infty}^{\infty} U_0^2(x, y) dx dy}. \quad (3.14)$$

Розглянуту процедуру називають алгоритмом зменшення похибки тому, що із збільшенням ітерацій похибка не зростає.

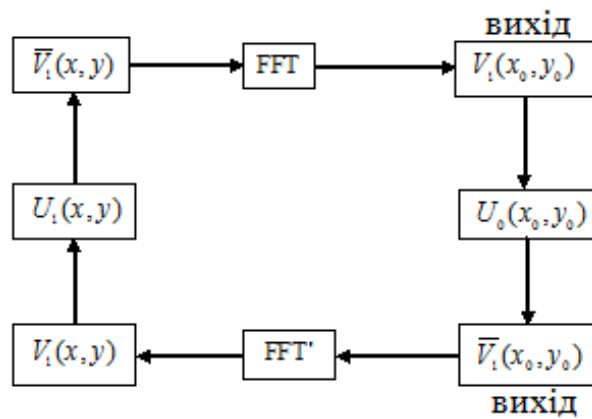


Рис. 3.3. Схема алгоритму Герчберга-Секстона

Крім того, цей алгоритм дозволяє мінімізувати функціонал середньоквадратичної амплітуди поля $|V(x_0, y_0)|$ в площині спостереження від заданого значення $U_0(x_0, y_0)$:

$$\varepsilon_0 = \int \int_{-\infty}^{\infty} [|V(x_0, y_0)| - U_0(x_0, y_0)]^2 dx_0 dy_0. \quad (3.15)$$

Необхідно також відмітити, що процес збігання алгоритму характеризується ефектом стагнації: в процесі перших наближень похибки δ_1 і δ_2 швидко зменшуються, а наступні ітерації не призводять до їх помітного зменшення.

3.4 Удосконалення ітераційного алгоритму Герчберга-Секстона

Удосконалимо цей алгоритм для проектування БПДЛ, яка фокусуватиме світло в дві точки на оптичній осі, для чого спочатку необхідне здійснення прямого та оберненого перетворення Френеля для комплексної амплітуди в другому пункті алгоритму Герчберга-Секстона. Очевидно, що оригінальний алгоритм дозволяє розрахувати комплексну амплітуду поля $V_n(x, y)$ на n -му кроці ітерації. Метою поставленої задачі було отримання фази ДЛ. Тому є доцільним удосконалити алгоритм, додавши ще один крок, а саме обчислення фазової функції ДЛ по отриманій амплітуді.

Опис здійснення двомірного перетворення Френеля був приведений в п. 2.2. Вираз (2.13) візьмемо за базис для комп'ютерного моделювання дифракції Френеля.

Для реалізації алгоритму будемо використовувати математичний пакет програмного забезпечення Mathcad 14.0. Застосовуючи алгоритм швидкого перетворення Фур'є, в Mathcad можна обчислити двовимірне перетворення Френеля інформації, представлені в матричній формі. Для здійснення поставленої задачі візьмемо вбудований оператор ICFFT(M), де M – матриця [6]. Для матриці розміром $N \times N$, чий елементи описуються $M_{y,x}$, оператор ICFFT повертає матрицю розміром $N \times N$, чий елементи в свою чергу задаються виразом:

$$[\text{ICFFT}(M)]_{y_0,x_0} = (1/N) \sum_{x=1}^{N-1} \sum_{y=1}^{N-1} M_{y,x} \cdot \exp[(-j2\pi/N)(xx_0 + yy_0)], \quad (3.16)$$

де x_0, y_0, x та y – індекси від 0 до $(N-1)$ із цілим кроком. Індекси x, y – це координати точок на екрані з отвором, а x_0, y_0 – координати в площині спостереження. Важливо, що y -координати – це індекси рядків, а x -координати – це індекси стовпців. Тому при графічному відображенні вони матимуть звичайну орієнтацію у просторі.

Спочатку формується матриця M , після чого відбувається обчислення матриці V :

$$V_{y_0,x_0} = \{-j \exp(jkz_0) \exp[(j\pi/N)(x_0^2 + y_0^2)]\} \cdot [\text{ICFFT}(M)]_{y_0,x_0}. \quad (3.17)$$

Інтенсивність обчислюється як квадрат модуля виразу (3.16):

$$I_{y_0,x_0} = \left| [\text{ICFFT}(M)]_{y_0,x_0} \right|^2. \quad (3.18)$$

Очевидно, що обернене перетворення Френеля задається наступним виразом [6]:

$$[\text{CFFT}(M)]_{x,y} = (1/N) \sum_{x=1}^{N-1} \sum_{y=1}^{N-1} M_{x_0,y_0} \cdot \exp[(j2\pi/N)(xx_0 + yy_0)]. \quad (3.19)$$

Для визначення інформації про фазу ДЛ, використовується вираз $\varphi(x, y) = \arg(V(x, y))$, який знаходить аргумент функції.

Отже, на основі наведеного обчислення перетворення Френеля для реалізації алгоритму Герчберга-Секстона, запропонований новий ітераційний метод обчислення ДЛ.

Розглянемо приклад застосування описаної методики до проектування ДЛ, яка фокусує світло у дві точки на оптичній осі. Нехай ДЛ освітлюється плоскою світловою хвилею одиничної амплітуди $V_0(x, y) = 1$, яка нормально падає на лінзу, розповсюджується в додатному напрямі осі z та досягає площину спостереження $x_0 y_0$ на відстані z_0 . Кінцевою метою є розрахунок результуючого поля $V(x, y)$ таким чином, щоб фаза $\varphi_{ДЛ}(x, y)$ забезпечувала задану інтенсивність $I(x, y)$.

Дифракційна лінза повинна мати такі вихідні параметри:

- фокусна відстань – $f' = 100$ мм;
- діаметр – $D_{ДЛ} = 7$ мм;
- розрахункова довжина хвилі $\lambda_0 = 525$ мкм.

Щоб задовольнити наведені вимоги пропонується розглянути дві площини, розташовані на відстанях $z_1 = 67$ мм, $z_2 = 82$ мм. При цьому загальна кількість точок по осям x, y складає $N = 100$. Процедура повинна повторюватися до тих пір, поки значення похибок (3.13) та (3.14) – δ_1 та δ_2 – перевищують 10% максимального значення інтенсивності. Необхідний розподіл інтенсивності в цих площинах повинен описуватися функцією Гауса

$$I(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left[-\frac{1}{2}(x_0^2 + y_0^2)\right],$$
 інтенсивність якої за межами кільця, радіусом $r_0 = 3,5$ мм, дорівнює 0.

Вказаним методом була обчислена фазова функція дифракційної лінзи, яка формує на відстанях $z_1 = 67$ мм та $z_2 = 82$ мм два необхідні розподіли інтенсивностей. Повний текст програми приведений в Додатку А.

Фазова функція ДЛ, представлена на рис. 3.4, розрахована за 12 ітерацій. Ефективність відтворення складає 73%. Середньоквадратичне відхилення від заданої інтенсивності складає 11%.

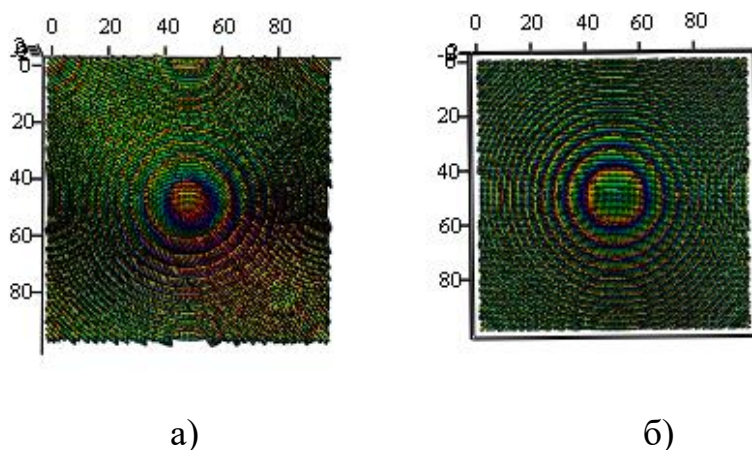


Рис. 3.4 Розрахована фазова функція ДЛ: а) перша ітерація; б) 12-та ітерація
 Розподіл інтенсивності у двох площинах зображено на рис. 3.5.
 Середньоквадратичне відхилення від заданої інтенсивності складає 11%.

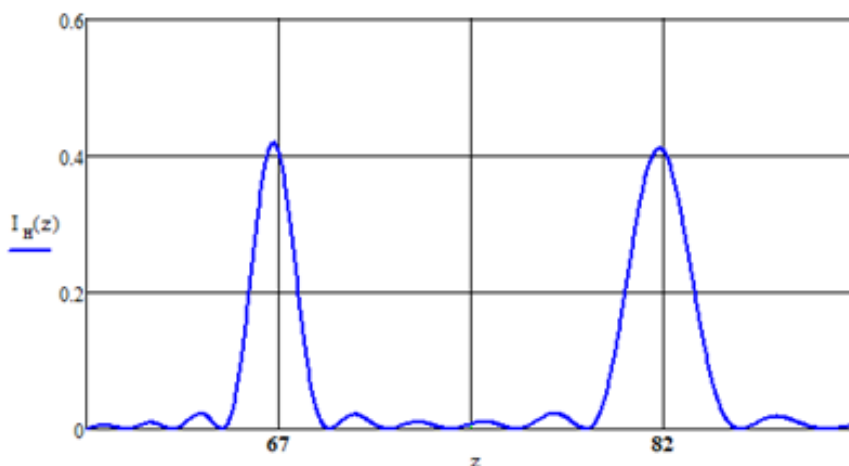


Рис. 3.5. Розподіл інтенсивності, сформованого оптичним елементом з фазою, показаною на рис. 3.4.

3.5 Розрахунок ДЛ із заданим амплітудним коефіцієнтом пропускання

Метою підрозділу є розробка методу розрахунку дифракційних лінз із заданим коефіцієнтом пропускання, який дасть змогу визначити конструктивні параметри дифракційних лінз.

Нехай на плоский безкінечний непрозорий екран з отвором Σ кінцевого розміру падає монохроматична хвиля з довжиною λ . З плоским екраном зв'яжемо прямокутну систему координат xu , а з площиною спостереження –

$x_0 y_0$ (рис. 3.6). Причому площина спостереження паралельна площині екрану і знаходиться на відстані z від нього.

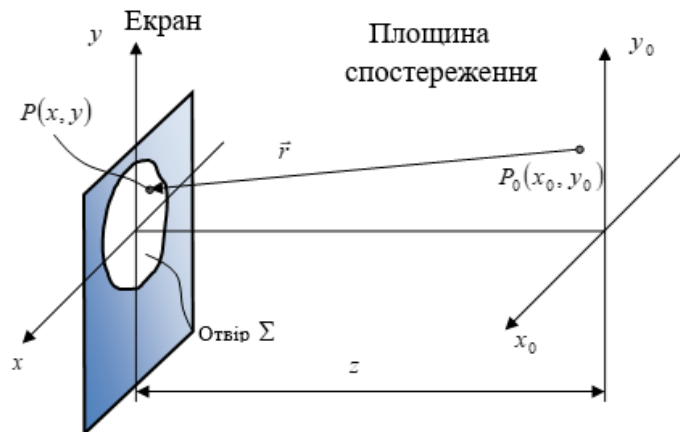


Рис.3.6. Схема дифракції Френеля

Згідно теорії дифракції Френеля [7] амплітуда поля $V(P_0)$ в точці спостереження $P_0(x_0, y_0)$ визначається за формулою:

$$V(x_0, y_0) = \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkz) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x, y) \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda z} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2]\right\} dx dy, \quad (3.20)$$

де $V(x, y)$ – амплітуда поля безпосередньо за екраном. Множник $\exp(jkz)$ визначає постійний фазовий зсув, який не впливає на розподіл поля $V(x_0, y_0)$, який надалі не враховуємо.

Нехай на екран з амплітудним коефіцієнтом пропускання $t_0(x, y)$ нормально падає плоска монохроматична хвиля одиничної амплітуди. Тоді розподіл поля безпосередньо за екраном описується функцією $V(x, y) = t_0(x, y)$. За цих умов розподіл поля в площині спостереження $x_0 y_0$ (3.17) можна представити у вигляді:

$$V(x_0, y_0) = \frac{1}{\lambda z} \exp(jkz) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_0(x, y) \exp\left\{j \frac{\pi}{\lambda z} [(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2]\right\} dx dy. \quad (3.21)$$

Амплітуду поля в центрі дифракційної картини визначають за умови, що $x_0 = y_0 = 0$. Тому інтенсивність у центрі дифракційної картини визначається як

$$I(0,0) = |V(0,0)|^2. \quad (3.22)$$

Екран працює як лінза в тому випадку, коли функція (3.22) набуває максимального значення. Для знаходження розподілу інтенсивності в фокусі ДЛ необхідно підставити (3.21) в формулу (3.22) та визначити максимальне значення інтегралу при $z = f$.

Розглянемо ДЛ, яка має амплітудний коефіцієнт пропускання (рис. 3.7)

$$t_0(r) = \frac{1}{2} [1 + \text{sng}(\cos(\alpha r^2))] \text{circ}\left(\frac{r}{l}\right), \quad (3.23)$$

де

$$\text{sng}(z) = \begin{cases} 1, & \text{коли } z > 0, \\ 0, & \text{коли } z = 0, \\ -1, & \text{коли } z < 0 \end{cases}$$

– функція знаку;

$$\text{circ}\left(\frac{r}{l}\right) = \begin{cases} 1, & \text{коли } 0 \leq r \leq l, \\ 0, & \text{коли } r > l \end{cases}$$

– кругова функція (l – радіус ДЛ).

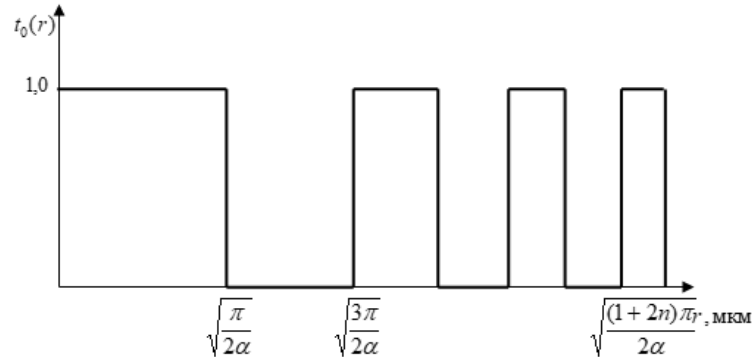


Рис. 3.7. Амплітудний коефіцієнт пропускання зонної пластинки Френеля

Екран, що розглядається, називається зонною пластинкою Френеля. Знайдемо область існування функції знаку:

$$\text{sng}(\cos(\alpha r^2)) = \begin{cases} 1, & \text{коли } r \in (0; \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}) \cup (\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}(3+4n)}; \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}(5+4n)}), \\ 0, & \text{коли } r = \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}(1+2n)}, \\ -1, & \text{коли } r \in (\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}(1+4n)}; \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}(3+4n)}). \end{cases}$$

У зв'язку з цим амплітудний коефіцієнт пропускання (3.23) зонної пластинки Френеля має вигляд:

$$t_0(r) = \begin{cases} 1, \text{ коли } r \in (\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(3+4n); \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(5+4n)) \text{ та } 0 \leq r \leq \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}, r \leq l, \\ 0, \text{ коли } r \in (\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(1+4n); \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(3+4n)), r \leq l. \end{cases} \quad (3.24)$$

Визначимо амплітуду поля в центрі дифракційної картини від n -ї зони Френеля. Для цього підставимо (3.24) до інтегралу [7]:

$$V_n(0,0) = \frac{1}{j\lambda z S_n} \int \exp\{j \frac{\pi}{\lambda z} [x^2 + y^2]\} dx dy, \quad (3.25)$$

де S_n – площа n -го кільця зони Френеля.

Перейдемо в інтегралі (3.25) до полярної системи координат $\rho^2 = x^2 + y^2$; $dx dy = \rho d\rho d\varphi$; $r_{n1} < \rho < r_{n2}$; $0 < \varphi < 2\pi$, де r_{n1} , r_{n2} – радіуси n -ї зони Френеля.

Тоді інтеграл (3.25) матиме вигляд:

$$\begin{aligned} V_n(r, \varphi) = V_n(r) = V_n(0) &= \frac{1}{j\lambda z} \int_{r_{n1}}^{r_{n2}} \int_0^{2\pi} \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} \rho^2) \rho d\rho d\varphi = \\ &= \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} r_{n1}^2) - \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} r_{n2}^2). \end{aligned}$$

Розглянемо окремо два випадки:

1. $r \in (\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(3+4n); \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(5+4n))$. Тоді

$$\begin{aligned} V_n(0) &= \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} r_{n1}^2) - \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} r_{n2}^2) = \\ &= \exp[j \frac{\pi^2}{2\lambda z \alpha} (3+4n)] [1 - \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha})] = \\ &= B \exp[j \frac{\pi^2}{2\lambda z \alpha} (3+4n)], \end{aligned}$$

де $B = 1 - \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha})$.

2. $0 < r < \sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}$. Тоді

$$\begin{aligned} V_1(0) &= \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} r_{n1}^2) - \exp(j \frac{\pi}{\lambda z} r_{n2}^2) = \\ &= 1 - \exp(j \frac{\pi^2}{2\lambda z \alpha}) = A. \end{aligned}$$

Визначимо кількість прозорих смуг N , при умові, що кругла зіниця співпадає з більшим радіусом останнього прозорого кільця. У цьому випадку:

$$\sqrt{\frac{\pi}{2\alpha}}(5 + 4n) = l. \text{ Звідки } N = \frac{\alpha}{2\pi} l^2 - \frac{5}{4}, N \in Z.$$

Знайдемо результуючу амплітуду поля, утворену внаслідок інтерференції хвиль від N зон:

$$\begin{aligned} V(0) &= V_1(0) + \sum_{n=0}^N V_n(0) = A + B \sum_{n=0}^N V_n(0) = \\ &= A + B \exp(j \frac{3\pi^2}{2\lambda z \alpha}) \times \\ &\times [1 + \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} \cdot 2) + \dots + \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} \cdot 2N)]. \end{aligned}$$

Ряд $[1 + \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} \cdot 2) + \dots + \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} \cdot 2N)]$ є геометричною прогресією, сума якої дорівнює [8]:

$$\sum_{n=0}^N \exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} 2n) = \frac{\exp(j \frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} N) \sin(\frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} (N+1))}{\sin(\frac{\pi^2}{\lambda z \alpha})}.$$

Тоді:

$$V(0) = -2j \exp(j \frac{\pi^2}{4\lambda z \alpha}) \times [\sin(\frac{\pi^2}{4\lambda z \alpha}) + \frac{\sin(\frac{\pi^2}{\lambda z \alpha} (N+1))}{2 \cos(\frac{\pi^2}{2\lambda z \alpha})} \exp(j \frac{\pi^2 (4N+7)}{4\lambda z \alpha})].$$

Знайдемо інтенсивність світла вздовж оптичної осі:

$$\begin{aligned}
 I(0, z) = |V(0, z)|^2 = & 4 \sin^2\left(\frac{\pi^2}{4\lambda z\alpha}\right) + \frac{\sin^2\left(\frac{\pi^2}{\lambda z\alpha}(N+1)\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi^2}{2\lambda z\alpha}\right)} + \\
 & + 4 \sin\left(\frac{\pi^2}{\lambda z\alpha}(N+1)\right) \cos\left(\frac{\pi^2(4N+7)}{4\lambda z\alpha}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi^2}{\lambda z\alpha}\right)}{\cos\left(\frac{\pi^2}{2\lambda z\alpha}\right)}. \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

Максимальне значення функції (3.26) визначається другим доданком, тобто:

$$I_{\max}(0, z) = |V(0)|^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi^2}{\lambda z\alpha}(N+1)\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi^2}{2\lambda z\alpha}\right)}. \quad (3.27)$$

Із співвідношення (3.27) маємо, що ДЛ (3.23) має багато фокусів, які визначають з умови, що функція (3.22) набуває свого максимального значення, коли знаменник прямує до нуля, тобто $\cos^2\left(\frac{\pi^2}{2\lambda z\alpha}\right) \rightarrow 0$ або $\frac{\pi^2}{2\lambda z\alpha} = \frac{\pi}{2} + m\pi$.

Звідки маємо:

$$f_m = z = \frac{\pi}{\lambda\alpha(1+2m)}. \quad (3.28)$$

Для дослідження розподілу інтенсивності, сформованого зонною пластинкою Френеля, визначимо інтенсивність світла в m -му фокусі. Для цього підставимо (3.28) в (3.26):

$$\begin{aligned}
 I(0, f_m) = & 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{4(1+2m)}\right) + \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{1+2m}(N+1)\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2(1+2m)}\right)} + \\
 & + 4 \sin\left(\frac{\pi}{1+2m}(N+1)\right) \cos\left(\frac{\pi}{4(1+2m)}(4N+7)\right) \times \frac{\sin\left(\frac{\pi}{1+2m}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2(1+2m)}\right)}. \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

Аналіз функції (3.29) дає можливість стверджувати, що зі збільшенням номера фокуса m інтенсивність у фокусі f_m зменшується. Найбільша інтенсивність буде спостерігатися для головного фокусу, коли $m = 0$.

Розглянемо залежність інтенсивності світла від кількості прозорих смуг N в зонній пластинці Френеля для головного фокусу f_0 , коли $m = 0$. Побудуємо графіки функції $I(N, f_m)$ (3.29) для кількості смуг $N = \{3;4;5\}$, здійснивши нормування для аналізу розподілу енергії (рис. 3.8). Задамо початкові умови: $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-3}$ мм, $\alpha = 10$ мм $^{-1}$.

Як видно з рис. 3.8, чим більша кількість смуг N , тим більше енергії концентрується в фокусі і не розмивається вздовж осі.

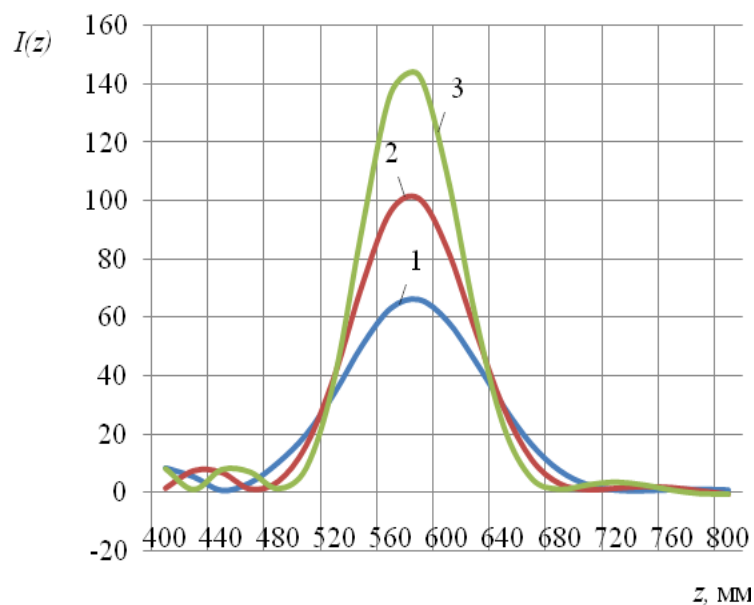


Рис. 3.8. Залежність розподілу інтенсивності в головному фокусі пластинки Френеля від кількості зон N для головного фокуса $f_0 = 570$ мм, коли 1 – $N = 3$,
2 – $N = 4$, 3 – $N = 5$

Таким чином, положення фокусів залежить від гармонік, з яких складається коефіцієнт пропускання міри $t_0(r) = \frac{1}{2}[1 + \text{sng}(\cos(\alpha r^2))] \text{circ}\left(\frac{r}{l}\right)$, і основна енергія сконцентрована в головному фокусі $m = 0$, що відповідає першій гармоніці.

Формула (3.28) дозволяє визначити параметр зонної пластинки α , який забезпечує задану фокусну відстань:

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda f_0}.$$

Отже, цей параметр буде змінюватись залежно від довжини хвилі, тобто зонна пластинка Френеля має значні хроматичні аберації.

Аналіз розподілу інтенсивності, сформованого зонною пластинкою Френеля, показав, що зі збільшенням номера фокуса інтенсивність у фокусі зменшується. Найбільша інтенсивність буде спостерігатися для головного фокусу, коли $m = 0$, причому зі збільшенням кількості смуг (діаметра лінзи $2l$), збільшується концентрація енергії в фокусі і вона менше розмивається вздовж оптичної осі.

З отриманих даних можна зробити висновки [9], що для зонної пластинки Френеля положення фокусів залежить від довжини хвилі λ , ширини смуг, що задається параметром α , та номеру фокуса m , а інтенсивність залежить від кількості смуг N та номера фокуса m . Водночас ширина смуг визначається параметром модуляції α пропускання ДЛ і довжиною хвилі.

3.6 Проектування фазової дифракційної ґратки

Метою даного підпункту є розробка метода проектування фазових дифракційних ґраток із заданим коефіцієнтом пропускання, який дасть можливість визначити оптичні характеристики таких ґраток.

Нехай на ґратку нормально падає монохроматична хвиля з довжиною λ . З ґраткою зв'яжемо прямокутну систему координат xu , а з площиною спостереження – x_0y_0 (рис. 3.9). Причому площина спостереження паралельна площині ґратки і знаходиться на відстані z від неї.

З урахуванням наближення Фраунгофера амплітуда поля в точці P_0 визначається рівнянням [7]

$$V(x_0, y_0) = \frac{1}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x, y) \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x_0 x + y_0 y)] dx dy, \quad (3.30)$$

де $V(x, y)$ – амплітуда поля за ґраткою.

Розподіл інтенсивності у площині спостереження $I(x_0, y_0)$ отримується піднесенням до квадрату виразу (3.30):

$$I(x_0, y_0) = |V(x_0, y_0)|^2. \quad (3.31)$$

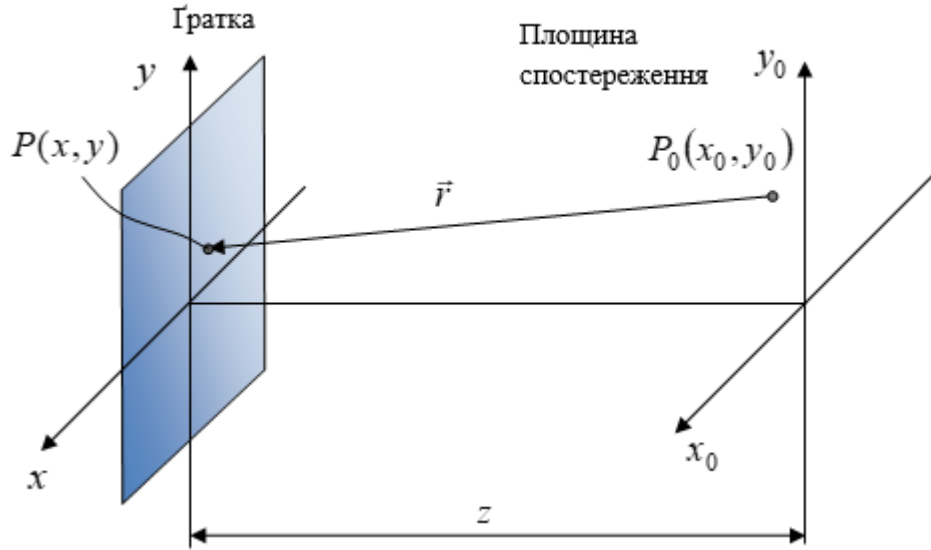


Рис. 3.9. Схема дифракції Фраунгофера

Нехай необхідно розрахувати синусоїдальну фазову ґратку, яка має комплексний фазовий коефіцієнт пропускання

$$t(x, y) = \exp[j \frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x)] \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right), \quad (3.32)$$

де m – глибина фазової модуляції; v_0 – просторова частота ґратки; $a \times b$ – розмір ґратки.

Тоді, опустивши числові викладки приведені в Додатку Б, розподіл інтенсивності $I(x_0, y_0)$ отримуємо піднесенням до квадрату виразу (3.30), перейшовши від просторових частот v_x, v_y до координат x_0, y_0 :

$$I(x_0, y_0) = \left(\frac{ab}{\lambda z}\right)^2 \text{sinc}^2\left(b \frac{y_0}{\lambda z}\right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k\left(\frac{m}{2}\right) \cdot \text{sinc}\left[a\left(\frac{x_0}{\lambda z} - kv_0\right)\right]\right)^2. \quad (3.33)$$

Аналіз виразу (3.33) показує, що синусоїдальна зміна фазового коефіцієнта пропускання ґратки обумовлює перерозподіл енергії від центрального дифракційного максимуму до додаткових бокових максимумів, причому параметр k визначає цей перерозподіл.

Нехай дифракційна картина утворюється у фокальній площині лінзи з фокусною відстанню $f_0 = 50$ мм. Тоді у співвідношенні (3.33) $z = f_0$.

Проаналізуємо розподіл поля вздовж осі x_0 . Складовими дифракційної картини Фраунгофера є набір доданків $\left[J_k \left(\frac{m}{2} \right) \cdot \text{sinc} \left(a \frac{x_0}{\lambda z} \right) \right]^2$, розташованих на відстані v_0 один від одного. Висота кожного з них буде пропорційна $J_k^2 \left(\frac{m}{2} \right)$ відповідного порядку. За таких обставин найбільш інформативними є 0 та ± 1 головні максимуми.

Знайдемо дифракційну ефективність (ДЕ) ґратки за формулою (2.1). Задачу можна спростити, використавши розклад функції в ряд Фур'є, що також детально описано в Додатку Б. ДЕ ґратки η_k дорівнює квадрату модуля комплексного коефіцієнта розкладу виразу (3.33)

$$\eta_k = J_k^2 \left(\frac{m}{2} \right), \quad (3.34)$$

тобто ДЕ повністю залежить від параметра m .

Побудуємо графік функції (3.34) для значень $k = \{0;1\}$ (рис.3.10).

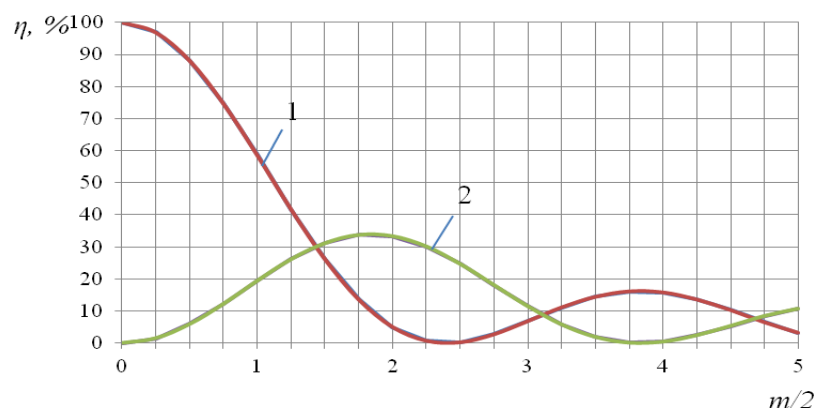


Рис. 3.10. Дифракційна ефективність в нульовому і першому порядках:

$$1 - k = 0, 2 - k = 1$$

Виходячи із графіків на рис. 3.10, ДЕ в першому порядку не може перевищити $\eta_k = 33,8\%$.

Аналіз графіків на рис. 3,10 показує, що підбираючи значення параметру m , можна направляти необхідну кількість енергії у відповідні порядки дифракції. Наприклад, при підстановці $m = 4,8$ в (3.33) енергія зосередиться у 1, та -1 порядку дифракції, а нульова складова зникне (рис. 3.11). Графік побудований при таких початкових умовах: $f_0 = 50\text{мм}$, $a = 10\text{мм}$, $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-3}\text{мм}$, $\nu_0 = 1000\text{мм}^{-1}$.

З огляду на властивість sinc - функції $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} \cdot \text{sinc}\left(\frac{x_0}{a}\right) = \delta(x_0)$, виявляється,

що $\text{sinc}[a(\nu_x - k\nu_0)]$ прямує до $\delta(\nu_x - k\nu_0)$ при $a \gg 1/\nu_0$, тобто у (3.33) набір sinc -функцій можна замінити набором дельта-функцій.

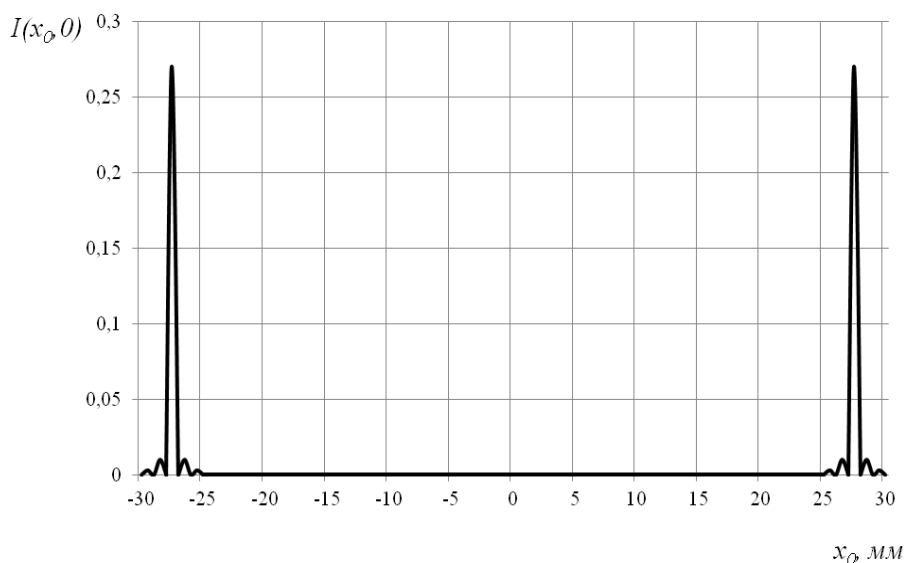


Рис. 3.11. Розподіл інтенсивності вздовж осі x_0

в картині Фраунгофера при $m = 4.8$

У даному підрозділі приведено метод проектування дифракційних ґраток із заданим коефіцієнтом пропускання [10], який дозволяє визначити оптичні характеристики цих ґраток, які дають змогу забезпечити заданий розподіл поля в площині спостереження.

Положення головних максимумів залежить від заданої просторової частоти ґратки. Підбираючи значення глибини фазової модуляції m , можна варіювати кількість енергії, яка потрапляє в -1 , 0 та 1 порядки дифракції.

Дифракційна ефективність фазової ґратки повністю залежить від глибини фазової модуляції і не залежить від відстані до площини спостереження.

3.7 Метод проектування багатопорядкових дифракційних лінз

Метою даного підрозділу є розробка методу проектування біфокальної багатопорядкової дифракційної лінзи, яка забезпечує задані оптичні характеристики лінзи.

Функція пропускання лінзи описує лінзу Френеля з безкінечним числом сегментів із постійним значенням p . Вона періодична з періодом $T=1$ і може бути апроксимована рядом Фур'є та розраховується за відомими формулами [1].

Фокусна відстань залежить від властивостей матеріалу, з якого виготовляють лінзу. БПДЛ має безкінечну кількість фокусних відстаней f_N , які розраховуються за формулою (2.26). Із неї слідує, що фокусна відстань пропорційна p і обернено пропорційна до довжини падаючої хвилі та дифракційного порядку N . Дифракційна ефективність БПДЛ для N -го порядку дифракції в фокальних точках визначається за формулою (2.27).

У скалярній теорії дифракції розподіл електричного поля світла, що дифрагує, описується виразом дифракції Релея-Зоммерфельда (рис. 3.12). Розподіл комплексної амплітуди $V(x, y)$ в деякій площині (x, y) описується рівнянням [11]

$$\begin{aligned}
 V(x, y) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0) \left(\frac{z}{i\lambda r^2} \right) \exp(jkr) dx_0 dy_0 = \\
 &= \int \int_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0) \frac{\exp \left\{ jkz \left[1 + \left(\frac{x-x_0}{z} \right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}}{i\lambda z \left[1 + \left(\frac{x-x_0}{z} \right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{z} \right)^2 \right]} dx_0 dy_0 \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

де $V(x_0, y_0)$ – розподіл комплексної амплітуди в площині (x_0, y_0) , дотичній до рельєфної поверхні лінзи, z – відстань між площинами (x_0, y_0) та (x, y) .

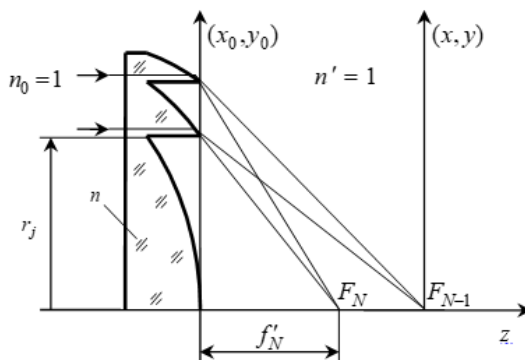


Рис. 3.12. Визначення БПДЛ і фокальних точок різних порядків

Оскільки проектування залежить від локальної структури профілю, рівняння (3.35) будемо розв'язувати чисельним інтегруванням.

Нехай на лінзу нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі λ_0 з одиничною амплітудою. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі z отримаємо з урахуванням виразів (3.20) та (3.30). Амплітуду поля в центрі дифракційної картини визначають за формулою (3.21) за умови, що $x_0 = y_0 = 0$. Тому інтенсивність в центрі дифракційної картини визначається як $I(0,0) = |V(0,0)|^2$. Перейшовши до полярної системи координат ($\rho^2 = x^2 + y^2$; $dxdy = \rho d\rho d\phi$; $0 < \rho < R$) після математичних перетворень матимемо [12]:

$$I(z) = \left| 2\pi \int_0^R \exp\left(-\frac{i\pi N \rho^2}{p\lambda_0 f_0}\right) \cdot \frac{\exp(\sqrt{z^2 + \rho^2} \frac{i2\pi}{\lambda_0})}{i \frac{\lambda_0}{z} \cdot (z^2 + \rho^2)} \rho d\rho \right|^2, \quad (3.36)$$

де R – радіус лінзи.

Побудуємо графік функції (3.36) для таких початкових даних: $\lambda_0 = 632,8$ нм, $f_0 = 4$ мм, $p = 6$, $\mu = 0,9$, $R = 0,2$ мм, $\alpha = 1$, числова апертура $NA = 0,05$. Здійснимо нормування з урахуванням ДЕ (2.27). Прийнемо робочий порядок $N = 6$. За формулою (2.26) отримаємо другу фокусну відстань $f_1 = 4,8$ мм уже для робочого порядку $N = 5$ (рис. 3.13).

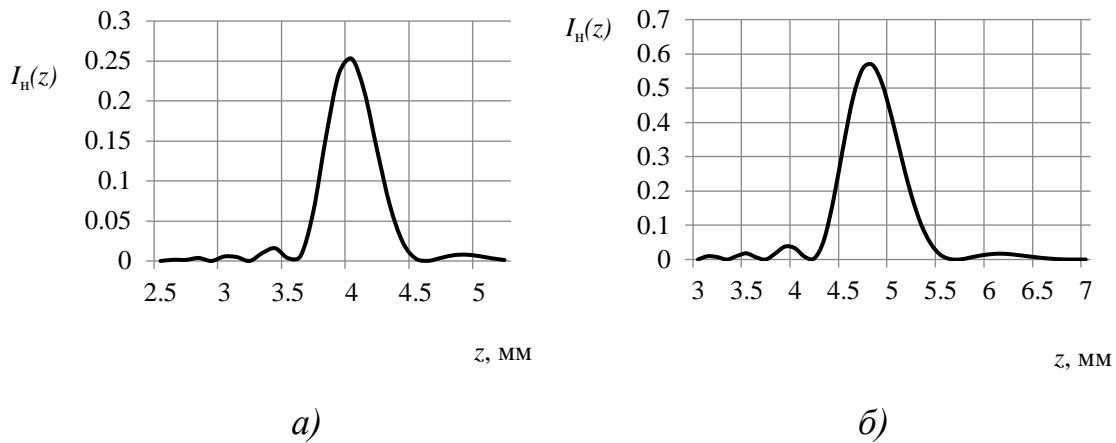


Рис. 3.13. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі z по порядкам дифракції: а) $N = 6$; б) $N = 5$

Як видно із рис. 3.14, а), що 25% енергії зосереджується в точці $f_0 = 4$ мм, а з рис. 3.14, б) – 57% енергії зосереджується в точці $f_1 = 4,8$ мм.

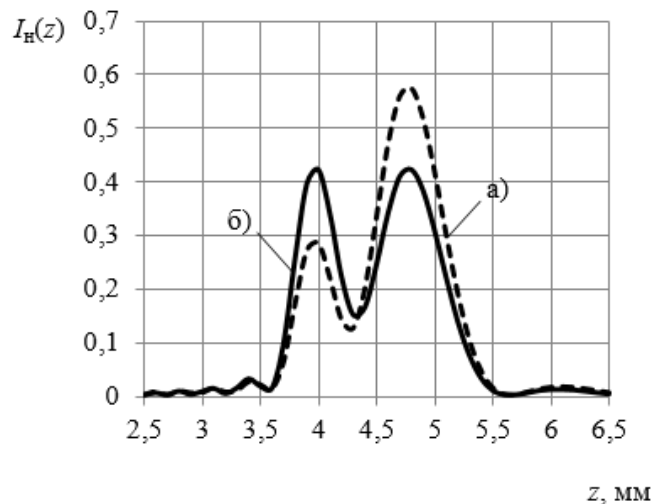


Рис. 3.14. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі z з коефіцієнтом товщини а) $\mu = 0,9$; б) $\mu = 0,916$

Тобто задана лінза має два виражені піки інтенсивностей. Теоретично можна розрахувати лінзу, яка б направляла необхідну кількість енергії у задані точки на осі. Підбираючи значення коефіцієнта μ , можна розподілити падаючу енергію порівну у дві точки із відсотковим співвідношенням 40,5% енергії у кожену точку відповідно. Як приклад, на рис. 3.14, а) показана лінза із $\mu = 0,9$, а на рис. 3.14, б) лінза із підібраним значенням коефіцієнта $\mu = 0,916$, що перерозподіляє енергію у два фокуси порівну.

Основна ідея методу проектування полягає в тому, що на відміну від попередніх багатофокусних лінз, які проектуються для 0 та 1 порядку дифракції, багатопорядкова лінза проектуватиметься для сусідніх порядків дифракції, відмінних від 0 та 1. Теоретично їх може бути безкінечна кількість.

Для проектування біфокальної лінзи потрібна фокусна відстань, в яку потраплятиме світло з безкінечності, а потім за цією фокусною відстанню ми розрахуємо другу фокусну відстань лінзи, яка фокусуватиме світло в потрібну точку на осі зображення предмету, розміщеного на заданій відстані від спостерігача. Маючи ці дві фокусні відстані, ми розрахуємо сусідні порядки дифракції, а також число стрибків фази p , які задовольняють умову (2.26)

$$f_N = \frac{pf_0\lambda_0}{N\lambda}$$

порядкам, як це було показано вище.

Проведемо моделювання біфокальної багатопорядкової дифракційної лінзи. Матеріалом лінзи візьмемо олігокарбонметакрілат, запропонований у роботі [13]. Оскільки людське око найбільш чутливе до довжини хвилі $\lambda_0 = 555$ нм, офтальмологічні біфокальні дифракційні лінзи зазвичай проектуються для цієї довжини хвилі. У роботі використаємо модель ока (рис. 3.15), описану у статті [13], та всі необхідні параметри для проектування (табл. 3.1).

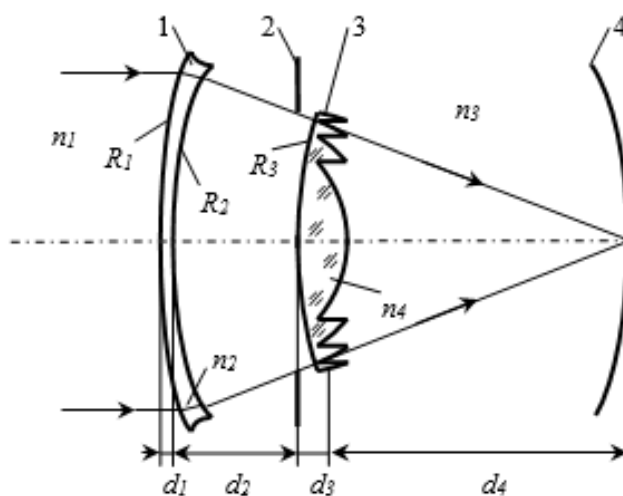


Рис. 3.15. Схематична модель ока за Гульєстрандом:

1 – рогівка, 2 – зіниця, 3 – дифракційна лінза, 4 – сітківка

Таблиця 3.1

Параметри для моделі ока

Коефіцієнт заломлення	Радіус, мм	Відстань між компонентами, мм
$n_1 = 1$		$d_1 = 0,5$
$n_2 = 1,3774$	$R_1 = 7,7$	$d_2 = 3,65$
$n_3 = 1,3374$	$R_2 = 6,8$	$d_3 = 0,7$
$n_4 = 1,5067$	$R_3 = \infty$	$d_4 = 19$

Нехай необхідно спроектувати лінзу для найпростішої моделі ока «роговілка + лінза».

Задамо значення фокусної відстані 22,78 мм для оптичної системи «роговілка + лінза». Оптична сила системи Φ_{Σ} матиме вигляд:

$$\Phi_{\Sigma} = \frac{n_1}{f} = \Phi_p + \Phi_l - \frac{d_2 \Phi_p \Phi_l}{n_3},$$

де Φ_p , Φ_l – оптичні сили роговілки та лінзи, d_2 – відстань між ними, n_3 – коефіцієнт заломлення середовища. Тобто лінза повинна мати оптичну силу

$$\Phi_l = (\Phi_{\Sigma} - \Phi_p) / (1 - \frac{d_2 \Phi_p}{n_3}) \text{ та фокусну відстань}$$

$$f = \frac{n_l}{\Phi_l}. \quad (3.37)$$

Згідно з формулою (3.37), розрахуємо фокусну відстань лінзи, що проектується, $f = 65,09$ мм при $n_l = 1,3774$. Тоді можна розрахувати конструктивні параметри біфокальної лінзи, яка формуватиме зображення із двох заданих відстаней – із безкінечності та із відстані хорошого бачення здорового ока людини 33 см.

Приведемо розроблений нами алгоритм [12,14-15], за яким здійснюватиметься проектування:

1. Задати першу фокусну відстань лінзи f_0 .
2. Задати відстань, на якій розміщено предмет a .
3. Задати відстань, куди треба сфокусувати зображення a' .

4. За формулою Гауса розрахувати другу фокусну відстань лінзи f_2 .
5. Вибрати необхідну величину з ряду

$$f_1 = f_0 \frac{p}{p+1}. \quad (3.38)$$

6. Задати довільне значення μ .
7. Знайти відповідні значення p та $N = p + 1$.
8. Провести операцію з розподілу енергії в порядки N та $N + 1$, розрахувавши потрібне значення μ .
9. Обчислити радіуси r_q та висоту h зон Френеля ДЛ.

Відповідно до алгоритму, здійснимо проектування біфокальної лінзи. Задаємо першу фокусну відстань лінзи $f_0 = 65,09$ мм. Предмет, розміщений в безкінечності, фокусуватиметься в цю точку на осі. Відстань, на якій розміщено предмет $a = -330$ мм. Зображення цього предмету повинно співпасти із попереднім зображенням предмету, розміщеного в безкінечності, тобто задаємо $a' = f_0 = 65,09$ мм. За формулою Гауса розраховуємо другу фокусну відстань лінзи $f_1 = 54,36$ мм. Найближча величина із ряду (3.38) $f_1 = 54,24$ мм для $p = 5$, $N = 6$.

Таким чином, предмет, розміщений в безкінечності, сфокусується в точку з дифракційним порядком $N = 6$, а предмет, розміщений на відстані 33 см, у точці з дифракційним порядком $N = 5$.

Проведемо розрахунок розподілу інтенсивності по порядкам дифракції за формулою (3.36). Графік отриманого розподілу інтенсивності приведений на рис. 3.16, а). Радіус зіниці приймемо $R = 3,5$ мм.

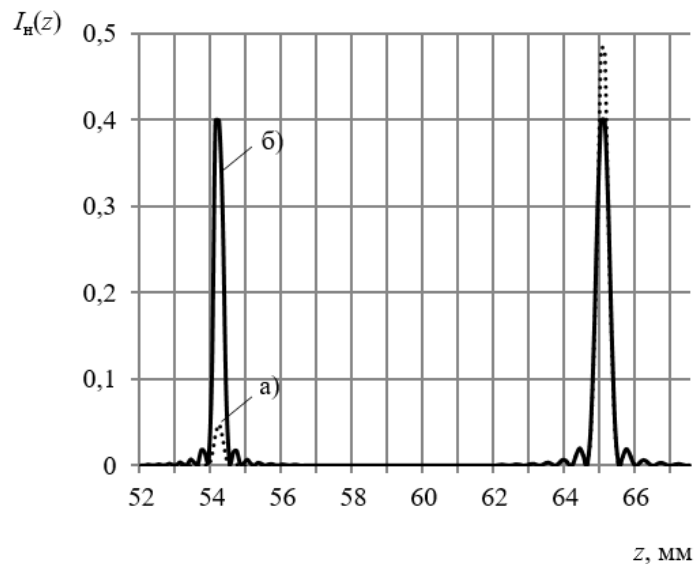


Рис. 3.16. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі z з коефіцієнтом товщини $a) \mu = 0,9$; $b) \mu = 1,1$

Як видно з рис. 3.16, $a)$, у задані порядки не потрапляє необхідна кількість енергії. Тому здійснимо перерозподіл енергії по 40,5% в ці порядки. Знайдемо оптимальне значення параметра μ , яке б задовольнило умову біфокальності. Для цього необхідно знайти таке значення μ , щоб дифракційна ефективність для сусідніх порядків була однаковою. Побудуємо на одному графіку функції ДЕ для дифракційних порядків $N = 5$ та $N = 6$ в залежності від параметра μ (рис. 3.17). З рисунку 3.17 видно, що при $\mu = 1,1$ виконується необхідна умова і дифракційна ефективність для двох порядків зрівняється. Відповідно при цьому значенні μ , відбудеться необхідний розподіл енергії по порядкам (рис. 3.16, $b)$).

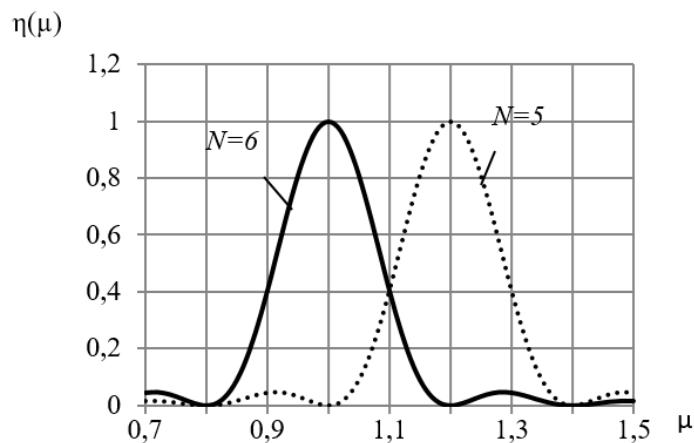


Рис. 3.17. Дифракційна ефективність для різних порядків дифракції

Радіус кожної зони розраховується за формулою (2.22), з неї виразимо

$$\text{кількість кілець, які будуть нанесені на поверхню лінзи } q_{\max} = \frac{r_q^2}{2p\lambda_0 f_0} = 34.$$

Висота профілю лінзи розраховується за формулою (2.24) і складатиме $h = 16,4$ мкм.

Основна ідея методу полягає у тому, що задаючи значення коефіцієнта μ , можна керувати розподілом енергії монохроматичного світла між декількома дифракційними порядками.

Розрахована запропонованим методом біфокальна ДЛ здатна фокусувати світло в дві просторово розділені осьові точки із дифракційною ефективністю 40,5% у кожній. Використання отриманої лінзи як інтраокулярної забезпечить різке бачення об'єктів, розташованих на відстані 33 см та у нескінченності.

У подальшому необхідно вдосконалювати запропонований метод із високою дифракційною ефективністю для поліхроматичного випромінювання.

3.8 Метод проектування БПДЛ з безкінечною глибиною акомодациї

Залежність дифракційної ефективності від довжини хвилі $\eta(\lambda)$, коли параметр $p=6$, $N = \{5,6,7\}$ показана на рис. 3.18 в діапазоні довжин хвиль $\lambda = 400\dots700$ нм .

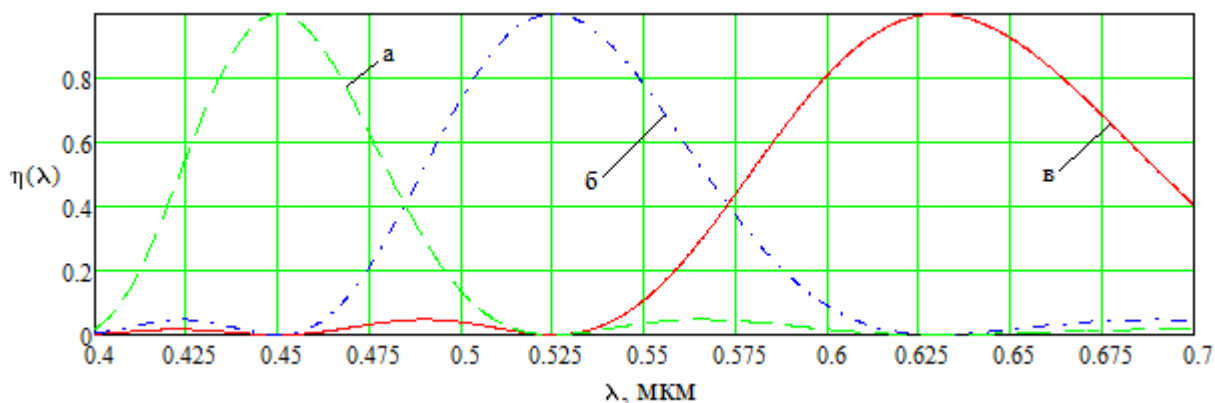


Рис. 3.18. Залежність дифракційної ефективності від довжини хвилі λ , де:

- а) $N = 7$, б) $N = 6$, в) $N = 5$

Із рис. 3.18 видно, що для певних довжин хвиль із заданого спектрального діапазону лінза створює високоефективне зображення (дифракційна ефективність становить 100%). Згідно із властивістю БПДЛ фокусувати світло різних довжин хвиль з високою ефективністю знайдемо відповідні величини довжин хвиль з формули (2.36) для заданої фокусної відстані $f_N = 74,8$ мм, при умові що $f_N = f_0$ для розрахункової довжини хвилі $\lambda_0 = 525$ нм. У результаті був отриманий набір довжин хвиль для різних дифракційних порядків N : для 5-го порядку $\lambda_5 = 630$ нм; для 6-го – $\lambda_6 = 525$ нм; для 7-го – $\lambda_7 = 450$ нм.

Як видно із рис. 3.18, задана лінза для певних довжин хвиль здатна працювати як біфокальна (дифракційна ефективність у кожному порядку складає по 40,5%), при чому її хроматизм, у порівнянні зі звичайною ДЛ, значно менший. Довжини хвиль отримані із формули (3.38) та визначаються за формулою

$$\lambda = \frac{2\lambda_0 \mu p}{N_n + N_{n+1}}, \quad (3.39)$$

де N_n, N_{n+1} – номери сусідніх порядків.

За формулами (3.37), (3.38) розрахуємо довжини хвиль та місце розміщення відповідних фокусних точок (табл. 3.2).

Таблиця 3.2

Розміщення точок фокусування відповідно до довжини хвилі

Довжина хвилі, мкм	0,485	0,573
Ближня фокусна точка, мм	69,452	65,561
Дальня фокусна точка, мм	81,027	82,274

Було детально проаналізовано поведінку світла з іншими довжинами хвиль при проходженні через лінзу такого типу [16-19]. Спектральний діапазон був розділений на умовні відрізки, що відповідають наступним спектрам світла:

- а) синій $\lambda_c = 0,420 \dots 0,485$ мкм;
- б) зелений $\lambda_z = 0,485 \dots 0,573$ мкм;

в) червоний $\lambda_{\text{ч}} = 0,573...0,700$ мкм.

Незалежно від номера порядку дифракції світло із довжиною хвилі з кожного діапазону фокусується у відрізки на оптичній осі, які накладаються і мають спільну частину (рис. 3.19).

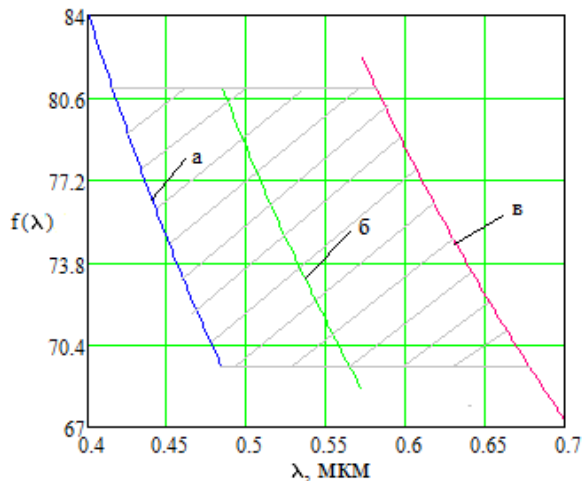


Рис. 3.19. Залежність фокусної відстані від довжини хвилі, де:
 а) синій діапазон; б) зелений діапазон; в) червоний діапазон;
 область перекривання заштрихована

Для виявлення того, яким чином світло із заданих діапазонів розподіляється вздовж оптичної осі, на основі поєднання рис. 3.18 та 3.19 були побудовані графіки (рис. 3.20), які дають пояснення – з якою ефективністю світло кожного діапазону фокусується на прямій уздовж оптичної вісі. Для наочності було проаналізовано світло з ефективністю більше 40%.

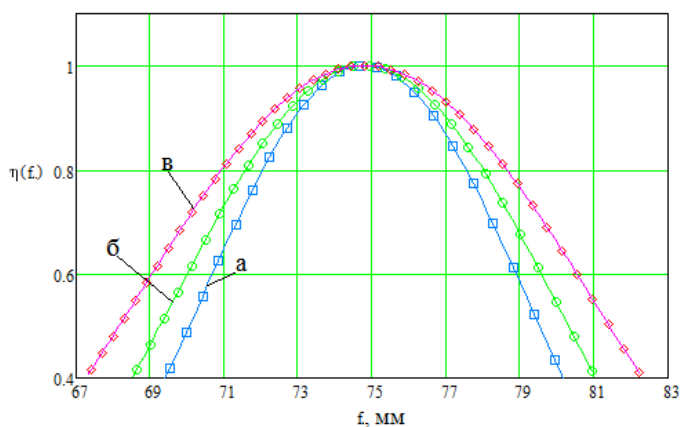


Рис. 3.20. Розподіл світла заданих спектральних діапазонів вздовж оптичної осі, де: а) синій; б) зелений; в) червоний

Як показали дослідження, розрахована БПДЛ фокусує біле світло у відрізок довжиною ≈ 15 мм з високою ефективністю. У кожній точці на відрізку присутня складова кожного спектрального діапазону.

Для обчислення коефіцієнта дисперсії БПДЛ був використаний вираз (2.56), із пункту 2.6.

Була проведена оцінка хроматизму розглянутої БПДЛ, для якої $N_c = 7$, $N_s = 6$, $N_u = 5$. Відповідно до рис. 3.20, найбільший хроматизм мають зображення в площинах ближньої і дальньої фокусних точок, де розглядається світло з довжинами хвиль $\lambda_c = 0,485$ мкм, $\lambda_s = 0,573$ мкм, $\lambda_u = 0,700$ мкм і $\lambda_c = 0,420$ мкм, $\lambda_s = 0,485$ мкм, $\lambda_u = 0,573$ мкм відповідно. У випадку ближньої точки дисперсія становить $V_{\delta_i} = -32,74$, а для дальньої – $V_{\delta_o} = 38,8$. Як відомо, для видимого діапазону коефіцієнт дисперсії звичайної ДЛ складає приблизно $-3,5$ [7]. Таким чином, хроматизм БПДЛ на порядок менший, ніж у звичайної ДЛ.

Підсумовуючи викладені у цьому пункті міркування, варто зазначити, що у БПДЛ хроматична аберация може бути скоректована для певного набору довжин хвиль. До того ж, як видно з рис.3.20, кожна точка відрізка сформованого зображення на оптичній осі має три кольорові складові – червону, зелену та синю, проте різної ефективності. Ця властивість може бути використана при проектуванні інтраокулярних лінз для заміщення природного кришталіка ока людини. Річ у тім, що при наявності хроматичної аберации людина з імплантованою лінзою бачитиме кольоровий ореол навколо зображення, а проектування лінзи як БПДЛ коректує цю аберацию.

За формулою (3.36) побудуємо розподіл інтенсивності для розрахованої БПДЛ. На рис. 3.21 приведений графік розподілу інтенсивності. На краях чітко помітний вплив хроматичної аберации.

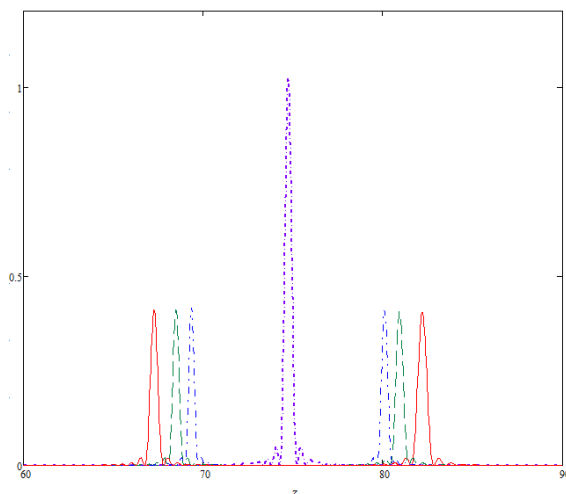


Рис. 3.21. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі

Загальновідомо, що кольорове зображення можна утворити комбінацією трьох базових кольорів – спостерігається адитивна кольорова RGB-модель (від англ. Red – червоний, Green – зелений, Blue – синій). Тобто, ДЛ, спроектована для трьох довжин хвиль, наприклад, $\lambda_R = 0,630$ мкм, $\lambda_G = 0,525$ мкм, $\lambda_B = 0,450$ мкм, будуватиме якісне кольорове зображення, яке буде зосереджуватись не в площині фокусної точки, а у відрізку на осі.

Варто зазначити, що звичайні ДЛ мають малу оптичну силу, що обумовлює значний хроматизм. БПДЛ, у свою чергу, можуть мати більшу оптичну силу. Дослідивши властивості БПДЛ, було виявлено, що окрім формування якісного кольорового зображення, такі лінзи мають також і безкінечну акомодацию. БПДЛ фокусують світло у відрізок, обмежений двома фокусними точками - ближньою F_{bl} та дальньою F_d (рис. 3.22; табл.3.3).

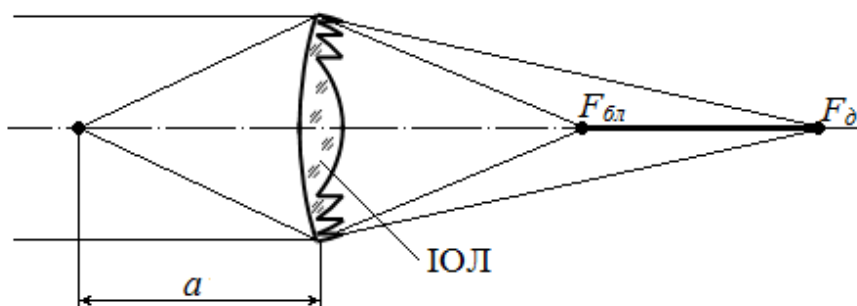


Рис. 3.22. Принцип проектування БПДЛ

Принцип проектування таких лінз полягає в тому, що зображення предмета у безкінечності, розміщуватиметься в дальній фокусній точці F_d , а у випадку, коли предмет буде знаходитись на деякій відстані a від лінзи, його зображення спостерігатиметься у ближній фокусній точці F_{bl} . Зображення проміжних предметів розташовуватимуться у межах відрізка $F_d F_{bl}$. Тобто формується зображення предметів, розміщених на відстані від a і до безкінечності. Далі приведемо приклад розрахунку такої БПДЛ.

Таблиця 3.3

Параметри моделі ока із дифракційною лінзою

Коефіцієнт заломлення	Радіус, мм	Відстань між компонентами, мм
$n_1 = 1$	$R_1 = 7,7$	$d_1 = 0,5$
$n_2 = 1,38$	$R_2 = 6,8$	$d_2 = 3,1$
$n_3 = 1,34$	$R_3 = 10,91$	$d_3 = 3,6$
$n_4 = 1,49$	$R_4 = \infty$	$d_4 = 15$

На основі наведених вище міркувань запропоновано метод, яким було спроектовано БПДЛ із такими параметрами: фокусна відстань у повітрі $f = 100$ мм,

$p = 6$, матеріал ПММА, розрахункова довжина хвилі $\lambda_0 = 0,525$ мкм. У межах світлового діаметру $D = 7$ мм розміщується 19 дифракційних зон, а максимальна глибина канавки складає 6 мкм. За основу для проектування ІОЛ було взято рефракційно-дифракційну ІОЛ, перша поверхня якої є сферичною, а на другу, плоску, нанесений рельєф розрахованої БПДЛ. Спроектовану гібридну ІОЛ було поміщено у схематичну модель ока людини за Гульстрандом [13] на місце природного кришталика (рис. 3.23).

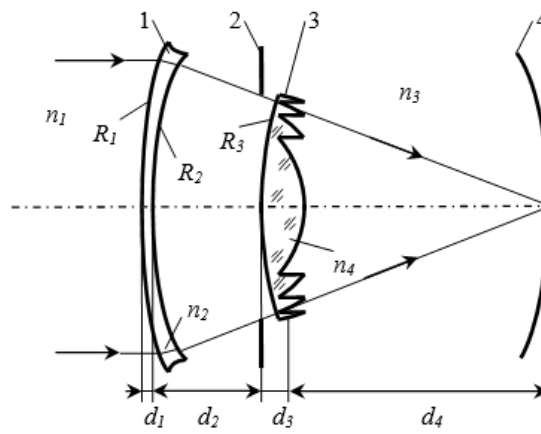


Рис. 3.23. Схематична модель ока, де:

1 – рогівка; 2 – зіниця; 3 – дифракційна лінза; 4 – сітківка

Моделювання даної оптичної системи буде здійснено в програмі «ZEMAX» та приведено в пункті 4.2.

Перелік посилань до розділу 3

1. Колобродов В.Г. Прикладна дифракційна оптика: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2014. – 312 с.
2. Дифракционная компьютерная оптика [Текст] / под. ред. В. А. Сойфера. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 736 с.
3. Колобродов В.Г. Дифракційна теорія оптичних систем: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2011. – 148 с.
4. Методы компьютерной оптики [Текст] / под. ред. В. А. Сойфера: Учеб. Для вузов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 688 с.
5. Gerchberg R.W. A Practical Algorithm for the Determination of Phase from Image and Diffraction Plane Pictures [Текст] / R.W. Gerchberg, W.O. Saxton // *Optik*. – 1972. – V.35, No.2. – P.237-246.
6. Trester S. Computer-Simulated Fresnel Diffraction Using the Fourier Transform [Текст] / S. Trester // *Computing in Science & Engineering*. – 1999. –Vol.1. – P.77-83.
7. Колобродов В.Г. Проектування дифракційних оптичних елементів і систем: підручник [Текст] / В.Г. Колобродов, Г. С. Тимчик. – К.: НТУУ „КПІ”, 2013. – 194 с.
8. Интегралы и ряды. Том 2. Специальные функции. 2-е издание [Текст] / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: ФМЛ. – 2003. - 752 с.
9. Кучугура І. О. Розробка методу розрахунку дифракційних лінз [Текст] / І.О.Кучугура, В.Г. Колобродов, // *Наукові вісті НТУУ «КПІ»*. – 2011.– №5. – С.115-119.
- 10.Кучугура І. О. Метод проектування фазових дифракційних ґраток [Текст] / С. Т. Коваль, В. Г. Колобродов, І. О. Кучугура // *Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Приладобудування»*. – 2013. – Вип. 46. – С.86 – 90.
- 11.Rossi M. Refractive and diffractive properties of planar micro-optical elements [Текст] / M. Rossi, R. E. Kunz, H. P. Herzig // *Appl. Opt.* – 1995. – Vol. 34, No.26. – P. 5996–6007.

12. Кучугура І. О. Проектування багатопорядкових дифракційних лінз [Текст] / В.Г. Колобродов, Є. О. Кучугура, І. О. Кучугура // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2015. – №2. – С.82–88.
13. Ленкова Г.А. Хроматические абберации дифракционно-рефракционных интраокулярных линз в модели глаза [Текст] / Г.А. Ленкова // Автометрия, 2009. – Т.45, №2. С. 99-114.
14. Кучугура І.О. Проектування багатопорядкових дифракційних лінз [Текст] / І.О. Кучугура, В.Г. Колобродов// XIII Міжнародна науково-технічна конференція «Приладобудування: стан і перспективи» (23-24 квітня 2014). Збірник тез доповідей / НТУУ «КПІ», Приладобудівний факультет. – Київ, 2014. – С. 61-62.
15. Кучугура І.О. Особенности проектирования многопорядковых дифракционных линз [Текст] / И.О. Кучугура, В.Г. Колородов // Материалы 7-й Международной студенческой научно-технической конференции «Новые направления развития приборостроения». Сборник тезисов докладов / БНТУ, Приборостроительный факультет. – Минск, 2014. – С.229.
16. Кучугура І. О. Новий підхід до проектування інтраокулярних лінз [Текст] / В. Г. Колобродов, Є. А. Сірий, І. О. Кучугура // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Приладобудування». – 2015. – Вип. 49. – С.39 – 45.
17. Кучугура І.О. Проектирование многопорядковых интраокулярных линз [Текст] / В.Г. Колобродов, Г.С. Тымчик, И.О. Кучугура // Приборы и методы измерений. – 2015. – №2. – С.204–209.
18. Кучугура І.О. Інтраокулярна лінза із виправленою хроматичною аберациєю [Текст] / І.О. Кучугура, В.Г. Колобродов/ XIV Міжнародна науково-технічна конференція «Приладобудування: стан і перспективи» (22-23 квітня 2015). Збірник тез доповідей / НТУУ «КПІ», Приладобудівний факультет. – Київ, 2015. – С. 73.
19. Кучугура І.О. Интраокулярные линзы с бесконечной аккомодацией [Текст] / И.О. Кучугура, В.Г. Колобродов// Материалы 8-й Международной студенческой научно-технической конференции «Новые направления

развития приборостроения». Сборник тезисов докладов / БНТУ,
Приборостроительный факультет. – Минск, 2015. – С.207.

РОЗДІЛ 4

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК
ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ

4.1 Комп'ютерне моделювання дифракційних лінз

Для опису оптичної системи, що містить БПДЛ, можна використати спрощену модель ока та безпосередньо ДЛ. Для представлення моделі ока використаємо поверхню типу «paraxial» з фокусною відстанню $f = 22,78$ мм, а для ДЛ – «binary2», яка здатна працювати в двох дифракційних порядках.

Світловий діаметр оптичної системи складає 7 мм. Розрахункова довжина хвилі $\lambda_e = 0,546$ мкм. Оптична система повинна забезпечувати чітке бачення об'єктів у фокальній площині зображення моделі ока (22,78 мм), розташованих у нескінченності та на відстані хорошого бачення 330 мм. На рис. 4.1 зображена модель формування зображення інтраокулярною ОС, коли зображення розташоване у нескінченності. Робочим порядком ДЛ за такого розташування об'єкта є 0-ий.

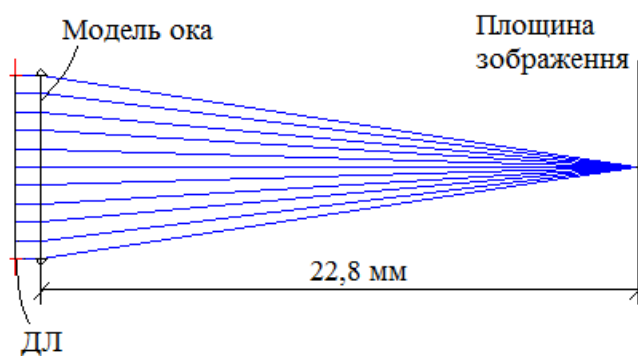


Рис.4.1. Модель формування зображення інтраокулярною ОС при розташуванні об'єкта у нескінченності, робочий дифракційний порядок 0-й

На рис. 4.2 представлена модель формування зображення інтраокулярною ОС. Відстань до зображення 330 мм. Робочим порядком ДЛ за такого розташування об'єкта є +1-ий. Для того, щоб у першому дифракційному порядку

забезпечувалась фокусна відстань 330 мм, була проведена оптимізація поліноміальних коефіцієнтів.

Для створення трифокальності слід використовувати ще і -1 дифракційний порядок. Тому створена можливість побудови багатофокальних ДЛ, однак слід зважати на те, що зі збільшенням робочих дифракційних порядків знижується інтенсивність в кожному порядку, що негативно впливатиме на якість зображення, створеного такою лінзою.

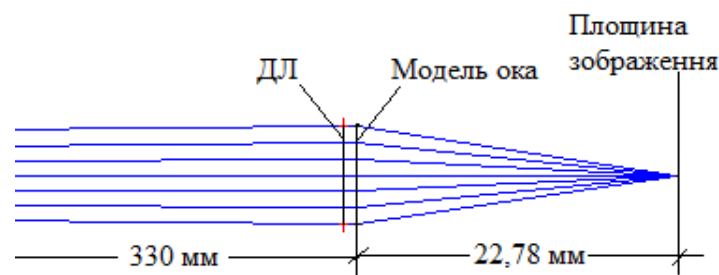


Рис.4.2. Модель формування зображення інтраокулярною ОС при розташуванні об'єкта на відстані 330 мм, дифракційний порядок +1-й

4.2 Комп'ютерне моделювання дифракційно-рефракційної ІОЛ

Проведемо моделювання оптичної системи з БПДЛ. Гармонічна лінза є складовою частиною ІОЛ, що спроектована методом, описаним в пункті 3.8. Для моделювання зручно використати програму «ZEMAX». Оптична система складається із моделі ока, конструктивні параметри якої були представлені в табл.3.1. Внесемо їх у програму. Перша поверхня ІОЛ мала змінну кривизну. Другу поверхню ІОЛ зробимо параксильною. Застосовуючи положення дальньої фокусної точки $f_d = 82,274$ мм, взятої із табл. 3.2, за умови розміщення предмету в безкінечності шляхом оптимізації визначалась кривизна рефракційної частини ДЛ, що становить $R_3 = 10,48$ мм (рис. 4.3.).

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРОЕКТУВАННЯ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ

Surf>Type	Comment	Radius	Thickness	Glass	Semi-Diameter	Conic	Par 0 (unused)	Par 1 (unused)
OBJ	Standard	Infinity	Infinity		0.000	0.000		
*	Standard	Infinity	0.000		3.500 U	0.000		
2	Standard	7.700	0.500	1.38,0.0	3.500	0.000		
3	Standard	6.800	3.100	1.34,0.0	3.421	0.000		
4	Standard	10.475 V	3.600	1.49,0.0	3.095	0.000		
5	Paraxial		0.000		2.649			82.274
6	Standard	Infinity	15.000	1.34,0.0 P	2.649	0.000		
IMA	Standard	Infinity	-		0.056	0.000		

Рис. 4.3. Описання визначення кривизни дифракційно-рефракційної ІОЛ

Використовуючи положення ближньої фокусної точки з таблиці 3.2 $f_{\text{бли}} = 65,561$ мм, визначено, що відстань до ближнього об'єкту складає ≈ 712 мм (рис.4.4). Таким чином, система «око + ІОЛ» забезпечує чітке зображення об'єктів, розміщених на відстані від 712 мм до безкінечності [1-2]. Таким чином, дана лінза фокусуватиме зображення предметів, розташованих на відстані від 712 мм і до безкінечності у межах відрізка $F_0 F_{\text{бли}}$, величина відрізка становить 13,7 мм.

Surf>Type	Comment	Radius	Thickness	Glass	Semi-Diameter	Conic	Par 0 (unused)	Par 1 (unused)
OBJ	Standard	Infinity	711.771 V		0.000	0.000		
*	Standard	Infinity	0.000		3.500 U	0.000		
2	Standard	7.700	0.500	1.38,0.0	3.504	0.000		
3	Standard	6.800	3.100	1.34,0.0	3.427	0.000		
4	Standard	10.475	3.600	1.49,0.0	3.109	0.000		
5	Paraxial		0.000		2.673			65.561
6	Standard	Infinity	15.000	1.34,0.0 P	2.673	0.000		
IMA	Standard	Infinity	-		0.059	0.000		

Рис. 4.4. Описання визначення відстані, до найближчого об'єкту з використанням дифракційно-рефракційної ІОЛ

4.3 Комп'ютерне моделювання БПДЛ шляхом використання 3D моделі

Методом, описаним в пункті 3.8, було спроектовано БПДЛ із параметрами, представленими в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Параметри БПДЛ, що досліджується

Фокусна відстань	$f=100$ мм
Число стрибків фази	$p=10$
Розрахункова довжина хвилі	$\lambda_0 = 0,660$ мкм
Світловий діаметр	$D = 6,89$ мм
Кількість дифракційних зон	$q = 9$

Максимальна глибина канавки	$h_{\max} = 13,5 \text{ мкм}$
Матеріал	ПММА

З урахуванням параметрів спроектованої БПДЛ були розраховані радіуси дифракційних зон, а також величини висоти мікропрофілю залежно від радіусу. На основі цих даних було побудовано 3D модель лінзи у програмі Компас 3D (рис. 4.5) з розширенням *.stp. Важливо, щоб модель була не пустотілою. Створену модель було імпортовано у програму «ZEMAX» для проведення аналізу оптичних характеристик досліджуваної лінзи.

Зазвичай, оптичні програми використовують поверхні, а не трьохвимірні об'єкти. У випадку 3D моделей БПДЛ, вони є елементами, які потребують використання непослідовного трасування променів [3]. Це значить, що промені проходять через об'єкт у відповідності до реального розміщення поверхонь.

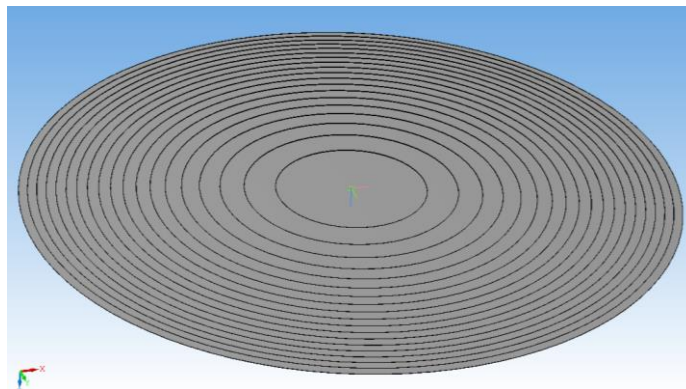
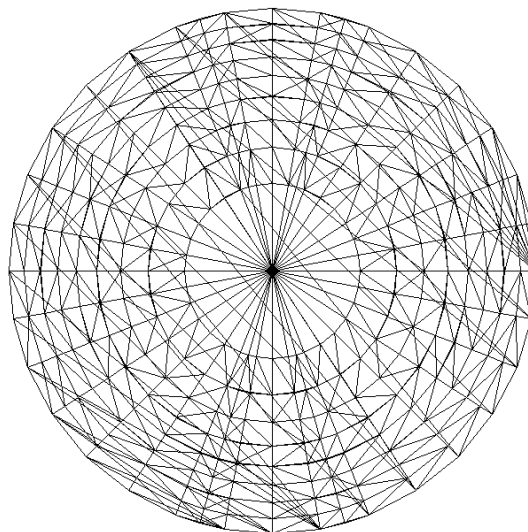


Рис. 4.5. Модель БПДЛ у програмі Компас 3D

Використання поверхонь незручне для непослідовного трасування. Це обумовлено тим, що з їх допомогою неможливо правильно описати БПДЛ. Для елементів такого типу зручно скористатися трьохвимірними твердотільними моделями замість двовимірних поверхонь, в програмі «ZEMAX» такі елементи називаються «непослідовними» компонентами. Таким чином, 3D модель БПДЛ необхідно ввести як "непослідовний" компонент (рис. 4.6).



3D LAYOUT

Рис. 4.6. Модель БПДЛ як "непоследовного" компонента у програмі «ZEMAX»

Після імпортування лінзи в програму і проведення аналізу отримаємо результати, зображені на рис. 4.7. Тут зображені геометрична МПФ, точкова діаграма та модель ходу променів через лінзу.

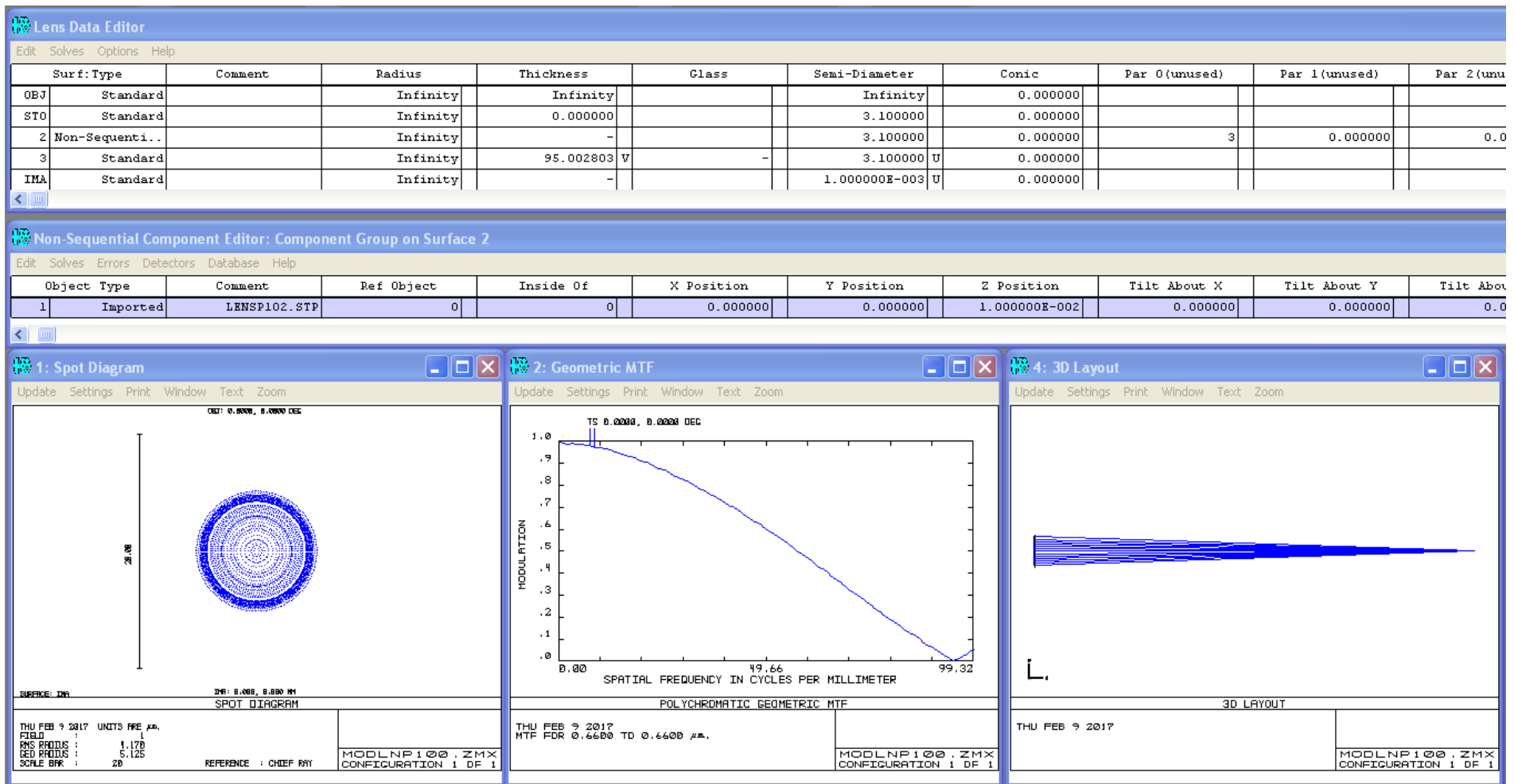


Рис. 4.7. Комп'ютерне моделювання БПДЛ у програмі «ZEMAX»

На рис. 4.7 можна побачити, що модель БПДЛ працює як лінза. Як і планувалося, вона здатна фокусувати зображення на правильній відстані, що свідчить про коректну роботу ДОЕ. RMS радіус менший за дифракційно обмежений, тобто лінза створює зображення високої якості.

4.4 Дослідження ДЛ, що містять похибки виготовлення мікрорельєфу

Зрозуміло, що модель реальної дифракційної лінзи відрізняється від ідеальної, якість зображення якої описана в попередньому пункті. Для того, щоб упевнитися в успішності проектування ДЛ, не обов'язково одразу виготовляти її у вигляді оптичного елемента і проводити натурний експеримент. Натурний експеримент дозволить дослідити характеристики ДЛ, отримані в результаті взаємодії усіх етапів її виготовлення, включаючи і технологію [4]. У результаті дослідження будуть отримані характеристики ДЛ, однак не вдасться дослідити розподіл інтенсивності випромінювання в фокальній площині в залежності від отриманого рішення оберненої задачі дифракції. Щоб отримати необхідну інформацію, слід провести комп'ютерне моделювання спотворення мікрорельєфу, провести оцінку його оптичних характеристик та порівняти його із ідеальною ДЛ.

У пункті 2.6 були розглянуті похибки, що виникають у процесі виготовлення. Використаємо ці моделі для дослідження.

Основаючись на аналізі похибок [5–7], що виникають при різних методах виготовлення ДЛ, можна простежити загальні тенденції.

На рис. 4.8 приведений мікрорельєф ідеальної БПДЛ, параметри якої приведені у попередньому пункті. Її розміри по вертикалі для наочності збільшено.

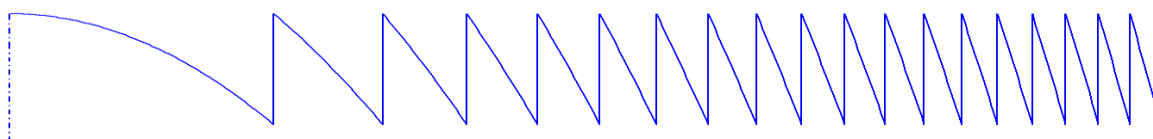


Рис.4.8. Мікрорельєф ідеальної БПДЛ

Із наведених прикладів похибок виготовлення ДОЕ можна виділити можливу наявність наступних похибок, зображених на рис.4.9.

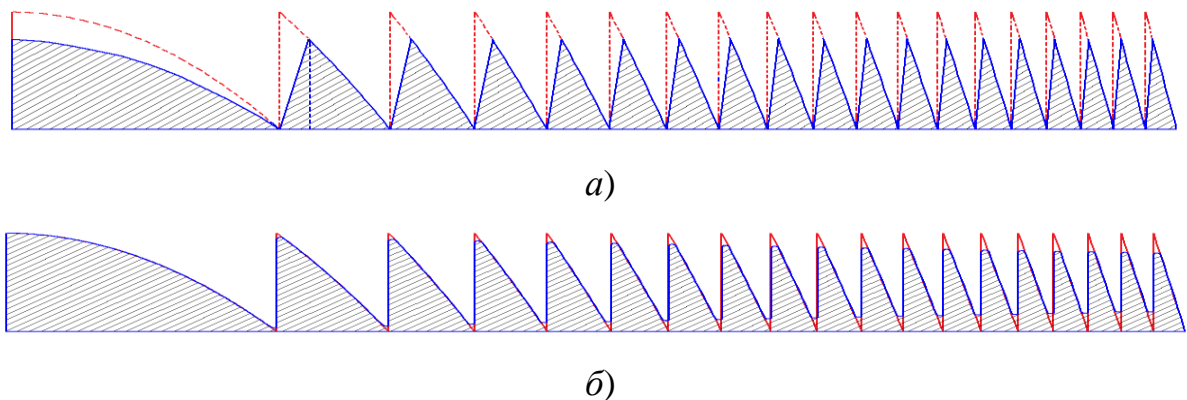


Рис.4.9. Похибки виготовлення каналок

На рис. 4.9, а) показаний вигляд похибки нахилу вертикальної стінки. Рис. 4.9, б) демонструє вигляд похибки округлення

Було проведено моделювання у 3D-просторі усіх вказаних похибок. Готові моделі були імпортовані в програму «ZEMAX» та проведена оцінка їх якості.

Було проаналізовано 5 моделей ДЛ із похибками першого виду з кутом α від 5° до 45° (рис.4.10.). Кожна модель імпортувалася в програму «ZEMAX».

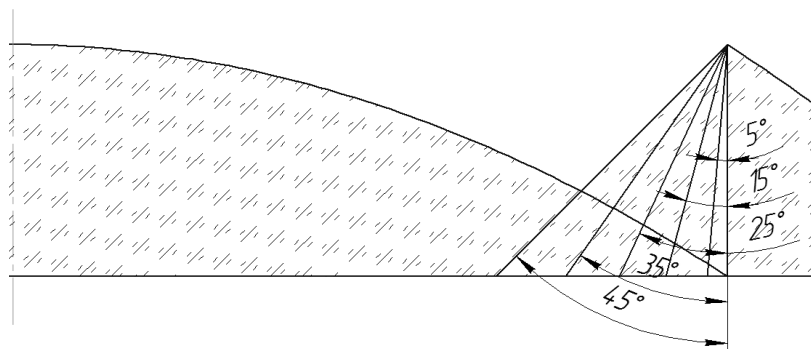


Рис. 4.10. Схема моделей БПДЛ

У результаті комп'ютерного дослідження виявилось, що RMS радіус для усіх випадків зміни кута нахилу вертикальної стінки не змінювався, однак зі збільшенням кута α зменшувалася дифракційна ефективність [8]. Дифракційна ефективність розраховувалася шляхом розрахунку площ ефективних зон із розділу 2, пункту 2.6.3.

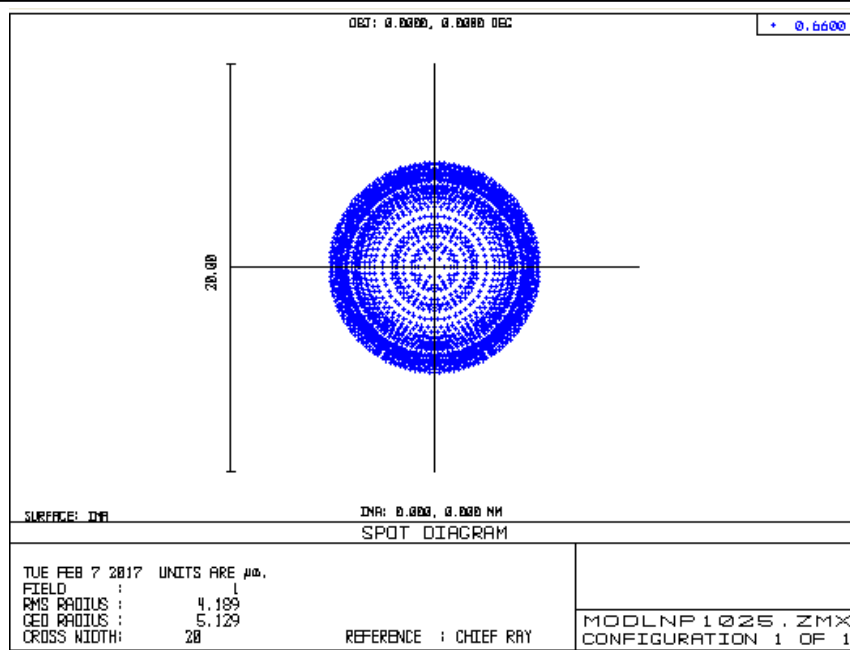


Рис. 4.11. RMS радіус БПДЛ

4.5 Вимірювання фокусних відстаней та дифракційної ефективності

На практиці величина дифракційної ефективності ДЛ значно менша за 100%, обчислених для ідеальної лінзи. Це спричинено наявністю в кожному порядку світла з неробочих порядків, що впливає із принципу роботи ДЛ. Як уже зазначалося, ДЕ залежить як від конструкції лінзи, так і від технології її виготовлення. Оскільки ДЛ є мультифокальними, контролюючи виготовлення ДЛ, необхідно порівнювати виміряні та розрахункові значення фокусних відстаней. При визначенні відповідних характеристик оптичних елементів за положення фокальної площини доцільно приймати площину, в якій спостерігається найкраще зображення, що відповідає найкращому розподілу енергії в зображенні точки. Площина найкращого зображення зазвичай не співпадає з гаусовою площиною зображення, утвореною параксіальними променями, а також не співпадає з площиною найменшого перерізу геометричного пучка променів. Для того, щоб виявити глибину і форму рельєфу поверхні в процесі виготовлення не застосовуючи складні профілографи і атомно-силові мікроскопи, здійснюється вимірювання дифракційної ефективності в дифракційних порядках [9].

Для вимірювання ДЕ зазвичай використовують установку, реєструючим пристроєм в якій є фотоприймач. Його переміщують вздовж оптичної осі для послідовної фіксації інтенсивності дифрагованого світла у кожному дифракційному порядку, розміщеному на відповідній фокусній відстані.

У роботі [10] була використана установка для визначення якості зображення, створеного ДЛ, але не визначалася дифракційна ефективність ДЛ. Використаємо дану установку для визначення фокусних відстаней та ДЕ в цих точках, дещо модифікувавши її.

Об'єктом вимірювання є дифракційна бінарна лінза, діаметром 7 мм, нарізана на скляній пластинці, кількість дифракційних зон – 41 (рис. 4.12).



Рис. 4.12. Фотографія досліджуваної лінзи

Оптична схема установки для вимірювання ДЕ представлена на рис. 4.13. Пучок світла, згенерований джерелом випромінювання 1 та розсіяний матовим склом 2, потрапляє в коліматор 3. Після коліматора паралельний пучок світла потрапляє на ДЛ 4, яка фокусує світло в плями на оптичній осі. Кожна пляма відповідає дифракційному порядку дифрагованого світла. Для того, щоб виміряти інтенсивність зображення в одному з дифракційних порядків, необхідно закрити світло від інших порядків діафрагмою 6, яка розміщена впритул до фотоприймача 7. Об'єктив мікроскопа 5 фокусує зображення плями на фотоприймачі. Фотоприймачем служить цифрова фотокамера Canon PowerShot A720 IS.

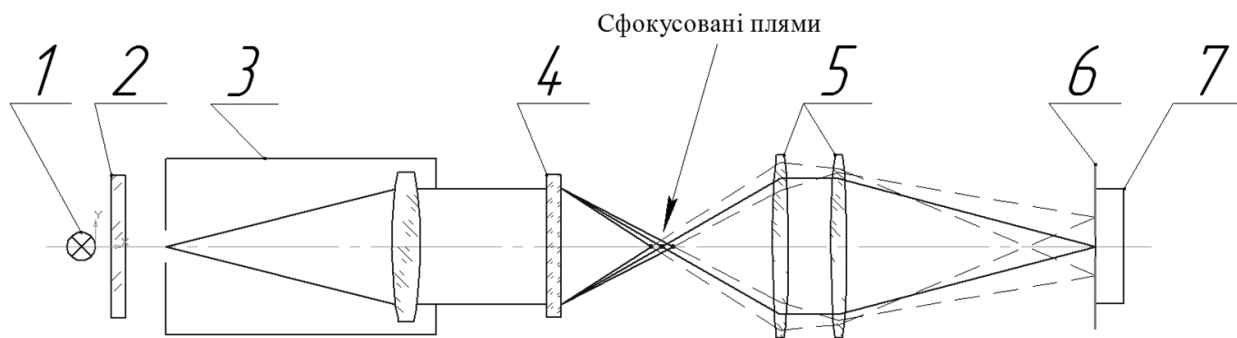


Рис. 4.13. Оптична схема установки для вимірювання ДЕ

4.5.1 Експериментальний стенд

Схема реалізованого експериментального стенда має такі характеристики (рис. 4.14): оптична лава «ОСК-2»; світловий діаметр об'єктива коліматора 150 мм; фокусна відстань $f_{об} = 1600$ мм; джерело випромінювання - галогенна лампа DELUX MR11, потужністю 20 Вт, робоча напруга 12V, світловий потік 160 Лм; приймач випромінювання цифрова фотокамера Canon PowerShot A720 IS, з матрицею 1/2,5" CCD, роздільна здатність 8,3 Мп.

Дифракційну ефективність в кожному порядку обчислюють як відношення інтенсивності в цьому порядку до загальної інтенсивності, падаючої на профіль. Тому для обчислення необхідно виміряти інтенсивність падаючого світла, тобто без лінзи 4, а потім здійснювати фотофіксацію інтенсивностей світла, що проходить через ДЛ 4, для усіх дифракційних порядків по черзі для подальшого порівняння.



Рис. 4.14. Макет стенду для вимірювання ДЕ (позиції 6,7 не показані)

4.5.2 Послідовність вимірювання дифракційної ефективності

Стенд призначений для вимірювання ДЕ лінз η , що дорівнює відношенню інтенсивності випромінювання I_N , яке пройшло ДЛ і потрапило в N -й дифракційний порядок, до інтенсивності випромінювання I_0 , яке падає на досліджувану лінзу. Дифракційна ефективність $\eta_N = \frac{I_N}{I_0}$ вимірюється у відсотках.

При виведеній з шляху паралельного пучка світла ДЛ значення встановленого при цьому світлового потоку приймається за I_0 . При введенні в потік випромінювання досліджуваної лінзи зображення фокусується у порядках, розміщених на осі. Мікроскоп послідовно переміщається по дифракційним порядкам, а фотоприймач фіксує інтенсивність дифрагованого світлового потоку I_N . Камера здійснює захват і передачу зображення комп'ютеру, який розраховує значення ДЕ для кожного дифракційного порядку і представляє результат у зручному для користувача вигляді.

На представленому стенді були здійснені кілька серій знімків. На рис. 4.15 приведені результати вимірювання інтенсивності, зафіксовані в основному та двох найближчих позитивних локальних фокусах бінарної ДЛ, отриманих при

встановленому фільтрі КС15. Результати для від'ємних дифракційних порядків не представлені, оскільки вони дублюють їх. Водночас знімалися виміри фокусних відстаней для відповідних порядків.

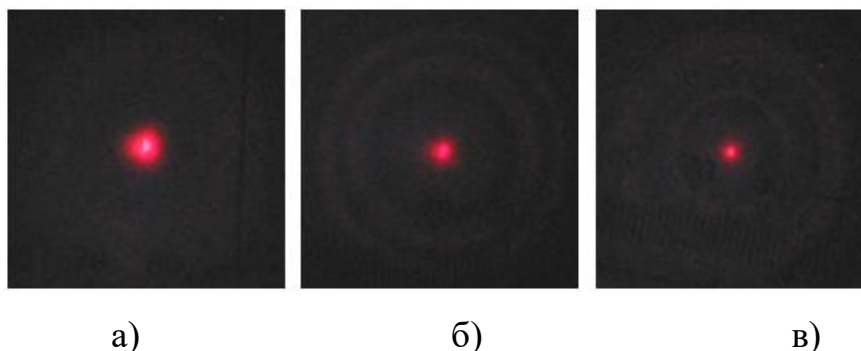


Рис. 4.15. Експериментально зафіксовані розподіли інтенсивності в:
а) основному локальному фокусі +1; б) +3; в) +5

4.5.3 Метрологічна обробка та оцінка точності вимірів фокусної відстані

У результаті семи прямих вимірів локальних фокусів ДЛ отримані значення величин фокусних відстаней f_{+1} , f_{+3} та f_{+5} (в мм) для трьох ефективних дифракційних порядків – +1, +3, +5, представлені в таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

Виміряні значення фокусних відстаней

i	f_{+1i}	f_{+3i}	f_{+5i}
1	122,51	42,12	23,64
2	121,73	40,89	24,92
3	118,72	39,1	22,96
4	119,33	41,32	23,65
5	120,60	38,97	25,49
6	118,92	40,15	22,72
7	120,2	39,85	23,25

Середнє арифметичне для виміряних значень становить:

$$\bar{f}_{+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i = 120,0871;$$

$$\bar{f}_{+3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i = 40,2571;$$

$$\bar{f}_{+5} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i = 23,90.$$

Середньоквадратичне відхилення для вимірювальних величин обчислюється за допомогою розрахункової таблиці 4.3:

$$\sigma_{f_{+1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_{+1i})^2} = 0,7656;$$

$$\sigma_{f_{+3}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_{+3i})^2} = 0,8094;$$

$$\sigma_{f_{+5}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (f_{+5i})^2} = 0,8182.$$

Таблиця 4.3

Розрахункова таблиця

i	Δf_{+1i}	$(\Delta f_{+1i})^2$	Δf_{+3i}	$(\Delta f_{+3i})^2$	Δf_{+5i}	$(\Delta f_{+5i})^2$
1	0,9129	0,8333	0,9729	0,9465	-0,2600	0,0676
2	0,5329	0,2839	0,6329	0,4005	1,0200	1,0404
3	-0,3671	0,1348	-1,1571	1,3390	-0,9400	0,8836
4	-0,7571	0,5733	0,7629	0,5820	-0,2500	0,0625
5	0,6729	0,4527	-0,6971	0,4860	0,9500	0,9025
6	-1,1071	1,2258	-0,1071	0,0115	-0,9400	0,8836
7	0,1129	0,0127	-0,4071	0,1658	0,4200	0,1764

Максимальна похибка вимірювання може досягати значення:

$$\Delta_{f_{+1_max}} = \pm 3\sigma_{f_{+1}} = \pm 2,2967;$$

$$\Delta_{f_{+3_max}} = \pm 3\sigma_{f_{+3}} = \pm 2,4283;$$

$$\Delta_{f_{+5-\max}} = \pm 3\sigma_{f_{+5}} = \pm 2,4546.$$

Знайдемо похибку визначення \bar{f} при довірчій імовірності $\beta=0,6$.

Середньоарифметичне відхилення \bar{f} становить:

$$\sigma_{\bar{f}_{+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_{f_{+1}} = 0,2894;$$

$$\sigma_{\bar{f}_{+3}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_{f_{+3}} = 0,3059;$$

$$\sigma_{\bar{f}_{+5}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_{f_{+5}} = 0,3092.$$

Відносна довжина інтервалу t_{β} за значеннями довірчої імовірності $\beta=0,6$ і числом степенів свободи $n-1=6$ за допомогою таблиці значень розподілу Стюдента [11] складає:

$$t_{0,6}=t_{\beta}=(0,6;6)=0,906.$$

Абсолютна похибка визначення \bar{f} становить:

$$\Delta_{0,6} = t_{0,6} \cdot \sigma_{\bar{f}_{+1}} = 0,2622;$$

$$\Delta_{0,6} = t_{0,6} \cdot \sigma_{\bar{f}_{+3}} = 0,277181;$$

$$\Delta_{0,6} = t_{0,6} \cdot \sigma_{\bar{f}_{+5}} = 0,280177.$$

Тобто, при $\beta=0,6$

$$f_{+1,0} = \bar{f}_{+1} \pm \Delta_{\beta} \approx 120,09 \pm 0,262 \text{ мм};$$

$$f_{+3,0} = \bar{f}_{+3} \pm \Delta_{\beta} \approx 40,26 \pm 0,277 \text{ мм};$$

$$f_{+5,0} = \bar{f}_{+5} \pm \Delta_{\beta} \approx 23,90 \pm 0,280 \text{ мм}.$$

Довірчі інтервали складають:

$$I_{0,6}(f_{+1}) = (119,825 < f_{+1} < 120,3493)_{\text{мм}};$$

$$I_{0,6}(f_{+3}) = (39,97996 < f_{+3} < 40,53432)_{\text{мм}};$$

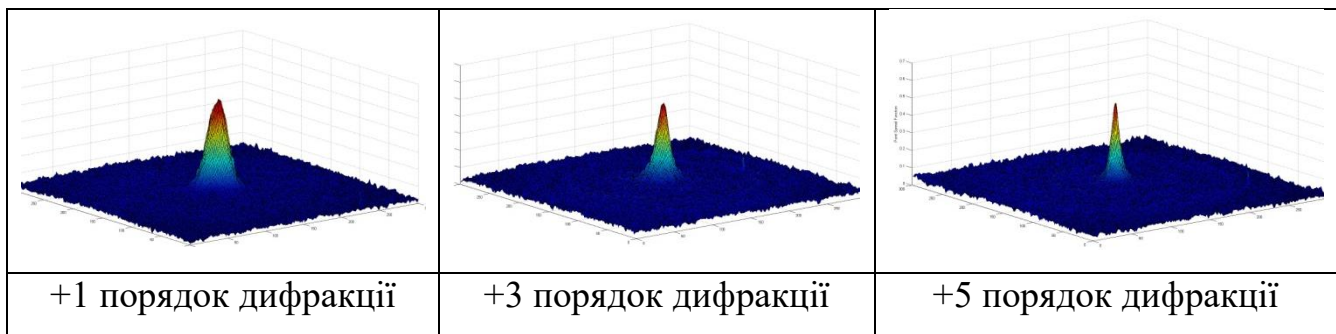
$$I_{0,6}(f_{+5}) = (23,61982 < f_{+5} < 24,18018)_{\text{мм}}.$$

4.5.4 Метрологічна обробка та оцінка точності вимірів ДЕ

На основі результатів вимірювання отриманих розподілів інтенсивності за допомогою програми «MatLab» було обчислено та побудовано функції розсіювання точок для кожного з дифракційних порядків методом, описаним в [12], на основі яких обчислено величини інтенсивності для кожного з порядків (табл. 4.4).

Таблиця 4.4

Функції розсіювання точки для дифракційних порядків



У результаті вимірювань отримані значення величин I_{+1} , I_{+3} , I_{+5} та I_0 (у мВт/см²), представлені в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5

Значення інтенсивності, отримані в результаті експерименту

i	I_0	I_{+1}	I_{+3}	I_{+5}
1	0,220	0,078	0,010	0,004
2	0,226	0,080	0,009	0,003
3	0,222	0,078	0,011	0,002
4	0,230	0,076	0,009	0,003
5	0,218	0,080	0,008	0,003
6	0,202	0,078	0,008	0,003
7	0,224	0,0760	0,009	0,002

1. Середнє значення виміряних величин:

$$\bar{I}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{0,i} = 0,220 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\bar{I}_{+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{+1,i} = 0,078 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\bar{I}_{+3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{+3,i} = 0,009 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\bar{I}_{+5} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{+5,i} = 0,003 \text{ (мВт/см}^2\text{)}.$$

2. Середньоквадратичне відхилення вимірювальних величин помістимо в таблицю 4.6. Отримаємо значення, які характеризують точність окремих вимірювальних величин I_0 , I_{+1} , I_{+3} та I_{+5} :

$$\sigma_{I_0} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta I_{0,i})^2} = 0,0089 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\sigma_{I_{+1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta I_{+1,i})^2} = 0,0016 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\sigma_{I_{+3}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta I_{+3,i})^2} = 0,0011 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\sigma_{I_{+5}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta I_{+5,i})^2} = 0,0007 \text{ (мВт/см}^2\text{)}.$$

Таблиця 4.6

Середньоквадратичне відхилення

i	ΔI_0	$(\Delta I_0)^2$	ΔI_{+1}	$(\Delta I_{+1})^2$	ΔI_{+3}	$(\Delta I_{+3})^2$	ΔI_{+5}	$(\Delta I_{+5})^2$
1	-0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0009	0,0000	0,0011	0,0000
2	0,0057	0,0000	0,0020	0,0000	-0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
3	0,0017	0,0000	0,0000	0,0000	0,0019	0,0000	-0,0009	0,0000
4	0,0097	0,0001	-0,0020	0,0000	-0,0001	0,0000	0,0001	0,0000
5	-0,0023	0,0000	0,0020	0,0000	-0,0011	0,0000	-0,0001	0,0000
6	-0,0183	0,0003	0,0000	0,0000	-0,0011	0,0000	0,0001	0,0000

7	0,0037	0,0000	-0,0020	0,0000	-0,0001	0,0000	-0,0009	0,0000
---	--------	--------	---------	--------	---------	--------	---------	--------

3. Обчислюємо середньоквадратичне відхилення для \bar{I}_0 , \bar{I}_{+1} , \bar{I}_{+3} та \bar{I}_{+5} :

$$\sigma_{\bar{I}_0} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_{I_0} = 0,0034 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\sigma_{\bar{I}_{+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_{I_{+1}} = 0,0006 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\sigma_{\bar{I}_{+3}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_{I_{+3}} = 0,0004 \text{ (мВт/см}^2\text{)};$$

$$\sigma_{\bar{I}_{+5}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_{I_{+5}} = 0,0003 \text{ (мВт/см}^2\text{)}.$$

Виразуємо значення дифракційної ефективності ДЛ за формулою (2.1) для трьох додатних ДП:

$$\eta_{0,+1} \cong \bar{\eta} = \frac{\bar{I}_{+1}}{\bar{I}_0} = 35,56 \%;$$

$$\eta_{0,+3} \cong \bar{\eta} = \frac{\bar{I}_{+3}}{\bar{I}_0} = 4,15 \%;$$

$$\eta_{0,+5} \cong \bar{\eta} = \frac{\bar{I}_{+5}}{\bar{I}_0} = 1,22 \%.$$

4. Виразуємо середні квадратичні похибки ДЕ $\sigma_{\bar{\eta}}$. Для цього обчислимо власні похідні функції η та їх квадрати:

$$\frac{d\eta_{+1}}{dI_0} = -\frac{I_{+1}}{(I_0)^2}; \quad \frac{d\bar{\eta}_{+1}}{dI_0} = -\frac{\bar{I}_{+1}}{(\bar{I}_0)^2} = -1,6074; \quad \left(\frac{d\bar{\eta}_{+1}}{dI_0}\right)^2 = 2,5837;$$

$$\frac{d\eta_{+3}}{dI_0} = -\frac{I_{+3}}{(I_0)^2}; \quad \frac{d\bar{\eta}_{+3}}{dI_0} = -\frac{\bar{I}_{+3}}{(\bar{I}_0)^2} = -0,1884; \quad \left(\frac{d\bar{\eta}_{+3}}{dI_0}\right)^2 = 0,0354;$$

$$\frac{d\eta_{+5}}{dI_0} = -\frac{I_{+5}}{(I_0)^2}; \quad \frac{d\bar{\eta}_{+5}}{dI_0} = -\frac{\bar{I}_{+5}}{(\bar{I}_0)^2} = -0,0588; \quad \left(\frac{d\bar{\eta}_{+5}}{dI_0}\right)^2 = 0,0035;$$

$$\frac{d\eta_{+1}}{dI_{+1}} = \frac{1}{I_0}; \quad \frac{d\bar{\eta}_{+1}}{dI_{+1}} = \frac{1}{I_0} = 4,5396; \quad \left(\frac{d\bar{\eta}_{+1}}{dI_{+1}}\right)^2 = 20,6076;$$

$$\frac{d\eta_{+3}}{dI_{+3}} = \frac{1}{I_0}; \quad \frac{d\bar{\eta}_{+3}}{dI_{+3}} = \frac{1}{I_0} = 4,5396; \quad \left(\frac{d\bar{\eta}_{+3}}{dI_{+3}}\right)^2 = 20,6076;$$

$$\frac{d\eta_{+5}}{dI_{+5}} = \frac{1}{I_0}; \quad \frac{d\bar{\eta}_{+5}}{dI_{+5}} = \frac{1}{I_0} = 4,5396; \quad \left(\frac{d\bar{\eta}_{+5}}{dI_{+5}}\right)^2 = 20,6076.$$

Таким чином, отримуємо:

$$\sigma_{\bar{\eta}_{+1}}^2 = \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_0}\right)^2 \cdot \sigma_{I_0}^2 + \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_{+1}}\right)^2 \cdot \sigma_{I_{+1}}^2 = 3,75 \cdot 10^{-5}; \quad \sigma_{\bar{\eta}_{+1}} = 0,0061;$$

$$\sigma_{\bar{\eta}_{+3}}^2 = \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_0}\right)^2 \cdot \sigma_{I_0}^2 + \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_{+3}}\right)^2 \cdot \sigma_{I_{+3}}^2 = 3,37 \cdot 10^{-6}; \quad \sigma_{\bar{\eta}_{+3}} = 0,0018;$$

$$\sigma_{\bar{\eta}_{+5}}^2 = \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_0}\right)^2 \cdot \sigma_{I_0}^2 + \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_{+5}}\right)^2 \cdot \sigma_{I_{+5}}^2 = 1,44 \cdot 10^{-6}; \quad \sigma_{\bar{\eta}_{+5}} = 0,0012.$$

5. Ступінь впливу первинних похибок становить:

$$K_{I_0} = \frac{1}{\sigma_{\bar{\eta}_{+1}}^2} \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_0}\right)^2 \cdot \sigma_{I_0}^2 \cdot 100\% = 79,12\% \quad K_{I_{+1}} = \frac{1}{\sigma_{\bar{\eta}_{+1}}^2} \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_{+1}}\right)^2 \cdot \sigma_{I_{+1}}^2 \cdot 100\% = 20,88\%;$$

;

$$K_{I_0} = \frac{1}{\sigma_{\bar{\eta}_{+3}}^2} \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_0}\right)^2 \cdot \sigma_{I_0}^2 \cdot 100\% = 12,12\%; \quad K_{I_{+3}} = \frac{1}{\sigma_{\bar{\eta}_{+3}}^2} \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_{+3}}\right)^2 \cdot \sigma_{I_{+3}}^2 \cdot 100\% = 87,98\%$$

;

$$K_{I_0} = \frac{1}{\sigma_{\bar{\eta}_{+5}}^2} \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_0}\right)^2 \cdot \sigma_{I_0}^2 \cdot 100\% = 2,77\%; \quad K_{I_{+5}} = \frac{1}{\sigma_{\bar{\eta}_{+5}}^2} \left(\frac{d\bar{\eta}}{dI_{+5}}\right)^2 \cdot \sigma_{I_{+5}}^2 \cdot 100\% = 97,23\%$$

Із проведених розрахунків зрозуміло, що найбільшу роль в похибці вираховання $\bar{\eta}$ має для третього і п'ятого ДП – первинні похибки - ΔI_{+3} (87,98%) та ΔI_{+5} (97,23%) відповідно, а для першого ДП – ΔI_{+1} (79,12%).

Значне підвищення точності визначення дифракційної ефективності можна досягти за рахунок збільшення точності вимірювання інтенсивності.

б. Визначаємо довірчий інтервал η при довірчій імовірності $\beta=0,6$ за формулою $\Delta_\beta = t_\beta \cdot \sigma_{\bar{\eta}}$. Для умов експерименту при $\beta=0,6$ та $n-1=6$ із закону розподілу Стюдента [11] знаходимо, що із вірогідністю 0,6:

$$\eta_{+1} = \bar{\eta}_{+1} \pm \Delta_\beta \approx (35,563 \pm 0,005) \%;$$

$$\eta_{+3} = \bar{\eta}_{+3} \pm \Delta_\beta \approx (4,188 \pm 0,002) \%;$$

$$\eta_{+5} = \bar{\eta}_{+5} \pm \Delta_\beta \approx (1,219 \pm 0,001) \%.$$

Крім того, практично достовірно, що:

$$\eta_{+1} = \bar{\eta}_{+1} \pm 3\sigma_{\bar{\eta}_{+1}} \approx (35,563 \pm 0,018) \%;$$

$$\eta_{+3} = \bar{\eta}_{+3} \pm 3\sigma_{\bar{\eta}_{+3}} \approx (4,188 \pm 0,005) \%;$$

$$\eta_{+5} = \bar{\eta}_{+5} \pm 3\sigma_{\bar{\eta}_{+5}} \approx (1,219 \pm 0,004) \%.$$

У таблиці 4.7 приведені порівняльні характеристики фокусів та дифракційної ефективності, отримані в досліді, а також теоретичні значення для ідеальної бінарної ДЛ.

Таблиця 4.7

Порівняльні характеристики фокусів та дифракційної ефективності, отримані в експерименті, та при чисельному моделюванні

m	Фокусна відстань, мм		Дифракційна ефективність, %	
	Експеримент	Чисельне моделювання	Експеримент	Чисельне моделювання
+1	$120,1 \pm 0,3$	120	$35,563 \pm 0,018$	40,5
+3	$40,3 \pm 0,3$	40	$4,188 \pm 0,005$	4,5
+5	$23,9 \pm 0,3$	24	$1,194 \pm 0,004$	1,6

Як видно, дифракційна ефективність падає пропорційно номеру локального фокусу, піднесеного до квадрату. Оскільки радіус локальних фокусів також зменшується пропорційно номеру фокуса, інтенсивність в ньому наближається

до значення інтенсивності в основному фокусі. З аналізу таблиці виходить, що ефективність реальної ДЛ справді нульова у відповідних парних дифракційних порядках та нульовому. Отримані значення дифракційної ефективності у головних порядках на 12%, 7% та 15% відповідно менші від теоретичних значень. Спостерігається достатнє узгодження чисельних та експериментальних результатів.

Отже, розроблений метод комп'ютерного дослідження параметрів ДЛ із внесеними похибками для дослідження впливу технологій виробництва на якість зображення, створеного ДЛ. Запропонований метод і проведене експериментальне дослідження дифракційної ефективності бінарної ДЛ підтверджує математичні розрахунки ДЕ бінарної лінзи.

Перелік посилань до розділу 4

1. Кучугура І.О. Комп'ютерне проектування дифракційних лінз [Текст] / І.О. Кучугура, В.Г. Колобродов // VI науково-практична конференція студентів та аспірантів «Погляд у майбутнє приладобудування» (23-24 квітня 2013). Збірник тез доповідей. – Київ, 2013. – С. 40.
2. Кучугура І.О. Итерационный метод компьютерного проектирования дифракционных линз [Текст] / И.О. Кучугура, В.Г. Колобродов // Материалы 6-й Международной студенческой научно-технической конференции «Новые направления развития приборостроения». Сборник тезисов докладов. – Минск, 2013. – С.188.
3. Інструкція Zemax [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://neurophysics.ucsd.edu/Manuals/Zemax/ZemaxManual.pdf>
4. Методы компьютерной оптики [Текст] / под. ред. В. А. Сойфера: Учеб. Для вузов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 688 с.
5. Sohn J.S. Design and fabrication of diffractive optical elements by use of gray-scale photolithography [Текст] / J.S. Sohn, M.B. Lee, W.C.Kim, E.H. Cho at all. // Applied Optics. – 2005. – Vol.44, No.4. – P. 506-511.
6. Dai C.L. Fabrication of diffractive optical elements using the CMOS process [Текст] / C.L. Dai, H.L. Chen, C.Y. Lee, P.Z. Chang // Journal of Micromechanics and microengineering. – 2002. – No.12. – P.21-25.
7. Lithography [Текст] / Ed. M.Wang. – Intech. – 2010. – 656 p.
8. Кучугура І.О. Комп'ютерне моделювання багатопорядкових дифракційних лінз [Текст] / І.О. Кучугура, В.Г. Колобродов // XV Міжнародна науково-технічна конференція «Приладобудування: стан і перспективи» (17-18 травня 2016). Збірник тез доповідей. – Київ, 2016. – С. 82.
9. Хомутов В.Н. Измерение дифракционной эффективности ДОЭ по многим порядкам дифракции [Текст] / В.Н. Хомутов, А.Г. Полещук, В.В. Черкашин // Компьютерная оптика. – 2011. – Т.35, №2. - С.196-202.

10. Сірий Є.А. Дифракційні оптичні елементи для інфрачервоної оптики: дис. кандидата техн. наук: 05.11.07 [Текст] / Сірий Євгеній Анатолійович. – К., 2015. – 165 с.
11. Міхеєнко Л.А. Метрологічна обробка результатів вимірювання: Методичні вказівки до самостійної роботи студентів напряму підготовки 6.051004 "Опtotехніка" [Текст] / Л.А. Міхеєнко, М.С. Рибалко // . – К.:НТУУ "КПШ", 2011. – 38 с.
12. Кучугура І. О. Метод оцінки модуляційної передавальної функції трифокальної інтраокулярної лінзи [Текст] / В.Г. Колобродов, І.О. Кучугура, В. І. Микитенко, Є.А. Сірий // Наукові вісті НТУУ «КПШ». – 2014. – №2. – С.99–102.

Додаток А

$$N2 := 100$$

$$R2 := 10 \quad \begin{array}{l} x_c := 50 \\ y_c := 50 \end{array}$$

$$x0 := 0..N2 - 1 \quad x := 0..(N2 - 1)$$

$$y0 := 0..N2 - 1 \quad y := 0..(N2 - 1) \quad z0 := 20 \quad \lambda := 0.45$$

Крок 1.

$$\phi_{y,x} := 1$$

$$U1_{y,x} := 1$$

$$V1_{y,x} := U1_{y,x} \cdot \exp(i \cdot \phi_{y,x})$$

Крок 2. Перетворення Френеля

$$M1_{y,x} := V1_{y,x} \cdot \exp\left[\left(-\frac{i \cdot \pi}{N2}\right) \cdot (x^2 + y^2)\right]$$

$$C1_{y0,x0} := -i \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z0\right) \cdot \exp\left[\frac{i \cdot \pi}{N2} \cdot (x0^2 + y0^2)\right]$$

$$V1_{y0,x0} := C1_{y0,x0} \cdot (\text{ICFFT}(M1))_{y0,x0}$$

Крок 3. Заміна

$$V2_{x0,y0} := U0_{x0,y0} \cdot \frac{V1_{y0,x0}}{|V1_{y0,x0}|}$$

Крок 4. Обернене перетворення Френеля

$$M2_{x0,y0} := V2_{x0,y0} \cdot \exp\left[\left(-\frac{i \cdot \pi}{N2}\right) \cdot (x0^2 + y0^2)\right]$$

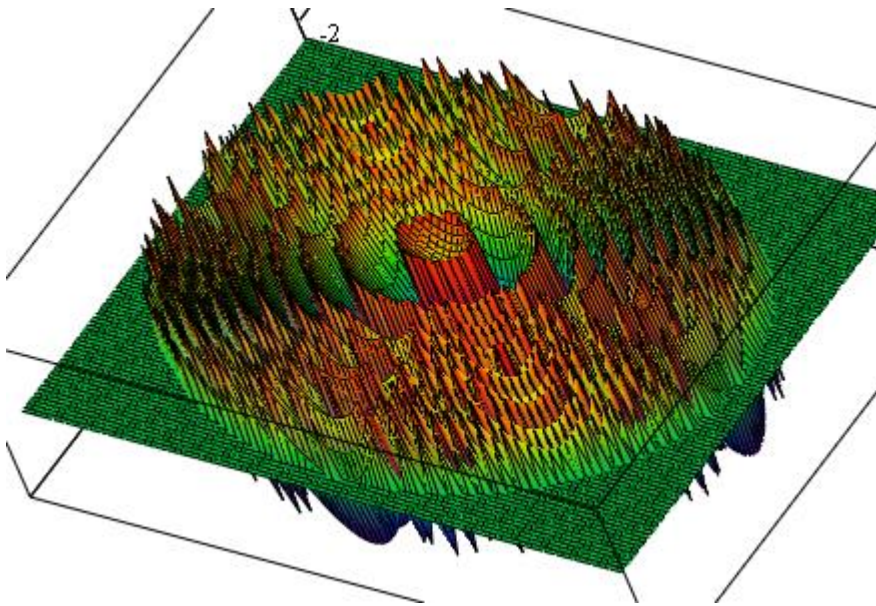
$$C2_{x,y} := -i \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot z0\right) \cdot \exp\left[\frac{i \cdot \pi}{N2} \cdot (x^2 + y^2)\right]$$

$$V2_{x,y} := C2_{x,y} \cdot (\text{CFFT}(M2))_{x,y}$$

Крок 5. Друга заміна

$$v_{3,x,y} := \text{if} \left[\left[(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right] \leq 45^2, U_{1,x,y} \cdot \frac{v_{2,x,y}}{|v_{2,x,y}|}, 0.1 \right]$$

$$\psi_{x,y} := \text{arg}(v_{3,x,y})$$



ψ

Додаток Б

Нехай необхідно розрахувати синусоїдальну фазову ґратку, яка має комплексний амплітудний коефіцієнт пропускання

$$t(x, y) = \exp\left[j \frac{m}{2} \sin(2\pi\nu_0 x)\right] \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{b}\right), \quad (\text{Б.1})$$

де m – глибина фазової модуляції; ν_0 – просторова частота ґратки; $a \times b$ – розмір ґратки.

Функція $\operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{b}\right)$ має вигляд:

$$\operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{y}{b}\right) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } |x| \leq \frac{a}{2}; |y| \leq \frac{b}{2}; \\ 0, & \text{якщо } |x| > \frac{a}{2}; |y| > \frac{b}{2}. \end{cases}$$

Якщо падаюча хвиля має одиничну амплітуду $V_0 = 1$, то амплітуда поля безпосередньо за ґраткою

$$V(x, y) = V_0 t(x, y) = \begin{cases} \exp\left[j \frac{m}{2} \sin(2\pi\nu_0 x)\right], & \text{якщо } |x| \leq \frac{a}{2}; |y| \leq \frac{b}{2}; \\ 0, & \text{якщо } |x| > \frac{a}{2}; |y| > \frac{b}{2}. \end{cases}$$

З урахуванням наближення Фраунгофера амплітуда поля в точці P_0 для просторових частот дорівнює:

$$V(\nu_x, \nu_y) = \frac{1}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x, y) \exp[-j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)] dx dy, \quad (\text{Б.2})$$

де $\nu_x = \frac{x_0}{\lambda f}$ і $\nu_y = \frac{y_0}{\lambda f}$ – просторові частоти.

Підставимо функцію (Б.1) до інтегралу (Б.2)

$$\begin{aligned} V(\nu_x, \nu_y) &= \frac{1}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left[j \frac{m}{2} \sin(2\pi\nu_0 x)\right] \cdot \operatorname{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right\} \cdot \exp[-j2\pi\nu_x x] dx \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{y}{b}\right) \cdot \exp[-j2\pi\nu_y y] dy = \frac{1}{j\lambda z} \cdot I_1(\nu_x) \cdot I_2(\nu_y). \end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

Обчислимо окремо інтеграли $I_1(v_x)$ та $I_2(v_y)$.

$$\begin{aligned} I_1(v_x) &= \frac{1}{j\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left[j \frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right\} \cdot \exp[-j2\pi v_x x] dx = \\ &= F\left\{ \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right\} \otimes F\left\{ \exp\left(j \frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{Б.4})$$

де $F\{\dots\}$ – оператор прямого перетворення Фур'є; \otimes – оператор згортки.

Тоді

$$F\left\{ \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \right\} = a \cdot \text{sinc}(a v_x), \quad (\text{Б.5})$$

де $\text{sinc}(x) = \sin(\pi x) / \pi x$ – sinc – функція.

$$\begin{aligned} F\left\{ \exp\left(j \frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x) \right) \right\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(j \frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x) \right) \cdot \exp[-j2\pi v_x x] dx = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot \exp[-j2\pi v_x x] dx = I_3(v_x), \end{aligned} \quad (\text{Б.6})$$

де $p(x) = \exp\left(j \frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x) \right)$.

$$\begin{aligned} I_2(v_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right) \cdot \exp[-j2\pi v_y y] dy = \\ &= b \frac{\sin(\pi v_y b)}{\pi v_y b} = b \cdot \text{sinc}(b v_y). \end{aligned} \quad (\text{Б.7})$$

Функція $p(x) = p(x \pm n \frac{1}{v_0})$, де $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – періодична, тому її спектр –

дискретний і складається із ліній, які розміщені на частотах, кратних v_0 .

Представимо $p(x)$ у вигляді ряду Фур'є:

$$p(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{p}_k \cdot \exp(jk2\pi v_0 x), \quad (\text{Б.8})$$

де \dot{p}_k – комплексний коефіцієнт розкладу.

Розклад здійснюється на періоді $X = \frac{1}{v_0}$. Комплексний коефіцієнт розкладу

у загальному випадку записується наступним чином:

$$\dot{p}_k = \frac{1}{1/v_0} \int_{-\frac{1}{2v_0}}^{\frac{1}{2v_0}} p(x) \cdot \exp(-jk2\pi v_0 x) dx. \quad (\text{Б.9})$$

Підставляючи (Б.9) в (Б.8), отримуємо:

$$\begin{aligned} I_3(v_x) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{p}_k \cdot \exp(jk2\pi v_0 x) \cdot \exp(-j2\pi v_0 x) dx = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{p}_k \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-j2\pi(v_x - kv_0)x] dx = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{p}_k \delta(v_x - kv_0). \end{aligned} \quad (\text{Б.10})$$

Знайдемо \dot{p}_k , здійснивши заміну $\theta = 2\pi v_0 x$ в (Б.9):

$$\begin{aligned} \dot{p}_k &= v_0 \int_{-\frac{1}{2v_0}}^{\frac{1}{2v_0}} \exp\left[j\frac{m}{2} \sin(2\pi v_0 x)\right] \cdot \exp(-jk2\pi v_0 x) dx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left[-j\left(k\theta - \frac{m}{2} \sin \theta\right)\right] d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (\text{Б.11})$$

Отриманий інтеграл зводиться до табличного [2.5.27.17] [4]:

$$\int_0^{\pi} \cos(nx - a \cdot \sin x) dx = \pi \cdot J_n(a),$$

де $J_n(a)$ – функція Бесселя n -го порядку.

У зв'язку з тим, що $p(\theta)$ при $\theta < 0$ стає комплексно спряженою, тобто $p(-\theta) = p^*(\theta)$, то функція $p(\theta)$ на інтервалі $\theta \in [-\theta; \theta]$ втрачає уявну частину, стаючи дійсною. Тому (2.50) переписується наступним чином:

$$\dot{p}_k = p_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos\left(k\theta - \frac{m}{2} \cdot \sin \theta\right) d\theta$$

або через парність

$$p_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos \left(k\theta - \frac{m}{2} \cdot \sin \theta \right) d\theta = J_k \left(\frac{m}{2} \right).$$

Тоді інтеграл (Б.10) буде визначатися співвідношенням

$$I_3(v_x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left(\frac{m}{2} \right) \delta(v_x - kv_0). \quad (\text{Б.12})$$

Згідно (Б.4) знайдемо $I_1(v_x)$ з урахуванням (Б.5):

$$I_1(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} a \cdot \text{sinc}(av'_x) \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left(\frac{m}{2} \right) \delta[(v_x - kv_0) - v'_x] dv'_x.$$

Змінивши порядок виконання операцій і використовуючи фільтруючу властивість δ -функції, маємо

$$I_1(v_x) = a \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left(\frac{m}{2} \right) \text{sinc}[a(v_x - kv_0)]. \quad (\text{Б.13})$$

Після підстановки (Б.7) та (Б.10) в (Б.13) отримуємо:

$$V(v_x, v_y) = \frac{1}{j\lambda z} ab \cdot \text{sinc}(bv_y) \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left(\frac{m}{2} \right) \text{sinc}[a(v_x - kv_0)]. \quad (\text{Б.14})$$

Розподіл інтенсивності $I(x_0, y_0)$ отримуємо піднесенням до квадрату виразу (Б.14), перейшовши від просторових частот v_x, v_y до координат x_0, y_0 :

$$I(x_0, y_0) = \left(\frac{ab}{\lambda z} \right)^2 \text{sinc}^2 \left(b \frac{y_0}{\lambda z} \right) \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left(\frac{m}{2} \right) \cdot \text{sinc} \left[a \left(\frac{x_0}{\lambda z} - kv_0 \right) \right] \right)^2. \quad (\text{Б.15})$$

Додаток В

$$\varphi(x) = [0; 2\pi p]$$

$$T = 2\pi p$$

$$t(x) = \exp[i\alpha\varphi(x)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\left[\frac{i2\pi n\varphi(x)}{T}\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\left[\frac{i2\pi n\varphi(x)}{2\pi p}\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\left[\frac{in\varphi(x)}{p}\right]$$

$$C_n = \frac{1}{2\pi p} \int_0^{2\pi p} t(x) \exp\left[-\frac{in\varphi(x)}{p}\right] d\varphi(x) = \frac{1}{2\pi p} \int_0^{2\pi p} \exp[i\alpha\varphi(x)] \exp\left[-\frac{in\varphi(x)}{p}\right] d\varphi(x) =$$

$$= \frac{1}{2\pi p} \int_0^{2\pi p} \exp\left[i\alpha\varphi(x) - \frac{in\varphi(x)}{p}\right] d\varphi(x) = \frac{1}{2\pi p} \int_0^{2\pi p} \exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\varphi(x)\right] d\varphi(x) =$$

$$= \frac{1}{2\pi p} \frac{\exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\varphi(x)\right] \Big|_0^{2\pi p}}{i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)} = \frac{1}{2\pi p} \frac{\exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)2\pi p\right] - \exp[0]}{i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)} =$$

$$= \frac{1}{2\pi p} \frac{\exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)2\pi p\right] - \exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p - i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right]}{i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)} =$$

$$= \frac{1}{\pi p} \frac{\exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right] \exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right] - \exp\left[-i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right]}{\left(\alpha - \frac{n}{p}\right) 2i} =$$

$$= \frac{1}{\pi p} \frac{\exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right]}{\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)} \sin\left[\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right] = \exp\left[i\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)\pi p\right] \sin c\left[\left(\alpha - \frac{n}{p}\right)p\right] =$$

$$= \exp[i\pi(\alpha p - n)] \sin c(\alpha p - n).$$

Наукове видання

Васильковська Інна Олегівна
Колобродов Валентин Георгійович
Тимчик Григорій Семенович

**УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРОЕКТУВАННЯ
ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ**

Монографія

В авторській редакції

Надруковано з оригінал-макета замовника

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
Свідоцтво про державну реєстрацію: ДК № 5354 від 25.05.2017 р.,
просп. Перемоги, 37,
м. Київ, 03056

Темплан 2020 р. 3-1-006

Підп. до друку 20.?.2020. Формат 60×84¹/₁₆. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – ризограф. Ум. друк. арк. 29,53. Обл.-вид. арк. 49,10. Зам. № 20-18. Накл. 20 пр.

Видавництво «Політехніка», КПІ ім. Ігоря Сікорського
вул. Політехнічна, 14, корп. 15,
Київ, 03056
тел. (044) 204-81-78