

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»**

*90-летию Анатолия Алексеевича Одинцова,
нашего учителя и коллеги, посвящается*

Бондарь П.М., Мелешко В.В.

ГИРОСКОПЫ НАПРАВЛЕНИЯ

Киев
2016

ББК 34.9
УДК 531.383(07)
Б-81

*Рекомендована Ученым Советом
Национального технического университета Украины
"Киевский политехнический институт"
протокол №5 от 11.04.16*

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Довгопольй А.С., д.т.н., профессор, ЦНДІ ОВТ ЗС України
Черняк С.И., д.т.н., КП СПб «Арсенал»

Ответственный редактор Аврутов В.В.

Б-81 Бондарь П.М. **ГИРОСКОПЫ НАПРАВЛЕНИЯ** [Электрон-
ный ресурс]: монография / Бондарь П.М., Мелешко В.В; НТУУ “Киев-
ский политехнический институт“. – **Электронные текстовые данные**
(1 файл: 3,89 Мбайт). – Киев : НТУУ «КПИ», 2016. – 153 с.

Основы теории гироскопов направления дополнены результатами исследований поведения прибора с учетом реальных характеристик элементов. Показаны возможности повышения точности путем алгоритмической обработки выходного сигнала, применения интегральной горизонтальной коррекции. Рассмотрены алгоритмы коррекции от массового приемника спутниковой навигационной системы. Описана и исследована работа прибора, построенного на базе гироскопического стабилизатора. Представлены этапы развития конструкций прибора.

Может быть полезна инженерам и студентам приборостроительных специальностей

ББК 34.9
УДК 531.383(07)
Б-81

© Бондарь П.М., Мелешко В.В.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГИРОСКОПА НАПРАВЛЕНИЯ	6
1.1. Общая характеристика	6
1.2. Уравнения движения ГН и их анализ	8
1.3. Разновидности систем азимутальной и горизонтальной коррекции..	14
1.4. Общая характеристика погрешностей ГН.....	18
1.5. Уравнения движения главной оси гироскопа в горизонтальной и вертикальной плоскости с учетом наклонов основания.....	19
1.6. Виражная погрешность	26
1.7. Погрешность от влияния качки на систему	31
горизонтальной коррекции	31
1.8. Учет нелинейности системы горизонтальной коррекции	41
1.9. Кардановая погрешность, ее особенности	46
1.10. Погрешность ГН из-за неточности азимутальной коррекции.....	52
1.11. Особенности проектирования и расчета ГН	53
1.12. Этапы развития гироскопов направления	57
1.12.1. Гирополукомпасы	57
1.12.2. Гироагрегаты курсовых систем.....	68
1.13. Тенденции развития ГН	74
Глава 2. КОНСТРУКТИВНЫЕ И СХЕМНЫЕ СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ГН	76
2.1. Схема с запоминанием и компенсацией ухода гироскопа	76
2.2. Схема двухроторного ГН с реверсированием	78
кинетических моментов	78
2.3. Алгоритмическая компенсация кардановых погрешностей.....	83
2.4. Использование интегрально-позиционной	85
горизонтальной коррекции	85
2.4.1. Уравнения движения прибора.....	86
2.4.2. Виражная погрешность	88
2.4.3. Погрешность на качке	93
2.5. Гироскоп направления со спутниковой коррекцией.....	100
Глава 3. ГИРОСКОПЫ НАПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СТАБИЛИЗАТОРОВ	111
3.1. Гироазимутгоризонт	111
3.1.1. Уравнения движения прибора.....	113
3.1.2. Ошибки канала стабилизации	115
3.2. Гироскопы направления на основе индикаторных стабилизаторов	119

3.2.1. Система стабилизации с позиционным измерителем угла поворота.....	123
3.2.2. Система стабилизации с датчиком угловой скорости.....	127
3.2.3. Работа каналов коррекции.....	129
3.2.4. Гироблок ДГК-4 курсовой системы "Стриж".....	130
Литература.....	136
Приложение 1.....	139
Схема моделирования гироскопа направления.....	139
Приложение 2.....	142
Программа моделирования гироскопа направления.....	142
Приложение 3.....	148
Программа моделирования гироскопа направления со спутниковой коррекцией.....	148

Предисловие

Гироскоп направления – один из старейших гироскопических приборов. И в настоящее время он находит применение на ряде объектов. Большой вклад в развитие теории этих приборов внес д.т.н., профессор Одинцов Анатолий Алексеевич, в работах которого на основе анализа модели в абсолютных координатах детально исследованы методические и инструментальные ошибки приборов и основные методы их устранения. В связи с появлением новой элементной базы (микромеханической и электронной), новых возможностей вычислительной техники, новых средств коррекции (спутниковых и др.) целесообразно рассмотреть возможности улучшения характеристик прибора. Это нашло отражение в представленной книге.

Основная часть гл.1 и п.2.1, 2.2 с некоторыми уточнениями и дополнениями заимствованы из учебника Одинцова А.А. «Теория и расчет гироскопических приборов». Бондарь П.М. подготовил п.1.8, 1.12, гл.3. Разделы 2.3 – 2.5, а также приложения подготовлены Мелешко В.В. Такое построение книги дает возможность как инженерам, так и студентам воспринимать основы теории и ее новые положения как единое целое.

Авторы выражают благодарность В.В. Корнейчуку за предоставленную научно-техническую информацию, поддержку работы, а также ответственному редактору Аврутову В.В. и рецензентам Довгополому А.С., Черняку С.И. за их труд прочтения рукописи и замечания, которые способствовали улучшению качества книги.

Глава 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГИРОСКОПА НАПРАВЛЕНИЯ

1.1. Общая характеристика

Гироскопы направления – это гироскопические приборы, основанные на использовании трехстепенного гироскопа с примерно горизонтальным положением главной оси, предназначенные для контроля за изменениями курса подвижного объекта. Гироскопы направления (ГН) широко применяют в авиации, в торпедах, в танках. На кораблях и исследовательских судах чаще используют силовые гироскопы направления (одноосные гиростабилизаторы), которые устанавливают на площадке стабилизатора горизонта, образуя таким образом, трехосный гиростабилизатор типа гироазимутгоризонт.

ГН применяют для визуального контроля курса объекта, в системах автоматического управления объектом по курсу, для регистрации изменения курса при испытании опытных образцов подвижных объектов или их физических моделей. Гироскопы направления называют также **азимутальными** гироскопами (или гироазимутами), *курсовыми гироскопами*. В авиации гироскопы направления принято называть *гирополукомпасами*, или ортодромическими гироскопами.

От приборов курса других типов (магнитных компасов, гиромагнитных компасов, гироскопических компасов) ГН отличаются тем, что не имеют позиционного момента, устанавливающего подвижную часть прибора в плоскость меридиана. ГН являются приборами с безразличным положением равновесия (астатическими). Идеальный ГН сохраняет неизменным произвольное первоначально заданное азимутальное направление главной оси в географически ориентированной системе координат. У реальных приборов рассматриваемого типа главная ось гироскопа под влиянием неконтролируемых вредных моментов перемещается в азимуте относительно первоначально заданного направления с малой скоростью (дрейф гироскопа). Указанные особенности объясняют, почему ГН позволяют определять не курс, а только приращения курса объекта, и достаточно высокую точность измерений обеспечивают лишь в течение ограниченного промежутка времени.

Принцип работы и устройство ГН весьма просты. Свободный трехстепен-

ной гироскоп сохраняет неизменную ориентацию главной оси в инерциальной системе координат. Чтобы он имел постоянную ориентацию в земной системе координат, необходимо заставлять его поворачиваться относительно инерциального пространства со скоростью поворота земной системы координат. Это может быть достигнуто, например, с помощью датчиков момента, установленных на осях подвеса гироскопа, которые прикладывают к гироскопу механические моменты требуемой величины и знака.

Наиболее распространенная схема ГН (рис. 1.1) представляет собой трехстепенной гироскоп в кардановом подвесе с вертикальной осью подвеса наружной рамки. На осях подвеса гиродвигателя имеются датчики угла ДУ и датчики момента. На датчик момента ДМ на оси подвеса внутренней рамки подают управляющий сигнал $U_{ак}$ азимутальной коррекции. Этот сигнал вызывает прецессионное движение гироскопа в азимуте, т. е. поворот вокруг наружной оси подвеса.

Сигнал $U_{гк}$ горизонтальной коррекции гироскопа подается на датчик момента ДМ₂ на оси подвеса наружной рамки. Систему горизонтальной коррекции обычно строят по замкнутой схеме. Сигнал $U_{гк}$ горизонтальной коррекции формируют с помощью датчика горизонтальной коррекции (ДГК). Такой датчик выдает сигнал $U_{гк}$ при отклонении главной оси гироскопа либо от плоскости горизонта, либо от направления перпендикуляра к плоскости наружной рамки. Этот сигнал с помощью датчика момента ДМ₂ вызывает прецессионное движение вокруг оси подвеса внутренней рамки до тех пор, пока отклонение главной оси от плоскости горизонта или перпендикуляра к плоскости наружной рамки не будет устранено.

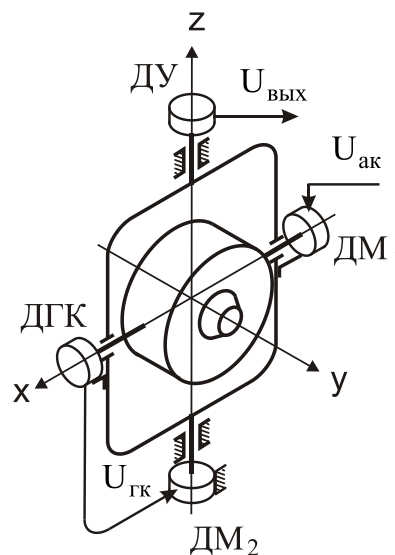


Рис.1.1. Гироскоп направления

Сигнал отклонения главной оси гироскопа от плоскости горизонта получают с помощью маятникового устройства, закрепленного на кожухе гироскопа или на оси подвеса кожуха. Удобен специально для этой цели разработанный уровень с электролитическим датчиком угла, преобразующим перемещения пузырька уровня в электрический сигнал – так называемый маятниковый жидкостной переключатель.

Сигнал отклонения главной оси от перпендикуляра к плоскости наружной рамки можно получить с помощью контактного, потенциометрического или

трансформаторного датчика угла.

Преимущество замкнутой позиционной цепи горизонтальной коррекции по сравнению с разомкнутой – невозможность накопления ухода гироскопа течением времени из-за неизбежной неточности формирования сигнала коррекции.

На рис. 1.1 показан лишь один вариант устройства азимутальной коррекции ГН. В п. 1.3 будут рассмотрены и другие варианты. Отметим, что все варианты азимутальной коррекции основаны на использовании разомкнутой схемы, поэтому погрешность азимутальной коррекции накапливается во времени. Выходная величина, характеризующая изменение курса объекта снимается либо визуально по шкале, укрепленной на наружной рамке, и индексу (курсовой черте), связанному с корпусом прибора, либо в виде электрического сигнала с датчика угла, установленного на наружной оси подвеса гироскопа. Электрический выходной сигнал используют для дистанционной передачи показаний прибора или в схеме автоматического управления объектом по курсу.

Если главную ось гироскопа направления первоначально выставить в плоскость меридиана, например по магнитному компасу, то прибор в течение ограниченного промежутка времени будет показывать курс объекта. При другом начальном положении главной оси он будет указывать условный курс, отсчитываемый не от плоскости меридиана, а от направления главной оси.

1.2. Уравнения движения ГН и их анализ

В качестве опорной системы координат при выводе уравнений движения прибора примем земную, ориентированную географически или по траектории. Положение подвижной части прибора будем характеризовать осями Резаля *Охуз*. Ориентация этих осей относительно опорной системы показана на кинематическом чертеже (рис. 1.2). Оси Резаля повернуты относительно опорной системы на углы α и β . Составляющие абсолютной угловой скорости поворота опорной системы координат определяют по выражениям.

$$\omega_{\xi} = -v_N / (R + h);$$

$$\omega_{\eta} = v_E / (R + h) + u \cos \varphi;$$

$$\omega_{\zeta} = (v_E / (R + h)) \operatorname{tg} \varphi + u \sin \varphi; \quad \omega_{\zeta} = \omega_{\eta} \operatorname{tg} \varphi.$$

Здесь $v_N = v \cos \chi$ - северная составляющая вектора относительной скорости движения объекта, $v_E = v \sin \chi$ - восточная составляющая, χ - путевой угол (равен углу курса при отсутствии скольжения объекта), R – радиус Земли, h –

высота объекта, u – скорость вращения Земли, φ - широта места.

Для вывода уравнений движения ГН воспользуемся уравнением Лагранжа во 2-й форме:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q} = Q_i \quad (1.1)$$

Ограничимся выводом и анализом укороченных уравнений движения гироскопа, характеризующих его прецессионное движение. Массы колец карданова подвеса учитывать не будем.

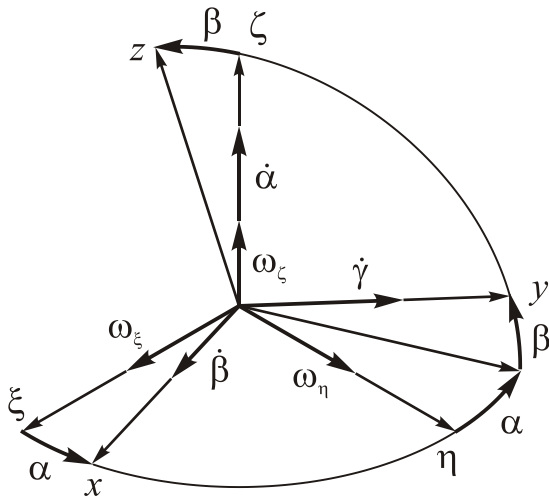


Рис.1.2. Положение осей Резаля гироскопа относительно опорной системы координат

При составлении уравнений прецессионного движения гироскопа методом Лагранжа принято использовать вместо выражения кинетической энергии гироскопа линейную часть функции Рауса. К тому же результату приводит использование вместо полного выражения кинетической энергии вращательного движения гироскопа только кинетической энергии вращения вокруг его главной оси. Возможность такого упрощения объясняется просто. При составлении укороченных уравнений методом уравнений Эйлера

пренебрегают экваториальной составляющей кинетического момента, что эквивалентно пренебрежению кинетической энергией вращения гироскопа вокруг его двух экваториальных осей.

С учетом изложенного запишем, согласно рис. 1.2, выражение кинетической энергии вращения гироскопа вокруг главной оси:

$$2T = J_0 \omega_y^2 = J_0 [\dot{\gamma} - \omega_\xi \sin \alpha \cos \beta + \omega_\eta \cos \alpha \cos \beta + (\omega_\zeta + \dot{\alpha}) \sin \beta]^2 \quad (1.2)$$

где J_0 – осевой момент инерции ротора; $\dot{\gamma}$ — скорость вращения ротора относительно кожуха.

Составим сначала уравнение движения по циклической координате γ .

Пользуясь схемой уравнения Лагранжа (1.1), получим

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} = J_0 \omega_y = J_0 [\dot{\gamma} - \omega_\xi \sin \alpha \cos \beta + \omega_\eta \cos \alpha \cos \beta + (\omega_\zeta + \dot{\alpha}) \sin \beta]; \quad \frac{\partial T}{\partial \gamma} = 0.$$

Для установившегося режима вращения ротора примем $Q_\gamma = M_y = 0$. Поэтому

$$\frac{d}{dt} \{J_0[\dot{\gamma} - \omega_\xi \sin \alpha \cos \beta + \omega_\eta \cos \alpha \cos \beta + (\omega_\zeta + \dot{\alpha}) \sin \beta]\} = 0.$$

Следовательно,

$$J_0 \omega_y = J_0[\dot{\gamma} - \omega_\xi \sin \alpha \cos \beta + \omega_\eta \cos \alpha \cos \beta + (\omega_\zeta + \dot{\alpha}) \sin \beta] = \text{const} = H. \quad (1.3)$$

Условие (1.3) справедливо лишь при движении ротора гироскопа по инерции. Однако его часто используют в прикладной теории гироскопов и для установившегося режима работы гидродвигателя, поскольку оно удобно при составлении уравнений движения по координатам α и β . Для быстро вращающихся гироскопов такую неточность считают допустимой.

Перейдем к составлению уравнения движения по координате α . Найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} &= H \sin \beta; & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} &= H \dot{\beta} \cos \beta; \\ \frac{\partial T}{\partial \alpha} &= H(-\omega_\xi \cos \alpha \cos \beta - \omega_\eta \sin \alpha \cos \beta). \end{aligned}$$

Следовательно, уравнение движения по координате α

$$H(\dot{\beta} \cos \beta + \omega_\xi \cos \alpha \cos \beta + \omega_\eta \sin \alpha \cos \beta) = M_\zeta. \quad (1.4)$$

Аналогично установим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} &= 0; \\ \frac{\partial T}{\partial \beta} &= H[\omega_\xi \sin \alpha \sin \beta - \omega_\eta \cos \alpha \sin \beta + (\dot{\alpha} + \omega_\zeta) \cos \beta]. \end{aligned}$$

Уравнение движения по координате β запишем в виде:

$$H[\omega_\xi \sin \alpha \sin \beta - \omega_\eta \cos \alpha \sin \beta + (\dot{\alpha} + \omega_\zeta) \cos \beta] = -M_x \quad (1.5)$$

Полученные уравнения (1.4) и (1.5) – нелинейные. В них переменные α и β являются аргументами тригонометрических функций. Ограничимся рассмотрением случая малых углов α и β , что позволит линеаризовать эти уравнения и представить их в виде

$$\begin{aligned} \dot{\beta} + \omega_\eta \alpha + \omega_\xi &= \frac{M_\zeta}{H}, \\ \dot{\alpha} - \omega_\eta \beta + \omega_\zeta &= -\frac{M_x}{H}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Будем считать ω_ξ , ω_η , ω_ζ квазипостоянными. Рассмотрим сначала движение гироскопа без учета построения системы горизонтальной коррекции по замкнутой схеме, что позволит обосновать необходимость коррекции по обеим

осям.

Введем комплексную переменную $x = \alpha + j\beta$. Для перехода к новой переменной умножим первое уравнение системы (1.6) на $j = \sqrt{-1}$ и сложим его со вторым. Получим

$$\dot{x} + j\omega_\eta x = -\omega_\zeta - \frac{M_x}{H} - j\left(\omega_\xi - \frac{M_\zeta}{H}\right).$$

Считая моменты M_x и M_ζ также квазипостоянными, решение уравнения запишем в виде

$$x = (C_1 + jC_2)e^{-j\omega_\eta t} - \frac{1}{\omega_\eta}\left(\omega_\xi - \frac{M_\zeta}{H}\right) + \frac{j}{\omega_\eta}\left(\omega_\eta + \frac{M_x}{H}\right).$$

Пусть при $t=0$, $x(0)=0$, т. е. $\alpha(0)=\beta(0)=0$. Для этих начальных условий получим

$$C_1 = \frac{1}{\omega_\eta}\left(\omega_\xi - \frac{M_\zeta}{H}\right); \quad C_2 = -\frac{1}{\omega_\eta}\left(\omega_\zeta + \frac{M_x}{H}\right).$$

Следовательно,

$$x = \frac{1}{\omega_\eta}\left[-\omega_\xi + \frac{M_\zeta}{H} + j\left(\omega_\zeta + \frac{M_x}{H}\right)\right]\left(1 - e^{-j\omega_\eta t}\right) \quad (1.7)$$

Разложим показательную функцию в выражении (1.7) в степенной ряд, ограничившись линейными членами ряда

$$e^{-j\omega_\eta t} \cong 1 - j\omega_\eta t + \dots \quad (1.8)$$

Это возможно при ограниченном времени t , когда $|\omega_\eta t| \leq 1$. Ограничение t необходимо также для обеспечения предположенной малости углов α и β . С учетом (1.8)

$$x = \left[-\omega_\xi + \frac{M_\zeta}{H} + j\left(\omega_\zeta + \frac{M_x}{H}\right)\right]jt. \quad (1.9)$$

Приравняв вещественные члены (1.9) к переменной α , а мнимые – к переменной β , запишем решение в исходных переменных:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\omega_\xi t - \frac{M_x}{H}t, \\ \beta &= -\omega_\zeta t + \frac{M_\zeta}{H}t. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Выражения (1.10) имеют простой физический смысл. При отсутствии внешних моментов, т. е. при $M_x=M_\zeta=0$, гироскоп становится свободным. В этом

случае он сохраняет первоначально заданную ориентацию относительно инерциальной системы координат. Следовательно, относительно земной координатной системы он будет поворачиваться со скоростью, равной и противоположно направленной абсолютной скорости поворота земной системы координат: вокруг оси ξ со скоростью $-\omega_{\xi}$, вокруг оси ζ со скоростью $-\omega_{\zeta}$. При ненулевых значениях моментов M_x и M_{ζ} к указанной скорости добавляется еще скорость прецессионного движения гироскопа, которая отображается вторыми членами выражений (1.10).

Чтобы главная ось гироскопа сохраняла заданную ориентацию ($\alpha=\beta=0$) в опорной земной системе координат, необходимо выполнить условия:

$$\begin{aligned} -\omega_{\zeta} - \frac{M_x}{H} &= 0, \\ -\omega_{\xi} + \frac{M_{\zeta}}{H} &= 0. \end{aligned} \tag{1.11}$$

Если под M_x и M_{ζ} подразумевать коррекционные моменты, компенсирующие скорость поворота опорной системы координат, выражения (1.11) – условия, которые они должны удовлетворять.

Однако, как было упомянуто, горизонтальную коррекцию ГН, т. е. коррекцию относительно внутренней оси x подвеса гироскопа, удобней организовать по замкнутой схеме.

Рассмотрим движение ГН с разомкнутой схемой коррекции по координате α и с замкнутой по координате β .

Обратимся для этого снова к уравнениям (1.6). Будем считать, что M_x и M_{ζ} складываются из коррекционных моментов M_{k1} и M_{k2} , создаваемых датчиками моментов, и моментов-помех $M_{п2}$ и $M_{п1}$, действующих вокруг внутренней и наружной осей подвеса гиродвигателя, т. е. примем:

$$M_x = M_{k1} + M_{п1}; \quad M_{\zeta} = M_{k2} + M_{п2}.$$

Коррекционный момент системы азимутальной коррекции при идеальной коррекции удовлетворяет условию (1.11), т. е. $\frac{M_{k1}}{H} = -\omega_{\zeta}$.

В общем случае $\frac{M_{k1}}{H} = -\omega_{k2}$, где ω_{k2} - скорость коррекционного движения вокруг оси подвеса наружной рамки. Коррекционный момент системы горизонтальной коррекции примем пропорциональным углу β отклонения главной оси гироскопа от перпендикуляра к плоскости наружной рамки или отклонению от плоскости горизонта (при вертикальном положении оси подвеса наружной рамки – это одно и то же), т. е.

$$M_{k2} = -k\beta, \quad k = \text{const}.$$

В этом случае уравнения (1.6) получают вид

$$\begin{aligned} \dot{\beta} + \omega_{\eta}\alpha + \omega_{\xi} &= -\frac{k}{H}\beta + \frac{M_{n2}}{H}, \\ \dot{\alpha} - \omega_{\eta}\beta + \omega_{\zeta} &= \omega_{k2} - \frac{M_{n1}}{H}. \end{aligned}$$

Пренебрежем в этих уравнениях членами $\omega_{\eta}\alpha$, $\omega_{\eta}\beta$ как величинами второго порядка малости, и введем обозначение $\frac{k}{H} = \varepsilon$, где ε – удельная скорость коррекции (скорость коррекции гироскопа, вызванная коррекционным моментом $M_{k2} = -k\beta$ при единичном значении угла рассогласования, т. е. при $\beta=1$ рад). После этого упрощения система уравнений распадается на два независимых:

$$\begin{aligned} \dot{\beta} + \varepsilon\beta &= -\omega_{\xi} + \frac{M_{n2}}{H}; \\ \alpha &= -(\omega_{\zeta} - \omega_{k2}) - \frac{M_{n1}}{H}. \end{aligned} \tag{1.12}$$

Решение первого уравнения при квазипостоянных ω_{ξ} и M_{n2} получит вид

$$\beta = Ce^{-\varepsilon t} + \frac{-\omega_{\xi} + \frac{M_{n2}}{H}}{\varepsilon}.$$

Если при $t=0$, $\beta=\beta(0)$, то

$$C = \frac{\omega_{\xi}}{\varepsilon} - \frac{M_{n2}}{H\varepsilon} + \beta(0).$$

Тогда

$$\beta = \left(-\frac{\omega_{\xi}}{\varepsilon} + \frac{M_{n2}}{H\varepsilon} \right) (1 - e^{-\varepsilon t}) + \beta(0)e^{-\varepsilon t}. \tag{1.13}$$

При $t \geq (3...5)\frac{1}{\varepsilon}$ отклонение по координате β будет практически установившимся, соответствующим формуле

$$\beta = \beta_{уст} = -\frac{\omega_{\xi}}{\varepsilon} + \frac{M_{n2}}{H\varepsilon}. \tag{1.14}$$

Если удельная скорость коррекции достаточно велика по сравнению с ω_{ξ} и по сравнению со скоростью ухода гироскопа $\frac{M_{n2}}{H}$, то, как видно из (1.14),

статическая погрешность будет малой.

Вернемся ко второму уравнению (1.12). Проинтегрировав его, получим

$$\alpha = -\int_0^t (\omega_\zeta - \omega_{k2}) dt - \int_0^t \frac{M_{n1}}{H} dt. \quad (1.15)$$

Сопоставление (1.14) и (1.15) показывает преимущества замкнутой схемы коррекции по сравнению с разомкнутой.

При замкнутой схеме коррекции по координате β , как видно из (1.14), отсутствует накапливание ухода. Как кинематический уход, порождаемый вращением опорной системы координат, так и динамический уход гироскопа, вызываемый моментами-помехами, вырождаются в статическую ошибку. Эта ошибка может быть сделана малой увеличением удельной скорости коррекции ε .

При разомкнутой схеме коррекции, как следует из (1.15), сохраняется накапливание ухода гироскопа. С помощью разомкнутой системы коррекции достигается только уменьшение скорости кинематического ухода гироскопа. В идеальном случае, когда $\omega_\zeta - \omega_k = 0$, т. е. когда выполняется точно первое условие (1.11), скорость кинематического ухода обращается в нуль. Но такой идеальный случай имеет скорее теоретическое, чем практическое значение. Отметим, что при разомкнутой системе коррекции возможно уменьшение и скорости динамического ухода, точнее его систематической составляющей. Сложность использования этой возможности заключается в неконтролируемости моментов-помех, вызывающих динамический уход, и в случайном характере таких моментов.

Возникает естественный вопрос: если система коррекции, построенная по замкнутой схеме, имеет явные преимущества по сравнению с системой, построенной по разомкнутой схеме, то почему бы не формировать по замкнутой схеме также азимутальную коррекцию? Ведь для этого можно сравнивать азимутальное положение главной оси гироскопа с положением равновесия, например магнитного компаса, и управлять гироскопом через датчик момента, поддерживая азимутальное рассогласование между ними близким к нулю? Действительно, такая схема азимутальной коррекции вполне возможна. И ее широко используют на практике. Но приборы курса с коррекцией гироскопа по показаниям магнитного компаса не относят к гироскопам направления. Их называют гиромагнитными компасами и выделяют в самостоятельную группу приборов.

1.3. Разновидности систем азимутальной и горизонтальной коррекции

Система азимутальной коррекции ГН имеет две разновидности: 1) мо-

ментную; 2) кинематическую. Моментная коррекция обеспечивает коррекционное движение в виде прецессии гироскопа вокруг оси подвеса наружной рамки со скоростью, по возможности равной (по величине и направлению) скорости поворота земной системы координат вокруг вертикальной оси. Это движение гироскопа достигается прикладыванием к нему регулируемого момента внешних сил вокруг оси подвеса внутренней рамки. Такой момент создают одним из двух способов: либо с помощью датчика момента, установленного на оси подвеса внутренней рамки, либо с помощью скрепленного с кожухом гироскопа дополнительного грузика, который вызывает смещение центра масс гиродвигателя относительно внутренней оси его подвеса вдоль главной оси ротора. В первом случае коррекционным моментом является момент, развиваемый датчиком момента, во втором – момент силы тяжести грузика. Вторую разновидность моментной азимутальной коррекции называют *грузиковой коррекцией*. Рассмотрим особенности указанных двух разновидностей моментной коррекции.

Грузиковая коррекция конструктивно проста. Обычно она реализуется с помощью резьбового стержня, вдоль которого может перемещаться груз в виде гайки. Поскольку положение гайки приходится регулировать в функции широты, ее часто называют *широтной гайкой*. Главный недостаток грузиковой коррекции — разбалансирование гироскопа, следовательно подверженность его влиянию ускорений при качке и маневрировании объекта. Другой недостаток — трудность регулирования системы коррекции. Поэтому грузиковую коррекцию используют лишь в простых приборах малой точности при сравнительно малых ускорениях объекта, например, в торпедных ГН.

Отмеченные недостатки отсутствуют при создании коррекционного момента с помощью датчика момента. Отметим еще одно положительное качество грузиковой коррекции. Скорость коррекционного движения определяется известной формулой прецессионного движения

$$\omega_k = \frac{M_k}{H \cos \beta}.$$

Если M_k создается датчиком момента, скорость коррекции зависит от угла β . Этого не происходит при грузиковой коррекции, поскольку в этом случае $M_k = mgl \cos \beta$.

При кинематической азимутальной коррекции ГН гироскоп не заставляют поворачиваться в азимуте со скоростью ω_ζ . Со скоростью ω_ζ поворачивают лишь выходное отсчетное устройство — шкалу или выходной электрический датчик угла, а гироскоп оставляют некорректируемым в азимуте.

Кинематическая коррекция может быть реализована, например, с помощью управляемого двигателя, который через редуктор поворачивает со скоростью ω_{ζ} стакан, в котором закреплен статор выходного датчика угла ДУ (рис. 1.3).

Ротор этого датчика угла связан с осью подвеса наружной рамки гироскопа. На двигатель подают электрический сигнал U_{AK} , пропорциональный требуемой скорости ω_{ζ} коррекции. При этом масштаб сигнала, управляющего двигателем, согласовывают с коэффициентом передачи двигателя и передаточным числом редуктора. Для обеспечения строгой пропорциональности между скоростью двигателя и управляющим напряжением целесообразно использовать двигатель-тахогенератор, включаемый по схеме интегрирующего привода.

Узел кинематической коррекции можно выполнять в виде отдельного автономного блока, связанного с ГН лишь электрически. Если выходным датчиком угла служит датчик типа СКВТ, то автономный блок кинематической коррекции должен быть выполнен в виде дополнительного СКВТ, ротор которого через редуктор будет поворачиваться двигателем (интегрирующим приводом) со скоростью ω_{ζ} . Сигнал выходного датчика угла ГН по четырехпроводной линии подают на СКВТ блока кинематической коррекции, а с него – потребителям. Иначе говоря, дополнительный СКВТ включают по схеме суммирования углов и поворотом ротора дополнительного СКВТ непрерывно вводят поправку на угол поворота земных осей вокруг вертикали. Если в ГН использован выходной датчик угла типа сельсина, в блоке кинематической коррекции используют дифференциальный сельсин.

Системы горизонтальной коррекции ГН также имеют две разновидности: 1) маятниковую, 2) по перпендикулярности рамок. Они различаются типом датчика горизонтальной коррекции ДГК (рис. 1.3), вырабатывающего сигнал отклонения главной оси гироскопа в вертикальной плоскости от положения равновесия. Если таким датчиком является маятниковый элемент, система коррекции маятниковая. Если такой датчик дает сигнал $U_{ГК}$, характеризующий отклонения главной оси гироскопа от перпендикуляра к плоскости наружной рамки, то действует система коррекции по перпендикулярности рамок. Ее на-

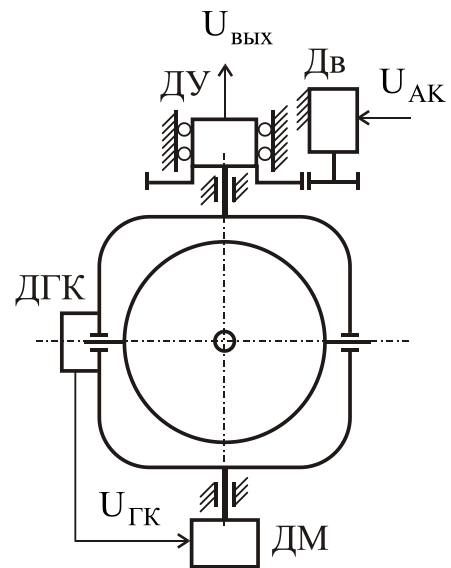


Рис.1.3. Схема ГН с кинематической азимутальной коррекцией

зывают также *межрамочной системой коррекции*. Маятниковая система коррекции стремится привести главную ось гироскопа в горизонтальное положение (при наличии ускорений – в плоскость кажущегося горизонта), межрамочная – в направлении перпендикуляра к плоскости наружной рамки.

Недостаток межрамочной коррекции — движения главной оси гироскопа при наклонах оси подвеса наружной рамки (вместе с объектом) относительно вертикали. Главный недостаток маятниковой коррекции — подверженность маятника влиянию ускорений объекта при его маневрировании и качке.

На практике чаще применяют маятниковую систему горизонтальной коррекции. В авиационных ГН ее отключают на время виража самолета с помощью специального прибора – *выключателя коррекции*, в котором используют измеритель угловой скорости поворота самолета вокруг нормальной оси.

Остановимся на важном вопросе. Как формировать сигнал азимутальной коррекции ГН? Что подразумевать под скоростью ω_ζ , с которой нужно заставить поворачиваться гироскоп вокруг наружной оси его подвеса при использовании моментной азимутальной коррекции, или с которой нужно поворачивать отсчетное устройство ГН при использовании кинематической коррекции? Для условий неподвижного относительно Земли основания ответ предельно ясен: нужно поворачивать гироскоп (для конкретности предполагаем использование моментной коррекции) со скоростью

$$\omega_\zeta = \omega \sin \varphi, \quad (1.16)$$

равной вертикальной составляющей вращения Земли. При подвижном основании ответ может быть неоднозначным. Если требовать, чтобы гироскоп сохранял неизменную ориентацию относительно земных осей, ориентированных географически, нужно заставлять его с помощью системы коррекции поворачиваться в азимуте со скоростью

$$\omega_\zeta = \omega \sin \varphi + \frac{v \sin \chi}{R} \operatorname{tg} \varphi. \quad (1.17)$$

Если главная ось ГН должна сохранять неизменную ориентацию относительно земной системы координат, ориентированной по траектории, скорость азимутальной коррекции должна соответствовать (1.17), если траектория локсодромическая, и (1.16), если траектория ортодромическая. Иначе говоря, при управлении объектом по курсу с помощью ГН нужно задавать азимутальную коррекцию прибора согласно (1.17), если траектория, по которой должен двигаться объект - локсодромия, и нужно задавать азимутальную коррекцию согласно (1.16), если траектория – ортодромия. В практике в основном используют ГН с азимутальной коррекцией согласно выражению (1.16), т. е. обеспечи-

вающие движение по ортодромии при управлении объектом по курсу по сигналам такого ГН. Их называют *ортодромическими гироскопами* или указателями направления ортодромии.

Распространенность ортодромических гироскопов среди ГН объясняется не столько преимуществами движения по ортодромии, сколько простотой формирования сигнала азимутальной коррекции. В случае учета дополнительной скорости поворота плоскости меридиана вокруг вертикальной оси, обусловленной сходимостью меридианов, т. е. в случае учета составляющей $\frac{v \sin \chi}{R} \operatorname{tg} \varphi$, существенно усложняется формульная схема вычислителя азимутальной коррекции.

1.4. Общая характеристика погрешностей ГН

Гироскопы направления, как отмечалось, по устройству и принципу работы являются простейшими гироскопическими приборами, основанными на прямом использовании свойств трехстепенного гироскопа. Однако, несмотря на простоту этих приборов, расчет их погрешностей непрост из-за большого числа причин погрешностей, а также сложного характера проявления многих из них. Действительно, ГН не имеет позиционного момента, поэтому все многочисленные причины ухода трехстепенного гироскопа относительно инерциальной системы координат, рассмотренные в курсе теории гироскопов, являются и причинами погрешностей ГН.

Азимутальная коррекция ГН построена по разомкнутой схеме, поэтому неточность учета скорости поворота земной системы координат вокруг вертикали места и неточность воспроизведения этой скорости в приборе приводят к дополнительной накапливающейся во времени погрешности.

Помимо динамического ухода гироскопа под влиянием действующих на него неконтролируемых вредных моментов и кинематического ухода из-за вращения земной системы координат, рассматриваемые приборы имеют специфические погрешности, обусловленные движением основания. Мы не будем рассматривать влияние ускорений объекта, порождаемых его маневрированием и качкой, влияние поступательных и угловых вибраций основания на гироскоп в кардановом подвесе, проявление «выпрямительных эффектов» при колебательном движении основания, поскольку эти влияния и эффекты проявляются во всех гироскопах в кардановом подвесе. Рассмотрим лишь специфические по-

грешности ГН. Главные из них – выражная погрешность, погрешность от горизонтальной системы коррекции при качке объекта, кардановая погрешность, погрешность от неточности учета и воспроизведения скорости поворота опорной системы координат. Первые три погрешности относятся к группе методических, последняя – к группе инструментальных.

1.5. Уравнения движения главной оси гироскопа в горизонтальной и вертикальной плоскости с учетом наклонов основания

Выражная погрешность ГН и погрешность, обусловленная возмущениями горизонтальной системы коррекции при качке объекта, имеют много общего. Обе эти погрешности – результат выпрямительного эффекта скорости движения гироскопа в азимуте под влиянием системы горизонтальной коррекции. При рассмотрении такого рода погрешностей важно уметь выделить их из погрешностей, порождаемых другими причинами. Наиболее наглядно это получается по методике, разработанной Ю. Ф. Лазаревым [25]. Ее сущность применительно к обсуждаемой задаче состоит в том, что движение гироскопа рассматривается в горизонтальной и вертикальной плоскости, т. е. относительно земной системы координат, но с учетом углового движения основания. Такой подход позволяет учитывать кинематические и динамические возмущения гироскопа относительно реальных осей его подвеса, но оценивать уходы гироскопа, обусловленные этими возмущениями, в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Конкретизируем сказанное с помощью кинематического чертежа (рис. 1.4). На рисунке показаны $\xi\eta\zeta$ – земная система координат, ориентированная географически или по траектории; $x_c y_c z_c$ – система координат, связанная с объектом, на котором установлен прибор (y_c – продольная ось; z_c – нормальная; x_c – поперечная); $x_1 y_1 z_1$ – система координат, связанная с внутренней рамкой ГН (x_1 – ось подвеса внутренней рамки; y_1 – совпадает с главной осью гироскопа); $x_2 y_2 z_2$ – система координат, связанная с наружной рамкой гироскопа (z_2 – ось подвеса наружной рамки в корпусе прибора); $x y z$ – система осей Резаля, характеризующая направление главной оси y ротора гироскопа, не поворачивающаяся вокруг главной оси y ни вместе с ротором, ни вместе с кожухом гироскопа.

Положение связанной системы координат $x_c y_c z_c$ относительно опорной $\xi\eta\zeta$ задано тремя независимыми углами: рыскания ψ , тангажа (или дифферента) ϑ и крена φ . Отметим, что здесь угол крена обозначен не γ , а φ , поскольку

через γ обозначен угол поворота ротора гироскопа относительно статора ($\dot{\gamma}$ – скорость собственного вращения ротора) и через γ° угол поворота кожуха гироскопа

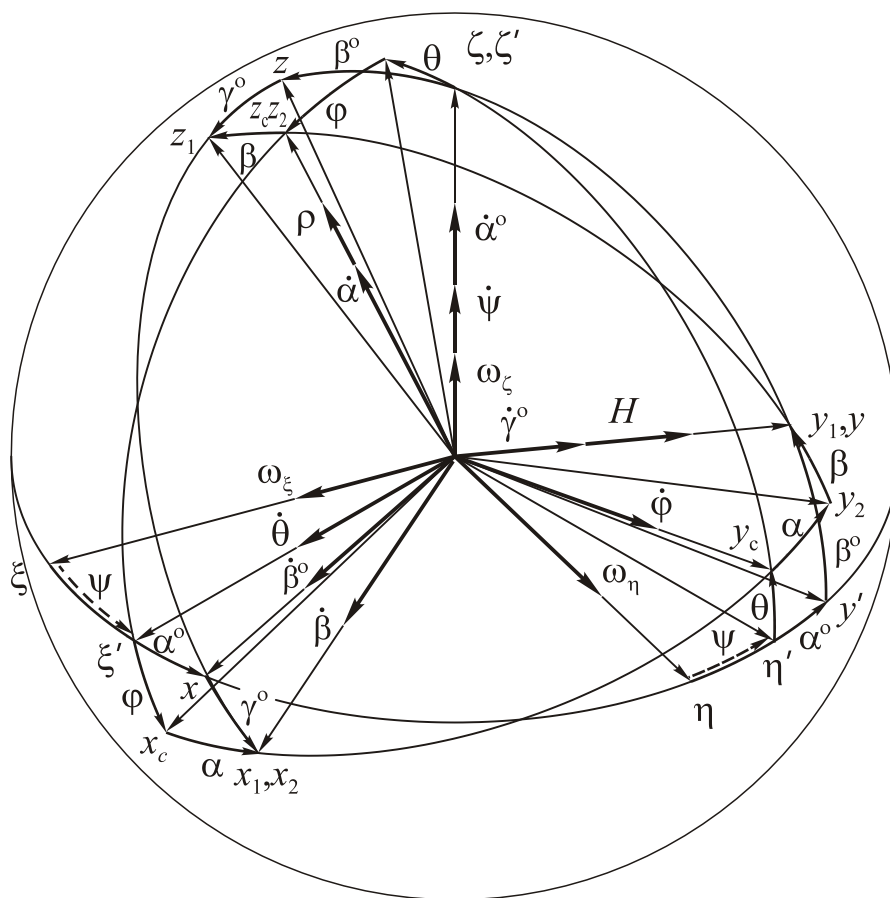


Рис.1.4. Положение гироскопа относительно земной и связанной с объектом систем координат

скопа вокруг оси y_1 , совпадающей с главной осью гироскопа.

Положение осей Резаля задано двумя способами: углами α° и β° относительно земной системы координат и углами α , β , γ° относительно связанной системы координат. Угол γ° является дополнительным уравнивающим углом, на который нужно дополнительно повернуть кожух гироскопа (без поворота ротора) вокруг главной оси после поворота на угол α° в плоскости горизонта и β° в вертикальной плоскости, чтобы согласовать положение кожуха с его положением после поворота на углы α и β в наклонных плоскостях относительно связанной системы координат.

В последующем углы наклона объекта ϑ , φ относительно плоскости горизонта и углы наклона гироскопа β° , γ° относительно горизонтальной плоскости и β относительно плоскости палубы объекта условимся считать малыми, а азимутальные углы поворота объекта ψ гироскопа α° и α неограниченными. Здесь умышленно не введен угол курса объекта, чтобы не усложнять кинематические

соотношения учетом особенности знака угла курса, который принято задавать по стрелке часов при направлении нормальной оси объекта вверх. При необходимости выделения в угле ψ постоянной составляющей и собственно угла рыскания будем в последующем постоянную составляющую обозначать ψ_0 . Угол ψ , по существу, равен углу курса K , взятому с обратным знаком.

Составим уравнения моментов относительно осей x_1 подвеса гиродвигателя и z_2 подвеса наружной рамки, используя в них углы α^0 , β^0 поворота гироскопа относительно опорной системы координат. Согласно теореме об изменении кинетического момента запишем:

$$\begin{aligned} \frac{dK_{1x1}}{dt} + \omega_{y1}K_{1z1} - \omega_{z1}K_{1y1} &= M_{x1}; \\ \frac{dK_{2z2}}{dt} + \omega_{x2}K_{2y2} - \omega_{y2}K_{2x2} &= M_{z2}; \end{aligned} \quad (1.18)$$

где K_{1x1} , K_{1y1} , K_{1z1} – моменты количества движения гиродвигателя относительно связанных с ним осей x_1, y_1, z_1 ; K_{2x2} , K_{2y2} , K_{2z2} – моменты количества движения наружной рамки и гиродвигателя относительно осей x_2, y_2, z_2 ; ω_{y1} , ω_{z1} , ω_{x2} , ω_{y2} – скорости поворота внутренней и наружной рамок; M_{x1} , M_{z2} – моменты сил, действующих вокруг осей подвеса гиродвигателя и наружной рамки.

Условимся не учитывать масс внутренней и наружной рамок и ограничимся уравнениями прецессионного движения гироскопа. Тогда с учетом $K_{1z1} \approx 0$; $K_{1y1} = H$; $K_{2x2} \approx 0$; $K_{2y2} = K_{1y1} \cos \beta = H \cos \beta$ вместо (1.18) запишем

$$\begin{aligned} H\omega_{z1} &= -M_{x1}; \\ H\omega_{x2} \cos \beta &= M_{z2}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Из кинематического чертежа (рис. 1.4) нетрудно получить кинематические соотношения

$$\begin{aligned} \omega_{z1} &= \alpha^0 \cos \beta^0 \cos \gamma^0 + \beta^0 \sin \gamma^0 + \omega_{z1}^0; \\ \omega_{x2} &= -\alpha^0 \cos \beta^0 \sin \gamma^0 + \beta^0 \cos \gamma^0 + \omega_{x2}^0. \end{aligned} \quad (1.20)$$

где ω_{x2}^0 и ω_{z1}^0 – переносная скорость поворота опорной системы координат $\xi\eta\zeta$ вокруг осей x_2 и z_1 .

Исходя из того же рисунка

$$\begin{aligned} \omega_{z1}^0 &= \omega_\xi (\cos \alpha^0 \sin \gamma^0 + \sin \alpha^0 \cos \gamma^0 \sin \beta^0) + \\ &+ \omega_\eta (\sin \alpha^0 \sin \gamma^0 - \cos \alpha^0 \cos \gamma^0 \sin \beta^0) + \omega_\zeta \cos \beta^0 \cos \gamma^0; \\ \omega_{x2}^0 &= \omega_\xi (\cos \alpha^0 \cos \gamma^0 - \sin \alpha^0 \sin \gamma^0 \sin \beta^0) + \\ &+ \omega_\eta (\sin \alpha^0 \cos \gamma^0 + \cos \alpha^0 \sin \gamma^0 \sin \beta^0) - \omega_\zeta \cos \beta^0 \sin \gamma^0. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Перепишем уравнения (1.19) с учетом (1.20) в виде

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^o \cos \beta^o \cos \gamma^o + \dot{\beta}^o \sin \gamma^o &= -\omega_{z1}^o - \frac{M_{x1}}{H}; \\ -\dot{\alpha}^o \cos \beta^o \sin \gamma^o + \dot{\beta}^o \cos \gamma^o &= -\omega_{x2}^o + \frac{M_{z2}}{H \cos \beta}.\end{aligned}$$

и решим эту систему по правилу Крамера относительно $\dot{\alpha}^o$ и $\dot{\beta}^o$.

Получим

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^o &= \frac{-\left(\omega_{z1}^o + \frac{M_{x1}}{H}\right) \cos \gamma^o - \left(-\omega_{x2}^o + \frac{M_{z2}}{H \cos \beta}\right) \sin \gamma^o}{\cos \beta^o \cos^2 \gamma^o + \cos \beta^o \sin^2 \gamma^o}; \\ \dot{\beta}^o &= \frac{-\left(\omega_{x2}^o + \frac{M_{z2}}{H \cos \beta}\right) \cos \beta^o \cos \gamma^o - \left(\omega_{z1}^o + \frac{M_{x1}}{H}\right) \cos \beta^o \sin \gamma^o}{\cos \beta^o}.\end{aligned}\quad (1.22)$$

Нетрудно заметить, что $\omega_{x2}^o = \omega_{x1}^o$, поскольку оси x_1 и x_2 совпадают, и что

$$\begin{aligned}-\omega_{z1}^o \cos \gamma^o + \omega_{x1}^o \sin \gamma^o &= -\omega_z^o; \\ -\omega_{x1}^o \cos \gamma^o - \omega_{z1}^o \sin \gamma^o &= -\omega_x^o,\end{aligned}$$

где ω_x^o и ω_z^o - скорости поворота опорной системы координат $\xi\eta\zeta$ вокруг осей x и z .

С учетом этих зависимостей перепишем выражения (1.22) окончательно в виде

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^o &= -\frac{\omega_z^o}{\cos \beta^o} - \frac{M_{x1}}{H \cos \beta^o} \cos \gamma^o - \frac{M_{z2}}{H \cos \beta^o \cos \beta} \sin \gamma^o; \\ \dot{\beta}^o &= -\omega_x^o - \frac{M_{x1}}{H} \sin \gamma^o - \frac{M_{z2}}{H \cos \beta} \cos \gamma^o.\end{aligned}\quad (1.23)$$

Формулы (1.23) характеризуют скорости ухода ГН в азимуте и в вертикальной плоскости относительно опорной системы координат. Этот уход обусловлен двумя причинами: переносной угловой скоростью опорной системы координат (кинематический уход гироскопа) и влиянием моментов, действующих на гироскоп, вокруг двух осей подвеса гиродвигателя (динамический уход). Существенно, что вследствие поворота кожуха гироскопа вокруг главной оси ротора на угол γ^o , оба момента M_{x1} и M_{x2} , действующие вокруг обеих осей подвеса гиродвигателя, вызывают уход как в плоскости горизонта, так и в вертикальной плоскости.

Составим теперь выражения скоростей $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$ ухода гироскопа относительно связанной системы координат $x_c y_c z_c$. Для этого в уравнениях движения

(1.19) выразим ω_{z1} и ω_{x2} через $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ и составляющие скорости поворота связанной системы координат. Из кинематического чертежа получим:

$$\begin{aligned}\omega_{z1} &= \dot{\alpha} \cos \beta + \omega_{z1}^c; \\ \omega_{x2} &= \dot{\beta} + \omega_{x2}^c\end{aligned}\quad (1.24)$$

где ω_{z1}^c и ω_{x2}^c - составляющие абсолютной скорости поворота связанной системы координат вокруг осей z_1 и x_2 . Эти составляющие определяются зависимостями:

$$\begin{aligned}\omega_{z1}^c &= \omega_{z2}^c \cos \beta - \omega_{y2}^c \sin \beta; \\ \omega_{x2}^c &= \omega_{xc}^c \cos \alpha + \omega_{yc}^c \sin \alpha,\end{aligned}\quad (1.25)$$

где, в свою очередь,

$$\begin{aligned}\omega_{z2}^c &= \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \varphi + \dot{\vartheta} \sin \varphi + \omega_{\xi} (\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \vartheta) + \\ &\quad + \omega_{\eta} (\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \sin \vartheta) + \omega_{\zeta} \cos \vartheta \cos \varphi; \\ \omega_{y2}^c &= (\dot{\psi} + \omega_{\xi}) (\sin \vartheta \cos \alpha + \cos \vartheta \sin \alpha \sin \varphi) - \dot{\vartheta} \cos \varphi \sin \alpha + \\ &\quad + \dot{\varphi} \cos \alpha - (\omega_{\xi} \cos \psi + \omega_{\eta} \sin \psi) \cos \varphi \sin \alpha + (-\omega_{\xi} \sin \psi + \\ &\quad + \omega_{\eta} \cos \psi) (\cos \vartheta \cos \alpha - \sin \vartheta \sin \alpha \sin \varphi); \\ \omega_{xc}^c &= -\dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varphi + \dot{\vartheta} \cos \varphi + \omega_{\xi} (\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \cos \varphi \sin \vartheta) + \\ &\quad + \omega_{\eta} (\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \vartheta) + \omega_{\zeta} \cos \vartheta \sin \varphi; \\ \omega_{yc}^c &= \dot{\psi} \sin \vartheta + \dot{\varphi} + \omega_{\xi} \sin \psi \cos \vartheta + \omega_{\eta} \cos \psi \cos \vartheta + \omega_{\zeta} \sin \vartheta.\end{aligned}$$

Из уравнений (1.19) с учетом (1.24) получим;

$$\begin{aligned}\beta &= -\omega_{x2}^c + \frac{M_{z2}}{H \cos \beta}; \\ \alpha &= -\omega_{x2}^c + \omega_{y2}^c \operatorname{tg} \beta - \frac{M_{x1}}{H \cos \beta}.\end{aligned}\quad (1.26)$$

Составим дополнительно зависимости между углами α и β и углами α^0 , β^0 , ψ , ϑ , φ . Эту задачу можно решать универсальным методом на основе сопоставления матрицы направляющих косинусов, определяющих положение осей Резаля хуз непосредственно относительно опорной системы координат $\xi\eta\zeta$. через углы α^0 и β^0 , и матрицы направляющих косинусов, определяющих положение тех же осей опосредованно через положение связанной системы координат относительно опорной, а также положение осей Резаля относительно связанной системы [15]. Можно определить эту зависимость и более целенаправленным способом на основе использования проекций вспомогательных векторов [9].

Используем второй способ.

В качестве вспомогательного вектора выберем направленный вдоль главной оси y гироскопа вектор \mathbf{H} кинетического момента. Углы α, β определяют положение главной оси гироскопа относительно связанной системы координат. Поэтому эти углы можно выразить через проекции \mathbf{H} на связанные оси и оси Резаля.

Действительно, как видно из рис. 1.4, $H_{zc} = H \sin \beta$, т. е.

$$\sin \beta = \frac{H_{zc}}{H}. \quad (1.27)$$

Угол α не лежит в плоскости, проходящей через \mathbf{H} , поэтому, используя проекции \mathbf{H} на связанные оси, нельзя выразить через них функцию $\sin \alpha$, но можно $\operatorname{tg} \alpha$. Действительно, согласно рис. 1.4,

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{H_{xc}}{H_{yc}}. \quad (1.28)$$

Процедуру составления зависимости (1.28) можно формализовать. Для этого разложим мысленно вектор \mathbf{H} на составляющую H_{y_2} , лежащую в плоскости, в которой находится угол α , т. е. в плоскости $x_c O y_c$, и на составляющую H_{zc} , перпендикулярную к этой. Далее, в плоскости $x_c O y_c$ отыскиваем ось x_2 , перпендикулярную к проекции \mathbf{H} на плоскости $x_c O y_c$. Составляем выражение проекции \mathbf{H} на ось x_2 через H_{xc} и H_{yc} и, по условию, приравняем нулю, т. е. запишем

$$H_{x_2} = 0 = H_{xc} \cos \alpha + H_{yc} \sin \alpha.$$

Отсюда получим выражение (1.28). Выражение типа (1.28) нетрудно составить и непосредственно по кинематическому чертежу.

Выражения H_{xc} , H_{yc} , H_{zc} составим в функции углов α° , β° , ψ , ϑ , φ . При этом разложим предварительно вектор \mathbf{H} на вертикальную $H_\zeta = H \sin \beta^\circ$ и горизонтальную $H_{y'} = H \cos \beta^\circ$ составляющие. Из рис. 1.4 получим

$$H_{xc} = H \cos \beta^\circ \left[-\sin(\alpha^\circ - \psi) \cos \varphi + \cos(\alpha^\circ - \psi) \sin \varphi \sin \vartheta \right] - H \sin \beta^\circ \cos \vartheta \sin \varphi;$$

$$H_{yc} = H \cos \beta^\circ \cos(\alpha^\circ - \psi) \cos \vartheta + H \sin \beta^\circ \sin \vartheta;$$

$$H_{zc} = H \cos \beta^\circ \left[-\sin(\alpha^\circ - \psi) \sin \varphi + \cos(\alpha^\circ - \psi) \cos \varphi \sin \vartheta \right] + H \sin \beta^\circ \cos \vartheta \cos \varphi.$$

Следовательно,

$$\sin \beta = \cos \beta^\circ \left[-\sin(\alpha^\circ - \psi) \sin \varphi + \cos(\alpha^\circ - \psi) \cos \varphi \sin \vartheta \right] + \sin \beta^\circ \cos \vartheta \cos \varphi; \quad (1.29)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\cos \beta^\circ \left[-\sin(\alpha^\circ - \psi) \sin \varphi + \cos(\alpha^\circ - \psi) \cos \varphi \sin \vartheta \right] + \sin \beta^\circ \cos \vartheta \cos \varphi}{\cos \beta^\circ \cos(\alpha^\circ - \psi) \cos \vartheta + \sin \beta^\circ \sin \vartheta}. \quad (1.30)$$

Составим также выражение угла γ^o в функции $\alpha^o, \beta^o, \psi, \vartheta, \varphi$. Угол γ^o , как видно из рис. 1.4, лежит в экваториальной плоскости xOz гироскопа, т. е. в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{H} . Поэтому использовать проекции \mathbf{H} на плоскость xOz для выражения через них угла γ^o невозможно. Удобно использовать для решения рассматриваемой задачи единичный вектор ρ , направленный вдоль оси z_2 , поскольку через проекции ρ на оси x и z легко выразить γ^o , а сами проекции ρ_x и ρ_z можно представить в функции углов $\alpha^o, \beta^o, \psi, \vartheta, \varphi$. Действительно, как следует из рис. 1.4

$$\operatorname{tg} \gamma^o = \frac{\rho_x}{\rho_z}. \quad (1.31)$$

Формализовать получение (1.31) можно так. Выберем в плоскости xOz ось, перпендикулярную к направлению ρ . Такой осью будет x_1 , совпадающая с x_2 . Выразим проекцию ρ на ось x_1 через ρ_x и ρ_z и приравняем ее по условию к нулю:

$$\rho_{x1} = \rho_x \cos \gamma^o - \rho_z \sin \gamma^o = 0.$$

Из этого равенства следует (1.31).

Чтобы воспользоваться выражением (1.31), составим выражения ρ_x и ρ_z в функции $\alpha^o, \beta^o, \psi, \vartheta, \varphi$.

Выражение ρ_x , как видно из рис. 1.4, можно легко составить непосредственно:

$$\rho_x = \rho \left[\sin \varphi \cos(\alpha^o - \psi) - \cos \varphi \sin(\alpha^o - \psi) \sin \vartheta \right].$$

Для получения аналогичного выражения ρ_z разложим предварительно ρ на вертикальную ρ_ζ и две взаимно перпендикулярные горизонтальные $\rho_{\xi'}$ и $\rho_{\eta'}$ составляющие согласно равенствам:

$$\rho_\zeta = \rho \cos \varphi \cos \vartheta; \quad \rho_{\eta'} = -\rho \cos \varphi \sin \vartheta; \quad \rho_{\xi'} = \rho \sin \varphi.$$

Теперь спроектируем эти три взаимно перпендикулярные составляющие ρ на ось z . В результате получим

$$\rho_z = \rho \cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^o + \rho \sin \varphi \sin(\alpha^o - \psi) \sin \beta^o + \rho \sin \vartheta \cos(\alpha^o - \psi) \sin \beta^o.$$

После подстановки выражений ρ_x и ρ_z в (1.31), найдем

$$\operatorname{tg} \gamma^o = \frac{\sin \varphi \cos(\alpha^o - \psi) - \sin \vartheta \cos \varphi \sin(\alpha^o - \psi)}{\cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^o + \sin \beta^o \left[\sin \varphi \sin(\alpha^o - \psi) + \sin \vartheta \cos(\alpha^o - \psi) \cos \varphi \right]} \quad (1.32)$$

Найденные зависимости нам потребуются при выводе формул виражной погрешности и погрешности от влияния качки.

1.6. Виразная погрешность

Виразные погрешности сравнительно невелики у морских ГН и значительны у авиационных. Это объясняется большими кренами самолетов при вираже и большими угловыми скоростями виража. Причина виразной погрешности обусловлена выпрямительным эффектом в работе системы горизонтальной коррекции. Характер возмущений, испытываемых при вираже объекта системой горизонтальной коррекции ГН, для двух видов этой коррекции – по перпендикулярности рамок и маятниковой – неодинаковый. Для межрамочной коррекции возмущение при вираже – кинематическое – из-за наклона наружной оси подвеса гироскопа, которая при вираже самолета описывает коническую поверхность, нарушается перпендикулярность рамок, т. е. происходит включение системы горизонтальной коррекции. Для маятниковой системы горизонтальной коррекции возмущение при вираже – динамическое – сила инерции, соответствующая осестремительному ускорению при вираже, вызывает отклонение маятника. Различность характера проявления виразной погрешности при межрамочной и маятниковой системах коррекции требует рассматривать эти два случая отдельно.

Будем считать вираж объекта правильным, горизонтальным, т. е. полагать, что угловая скорость изменения курса объекта и его линейная скорость постоянны, а угол тангажа нулевым

$$(\psi = \omega_g t, \quad \omega_g = \text{const}, \quad v = \omega_g R = \text{const}, \quad \varphi = \varphi_0 = \text{const}, \quad \vartheta = 0).$$

Углы крена φ^o и наклона гироскопа γ^o , β^o и β будем считать малыми настолько, что возможна замена тригонометрических функций этих углов первыми членами разложения их в ряд Маклорена.

Для межрамочной горизонтальной коррекции используем первые выражения (1.23) и (1.26). Не учитывая в них других моментов, кроме момента горизонтальной коррекции, и пренебрегая малой скоростью ω^o поворота опорной системы координат, запишем их в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o &= -\frac{M_{зк}}{H \cos \beta^o \cos \beta} \sin \gamma^o; \\ \dot{\beta} &= -\omega_{x_2}^c + \frac{M_{гк}}{H \cos \beta}. \end{aligned} \tag{1.33}$$

Как видно из рис. 1.4, скорость $\omega_{x_2}^c$ поворота связанной системы координат вокруг оси x_2 подвеса внутренней рамки гироскопа для рассматриваемого случая можно выразить равенством

$$\omega_{x2}^c = -\dot{\psi} \cos \beta^o \sin \gamma^o. \quad (1.34)$$

С учетом предполагаемой малости углов γ^o , β^o , β , перепишем (1.33) и (1.34) в упрощенном виде:

$$\dot{\alpha}^o \cong -\frac{M_{ГК}}{H} \gamma^o; \quad (1.35)$$

$$\dot{\beta} = -\omega_{x2}^c + \frac{M_{ГК}}{H}; \quad (1.36)$$

$$\omega_{x2}^c \cong -\dot{\psi} \gamma^o = -\omega_B \gamma^o. \quad (1.37)$$

Определим γ^o выражения (1.32). С учетом принятых предположений

$$\gamma^o \cong \varphi_0 \cos(\alpha^o - \psi) = \varphi_0 \cos(\omega_B t - \alpha^o). \quad (1.38)$$

При линейной характеристике рассматриваемой системы горизонтальной коррекции зависимость коррекционного момента $M_{ГК}$ от угла рассогласования β имеет вид:

$$M_{ГК} = -k\beta, \quad k = \text{const},$$

следовательно,

$$\frac{M_{ГК}}{H} = -\frac{k}{H} \beta = -\varepsilon \beta, \quad (1.39)$$

где $\varepsilon = \frac{k}{H}$ - удельная скорость коррекции.

Уравнения движения гироскопа (1.35) и (1.36) с учетом (1.37), (1.38) и (1.39) получают вид:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o &= \varepsilon \varphi_0 \beta \cos(\omega_B t - \alpha^o), \\ \dot{\beta} + \varepsilon \beta &= \omega_B \varphi_0 \cos(\omega_B t - \alpha^o). \end{aligned} \quad (1.40)$$

В связи с малостью скорости изменения угла α^o по сравнению с углом $\psi = \omega_B t$ будем считать угол α^o квазипостоянным, т. е. будем полагать $\alpha^o = \alpha_0^o = \text{const}$.

Тогда второе уравнение системы (1.40) становится линейным, независимым от первого. Частное решение этого уравнения легко составить, пользуясь частотными характеристиками инерционного звена, поскольку входное воздействие, записанное в правой части уравнения, — гармоническое. С учетом того,

что амплитудная частотная характеристика будет $A(\omega_B) = \frac{1}{\sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}}$, а фазовая

частотная характеристика определяется равенством $\lambda = \text{arctg} \frac{\omega_B}{\varepsilon}$, решение вто-

рого уравнения (1.40) запишем в форме

$$\beta = \frac{\omega_B \varphi_0}{\sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_B t - \alpha_0^o - \lambda). \quad (1.41)$$

Если подставить (1.41) в первое выражение (1.40), оно приобретет вид

$$\dot{\alpha}^o = \frac{\varepsilon \varphi_0^2 \omega_\varepsilon}{\sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_B t - \alpha_0^o) \cos(\omega_B t - \alpha_0^o - \lambda).$$

Перепишем последнее выражение в форме

$$\dot{\alpha}^o = \frac{\varepsilon \varphi_0^2 \omega_B}{2\sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \left[\cos \lambda + \cos(2\omega_B t - 2\alpha_0^o - \lambda) \right].$$

Отсюда среднее за период виража значение угловой скорости $\dot{\alpha}^o$ ухода гироскопа в азимуте под влиянием системы горизонтальной коррекции составит:

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon \varphi_0^2 \omega_B}{2\sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \cos \lambda. \quad (1.42)$$

Если учесть, что $\cos \lambda = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}}$, формулу (1.42) можно представить так:

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon^2 \varphi_0^2 \omega_B}{2(\omega_B^2 + \varepsilon^2)}. \quad (1.43)$$

Как следует из (1.43), для уменьшения виражной погрешности при горизонтальной коррекции по перпендикулярности рамок целесообразно уменьшать удельную скорость коррекции. Радикальный путь уменьшения виражной погрешности – устанавливать прибор на стабилизированную в плоскости горизонта площадку.

Перейдем к рассмотрению виражной погрешности в случае использования в ГН маятниковой горизонтальной коррекции. Как и в предыдущем случае, будем считать вираж правильным, угол тангажа нулевым, углы наклона самолета и гироскопа – малыми. Осестремительное ускорение при правильном вираже $w = -\omega_B^2 R_B$, где R_B – радиус виража, постоянно по величине. Вектор этого ускорения направлен вдоль горизонтальной проекции поперечной оси объекта (угол скольжения или дрейфа считаем нулевым). При левом вираже ($\omega_B > 0$) этот вектор совпадает с отрицательным направлением оси ξ (рис. 1.4). Возмущение маятникового элемента горизонтальной системы коррекции будет вызывать составляющая силы инерции, направленная вдоль оси y' (рис. 1.4), т. е. вдоль горизонтальной проекции главной оси гироскопа. Эта составляющая

определяется выражением

$$-m\omega_{y'} = m\omega_B^2 R_B \cos(\xi', y') = m\omega_B^2 R_B \cos\left[\frac{\pi}{2} + (\alpha^o - \psi)\right] = -m\omega_B^2 R_B \sin(\alpha^o - \psi).$$

Для случая $\psi = \omega_B t$ запишем это выражение так:

$$-m\omega_{y'} = -m\omega_B^2 R_B \sin(\alpha^o - \omega_B t) = m\omega_B^2 R_B \sin(\omega_B t - \alpha^o).$$

Будем считать, что маятниковый элемент системы горизонтальной коррекции в любой момент времени занимает направление динамической вертикали. Тогда, согласно рис. 1.5, угол χ отклонения маятника при вираже будет выражаться формулой

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{\omega_B^2 R_B \sin(\omega_B t - \alpha^o)}{g}.$$

Для случая малых углов χ запишем ее в более простом виде:

$$\chi = \frac{\omega_B^2 R_B}{g} \sin(\omega_B t - \alpha^o). \quad (1.44)$$

Систему маятниковой горизонтальной коррекции будем предполагать линейной. Тогда

$$M_{\text{ГК}} = -k(\beta^o - \chi), \quad k = \text{const}. \quad (1.45)$$

Для получения формулы виражной погрешности используем равенства (1.23). Если учитывать только момент системы горизонтальной коррекции и пренебречь малой переносной угловой скоростью ω^o поворота опорной системы координат, они примут вид:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o &= -\frac{M_{\text{ГК}} \sin \gamma^o}{H \cos \beta^o \cos \beta}; \\ \dot{\beta}^o &= \frac{M_{\text{ГК}}}{H \cos \beta} \cos \gamma^o. \end{aligned}$$

С учетом малости γ^o , β^o , β запишем их в более простом виде:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o &= -\frac{M_{\text{ГК}}}{H} \gamma^o; \\ \dot{\beta}^o &= \frac{M_{\text{ГК}}}{H}. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Упрощенные зависимости (1.46) раскрывают физическую природу азимутального ухода гироскопа под влиянием горизонтальной системы коррекции: при коррекционном движении, в основном, изменяется координата β^o , но вследствие поворота наружной рамки вокруг перпендикуляра к ее плоскости на угол γ^o изменяется и координата α^o , т. е. происходит движение гироскопа в

азимуте. Изменение координат α^o и β^o связано, согласно (1.46), соотношением

$$\dot{\alpha}^o = -\beta^o \gamma^o. \quad (1.47)$$

Если β^o и γ^o изменяются с одинаковой частотой и имеют синфазную составляющую, возникает постоянная составляющая α^o .

Подставив выражение $M_{ГК}$ из (1.45) во второе выражение (1.46) с учетом (1.44) получим

$$\dot{\beta}^o = \frac{1}{H} \left[-k \left(\beta^o - \frac{\omega_B^2 R_B}{g} \sin(\omega_B t - \alpha^o) \right) \right].$$

Или

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = \varepsilon \frac{\omega_B^2 R_B}{g} \sin(\omega_B t - \alpha^o), \quad \varepsilon = \frac{k}{H}. \quad (1.48)$$

Будем, как и ранее, считать в (1.48) величину α^o квазипостоянной. В этом случае уравнение (1.48) движения по координате β^o независимо от уравнения движения по координате α^o .

Решение уравнения (1.48) составим на основании использования частотных характеристик в виде

$$\beta^o = \frac{\varepsilon \omega_B^2 R_B}{g \sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_B t - \alpha_0^o - \lambda), \quad \lambda = \arctg \frac{\omega_B}{\lambda}. \quad (1.49)$$

Дифференцированием (1.49) по времени получим

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \omega_B^3 R_B}{g \sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_B t - \alpha_0^o - \lambda) \quad (1.50)$$

С учетом (1.50) и (1.38) представим (1.47) как

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_B^3 R_B \varphi_0}{g \sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_B t - \alpha_0^o - \lambda) \cos(\omega_B t - \alpha_0^o) \quad (1.51)$$

Преобразуем (1.51) к виду

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_B^3 R_B \varphi_0}{g \sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \left[\cos \lambda + \cos(2\omega_B t - 2\alpha_0^o - \lambda) \right].$$

Среднее за период выража значение скорости $\dot{\alpha}^o$

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = -\frac{\varepsilon \omega_B^3 R_B \varphi_0}{2g \sqrt{\omega_B^2 + \varepsilon^2}} \cos \lambda = -\frac{\varepsilon \omega_B^3 R_B \varphi_0}{2g(\omega_B^2 + \varepsilon^2)}. \quad (1.52)$$

При координированном развороте самолета величину крена φ задают такой, чтобы нормальная ось самолета совпадала с направлением динамической

вертикали. Это необходимо для устранения при выраже бокового движения самолета, его скольжения.

В этом случае угол крена

$$-\varphi_0 = \frac{\omega_B^2 R_B}{g}. \quad (1.53)$$

Подчеркнем, что левому выражу ($\omega_B > 0$) соответствует отрицательный угол крена, соответствующий повороту самолета вокруг его продольной оси по стрелке часов, если смотреть с положительного конца продольной оси. Эта особенность учитывается знаком минус в выражении (1.53). С учетом (1.53) формулу (1.52) можно представить так:

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon^2 \varphi_0^2 \omega_B}{2(\omega_B^2 + \varepsilon^2)}. \quad (1.54)$$

Отметим, что в рассматриваемом случае формула (1.54) выражной погрешности при маятниковой горизонтальной коррекции полностью совпадает с аналогичной формулой (1.43) при межрамочной коррекции.

1.7. Погрешность от влияния качки на систему горизонтальной коррекции

При качке объекта, как и при выраже, система горизонтальной коррекции ГН испытывает возмущения.

Рассмотрим вариант межрамочной горизонтальной коррекции. Для большей физической наглядности изучим сначала случай одноосной бортовой качки.

Для решения рассматриваемой задачи используем уравнения (1.33). Углы φ , β^o , γ^o , β будем, как и ранее, считать малыми, что позволит от уравнений (1.33) перейти к (1.35) и (1.36).

Скорость поворота ω_{x2}^c связанной системы координат вокруг оси x_2 , если учитывать только угловое движение объекта относительно опорной системы координат $\xi\eta\zeta$ и не учитывать вследствие малости скорость поворота самой опорной системы, определяется по выражению (1.25),

$$\begin{aligned} \omega_{x2}^c &= \omega_{xc} \cos \alpha + \omega_{yc} \sin \alpha, \\ \text{где} \quad \omega_{xc} &= \dot{\vartheta} \cos \varphi - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varphi; \\ \omega_{yc} &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \vartheta. \end{aligned} \quad (1.55)$$

Следовательно,

$$\omega_{x2}^c = (\dot{\vartheta} \cos \varphi - \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varphi) \cos \alpha + (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \vartheta) \sin \alpha. \quad (1.56)$$

Для случая малых углов ϑ , φ , β^o , γ^o , β , как следует из (1.30) и (1.32),

$$\begin{aligned} \alpha &\cong \alpha^o - \psi; \\ \gamma^o &= \varphi \cos(\alpha^o - \psi) - \vartheta(\alpha^o - \psi). \end{aligned} \quad (1.57)$$

Тогда (1.56) можно представить упрощенно:

$$\omega_{x2}^c = (\dot{\vartheta} - \dot{\psi} \varphi) \cos(\alpha^o - \psi) + (\dot{\varphi} - \dot{\psi} \varphi) \sin(\alpha^o - \psi). \quad (1.58)$$

При одноосной качке, т. е. при

$$\varphi = \varphi_m \sin \omega t; \quad \vartheta = 0; \quad \dot{\psi} = 0, \quad (1.59)$$

из (1.58) получим

$$\omega_{x2}^c = \varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi) \cos \omega t. \quad (1.60)$$

В предположении линейной характеристики системы межрамочной коррекции запишем

$$M_{\text{ГК}} = -k\beta = -\varepsilon H \beta. \quad (1.61)$$

С учетом (1.58) и (1.61) второе уравнение (1.36) приобретет вид

$$\dot{\beta} = -\varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi) \cos \omega t - \varepsilon \beta$$

или

$$\dot{\beta} + \varepsilon \beta = -\varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi) \cos \omega t. \quad (1.62)$$

Считаем $\alpha^o \cong \alpha_0^o$ величиной квазипостоянной. Тогда, используя частотные характеристики, запишем решение уравнения (1.62) в виде:

$$\beta = -\frac{\varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi)}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega t - \lambda). \quad (1.63)$$

Уравнение (1.35) с учетом (1.61) и равенства

$$\gamma^o = \varphi_m \cos(\alpha_0^o - \psi) \sin \omega t, \quad (1.64)$$

представим как

$$\dot{\alpha}^o = \varepsilon \beta \varphi_m \cos(\alpha_0^o - \psi) \sin \omega t,$$

а с учетом (1.63), как

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \varphi_m^2 \omega}{2\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega t - \lambda) \sin \omega t, \quad \lambda = \arctg \frac{\omega}{\varepsilon}.$$

Запишем последнее выражение в преобразованном виде:

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \varphi_m^2 \omega}{4\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi) [\sin \lambda + \sin(2\omega t - \lambda)].$$

Отсюда

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon\varphi_m^2\omega}{4\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi) \sin \lambda = -\frac{\varepsilon\varphi_m^2\omega}{4(\omega^2 + \varepsilon^2)} \sin 2(\alpha_0^o - \psi). \quad (1.65)$$

Формула (1.65) характеризует погрешность от влияния качки. В рассматриваемом случае $\alpha_0^o - \psi$ определяет азимутальный угол между положением главной оси гироскопа и положением оси, вокруг которой происходит качка основания. Как видно из полученной формулы, наибольшая скорость ухода гироскопа в азимуте достигается при $\alpha_0^o - \psi = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi$. Влияние одноосной качки на систему межрамочной коррекции таково, что наружная рамка поворачивается в азимуте до совмещения главной оси гироскопа кратчайшим путем с направлением оси, вокруг которой происходит качка объекта. Следовательно, при одноосной гармонической качке движение ГН с межрамочной коррекцией приобретает новые качества: появляется положение равновесия главной оси гироскопа, совпадающее с направлением оси качки.

При малой удельной скорости коррекции, т. е. при $\varepsilon \ll \omega$, как следует из (1.65), величина $\langle \dot{\alpha}^o \rangle$ определяется формулой

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle |_{\varepsilon \ll \omega} \cong -\frac{\varepsilon\varphi_m^2}{4\omega^2} \sin 2(\alpha_0^o - \psi),$$

т. е. скорость ухода мала, пропорциональна ε .

При обратном соотношении $\varepsilon \gg \omega$

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle |_{\varepsilon \gg \omega} \cong -\frac{\varphi_m^2\omega^2}{4\varepsilon} \sin 2(\alpha_0^o - \psi),$$

скорость ухода также мала, обратно пропорциональна ε .

Исследованием на экстремум легко установить, что скорость ухода имеет максимум при $\varepsilon = \omega$. В этом случае

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle |_{\varepsilon = \omega} \cong -\frac{\varphi_m^2\omega}{8} \sin 2(\alpha_0^o - \psi).$$

Рассмотрим случай двухосной синхронной качки. Пусть

$$\varphi = \varphi_m \sin \omega t; \quad \vartheta = \vartheta_m \sin(\omega t - \mu); \quad \psi = \text{const}; \quad \vartheta_m, \varphi_m, \beta^o, \gamma^o, \beta \ll 1.$$

Тогда, согласно (1.58),

$$\omega_{x2}^c = \vartheta_m \cos(\alpha^o - \psi) \cos(\omega t - \mu) + \varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi) \cos \omega t.$$

Вместо (1.62) в этом случае

$$\dot{\beta} + \varepsilon\beta = -\vartheta_m \cos(\alpha^o - \psi) \cos(\omega t - \mu) - \varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi) \cos \omega t. \quad (1.66)$$

Считая, как и прежде $\alpha^o \cong \alpha_0^o = \text{const}$, получим решение (1.66) в виде

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} [-\vartheta_m \cos(\alpha^o - \psi) \cos(\omega t - \mu - \lambda) - \varphi_m \omega \sin(\alpha^o - \psi) \cos(\omega t - \lambda)]. \quad (1.67)$$

Уравнение (1.35) с учетом (1.61) будет

$$\dot{\alpha}^o = \varepsilon \beta \gamma^o,$$

а с учетом (1.57) и (1.67)

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o = & \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2}} [-\vartheta_m \cos(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega t - \mu - \lambda) \varphi_m \sin(\alpha_0^o - \psi) \sin \omega t + \\ & + \vartheta_m \cos(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega t - \mu - \lambda) \vartheta_m \sin(\omega t - \mu) \sin(\alpha_0^o - \psi) - \\ & - \varphi_m \omega \sin(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega t - \lambda) \varphi_m \cos(\alpha_0^o - \psi) \sin \omega t + \\ & - \varphi_m \omega \sin(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega t - \lambda) \vartheta_m \sin(\omega t - \mu) \sin(\alpha_0^o - \psi)]. \end{aligned}$$

Преобразуем последнее выражение к виду

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o = & \frac{\varepsilon \omega}{2\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2}} \{-\vartheta_m \cos^2(\alpha_0^o - \psi) [\sin(\mu + \lambda) + \sin(2\omega t - \mu - \lambda)] + \\ & + \frac{1}{2} \vartheta_m^2 \sin 2(\alpha_0^o - \psi) [\sin \lambda + \sin(2\omega t - 2\mu - \lambda)] - \\ & - \frac{1}{2} \varphi_m^2 \sin 2(\alpha_0^o - \psi) [\sin \lambda + \sin(2\omega t - \lambda)] + \vartheta_m \varphi_m \sin^2(\alpha_0^o - \psi) \times \\ & \times [\sin(\lambda - \mu) + \sin(2\omega t - \mu - \lambda)]\}. \end{aligned}$$

Отсюда, среднее за период качки значение $\dot{\alpha}^o$:

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}^o \rangle = & \frac{\varepsilon \omega}{2\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2}} [-\vartheta_m \varphi_m \cos^2(\alpha_0^o - \psi) \sin(\mu + \lambda) + \\ & + \frac{1}{2} (\vartheta_m^2 - \varphi_m^2) \sin 2(\alpha_0^o - \psi) \sin \lambda + \vartheta_m \varphi_m \sin^2(\alpha_0^o - \psi) \sin(\lambda - \mu)]. \end{aligned}$$

Или после преобразования с учетом равенств

$$\sin \lambda = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}; \quad \cos \lambda = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}};$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}^o \rangle = & \frac{\varepsilon \omega}{4(\varepsilon^2 + \omega^2)} [-2\vartheta_m \varphi_m \varepsilon \sin \mu - 2\vartheta_m \varphi_m \omega \cos \mu \times \\ & \times \cos 2(\alpha_0^o - \psi) + (\vartheta_m^2 - \varphi_m^2) \omega \sin 2(\alpha_0^o - \psi)]. \end{aligned} \quad (1.68)$$

В случае синхронной качки по двум осям, т.е. при $\mu=0$, формула (1.68) получит вид:

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}^o \rangle |_{\mu=0} &= \frac{\varepsilon \omega^2}{4(\varepsilon^2 + \omega^2)} [(\vartheta_m^2 - \varphi_m^2) \sin 2(\alpha_0^o - \psi) - 2\vartheta_m \varphi_m \cos 2(\alpha_0^o - \psi)] = \\ &= \frac{\varepsilon \omega^2 (\vartheta_m^2 + \varphi_m^2)}{4(\varepsilon^2 + \omega^2)} \sin [2(\alpha_0^o - \psi) - \nu], \end{aligned}$$

где $\nu = \arctg \frac{2\vartheta_m \varphi_m}{\vartheta_m^2 - \varphi_m^2}$.

В случае синхронной качки со сдвигом по фазе $\mu = \frac{\pi}{2}$, когда нормальная ось объекта совершает коническое движение, из (1.68) получим

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon \omega}{4(\varepsilon^2 + \omega^2)} [(\vartheta_m^2 - \varphi_m^2) \omega \sin 2(\alpha_0^o - \psi) - 2\vartheta_m \varphi_m \varepsilon].$$

При такой качке объекта имеет место составляющая скорости ухода ГН, не зависящая от угла $\alpha_0^o - \psi$, т. е. независящая от углового положения главной оси гироскопа в азимуте относительно объекта.

Мы рассмотрели случай синхронной качки объекта по двум осям как неблагоприятный. Уход ГН наблюдается и при асинхронной двухосной качке. Пусть

$$\vartheta = \vartheta_m \sin \omega_1 t; \quad \varphi = \varphi_m \sin \omega_2 t.$$

В этом случае

$$\omega_{x2}^c = \vartheta_m \omega_1 \cos(\alpha^o - \psi) \cos \omega_1 t + \varphi_m \omega_2 \sin(\alpha^o - \psi) \cos \omega_2 t; \quad (1.69)$$

$$\gamma^o = \varphi_m \cos(\alpha^o - \psi) \sin \omega_2 t - \vartheta_m \sin(\alpha^o - \psi) \sin \omega_1 t. \quad (1.70)$$

С учетом (1.69) получим

$$\dot{\beta} + \varepsilon \beta = -\vartheta_m \omega_1 \cos(\alpha_0^o - \psi) \cos \omega_1 t - \varphi_m \omega_2 \sin(\alpha_0^o - \psi) \cos \omega_2 t.$$

Отсюда

$$\beta = \frac{-\vartheta_m \omega_1 \cos(\alpha_0^o - \psi)}{\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_1 t - \lambda_1) - \frac{\varphi_m \omega_2 \sin(\alpha_0^o - \psi)}{\sqrt{\omega_2^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_2 t - \lambda_2),$$

где

$$\lambda_1 = \arctg \frac{\omega_1}{\varepsilon}; \quad \lambda_2 = \arctg \frac{\omega_2}{\varepsilon}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
\dot{\alpha}^o &= \varepsilon\beta\gamma^o = -\frac{\varepsilon\vartheta_m\varphi_m\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos^2(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega_1 t - \lambda_1) \sin \omega_2 t + \\
&+ \frac{\varepsilon\vartheta_m^2\omega_1}{2\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega_1 t - \lambda_1) \sin \omega_1 t - \\
&- \frac{\varepsilon\varphi_m^2\omega_1}{2\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega_2 t - \lambda_2) \sin \omega_2 t + \\
&+ \frac{\varepsilon\vartheta_m\varphi_m\omega_2}{\sqrt{\omega_2^2 + \varepsilon^2}} \sin^2(\alpha_0^o - \psi) \cos(\omega_2 t - \lambda_2) \sin \omega_1 t.
\end{aligned}$$

После преобразования и осреднения $\dot{\alpha}^o$ в течение достаточно длительного промежутка времени для случая $\omega_1 \neq \omega_2$ получим

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{\vartheta_m^2 \omega_1^2}{\omega_1^2 + \varepsilon^2} - \frac{\varphi_m^2 \omega_2^2}{\omega_2^2 + \varepsilon^2} \right) \sin 2(\alpha_0^o - \psi). \quad (1.71)$$

Если $\varepsilon^2 \ll \omega_1^2$, $\varepsilon^2 \ll \omega_2^2$, можно записать упрощенно

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon}{2} (\vartheta_m^2 - \varphi_m^2) \sin 2(\alpha_0^o - \psi).$$

При одинаковых амплитудах двухосной асинхронной качки постоянная составляющая скорости ухода ГН в азимуте близка к нулю.

Рассмотрим влияние качки на маятниковую систему коррекции. Определим сначала линейное ускорение объекта, порождаемое качкой, в месте установки прибора. Пусть ω_c – абсолютная угловая скорость связанной с объектом системы координат $x_c y_c z_c$, ρ – известный радиус-вектор, характеризующий место установки прибора в связанной системе координат относительно центра колебаний объекта. Тогда линейная скорость объекта, обусловленная его качкой, в месте установки прибора составит:

$$\vec{v} = \vec{\omega}_c \times \vec{\rho} \quad (1.72)$$

Здесь не учитывается скорость движения центра масс объекта вдоль его траектории движения и орбитальная скорость центра масс морского объекта при волнении моря, поскольку нас интересует влияние на прибор только угловых колебаний. В связи с малостью угловой скорости поворота опорной системы координат по сравнению с угловой скоростью качки объекта, учитываем в ω_c только скорость качки.

Для перехода к выражению линейного ускорения места установки прибора от качки продифференцируем (1.72) по времени. Получим:

$$w = \frac{dv}{dt} = \dot{\omega}_c \times \rho + \omega_c \times \frac{d\rho}{dt}.$$

Поскольку в связанной системе координат $|\rho| = \text{const}$,

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega_c \times \rho.$$

Следовательно,

$$w = \dot{\omega}_c \times \rho + \omega_c \times (\omega_c \times \rho). \quad (1.73)$$

В последующем качку объекта вокруг трех его осей будем предполагать гармонической с малыми амплитудами, т. е. в виде

$$\begin{aligned} \vartheta &= \vartheta_m \sin \omega_1 t; & \varphi &= \varphi_m \sin \omega_2 t; \\ \psi &= \psi_0 + \psi_m \sin \omega_3 t; & \psi_m, \vartheta_m, \varphi_m &\ll 1. \end{aligned} \quad (1.74)$$

В этом случае второе слагаемое правой части выражения (1.73) будет мало по сравнению с первым, поэтому ограничимся приближенным выражением ускорения

$$\vec{w} = \vec{\dot{\omega}}_c \times \vec{\rho}. \quad (1.75)$$

Угловая скорость ω_c задана составляющими скорости рыскания $\dot{\psi}$, килевой качки (продольных кренов) $\dot{\vartheta}$, бортовой качки (боковых кренов) $\dot{\varphi}$ (рис. 1.4). Место размещения прибора в связанной системе задано координатами ρ_{xc} , ρ_{yc} , ρ_{zc} относительно центра масс объекта. Из рис. 1.4

$$\begin{aligned} \omega_{xc} &= -\dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varphi + \dot{\vartheta} \cos \varphi \cong -\dot{\psi} \varphi + \dot{\vartheta}; \\ \omega_{yc} &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin \vartheta \cong \dot{\varphi} + \dot{\psi} \vartheta; \\ \omega_{zc} &= \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \varphi + \dot{\vartheta} \sin \varphi \cong \dot{\psi} + \dot{\vartheta} \varphi. \end{aligned}$$

Отсюда с учетом предполагаемой малости амплитуд качки

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{xc} &= -\ddot{\psi} \varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} + \ddot{\vartheta} \cong \ddot{\vartheta}; \\ \dot{\omega}_{yc} &= \ddot{\varphi} + \ddot{\psi} \vartheta + \dot{\psi} \dot{\vartheta} \cong \ddot{\varphi}; \\ \dot{\omega}_{zc} &= \ddot{\psi} + \ddot{\vartheta} \varphi + \dot{\vartheta} \dot{\varphi} \cong \ddot{\psi}. \end{aligned} \quad (1.76)$$

Следовательно, согласно (1.75) и (1.76),

$$\begin{aligned} \omega_{xc} &= \dot{\omega}_{yc} \rho_{zc} - \dot{\omega}_{zc} \rho_{yc} \cong \ddot{\varphi} \rho_{zc} - \ddot{\psi} \rho_{yc}; \\ \omega_{yc} &= \dot{\omega}_{zc} \rho_{xc} - \dot{\omega}_{xc} \rho_{zc} \cong \ddot{\psi} \rho_{xc} - \ddot{\vartheta} \rho_{zc}; \\ \omega_{zc} &= \dot{\omega}_{xc} \rho_{yc} - \dot{\omega}_{yc} \rho_{xc} \cong \ddot{\vartheta} \rho_{yc} - \ddot{\varphi} \rho_{xc}. \end{aligned} \quad (1.77)$$

На маятниковый элемент системы маятниковой горизонтальной коррекции ГН влияет составляющая ускорения основания, направленная вдоль горизонтальной проекции y' главной оси гироскопа. Из рис. 1.4 найдем:

$$\omega_{y'} = \omega_{xc} [-\cos\varphi \sin(\alpha^o - \psi) + \sin\varphi \cos(\alpha^o - \psi) \sin\vartheta] + \omega_{yc} \cos\vartheta \times \\ \times \cos(\alpha^o - \psi) + \omega_{zc} [-\sin\varphi \sin(\alpha^o - \psi) - \cos\varphi \cos(\alpha^o - \psi) \sin\vartheta].$$

С учетом (1.76) и малости углов ϑ и φ представим это выражение так:

$$\omega_{y'} \cong -(\ddot{\phi}\rho_{zc} - \ddot{\psi}\rho_{yc})\sin(\alpha^o - \psi) + (\ddot{\psi}\rho_{xc} - \ddot{\theta}\rho_{zc})\cos(\alpha^o - \psi).$$

Частота собственных колебаний маятникового элемента системы горизонтальной коррекции ГН велика по сравнению с частотой качки. Поэтому считаем, что такой маятниковый элемент в условиях качки занимает в любой момент времени направление динамической вертикали. В этом случае угол χ отклонения маятникового элемента от вертикали определяется (рис. 1.5) зависимостью

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{-m\omega_{y'}}{mg - m\omega_{\zeta}}.$$

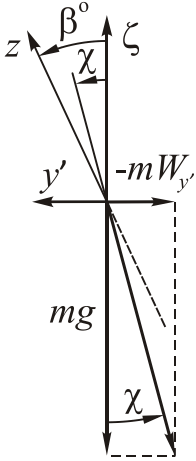


Рис.1.5. Отклонение маятникового элемента системы коррекции от вертикали

Ограничим рассмотрение случаем $|\omega_{y'}|, |\omega_{\zeta}| \ll |g|$, т.е. случаем малых углов χ . Тогда

$$\chi = \frac{1}{g} [(\ddot{\phi}\rho_{zc} - \ddot{\psi}\rho_{yc})\sin(\alpha^o - \psi_0) + (\ddot{\theta}\rho_{zc} - \ddot{\psi}\rho_{xc})\cos(\alpha^o - \psi_0)] \quad (1.78)$$

С учетом (1.46) и (1.45) получим следующее уравнение движения гироскопа по координате β^o :

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon\beta^o = \varepsilon\chi, \quad (1.79)$$

где χ соответствует выражению (1.78).

Согласно (1.74), получим

$$\ddot{\theta} = -\vartheta_m \omega_1^2 \sin \omega_1 t; \quad \ddot{\phi} = -\varphi_m \omega_2^2 \sin \omega_2 t; \quad (1.80) \\ \ddot{\psi} = -\psi_m \omega_3^2 \sin \omega_3 t.$$

Тогда представим (1.78) как

$$\chi = \frac{1}{g} \{-\rho_{zc} \varphi_m \omega_2^2 \sin(\alpha^o - \psi_0) \sin \omega_2 t - \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^2 \cos(\alpha^o - \psi_0) \sin \omega_1 t + \\ + [\rho_{yc} \sin(\alpha^o - \psi_0) + \rho_{xc} \cos(\alpha^o - \psi_0)] \psi_m \omega_3^2 \sin \omega_3 t\}. \quad (1.81)$$

Частное решение уравнения (1.79) запишем с использованием частотных характеристик в виде

$$\beta^o = \frac{\varepsilon}{g} \left\{ -\frac{\rho_{zc} \Phi_m \omega_2^2}{\sqrt{\omega_2^2 + \varepsilon^2}} \sin(\alpha_0^o - \psi_0) \sin(\omega_2 t - \lambda_2) - \frac{\rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^2}{\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos(\alpha_0^o - \psi_0) \sin(\omega_1 t - \lambda_1) + \right. \\ \left. + \frac{\Psi_m \omega_3^2}{\sqrt{\omega_3^2 + \varepsilon^2}} [\rho_{yc} \sin(\alpha_0^o - \psi_0) + \rho_{xc} \cos(\alpha_0^o - \psi_0)] \sin(\omega_3 t - \lambda_3) \right\},$$

$$\text{где } \operatorname{tg} \lambda_i = \frac{\omega_i}{\varepsilon}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.82)$$

Из (1.82) видно, что качка объекта не вызывает накапливающегося ухода гироскопа относительно плоскости горизонта.

Перейдем к рассмотрению азимутального ухода гироскопа при качке. Воспользуемся, согласно (1.47), зависимостью

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \dot{\gamma}^o$$

После подстановки в эту зависимость выражения $\dot{\beta}^o$, полученного дифференцированием (1.82), а также выражения $\dot{\gamma}^o$, в соответствии с (1.70), и преобразования, получим (1.83).

$$\dot{\alpha}^o = \frac{\varepsilon}{2g} \left\{ \frac{\rho_{zc} \Phi_m^2 \omega_2^3}{2\sqrt{\omega_2^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0) \sin \lambda_2 + \right. \\ \left. + \frac{\rho_{zc} \Phi_m \vartheta_m \omega_1^3}{\sqrt{\omega_1^2 - \varepsilon^2}} \cos^2(\alpha_0^o - \psi_0) \sin [(\omega_2 - \omega_1)t + \lambda_1] - \frac{\Phi_m \Psi_m \omega_3^3}{\sqrt{\omega_3^2 + \varepsilon^2}} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{2} \rho_{yc} \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0) + \rho_{xc} \cos^2(\alpha_0^o - \psi_0) \right] \sin [(\omega_2 - \omega_3)t + \lambda_3] - \right. \\ \left. - \frac{\rho_{zc} \Phi_m \vartheta_m \omega_2^3}{\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin^2(\alpha_0^o - \psi_0) \sin [(\omega_1 - \omega_2)t + \lambda_2] - \right. \\ \left. - \frac{\rho_{zc} \vartheta_m^2 \omega_1^3}{2\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0) \sin \lambda_1 + \frac{\Psi_m \vartheta_m \omega_3^3}{2\sqrt{\omega_3^2 + \varepsilon^2}} [\rho_{yc} \sin^2(\alpha_0^o - \psi_0) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \rho_{xc} \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0)] \sin [(\omega_1 - \omega_3)t + \lambda_3] + \dots \right. \quad (1.83)$$

Здесь опущены члены, изменяющиеся с удвоенными частотами качки или с частотой, равной сумме частот качки вокруг двух осей, поскольку при последующем осреднении такие члены дадут нулевые средние значения. Удержаны только постоянные члены и члены, изменяющиеся с разностной частотой. Последние при синхронной качке обращаются в постоянные.

Из выражения (1.83) видно, что при асинхронной качке объекта вокруг трех осей, т. е. при $\omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$ возникает накапливающийся азимутальный уход гироскопа со скоростью

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon \rho_{zc}}{4g} \left(\frac{\varphi_m^2 \omega_2^3}{\sqrt{\omega_2^2 + \varepsilon^2}} \sin \lambda_2 - \frac{\vartheta_m^2 \omega_1^3}{\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin \lambda_1 \right) \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0).$$

Если учесть, что $\sin \lambda_1 = \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}}$, $\sin \lambda_2 = \frac{\omega_2}{\sqrt{\omega_2^2 + \varepsilon^2}}$, последнее выра-

жение можно представить так:

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon \rho_{zc}}{4g} \left(\frac{\varphi_m^2 \omega_2^3}{\omega_2^2 + \varepsilon^2} - \frac{\vartheta_m^2 \omega_1^3}{\omega_1^2 + \varepsilon^2} \right) \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0). \quad (1.84)$$

Из (1.84) видно, что в рамках принятых упрощений, на азимутальный уход гироскопа рыскание объекта не влияет.

Азимутальный уход ГН, обусловленный качкой вокруг продольной оси, имеет направление, противоположное уходу от качки вокруг поперечной оси. Поэтому скорость ухода при двухосной качке меньше, чем при одноосной. Указанная противоположность знаков скорости азимутального ухода объясняется различным азимутальным положением главной оси гироскопа относительно двух осей качки. Убедимся в этом. Разность $\alpha_0^o - \psi$, как видно из рис. 1.4, обозначает азимутальный угол между главной осью гироскопа и продольной осью объекта, т. е. угол между горизонтальными проекциями y' и η' этих двух осей. Одноосная качка вокруг продольной оси y_c дает, согласно (1.84), с учетом принятых упрощений, азимутальный уход главной оси гироскопа со средней скоростью

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle |_{\vartheta_m=0} = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \varphi_m^2 \omega_2^4}{4g(\omega_2^2 + \varepsilon^2)} \sin 2(\alpha_0^o - \psi_0). \quad (1.85)$$

Аналогично этому, одноосная качка вокруг поперечной оси дает азимутальный уход со средней скоростью

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle |_{\varphi_m=0} = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m^2 \omega_1^4}{4g(\omega_1^2 + \varepsilon^2)} \sin 2 \left[\alpha_0^o - \left(\psi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \right],$$

где $\alpha_0^o - \left(\psi_0 + \frac{\pi}{2} \right)$ азимутальный угол между главной осью гироскопа и

поперечной осью объекта.

Сделаем элементарное преобразование:

$$\sin 2 \left[\alpha_0^o - \left(\psi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \sin \left[-\pi + 2(\alpha_0^o - \psi_0) \right] = -\sin 2(\alpha_0^o - \psi_0). \quad (1.86)$$

С учетом этого преобразования

$$\langle \dot{\alpha}^0 \rangle |_{\varphi_m=0} = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m^2 \omega_1^4}{4g(\omega_1^2 + \varepsilon^2)} \sin 2(\alpha_0^0 - \psi_0), \quad (1.87)$$

что в сочетании с (1.85) соответствует (1.84).

Таким образом, преобразование (1.86) объясняет физический смысл противоположных знаков скорости азимутального ухода под влиянием качки вокруг продольной и вокруг поперечной осей объекта.

На основе анализа изменения знаков $\sin 2(\alpha_0^0 - \psi_0)$ при изменении $\alpha_0^0 - \psi_0$ в пределах от 0 до $\pm 2\pi$ нетрудно установить, что нулевые значения $\sin 2(\alpha_0^0 - \psi_0)$ при $\alpha_0^0 - \psi_0 = 0, \pm \pi, \pm 2\pi$ соответствуют положениям устойчивого равновесия, а при $\alpha_0^0 - \psi_0 = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3}{2}\pi$ - положениям неустойчивого равновесия для составляющей ухода (1.85) от влияния бортовой качки. Для составляющей ухода (1.87) от килевой качки, наоборот, устойчивы положения равновесия при $\alpha_0^0 - \psi_0 = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3}{2}\pi$ и неустойчивы при $\alpha_0^0 - \psi_0 = 0, \pm \pi, \pm 2\pi$.

Из выражения (1.83) можно легко определить также среднюю скорость азимутального ухода гироскопа для случая трехосной синхронной качки. Предположив в (1.83) $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega$, получим после осреднения и преобразования

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}^0 \rangle = & \frac{\varepsilon \omega^4}{4g(\omega^2 + \varepsilon^2)} \left\{ \left[-\varphi_m - \varphi_m \cos 2(\alpha_0^0 - \psi_0) + \vartheta_m \sin 2(\alpha_0^0 - \psi_0) \right] \times \right. \\ & \times \psi_m \rho_{xc} + \left[\vartheta_m - \vartheta_m \cos 2(\alpha_0^0 - \psi_0) - \varphi_m \sin 2(\alpha_0^0 - \psi_0) \right] \rho_{yc} + \\ & \left. + \left[(\varphi_m^2 - \vartheta_m^2) \sin 2(\alpha_0^0 - \psi_0) + 2\vartheta_m \varphi_m \cos 2(\alpha_0^0 - \psi_0) \right] \rho_{zc} \right\}. \end{aligned} \quad (1.88)$$

В выражении $\langle \dot{\alpha}^0 \rangle$ содержатся члены $\frac{\varepsilon \omega^4}{4g(\omega^2 + \varepsilon^2)} \times (\vartheta_m \rho_{yc} - \varphi_m \rho_{xc}) \psi_m$, не зависящие от угла $\alpha_0^0 - \psi_0$, т.е. положения равновесия могут отсутствовать.

Из (1.88) нетрудно установить, что средняя скорость азимутального ухода $\langle \dot{\alpha}^0 \rangle$ неограниченно уменьшается как при неограниченном уменьшении, так и при неограниченном увеличении удельной скорости коррекции ε . Эта скорость максимальна при $\varepsilon = \omega$.

1.8. Учет нелинейности системы горизонтальной коррекции

В ГН, выпускаемых промышленностью, в качестве чувствительного элемента маятниковой коррекции обычно применяются жидкостные электролитические уровни типа ЖМП или ДЖМ, представляющие собой физический маят-

ник, частота собственных колебаний которого может быть соизмерима с преобладающими частотами качки объекта, причем статическая характеристика таких элементов существенно нелинейна.

В связи с этим представляет интерес анализ динамических погрешностей ГН с учетом динамики применяемых маятников-корректоров.

Для определения систематических уходов ГН, вызванных случайной одноосной качкой объекта по углу крена φ , воспользуемся уравнениями движения (1.19), приняв в них в соответствии с рис 1.4 $\omega_{z2} = \dot{\alpha} - \dot{\varphi} \cos(\alpha_0 + \alpha) \sin \beta$; $\omega_{x1} = \dot{\beta} + \dot{\varphi} \sin(\alpha_0 + \alpha)$. Предположим также, что на ГН действует только момент горизонтальной коррекции, т. е. $M_{z2} = M_{кр}$; $M_{x1} = 0$.

В результате получим систему уравнений

$$\begin{aligned} H[\dot{\alpha} - \beta \dot{\varphi} \cos(\alpha_0 + \alpha)] &= 0; \\ H[\dot{\beta} + \dot{\varphi} \sin(\alpha_0 + \alpha)] &= M_{кр}. \end{aligned} \quad (1.89)$$

Процесс качки по углу φ предполагаем стационарным с математическим ожиданием, равным нулю, и корреляционной функцией вида [15]

$$K_{\varphi}(\tau) = D_{\varphi} e^{-\mu|\tau|} \left[\cos \lambda \tau + \frac{\mu}{\lambda} \sin \lambda |\tau| \right]. \quad (1.90)$$

Статическая характеристика чувствительного элемента горизонтальной коррекции может быть аппроксимирована нелинейностью типа ограничения линейной характеристики. Момент горизонтальной коррекции в этом случае определяется следующим выражением:

$$M_{кр} = \begin{cases} M_0; & \delta < -\varphi; \\ -K\delta(t); & |\delta| \leq \varphi; \\ -M_0; & \delta > \varphi, \end{cases} \quad (1.91)$$

где K – крутизна системы горизонтальной коррекции; $\delta(t) = \nu(t) - \chi(t)$ некоторая случайная функция, характеризующая колебания воздушного пузырька электролитического уровня относительно кожуха гиromотора при качке объекта; $\nu(t)$ – угол наклона главной оси ГН относительно плоскости горизонта; $\chi(t)$ – случайная функция, характеризующая отклонение воздушного пузырька от вертикали. При этом, с точностью до величин второго порядка малости $\nu(t) = \beta + \varphi \sin \alpha_0$.

Для описания движения пузырька электролитического уровня примем математическую модель, аналогичную полученной в [17]:

$$\ddot{\chi} + 2h\dot{\chi} + \omega_0^2 \chi = \frac{z}{g} \omega_0^2 \dot{\varphi} \sin(\alpha_0 + \alpha), \quad (1.92)$$

где z – расстояние от ГН до центра качаний объекта по вертикали.

Для решения системы уравнений (1.89) с нелинейной характеристикой коррекции вида (1.91) используем метод статистической линеаризации [15]. Линеаризованные уравнения движения ГН запишем в виде

$$\begin{aligned} \dot{\beta} + \phi \sin(\alpha_0 + \alpha) &= -k_r [k_0(m_\delta, \sigma_\delta)m_\delta + k_1(m_\delta, \sigma_\delta)\bar{\delta}]; \\ \dot{\alpha} - \beta\phi \cos(\alpha_0 + \alpha) &= 0, \end{aligned} \quad (1.93)$$

где $k_r = K/H$; $k_0(m_\delta, \sigma_\delta)$; $k_1(m_\delta, \sigma_\delta)$ – коэффициенты статистической линеаризации; m_δ и $\bar{\delta}$ – соответственно математическое ожидание и случайная центрированная составляющая функции $\delta(t)$.

Из полученной системы уравнений (1.93), с учетом сделанных допущений о процессе качки, следует, что по окончании переходного процесса математическое ожидание переменной δ равно нулю. В этом случае коэффициент статистической линеаризации согласно [15]

$$k_1(0, \sigma_\delta) = 2\Phi\left(\frac{\phi}{\sigma_\delta}\right). \quad (1.94)$$

Для нахождения решений уравнений (1.93) используем метод последовательных приближений. При этом решение уравнений первого приближения для установившегося движения ГН имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha_1(t) &= 0; \\ \beta_1(t) &= \int_0^t \{-[\dot{\phi}(t_1) + k_r k_1 \phi(t_1)] \sin \alpha_0 + k_r k_1 \chi^{(1)}(t_1)\} p_r(t-t_1) dt_1, \end{aligned} \quad (1.95)$$

где $p_r(t-t_1) = \exp[-k_r k_1(t-t_1)]$ – весовая функция системы горизонтальной коррекции.

Входящую в (1.95) функцию $\chi^{(1)}(t_1)$ определим как частное решение уравнения (1.92)

$$\chi^{(1)}(t_1) = \frac{z}{g} \omega_0^2 \sin \alpha_0 \int_0^{t_1} \ddot{\phi}(t_2) p(t_1-t_2) dt_2, \quad (1.96)$$

где $p(t_1-t_2) = \frac{1}{n} e^{-h(t_1-t_2)} \sin n(t_1-t_2)$; $n = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$

Уравнения второго приближения с учетом (1.96) по переменной α имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^{(2)} = & -\frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \int_0^t e^{-k_r k_1 \tau_1} \left\{ \dot{\gamma}_1(t) \dot{\gamma}(t_1) + k_r k_1 \dot{\gamma}(t) \gamma(t_1) - \right. \\ & \left. - \frac{\omega_0^2 z}{g} k_r k_1 \int_0^{\eta} \dot{\gamma}(t_1) \ddot{\gamma}(t_2) p(t_1 - t_2) dt_2 \right\} dt_1. \end{aligned} \quad (1.97)$$

Применяя к (1.97) операцию математического ожидания, в предположении стационарности процесса качки, найдем

$$\begin{aligned} M[\dot{\alpha}^{(2)}] = & -\frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \int_0^t e^{-k_r k_1 \tau_1} \left\{ K_\phi(\tau_1) + k_r k_1 \dot{K}_\phi(\tau_1) + \right. \\ & \left. - \frac{\omega_0^2 z}{g} k_r k_1 \int_0^{\eta} \frac{d}{d\tau_2} K_\phi(\tau_1 + \tau_2) p(\tau_2) d\tau_2 \right\} d\tau_1, \end{aligned} \quad (1.98)$$

где $\tau_1 = t - t_1$; $\tau_2 = t_1 - t_2$.

Интегрируя (1.98) с учетом (1.90), получим

$$M[\dot{\alpha}^{(2)}] = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha_0 \frac{D_\phi k_r k_1 \omega_0^2 z [b^4 - b^2 \omega_0^2 - 2k_r k_1 (hb^2 + \mu \omega_0^2)]}{g [(b^2 + \omega_0^2 + 2\mu h)^2 - 4n^2 \lambda^2 ((k_r k_1 + \mu)^2 + \lambda^2)]},$$

где $b^2 = \mu^2 + \lambda^2$.

Полагая в найденном выражении $k_1 = 1$, получим формулу для определения уходов ГН с пропорциональной характеристикой горизонтальной коррекции.

Для определения коэффициента статистической линеаризации $k_1(0, \sigma_\delta)$ воспользуемся первым уравнением системы (1.93), переписав его с точностью до величин первого порядка малости

$$\dot{\beta}^{(1)} + \dot{\gamma} \sin \alpha_0 = -k_r k_1(0, \sigma_\delta) \delta^{(1)},$$

или, учитывая, что $\dot{\delta}^{(1)}(t) = \dot{\beta}^{(1)}(t) + \dot{\gamma} \sin \alpha_0 - \dot{\chi}^{(1)}(t)$, в виде

$$T \dot{\delta} + \delta = -T \dot{\chi}, \quad (1.99)$$

где $T = \frac{1}{k_r k_1(0, \sigma_\delta)}$.

С учетом реальных значений постоянной времени системы горизонтальной коррекции ГН ($T \gg 10$ с) и выражения (1.96), из (1.93) получим

$$D_\delta \approx D_\chi = \frac{\left(\frac{z}{g}\right)^2 D_\phi b^2 \omega_0^4 (\mu \omega_0^2 + hb^2) \sin 2\alpha_0}{2h \left\{ \omega_0^4 + 4\mu h \omega_0^3 + 2[2\mu^2 + b^2(2h^2 - 1)\omega_0^2 + 4\mu h \omega_0 b^2 + b^4] \right\}}. \quad (1.100)$$

Таким образом, с учетом полученной формулы (1.100) искомый коэффициент статистической линеаризации будет

$$k_1(0, \sigma_\chi) = 2\Phi\left(\frac{\varphi}{\sigma_\chi}\right).$$

На рис. 1.6 изображены графики зависимости $M[\dot{\alpha}] = f(1/\omega_0)$, построенные для следующих числовых значений входящих в нее величин: $D_\varphi = 2.5 \cdot 10^{-2}$ рад²; $\mu = 0.2$ с⁻¹; $\lambda = 1.4$ с⁻¹; $z = 2$ м; $k_T = 0.02$; $\varphi = 1.5^\circ$; $M_0 = 5$ Гсм.

Сплошная линия соответствует линейной характеристике коррекции, пунктирная — нелинейной. Графики построены для двух значений коэффициента затухания h .

Из сравнения графиков можно сделать следующие выводы:

Математическое ожидание скорости азимутального ухода ГН в зависимости от динамических параметров маятника-корректора изменяется как по величине, так и по направлению.

Применение нелинейной системы коррекции позволяет существенно (примерно на порядок) уменьшить величину азимутального дрейфа ГН (в случае применения короткопериодных маятников-корректоров. Изменение их динамических параметров в этом случае не приводит к существенному изменению рассматриваемой погрешности, как это имеет место в случае линейной системы коррекции.

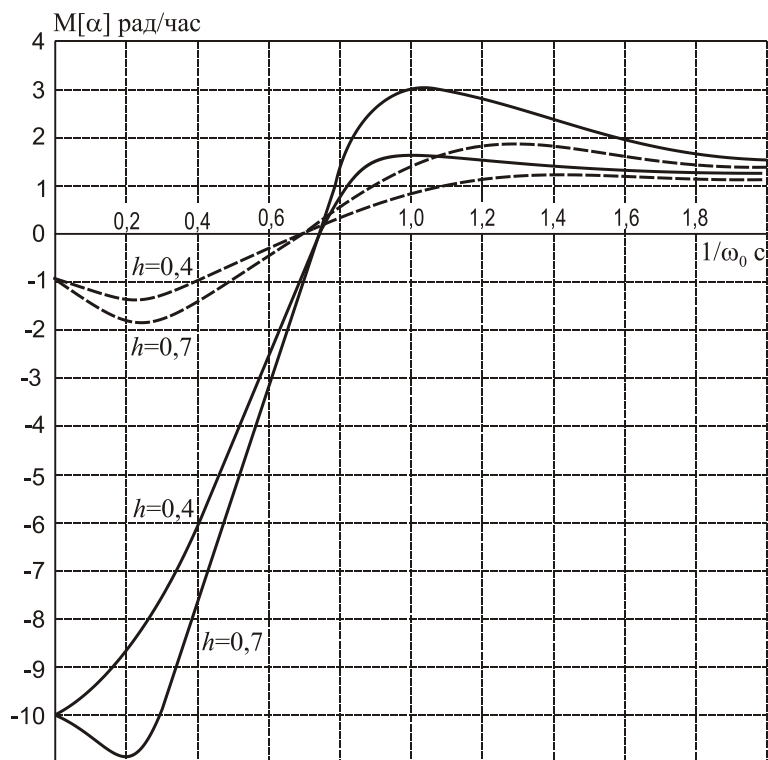


Рис. 1.6. Зависимость математического ожидания скорости дрейфа от собственной частоты колебаний маятника-корректора

1.9. Кардановая погрешность, ее особенности

Кардановая погрешность ГН имеет чисто геометрическую природу. Она появляется при невертикальном положении оси подвеса наружной рамки.

Сущность кардановой погрешности выясним с помощью рис. 1.6, где показана земная система координат $\xi\eta\zeta$, ориентированная географически, и система координат $x_c y_c z_c$, связанная с объектом. Связанная система $x_c y_c z_c$ повернута относительно земной на углы курса K , тангажа (дифферента) ϑ и крена γ . Для определенности предположим, что главная ось гироскопа направления, обозначенная y , установлена в плоскости меридиана $\eta\theta\zeta$. Для общности считаем, что главная ось гироскопа наклонена относительно плоскости горизонта на угол β° . При отклонении нормальной оси z_c объекта от вертикали (оси ζ) на углы ϑ и γ ось наружной рамки также отклоняется от вертикали на те же углы, т. е. занимает направление оси z_c . При наклоне оси наружной рамки отсчет приборных значений курса объекта будет производиться не в плоскости горизонта $x_0 O y_0$, а в наклонной плоскости $x_c O y_c$.

Для наглядности предположим, что подвижная часть прибора снабжена шкалой, плоскость которой $x_c O y_c$ перпендикулярна к оси подвеса z_c наружной рамки. Шкала имеет оцифровку от 0 до 360° для отсчета показаний курса. Отсчет производится по индексу в виде курсовой черты, закрепленной на корпусе прибора в продольной плоскости объекта $y_c O z_c$. Нулевой отсчет на шкале соответствует направлению главной оси. Построим на рис. 1.7 плоскость $z_c O y$, проходящую через ось z_c подвеса наружной рамки и главную ось y гироскопа. След от пересечения этой плоскости с плоскостью $x_c O y_c$ наклонной шкалы определит ось OO_1 на которой лежит нуль отсчета.

Таким образом, приборное значение курса будет определено углом K_1 , заключенным между осью OO_1 и продольной осью y_c объекта, на которой расположен отсчетный индекс. В общем случае $K_1 \neq K$.

Разность между приборным K_1 и действительным K значениями курса (истинного или условного) и составляет кардановую погрешность или кардановую ошибку K , т. е.

$$\Delta K = K_1 - K \quad (1.101)$$

Для получения формулы ΔK нужно, согласно (1.101), составить функциональную зависимость $K_1 = f(K, \vartheta, \gamma, \beta^\circ)$. Такая зависимость может быть получена решением сферических треугольников, сравнением матриц направляющих косинусов, использованием проекций выбранных соответствующим образом векторов.

Используем последний метод как наименее трудоемкий. За вектор, проекции которого будем выражать ту или иную нечетную тригонометрическую функцию интересующего нас угла K_1 , примем собственный кинетический момент \mathbf{H} , направленный вдоль оси y . Из рис. 1.7 можно получить равенство

$$\operatorname{tg} K_1 = -\frac{H_{x_c}}{H_{y_c}}. \quad (1.102)$$

Это равенство можно вывести и формально. Для этого построим в плоскости $x_c O y_c$ отсчета приборного курса K_1 некоторую ось Ov , которая перпендикулярна к плоскости $z_c O y$ и, следовательно, перпендикулярна к вектору \mathbf{H} . По условию, проекция вектора \mathbf{H} на ось Ov равна нулю, т. е.

$$H_v = 0.$$

С осью y_c ось Ov составляет угол $\frac{\pi}{2} - K_1$. Выразим составляющую H_v через H_{x_c} и H_{y_c} и приравняем в соответствии с (1.102) нулю. Получим

$$H_v = H_{x_c} \cos K_1 + H_{y_c} \sin K_1 = 0.$$

Из этого равенства следует выражение (1.102).

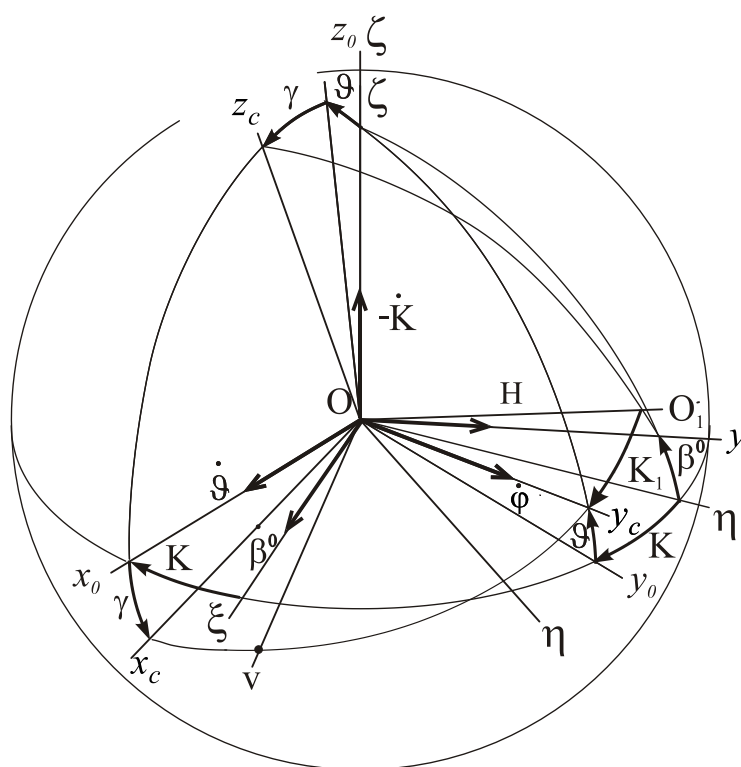


Рис. 1.7. Положение гироскопа и связанной системы координат $x_c y_c z_c$ относительно земной $\xi \eta \zeta$

Для получения зависимости $K_1 = f(K, \vartheta, \gamma, \beta^0)$. выразим в равенстве (1.102)

H_x и H_z через $K, \vartheta, \gamma, \beta^0$, т. е. определим проекции \mathbf{H} на оси x и z в функциях указанных углов. Для этого удобно заменить вектор \mathbf{H} двумя взаимно перпендикулярными его составляющими H_η и H_ζ , связанными с \mathbf{H} равенствами.

$$H_\eta = H \cos \beta^0; \quad H_\zeta = H \sin \beta^0. \quad (1.103)$$

Из рис. 1.7 получим

$$\begin{aligned} H_{xc} &= H_\eta (-\sin K \cos \gamma + \cos K \sin \gamma \sin \vartheta) - H_\zeta \cos \vartheta \sin \gamma; \\ H_{yc} &= H_\eta \cos K \cos \vartheta + H_\zeta \sin \vartheta. \end{aligned}$$

Или с учетом равенств (1.103),

$$\begin{aligned} H_{xc} &= H \cos \beta^0 (-\sin K \cos \gamma + \cos K \sin \gamma \sin \vartheta) - H \sin \beta^0 \cos \vartheta \sin \gamma; \\ H_{yc} &= H \cos \beta^0 \cos K \cos \vartheta + H \sin \beta^0 \sin \vartheta. \end{aligned}$$

После подстановки этих выражений в (1.102) и деления всех членов на $\cos \beta^0 \neq 0$ получим искомую зависимость $K_1 = f(K, \vartheta, \gamma, \beta^0)$ в виде

$$K_1 = \operatorname{arctg} \frac{\sin K \cos \gamma - \cos K \sin \gamma \sin \vartheta + \operatorname{tg} \beta^0 \cos \vartheta \sin \gamma}{\cos K \cos \vartheta + \operatorname{tg} \beta^0 \sin \vartheta}. \quad (1.104)$$

Пользуясь выражением K_1 , запишем согласно (1.101) формулу кардановой погрешности

$$\Delta K = K_1 - K = \operatorname{arctg} \frac{\sin K \cos \gamma - \cos K \sin \gamma \sin \vartheta + \operatorname{tg} \beta^0 \cos \vartheta \sin \gamma}{\cos K \cos \vartheta + \operatorname{tg} \beta^0 \sin \vartheta} - K. \quad (1.105)$$

Пример графика кардановой ошибки приведен на рис. 1.8.

Формула (1.94) неудобна для расчета тем, что содержит разность близких величин. Этого недостатка можно избежать, если в выражении (1.105) заменить K_1 на $K + \Delta K$ и решить полученное равенство относительно ΔK . В этом случае

$$\operatorname{tg} \Delta K = \frac{\sin K \cos \gamma - \cos K \sin \vartheta \sin \gamma + \operatorname{tg} \beta^0 \cos \vartheta \sin \gamma - (\cos K \cos \vartheta + \operatorname{tg} \beta^0 \sin \vartheta) \operatorname{tg} K}{\cos K \cos \vartheta + \operatorname{tg} \beta^0 \sin \vartheta + (\sin K \cos \gamma - \cos K \sin \vartheta \sin \gamma + \operatorname{tg} \beta^0 \cos \vartheta \sin \gamma) \operatorname{tg} K}.$$

На практике значительно удобнее пользоваться приближенной формулой, которая получается в результате разложения зависимости (1.105) в ряд Тейлора в окрестности значений переменных $K = K_0, \vartheta = \gamma = 0, \beta^0 = \beta_0^0$.

Если ввести переменные $K = K_0 + \delta K; \vartheta = 0 + \delta \vartheta; \gamma = 0 + \delta \gamma; \beta^0 = \beta_0^0 + \delta \beta^0$, считая величины $\delta K, \delta \vartheta, \delta \gamma, \delta \beta^0$ малыми, и разложить выражение (1.105) в ряд с удержанием величин второго порядка малости, получим

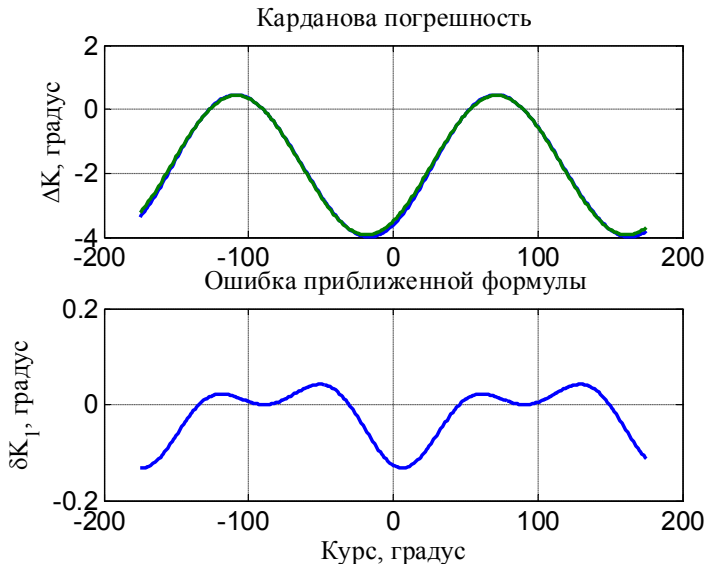


Рис.1.8. Графики кардановой ошибки при $\vartheta = 10^\circ$, $\gamma = 20^\circ$, $\beta^o = 0^\circ$ и ошибки приближенной формулы

углы β^o малы по сравнению с ϑ и γ , в (1.107) можно пренебречь последним членом и записать ее в виде

$$\Delta K_1 \cong \frac{1}{4}(\vartheta^2 - \gamma^2) \sin 2K_0 - \vartheta\gamma \cos^2 K_0. \quad (1.108)$$

На рис.1.8 показан график погрешности, вычисленной по точной формуле и приближенной формуле (1.108), а также график ошибки приближенной формулы $\delta K_1 = \Delta K - \Delta K_1$.

Из них следует, что приближенная формула хорошо работает в реальных условиях.

Из (1.108) видно, что кардановая погрешность обращается в нуль при $K_0 = \pm \frac{\pi}{2}$. Этот результат, естественно, остается в силе и в случае, когда с помощью ГН определяют не истинный, а условный курс объекта, т. е. когда главная ось гироскопа не установлена в плоскость меридиана, а отсчет изменений курса объекта ведется относительно главной оси, занимающей произвольное, но постоянное положение относительно плоскости меридиана.

Эта особенность кардановой погрешности, отмеченная С.С. Ривкиным [15], определяет следующую практическую рекомендацию: систему управления объектом по курсу следует проектировать так, чтобы на основном участке движения объекта главная ось ГН лежала в поперечной плоскости объекта.

Формулу (1.108) нетрудно преобразовать к виду

$$\Delta K \cong \frac{1}{4}(\vartheta^2 + \gamma^2) \sin 2(K_0 - \lambda) - \frac{1}{2} \vartheta\gamma, \quad (1.109)$$

$$\Delta K \cong -\operatorname{tg} \beta_0^o (\vartheta \cos K_0 - \gamma \cos K_0) + \frac{1}{2} \left(\operatorname{tg} \beta_0^o (\vartheta \cos K_0 + \gamma \sin K_0) \delta K - (\cos^2 K_0) \delta \beta^o - \frac{1}{\cos^2 \beta_0^o} (\vartheta \sin K_0 - \gamma \cos K_0) \delta \beta^o \right).$$

При $\beta_0^o = 0$, $\delta \beta^o = \beta^o$ формула (1.107) более проста:

$$\Delta K \cong \frac{1}{4}(\vartheta^2 - \gamma^2) \sin 2K_0 - \vartheta\gamma \cos^2 K_0 - (\vartheta \sin K_0 - \gamma \cos K_0) \beta^o. \quad (1.107)$$

При часто встречающемся на практике случае, когда

где $\lambda = \arctg \frac{2\vartheta\gamma}{\vartheta^2 - \gamma^2}$.

Из (1.109) видно, что кардановая погрешность при горизонтальном положении главной оси гироскопа имеет: две составляющие. Одна из них является гармонической функцией удвоенного курса объекта, вторая от курса не зависит. При наклоне объекта только вокруг одной оси ($\vartheta=0$ или $\gamma=0$) вторая составляющая обращается в нуль. При заданных значениях углов дифферента и крена объекта кардановая погрешность достигает максимального (по модулю) значения при курсах

$$K_0 = 135^\circ + \frac{1}{2} \arctg \frac{2\vartheta\gamma}{\vartheta^2 - \gamma^2};$$

$$K_0 = 315^\circ + \frac{1}{2} \arctg \frac{2\vartheta\gamma}{\vartheta^2 - \gamma^2}.$$

в случае одинаковых знаков углов ϑ и γ и при курсах

$$K_0 = 45^\circ + \frac{1}{2} \arctg \frac{2\vartheta\gamma}{\vartheta^2 - \gamma^2},$$

$$K_0 = 225^\circ + \frac{1}{2} \arctg \frac{2\vartheta\gamma}{\vartheta^2 - \gamma^2}$$

в случае разных знаков углов ϑ и γ .

Модуль максимальной погрешности

$$|\Delta K_{\max}| = \frac{1}{4}(\vartheta^2 + \gamma^2) + \frac{1}{2}|\vartheta\gamma| = \frac{1}{4}(\vartheta + \gamma)^2 = \left(\frac{\vartheta + \gamma}{2}\right)^2. \quad (1.110)$$

Формула (1.110) примечательна своей простотой: максимальное значение кардановой погрешности равно квадрату полусуммы углов дифферента и крена объекта (углы дифферента и крена, естественно должны быть выражены в радианах).

Рассмотрим особенности кардановой погрешности ГН при регулярной и случайной качке объекта. Пусть $\vartheta = \vartheta_m \sin \omega t$; $\gamma = \gamma_m \sin(\omega t + \mu)$. В этом случае формула (1.108) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta K \cong & \frac{1}{8} \{ \vartheta_m^2 (1 - \cos 2\omega t) - \gamma_m^2 [1 - \cos 2(\omega t + \mu)] \} \sin 2K_0 - \\ & - \frac{1}{4} \vartheta_m \gamma_m [\cos \mu - \cos(2\omega t + \mu)] (1 + \cos 2K_0). \end{aligned} \quad (1.111)$$

Из (1.111) видно, что при гармонической синхронной двухосной качке объекта кардановая погрешность имеет постоянную составляющую $\langle \Delta K \rangle$:

$$\langle \Delta K \rangle \cong \frac{1}{8} (\vartheta_m^2 - \gamma_m^2) \sin 2K_0 - \frac{1}{4} \vartheta_m \gamma_m \cos \mu (1 + \cos 2K_0)$$

или

$$\langle \Delta K \rangle \cong \frac{1}{8} \sqrt{(\vartheta_m^2 - \gamma_m^2)^2 + 4\vartheta_m^2 \gamma_m^2 \cos^2 \mu} \sin(2K_0 - \lambda_1) - \frac{1}{4} \vartheta_m \gamma_m \cos \mu,$$

где $\lambda_1 = \operatorname{arctg} \frac{2\vartheta_m \gamma_m \cos \mu}{\vartheta_m^2 - \gamma_m^2}$.

Предельное (максимум максиморум) значение постоянной составляющей погрешности определяется равенством

$$\langle \Delta K \rangle_{\max \max} = \pm \frac{1}{8} (\vartheta_m^2 + \gamma_m^2). \quad (1.112)$$

Оно имеет место при $\mu=0$ (синхронная синфазная качка), $\sin(2K_0 - \lambda_1) = -1$ и при $\mu=\pi$, $\sin(2K_0 - \lambda_1) = 1$.

Из сопоставления формул (1.112) и (1.10) следует, что максимальное значение постоянной составляющей достигает половины максимального мгновенного значения кардановой погрешности.

В случае асинхронной двухосной качки объекта, т. е. при $\vartheta = \vartheta_m \sin \omega_1 t$; $\gamma = \gamma_m \sin(\omega_1 t + \mu)$, также имеет место постоянная составляющая кардановой погрешности:

$$\langle \Delta K \rangle = \frac{1}{8} (\vartheta_m^2 - \gamma_m^2) \sin 2K_0. \quad (1.113)$$

При случайной двухосной качке объекта с нулевыми математическими ожиданиями углов тангажа (дифферента) и крена кардановая погрешность имеет систематическую составляющую $\Delta \bar{K}(t)$:

$$\Delta \bar{K}(t) = \frac{1}{4} [D_\vartheta(t) - D_\gamma(t)] \sin 2K_0 - K_{\vartheta\gamma}(t, t) \cos^2 K_0, \quad (1.114)$$

где $D_i(t)$ и $K_{ij}(t, t)$ – дисперсии и взаимные корреляционные функции переменных, указанных в индексах.

При необходимости учета влияния угла наклона β^o главной оси гироскопа относительно плоскости горизонта вместо (1.114) нужно использовать следующую формулу, которую легко получить из (1.107):

$$\begin{aligned} \Delta \bar{K}(t) = & \frac{1}{4} [D_\vartheta(t) - D_\gamma(t)] \sin 2K_0 - K_{\vartheta\gamma}(t, t) \cos^2 K_0 - \\ & - K_{\vartheta\beta^o}(t, t) \sin K_0 + K_{\gamma\beta^o}(t, t) \cos K_0. \end{aligned} \quad (1.115)$$

Наличие постоянной составляющей кардановой погрешности при регу-

лярной качке объекта и систематической составляющей при случайной качке делают недостаточно эффективным приборное или визуальное осреднение рассматриваемой погрешности. Наиболее радикальное средство борьбы с кардано-выми погрешностями – стабилизация корпуса ГН в плоскости горизонта.

1.10. Погрешность ГН из-за неточности азимутальной коррекции

Погрешность азимутальной коррекции обуславливается неточностью выработки сигнала коррекции и нестабильностью параметров, от которых зависит скорость азимутальной коррекции. Рассмотрим расчет погрешности азимутальной коррекции в простейшем случае, когда коррекция осуществляется по закону.

$$\omega_{k2} = \omega \sin \varphi. \quad (1.116)$$

На рис. 1.9 приведена схема системы моментной азимутальной коррекции. Она состоит из вычислительного устройства ВУ, датчика момента ДМ и гироскопа Г рассматриваемого прибора.

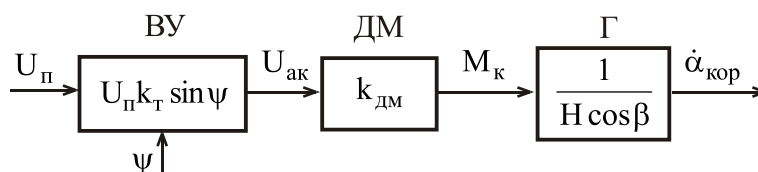


Рис. 1.9. Схема системы моментной азимутальной коррекции

Для конкретности будем считать, что в вычислительном устройстве использован синусно-косинусный поворотный трансформатор (СКТ). Считая его идеально отсимметрированным, запишем напряжение азимутальной коррекции на выходе СКТ в виде

$$U_{ак} = U_n k_T \sin \psi,$$

где U_n , k_T – напряжение питания и коэффициент трансформации СКТ; ψ - угол поворота ротора СКТ.

С учетом коэффициентов передачи датчика момента $k_{ДМ}$ и гироскопа $\frac{1}{H \cos \beta}$ получаем следующее выражение скорости коррекции (без учета знака):

$$\omega_{k2} = \frac{U_n k_T k_{ДМ}}{H \cos \beta} \sin \psi. \quad (1.117)$$

Чтобы скорость коррекции (1.106) соответствовала требуемому значению

(1.105), необходимо выполнить условия:

$$\begin{aligned} \psi &= \varphi; \\ \frac{U_{\text{п}} k_{\text{т}} k_{\text{дм}}}{H \cos \beta} &= \omega. \end{aligned} \quad (1.118)$$

Номинальные значения параметров системы коррекции рассчитывают согласно зависимостям (1.118) для $\beta = 0$.

Реальные значения параметров цепи коррекции отличаются от их номинальных вследствие неточности изготовления элементов, погрешностей регулировки параметров, изменения внешних условий и т. п.

Для расчета погрешности $\Delta\omega_{\text{к2}}$ скорости коррекции из-за малых отклонений $\Delta U_{\text{п}}, \Delta t, \Delta k_{\text{дм}}, \Delta H, \Delta\varphi$ параметров системы коррекции от их номинальных значений проделаем следующую общепринятую при подобных расчетах процедуру. Разложим зависимость (1.118) в ряд Тейлора в окрестности номинальных значений параметров $U_{\text{п}}, k_{\text{т}}, k_{\text{дм}}, H, \beta = 0, \psi = \varphi$, ограничившись линейными членами ряда. После замены дифференциалов конечными малыми приращениями получим:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{к2ном}} + \Delta\omega_{\text{к2}} &= f(U_{\text{п}}, k_{\text{т}}, k_{\text{дм}}, H, \beta, \varphi)_{\Delta U_{\text{п}}=k_{\text{т}}=k_{\text{дм}}=\dots=\Delta\varphi=0} + \\ &+ \frac{\partial f}{\partial U_{\text{п}}} \Delta U_{\text{п}} + \frac{\partial f}{\partial k_{\text{т}}} \Delta k_{\text{т}} + \dots + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \Delta \varphi. \end{aligned}$$

Отсюда с учетом (1.117)

$$\Delta\omega_{\text{к2}} = \frac{\partial f}{\partial U_{\text{п}}} \Delta U_{\text{п}} + \frac{\partial f}{\partial k_{\text{т}}} \Delta k_{\text{т}} + \frac{\partial f}{\partial k_{\text{дм}}} \Delta k_{\text{дм}} + \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H + \frac{\partial f}{\partial \beta} \Delta \beta + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \Delta \varphi. \quad (1.119)$$

Рассмотренная погрешность скорости коррекции в азимуте приведет к накапливающемуся уходу ГН в азимуте

Отклонения параметров оценивают либо по предельным значениям на основании технических условий на элементы, заданных условий их работы и т. п., либо определяют их статистические характеристики.

1.11. Особенности проектирования и расчета ГН

В ГН используют гидродвигатели с сравнительно большим кинетическим моментом: в авиационных ГН порядка $0,5 \dots 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ($(0,5 \dots 1) \times 10^4 \text{ Г} \cdot \text{см} \cdot \text{с}$), в морских – на один – два порядка больше. Большой кинетический момент необходим для получения достаточно малой скорости ухода гироскопа под действием вредных моментов, т. е. для достижения приемлемой точности прибора. Ориентировочную оценку скорости ухода гироскопа в азимуте можно сделать на основании уравнения моментов (1.6), действующих вокруг оси внутренней

рамки.

Пренебрежем в этом уравнении малым моментом $H\omega_\eta\beta$, а момент внешних сил M_x разделим на два слагаемых: момент азимутальной коррекции $M_{к1}$ и моменты-помехи $M_{п1}$. Получим

$$H\dot{\alpha} = -M_{к1} - M_{п1} - H\omega_\zeta. \quad (1.120)$$

Коррекционный момент $M_{к1}$ компенсирует $H\omega_\zeta$, т. е. $-M_{к1} - H\omega_\zeta = 0$. Оставшиеся члены уравнения определяют скорость ухода $\dot{\alpha}$ гироскопа от вредных моментов:

$$\dot{\alpha} = -\frac{M_{п1}}{H}.$$

Своеобразно проявляется влияние момента сил сухого трения на динамику прибора и его погрешности, что обусловлено нелинейным характером этого момента. Рассмотрим это своеобразие сначала на простейшем примере вращательного движения твердого тела при сухом трении. Пусть к покоящемуся твердому телу приложен момент внешних сил M , стремящийся повернуть тело по отношению к основанию вокруг некоторой оси на угол ϕ . Тело испытывает действие момента сил сухого трения - $M_T \text{sign}\phi$. Суммарный момент, действующий на тело, следовательно, будет

$$M - M_T \text{sign}\phi. \quad (1.121)$$

Если $|M| < M_T$, то $\dot{\phi} = 0$, т. е. движение тела будет, отсутствовать. Отсюда приходится допустить, что суммарный момент (1.121), действующий на тело, равен нулю. Следовательно, при $|M| < M_T$ и отсутствии относительного движения тела ($\phi=0$) момент сил сухого трения не постоянен. Момент сил сухого трения, оказывая противодействие моменту внешних сил M , изменяется вместе с M , оставаясь равным ему по величине и противоположным по знаку. И только при условии $|M| > M_T$ начнется движение тела под влиянием момента M согласно уравнению

$$I\ddot{\phi} = M - M_T \text{sign}\dot{\phi},$$

где момент сил сухого трения становится постоянной по модулю величиной, не зависящей от значения M .

Возвратимся теперь к гироскопу. Выделим из моментов-помех момент сил сухого трения:

$$M_{п1} = -M_{T1} \text{sign}\dot{\beta} + M'_{п1}.$$

Перепишем уравнение (1.120) в виде

$$H\dot{\alpha} = M_{T1} \text{sign}\dot{\beta} - M_{к1} - M'_{п1} - H\omega_\zeta. \quad (1.122)$$

С учетом изложенных особенностей момента сил сухого трения мы должны считать правую часть уравнения (1.122) равной нулю, если

$$\left| -M_{к1} - M_{п1} - H\omega_{\zeta} \right| < M_{т1}. \quad (1.123)$$

В этом случае $\dot{\alpha}$ также становится равной нулю. Может показаться, что отсутствие относительной скорости $\dot{\alpha}$ при выполнении (1.123) – явление положительное, поскольку устраняется уход гироскопа под влиянием моментов-помех $M'_{п1}$. В действительности это не так, поскольку при малых скоростях поворота основания гироскоп поворачивается вместе с основанием, т. е. перестает быть гироскопом. Если для наглядности в уравнении (1.122) не учитывать коррекционный момент $M_{к1}$ и помехи $M_{п1}$, получаем:

$$H\dot{\alpha} = M_{т1}\text{sign}\dot{\beta} - H\omega_{\zeta}.$$

Гироскоп поворачивается вместе с основанием, если абсолютная скорость поворота основания ω_{ζ} такова, что

$$\left| H\omega_{\zeta} \right| < M_{п1}. \quad (1.124)$$

Здесь мы вкладываем в $\dot{\alpha}$ и ω_{ζ} несколько иной смысл по сравнению с первоначальным, поскольку временно перешли к рассмотрению движения гироскопа не относительно земной системы координат, а относительно основания прибора, т. е. относительно объекта, на котором расположен прибор. Следовательно, здесь временно ω_{ζ} - абсолютная угловая скорость поворота основания вокруг оси подвеса наружной рамки, $\dot{\alpha}$ - скорость поворота гироскопа вокруг оси подвеса наружной рамки относительно основания.

Из (1.124) получаем выражение нижнего порога чувствительности ГН, обусловленного моментом сил сухого трения на оси подвеса внутренней рамки:

$$\omega_{\zeta\text{пор}} = \frac{M_{п1}}{H} \quad (1.125)$$

Из формулы (1.125) порога чувствительности следует, что в ГН с малым уходом целесообразно использовать гидродвигатели с достаточно большим кинетическим моментом. Таким образом, значение кинетического момента ограничивается снизу допустимым уходом гироскопа в азимуте, вызванным моментами-помехами вокруг оси подвеса внутренней рамки и порогом чувствительности от сухого трения в подвесе той же оси. Поскольку гидродвигатель – основной элемент прибора, определяющий его размеры, массу, потребляемую мощность, время готовности к работе после включения, и все указанные параметры прибора увеличиваются с увеличением кинетического момента гидродвигателя, требования к допустимым значениям этих параметров ограничивают значения кинетического момента сверху. В ГН используют обычно асинхрон-

ные гиродвигатели, которые отличаются от синхронных низкой стоимостью, лучшими пусковыми характеристиками, меньшим потреблением мощности. С меньшей стабильностью кинетического момента таких гироскопов и, следовательно, с меньшей точностью азимутальной моментной коррекции либо мирятся, либо используют кинематическую коррекцию, при которой скорость коррекции от кинетического момента не зависит.

Для уменьшения температурного дебаланса гиродвигателя, в ГН обычно применяют симметричные гиродвигатели, т. е. такие, у которых экваториальная плоскость ротора является плоскостью симметрии гиродвигателя.

В ГН, предназначенных для использования на объектах, испытывающих большие динамические перегрузки и вибрации, следует использовать гиродвигатели, спроектированные с повышенной жесткостью элементов подвеса ротора и с учетом условия равной жесткости.

Рассмотрим выбор датчиков момента. Датчик момента системы горизонтальной коррекции, устанавливаемый на оси подвеса наружной рамки, должен иметь коэффициент передачи, не зависящий от угла поворота ротора. По этой причине магнитоэлектрические датчики момента в данном случае не подходят. Датчики момента выбирают по максимальному моменту, который они должны развивать. Требуемый максимальный момент оценивают по максимальной скорости коррекции гироскопа. При этом следует учитывать, что система горизонтальной коррекции должна компенсировать не только поворот плоскости горизонта, но и дрейф гироскопа вокруг внутренней оси подвеса от моментов-помех, а также должна достаточно быстро приводить главную ось гироскопа в положение равновесия.

При разработке схемы и конструкции подвеса гироскопа нужно обеспечивать малость момента трения на внутренней оси подвеса. Для этого в прецизионных ГН часто используют схему «оживления» подшипников на внутренней оси подвеса, основанную на применении трехколесных шарикоподшипников с вращением промежуточных колец в противоположные стороны и периодическим изменением направления вращения [13,18]. Такое «оживление» снижает влияние вредных моментов в подшипниках примерно на порядок. «Оживление» создает условия, при которых почти всегда (кроме момента реверсирования промежуточных колец) отсутствует трение покоя, осредняются неодинаковость момента сил трения в подшипнике при вращении в различные стороны, влияние несовершенств геометрии рабочих дорожек колец и шариков, влияние микровключений и посторонних частиц, снижается порог чувствительности прибора.

В прецизионных ГН используют также бесконтактные подвесы гироскопа. В морских ГН часто используют шаровые гироскопы с аэродинамическим подвесом. Для дальнейшего повышения точности применяют также схемы автокомпенсации ухода гироскопа. Основные из них рассмотрены в гл. 2.

Расчет ГН заключается в ориентировочных расчетах, необходимых для выбора комплектующих элементов, в расчете цепей коррекции и в расчете погрешностей. Расчет погрешностей прибора складывается из расчета азимутального ухода гироскопа, обусловленного множеством причин, изученных в курсе теории гироскопов, расчета погрешностей азимутальной коррекции и расчета влияния системы горизонтальной коррекции на уход в азимуте.

Методические погрешности ГН, рассмотренные в пп. 1.6...1.9, уменьшаются наиболее эффективно удержанием оси наружной рамки прибора в вертикальном положении. Это обеспечивается: 1) использованием системы двухосной косвенной стабилизации корпуса ГН по сигналам от гировертикали; 2) использованием комбинированных гироскопических приборов – курсовертикалей с осью наружной рамки ГН, закрепленной, например, в дополнительной рамке, которая, в свою очередь, с помощью цапф установлена в наружной рамке гировертикали и с помощью местной следящей системы удерживается в вертикальной плоскости; 3) применением трехосных силовых или индикаторных гиросtabilизаторов, в которых азимутальный гироскоп, играющий роль ГН, размещен на стабилизированной в плоскости горизонта площадке.

1.12. Этапы развития гироскопов направления

1.12.1. Гиropolукомпасы

В годы бурного роста летно-технических характеристик самолетов вплоть до конца Второй мировой войны проводилась разработка гироскопических навигационных приборов (указателей поворота и авиагоризонтов) на основе двухстепенного и свободного пневматических гироскопов.

С 1935 года началось серийное производство гиropolукомпаса типа ГПК, построенного на основе свободного пневматического гироскопа [18].

Конструкция прибора показана на рис.1.20. Ротор 1 гиropolукомпаса представляет собой массивный латунный диск с лунками по окружности и с двумя ребордами, посаженными по обе стороны лунок. В ротор запрессована ось с полированными конусами, входящими в шарикоподшипники. Момент инерции ротора около $0,7 \cdot 10^{-4}$ Нмс²; скорость вращения 10 000 — 12 000 об/мин, кинетический момент - $H \approx 0,08$ Нмс.

Во внутренней рамке 22 укреплены шарикоподшипники ротора. Подшипники посажены в две латунные резьбовые пробки; подтягивая эти пробки, регулируют люфт в оси ротора. Пробки закрепляются зажимными винтами. Перпендикулярно оси ротора в рамку посажены снаружи еще два подшипника 19: на них рамка может вращаться вместе с ротором вокруг горизонтальной оси $x-x$ подвеса. Рамка имеет нарезанный стержень с передвижным грузиком 6 (гайкой) для балансировки гироскопа вокруг оси xx .

Во внешней рамке 4 укреплены две цапфы 18 с полированными конусами, входящими в шарикоподшипники 19 внутренней рамки. Подтягивая центры, можно регулировать люфт в оси гироскопа.

Для того, чтобы внешняя рамка могла вращаться вокруг вертикальной оси, снизу в рамку запрессована упорная ось, которая опирается на шарик 10 и центрируется шарикоподшипником 9, посаженным во фланец корпуса. Сверху в рамку посажен подшипник 3, в который из корпуса прибора входит конический регулируемый центр 2. На рамке укреплена картушка 5 (шкала) гирополукомпас, представляющая собой кольцо с делениями снаружи. Рамка несет на себе трубопровод 16 и сопло 20, разгоняющее ротор.

Во внутренней рамке 22 укреплены шарикоподшипники ротора. Подшипники посажены в две латунные резьбовые пробки; подтягивая эти пробки, регулируют люфт в оси ротора. Пробки закрепляются зажимными винтами. Перпендикулярно оси ротора в рамку посажены снаружи еще два подшипника 19: на них рамка может вращаться вместе с ротором вокруг горизонтальной оси $x-x$ подвеса. Рамка имеет нарезанный стержень с передвижным грузиком 6 (гайкой) для балансировки гироскопа вокруг оси $x - x$.

Во внутренней рамке 22 укреплены шарикоподшипники ротора. Подшипники посажены в две латунные резьбовые пробки; подтягивая эти пробки, регулируют люфт в оси ротора. Пробки закрепляются зажимными винтами. Перпендикулярно оси ротора в рамку посажены снаружи еще два подшипника 19: на них рамка может вращаться вместе с ротором вокруг горизонтальной оси $x-x$ подвеса. Рамка имеет нарезанный стержень с передвижным грузиком 6 (гайкой) для балансировки гироскопа вокруг оси $x - x$.

Во внешней рамке 4 укреплены две цапфы 18 с полированными конусами, входящими в шарикоподшипники 19 внутренней рамки. Подтягивая центры, можно регулировать люфт в оси гироскопа.

Для того чтобы внешняя рамка могла вращаться вокруг вертикальной оси, снизу в рамку запрессована упорная ось, которая опирается на шарик 10 и центрируется шарикоподшипником 9, посаженным во фланец корпуса. Сверху

в рамку посажен подшипник 3, в который из корпуса прибора входит конический регулируемый центр 2. На рамке укреплена катушка 5 (шкала) гирополукомпаса, представляющая собой кольцо с делениями снаружи. Рамка несет на себе трубопровод 16 и сопло 20, разгоняющее ротор.

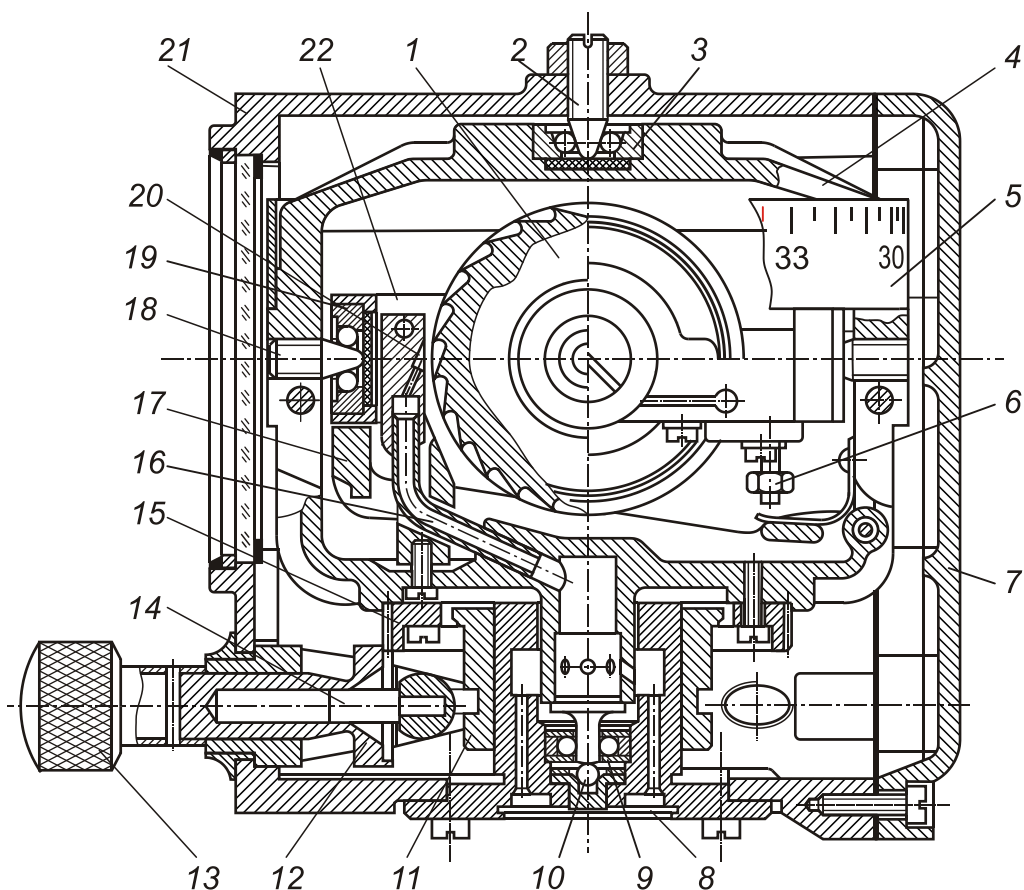


Рис. 1.20. Конструкция гирополукомпаса:

1 - ротор; 2 - центр регулируемый; 3 - подшипник; 4 - внешняя рамка; 5 - шкала; 6 - винт балансировочный; 7 - крышка корпуса; 8 - фильтр; 9 - шарикоподшипник; 10 - шарик; 11 - втулка арретира; 12 - торцевая шестерня; 13 - ручка; 14 - штифт вилки; 15 - шестерня; 16 - трубопровод; 17 - стопорный рычаг; 18 - цапфа; 19 - подшипник подвеса внутренней рамки; 20 - сопло; 21 - корпус; 22 - внутренняя рамка подвеса.

Нижний фланец корпуса несет в себе упорный подшипник и фильтр 8 (металлическую сетку). Для уменьшения утечек воздуха при переходе его из фланца в рамку зазор между фланцем и цилиндрической частью рамки, входящей во фланец, делают минимальным.

На внешней раме укреплен на оси стопорный рычаг 17 и цилиндрическая шестерня 15. На фланец корпуса надето стопорное кольцо 11, в кольцевую проточку которого входит вилка, качающаяся на оси в корпусе прибора. Ручка арретира 13 снабжена торцевой шестерней 12 и может двигаться поступательно и вращаться. При нажиме на ручку 13 штифт 14 попадает в коническое отверстие

торцевой шестерни, благодаря чему вилка принудительно поворачивается в горизонтальное положение. При этом вилка поднимает втулку 13, поворачивающую кверху стопорный рычаг 17. При подъеме стопорный рычаг упирается в внутреннюю рамку и запирает гироскоп. Одновременно торцевая шестерня 12 сцепляется с цилиндрической шестерней 15, и поворот ручки вызывает поворот рамки 4 вместе с картушкой на нужное число градусов. При вытягивании ручки гироскоп освобождается.

Корпус 21 спереди имеет круглое окно, закрытое стеклом. Под стеклом лежит рант с прямоугольным вырезом, через который видна картушка. По середине выреза натянута курсовая черта для отсчета курса. Корпус сзади закрывается крышкой 7.

Для питания прибора посредством отсоса корпус прибора делают герметичным и снабжают штуцером. При питании прибора путем нагнетания воздуха штуцер устанавливают на нижнем фланце корпуса.

Ротор гироскопа вращается под действием струи воздуха, бьющей из сопла 20 по лункам, выфрезерованным по окружности ротора.

В приборе используется система аэродинамической межрамочной коррекции. Коррекция гироскопа осуществляется следующим образом (рис. 1.21). Сопло, разгоняющее ротор, помещено на внешней рамке гироскопа в плоскости yz . При наклоне главной оси гироскопа вместе с внутренней рамкой на угол β струя из сопла начинает бить на одну из двух реборд (бортиков), помещенных по обе стороны лунок. Давление струи на реборду направлено перпендикулярно ее поверхности и параллельно оси x . Силу этого давления можно разложить по двум направлениям: параллельно оси z и перпендикулярно к ней. Вторая составляющая $F_{ГК}$ является направляющей силой, вызывающей прецессию гироскопа вокруг оси y .

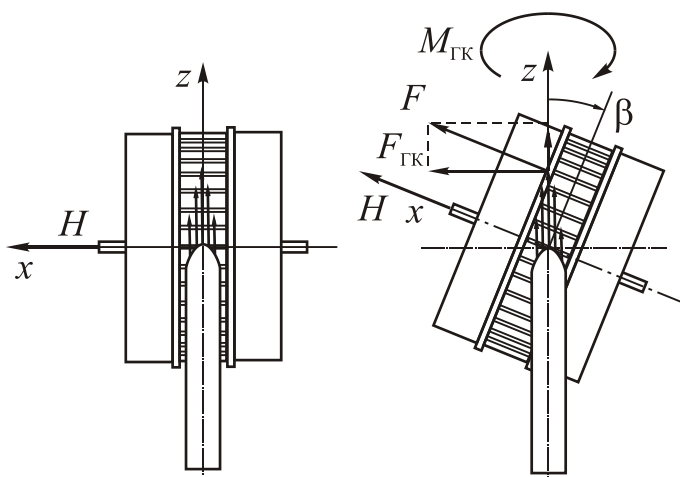


Рис. 1.21. Система аэродинамической межрамочной коррекции

Система азимутальной компенсации в приборе отсутствует, поэтому уход гироскопа в азимуте составляет 3° за 15 минут.

В спроектированном в то же время автомате курса пневматического автопилота АП-42 существенно изменена конструкция арретира. Конструкция арретира автомата курса взамен азимутальной шестерни в обычном рассмотрен-

ном выше ГПК имеет прикрепленную на стойках к вертикальной раме 1 (рис.1.22) подвижную шайбу 2 с отверстиями, расположенными по окружности. В эти отверстия входят штифты, укрепленные на шестерне, посредством которой рамке сообщается вращательное движение. При движении вверх шайба поднимает рычаг арретира 3, который приводит ось ротора в горизонтальное положение.

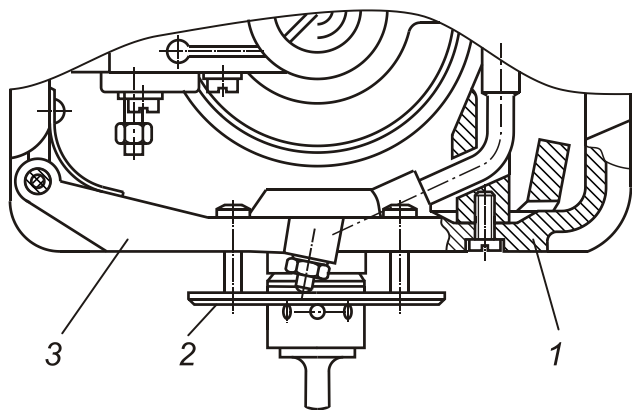


Рис. 1.22. Арретир автомата

Разработке и производству аналоговых электромеханических авиационных приборов и систем способствовало создание в конце 40-х годов электротехнической промышленности как научно-технологической базы производства бортового электрооборудования – малогабаритных электрических двигателей, информационных электрических машин, прежде всего сельсинов, тахогенераторов и

других приборов.

В конце 40-х годов был спроектирован пилотажный электрический гироскоп ГПК-48.

ГПК-48 [28] построен по той же схеме, что и пневматический ГПК, фактически являясь его глубокой модернизацией. Вместо пневматического гироскопа, размещенного во внутренней рамке, используется асинхронный двигатель переменного трехфазного тока типа ГМ-4, питаемый напряжением 36В, частотой 400Гц. Неподвижная ось гиromотора закреплена в гирокамере, являющейся внутренней рамкой. К гирокамере прикреплены две стальные полуоси, на которые насажены внутренние кольца подшипников. Наружные кольца подшипников связаны с наружной рамкой 3. Одно из наружных колец имеет возможность перемещаться в осевом направлении при температурных изменениях деталей прибора. Наружная рамка карданного узла вращается в подшипниках магнетного типа.

Наружное кольцо верхнего подшипника установлено в стальной втулке, имеющей возможность перемещаться в осевом направлении внутри бронзовой втулки с фланцем, закрепленной в верхней крышке корпуса прибора. Для устранения осевого люфта наружной рамки над стальной втулкой помещена компенсационная бронзовая пружина, натяг которой регулируется прокладкой. К верхней части наружной рамки гироскопа прикреплены картушка с ценой деления 1° и оцифровкой через 10° , и ротор коррекционного двигателя горизон-

тальной коррекции. По картушке при помощи курсовой черты, имеющейся на корпусе прибора, отчитывается курс самолета.

Гирокамера имеет свободу вращения в пределах $\pm 75^\circ$ относительно наружной рамки. Наружная рамка, в свою очередь, может поворачиваться относительно своей оси на неограниченный угол.

Гирополукомпас имеет горизонтальную межрамочную коррекцию, удерживающую главную ось гироскопа под углом 90° к оси наружной рамки.

В состав системы коррекции входит контактный датчик угла, размещенный на оси подвеса гирокамеры и коррекционный двигатель.

В качестве коррекционного двигателя применен двухфазный асинхронный многополюсный двигатель обращенного типа, работающий в заторможенном режиме. Обращенная конструкция двигателя позволяет минимизировать число электрических линий связи между датчиком угла и статором двигателя, что упрощает конструкцию токоподводов.

Статор коррекционного двигателя закреплен в расточке верхней крышки корпуса прибора. Он представляет собой "беличью клетку", пакет которой составляют высечки, отштампованные из электротехнической стали, залитые алюминиевым сплавом.

При отклонении главной оси гироскопа от перпендикуляра к оси наружной рамки замыкаются контакты датчика углов, включающие коррекционный двигатель 5. Датчик момента начинает работать только при нарушении перпендикулярности главной оси гироскопа на 4° относительно оси наружной рамки.

Коррекционный момент, действующий на наружную рамку карданового подвеса, заставляет прецессировать гирокамеру до восстановления перпендикулярности главной оси гироскопа относительно плоскости наружной рамки.

В гирополукомпасе ГПК-48 отсутствует азимутальная коррекция. Для установки заданного курса прибор имеет арретирующее устройство, позволяющее поворачивать гиروزел вместе с картушкой. Арретирующий механизм последовательного действия смонтирован в нижней части прибора и по своей конструкции мало отличается от аналогичного механизма автомата курса автопилота АП-42.

Подвод питания к гиromотору и коррекционному двигателю осуществляется через щеточные и коллекторные токоподводы.

Для уменьшения момента трения по оси внутренней рамки используют точечные токоподводы. Группы контактов расположены в них так, что соприкосновение подвижных и неподвижных контактов происходит в точках, расположенных по геометрической оси вращения кожуха двигателя гиروزла.

Основные технические характеристики ГПК-48

- Питание прибора - трехфазный ток напряжением 36 ± 4 в, частотой 400гц $\pm 10\%$;
- Потребляемая мощность 12 Вт;
- момент инерции ротора $1,8 \cdot 10^{-4}$ Нмс²;
- Скорость вращения 21000 об/мин;
- Кинетический момент 0,396 Нмс;
- Рабочий диапазон температуры от +50° до -60°С;
- Скорость ухода в азимуте – 3°...5° за 15 мин.

ГПК-48 нашел массовое применение на летательных аппаратах, как поршневых, так и реактивных и выпускался до середины 90-х годов.

С 1956 года гирополукомпас ГПК-48 устанавливался на линейных подвижных объектах, относящихся к сухопутным войскам (БТР, БМП, танках и автомобилях) для выдерживания заданного направления при движении в сложных метеоусловиях, ночью и при преодолении водных преград.

В процессе эксплуатации выявилась его недостаточная виброзащеченность, поэтому с 1965 года он был заменен прибором **ГПК-59**.

Конструкция прибора показана на рис. 1.23.

Основными узлами ГПК-59 являются:

1. Карданный подвес, который состоит из гиromотора, внутренней и внешней рамок подвеса.
2. Корпус с механизмом арретира.
3. Крышка с контактной группой.
4. Панель с патроном подсвечивания.

Гиromотор 2 находится в кожухе, который является внутренней рамкой карданового подвеса, и может поворачиваться вокруг горизонтальной оси относительно внешней рамки на углы $\pm 45^\circ$. Внешняя рамка 17 карданового подвеса имеет неограниченный угол вращения вокруг вертикальной оси относительно корпуса 12 прибора. Внутренняя и внешняя рамки карданового подвеса опираются на шарикоподшипники 3 и 8 соответственно. Шарикоподшипники 8 установлены через гофрированную ленту 9, которая служит амортизатором, при ударных перегрузках.

Во внутреннюю рамку карданового подвеса завернут балансный (регулируемый) винт 16 с грузиком, перемещая который осуществляют азимутальную коррекцию.

На внешней рамке карданового подвеса закреплена шкала 19 с делениями стран света - С, Ю, В, З, при этом направление С-Ю совпадает с направлением главной оси ГПК.

Шкала разделена на 600 делений, цена каждого деления (00-20) д.у. (делений угломера). Оцифрована шкала - через (00-20) д.у.

К корпусу прибора прикреплена панель 22 с фонариком 21 и стеклом 20, на котором нанесен индекс, относительно которого выполняется отсчет показаний прибора.

Питание гиromотора осуществляется через вилку 6, коллектор 18, установленный на оси внешней рамки, маломоментный токоподвод 25.

Шкала прибора освещается миниатюрной лампочкой, которая находится под прозрачным колпачком фонарика 20.

Крепление прибора на объекте осуществляется с помощью четырех шпилек гайками М4.

Азимутальная коррекция грузикового типа осуществляется с помощью балансного винта 16, принцип работы детально описан ниже.

Система горизонтальной коррекции межрамочного типа контролирует перпендикулярность главной оси гироскопа плоскости наружной рамки; Для поддержания этой перпендикулярности используется воздушно-реактивный межрамочный корректор.

Воздушно-реактивная струя формируется благодаря двум диаметрально расположенным углублениям на цилиндрической поверхности гироскопа. Углубления заканчиваются соплами 8, воздухосъемные части которых отстоят от ротора на расстоянии 0,02 - 0,03 мм. Эти струи создают реактивный момент, вектор которого направлен вдоль оси вращения ротора в сторону, противоположную вектору угловой скорости вращения. Проекция этого момента на вертикальную ось подвеса наружной рамки вызывает прецессию гироскопа.

Сильный поток воздуха с давлением 100 мм водного столба интенсивно перемешивает внутренний объем и выравнивает нагрев всех частей прибора, что улучшает температурную стабильность работы прибора.

Арретирование прибора в нерабочем состоянии осуществляется специальным механизмом арретира, схема и принцип действия которого совпадает с аналогичным устройством ГПК-48.

В верхней части наружной рамки карданова подвеса закреплена шкала, проградуированная в делениях угломера. Шкала гироскопа разбита на 600 малых делений. Цена одного малого деления 20 д.у.

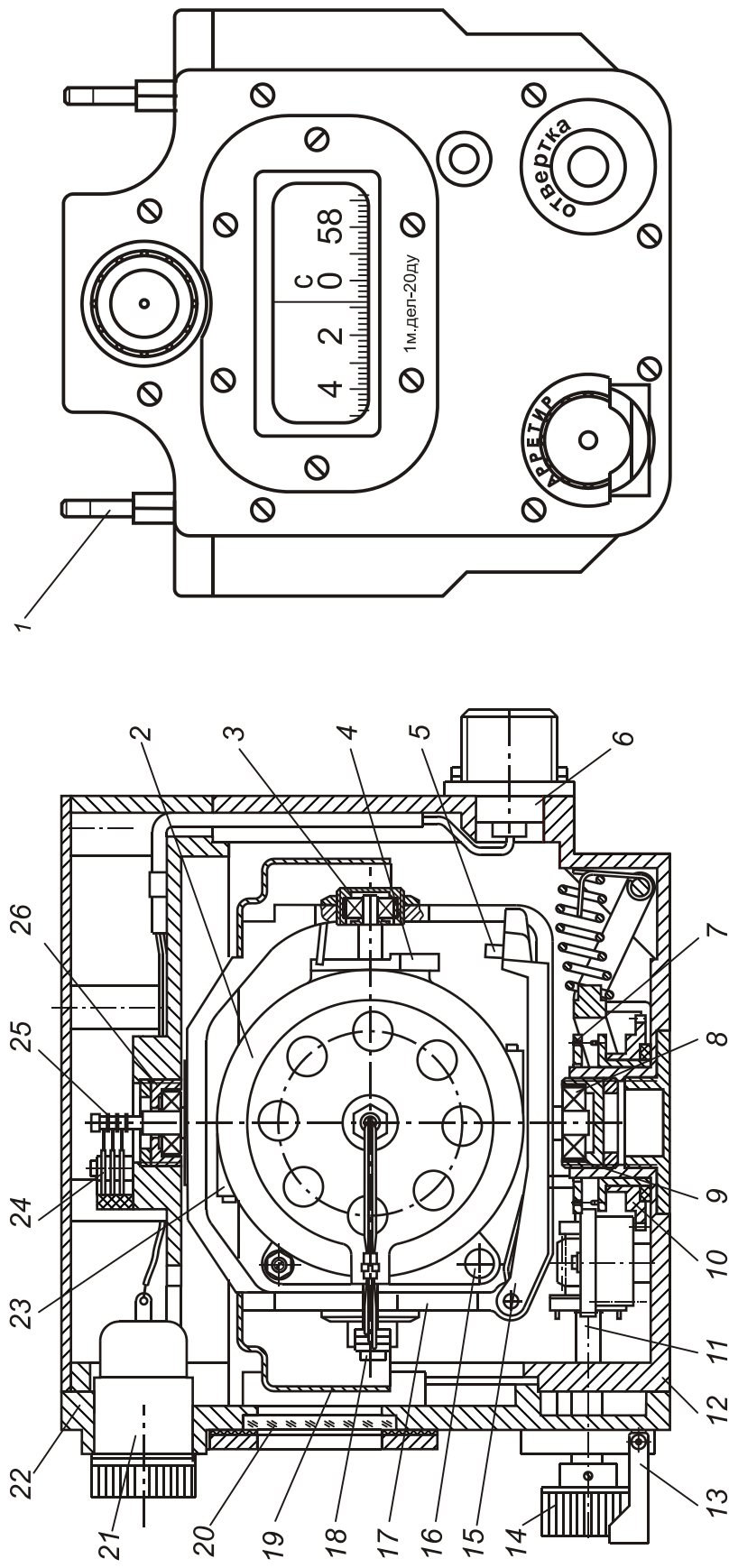


Рис. 1.23. Гироскопический указатель курса ГПК-59:

1 - шпилька; 2 - внутренняя рамка (гироскамера); 3 - шарикоподшипник подвеса гироскамеры; 4 - кулачок арретуры; 5 - зуб коромысла арретуры; 6 - вилка; 7 - кольцо; 8 - магнетный шарикоподшипник; 9 - гофрированная лента; 10 - муфта; 11 - ось; 12 - корпус; 13 - скоба; 14 - ручка; 15 - рычаг арретуры; 16 - винт регулировочный (балансировочный); 17 - рамка; 18 - точечный токоподвод 19 - шкала; 20 - стекло; 21 - фонарик; 22 - панель; 23 - сопло; 24 - узел щеток; 25 - коллектор; 26 - втулка резьбовая.

Для наблюдения за шкалой на передней плате имеется окно, закрытое стеклом. Шкала подсвечивается специальной лампой, патрон которой расположен в верхней части прибора. На плату выведена рукоятка арретирующего устройства. В правой нижней части платы имеется отвертка для проведения балансировки гироскопа и отверстие, закрытое пробкой для доступа к регулировочному винту азимутального корректора. Регулировочный винт устанавливается против отверстия только при заарретированном гироскопе и установке шкалы с отметкой 0 против индекса прибора. На рукоятке отвертки нанесено 10 делений. Поворот регулировочного винта на два - четыре деления отвертки вызывает изменение величины ухода главной оси гироскопа на одно малое деление шкалы (20 д. у.) за 30 мин.

Навигационный **ГПК-52** (конструкторы Е.Ф.Антипов, Е.В. Ольман, Д.С. Пельпор, А.С. Шицман) является практически единственным указателем ортодромии, нашедшим применение в авиационной технике [19].

В отличие от ГПК-48, гирополукомпас ГПК-52 является не только пилотажным, но и навигационным прибором. Он позволяет длительное время (1-2 часа) выдерживать направление полета по заданной ортодромии (дуге большого круга на земной сфере) с точностью до ухода гироскопа.

Гирополукомпас ГПК-52 может быть использован при самолетовождении на любых широтах северного полушария, а его модификация ГПК-52Ю и в южном полушарии.

Конструкция и принцип действия ГПК-52 описан в ряде учебников [28, 29], поэтому остановимся только на конструктивных решениях, позволивших существенно уменьшить величину азимутального дрейфа до величины $2^\circ/\text{час}$.

В комплект гирополукомпаса ГПК-52 входят следующие агрегаты:

- а) датчик гирополукомпаса;
- б) пульт управления;
- в) соединительная коробка;
- г) два указателя ПДК-49.

В корпусе датчика размещаются все основные механизмы: гиروزел, элементы горизонтальной коррекции, двигатель азимутальной коррекции, механизм поворота шкалы гироскопического курса, шкала с датчиком-потенциометром для выдачи сигнала "курс" на указатели и другие потребители.

Для уменьшения инструментальных и методических ошибок используется ряд конструктивных решений.

В датчике ГПК используется гиromотор ГУА-25000 с кинетическим моментом 2,4 Нмс, т.е. в 6 раз большим, чем в ГПК-48. Конструктивно он выпол-

нен по симметричной закрытой схеме: маховик гиromотора симметричен в геометрическом и тепловом отношении, что позволяет существенно уменьшить влияние изменения температуры на положение его центра масс. Гиromотор помещен в кожухе, являющемся внутренней рамкой гироскопа. Крышки кожуха соединены стяжкой, пропущенной через полый вал. Такая конструкция позволяет искусственно задавать направление возможного смещения его центра тяжести относительно точки подвеса при изменении температуры окружающей среды (температурного небаланса).

Для уничтожения температурного небаланса применяется весовая биметаллическая термокомпенсация. К кожуху крепится биметаллическая пластина с двумя грузами. При изменении температуры пластина прогибается, центры масс грузов смещаются вдоль оси вращения маховика, что приводит к появлению искусственного небаланса. При температурной регулировке прибора изменением расстояния грузов от центра пластины добиваются полной балансировки гиروزла.

Гиropолукомпас ГПК-52 имеет азимутальную коррекцию, предназначенную для компенсации кажущегося ухода оси ротора, вызванного вертикальной составляющей вектора угловой скорости суточного вращения Земли. Исполнительным элементом системы азимутальной коррекции является датчик момента (двухфазный индукционный двигатель), расположенный на оси подвеса внутренней рамки. Двигатель азимутальной коррекции представляет собой асинхронный двухфазный двигатель с нерасщепленной управляющей обмоткой. Момент, накладываемый двигателем азимутальной коррекции, создается за счет подачи на его управляющую обмотку напряжения, снимаемого с мостовой схемы, смонтированной в пульте управления и изменяющегося в зависимости от изменения широты места.

С помощью поправочного потенциометра вводится дополнительный электрический разбаланс моста с целью компенсации механического дебаланса гиروزла относительно оси внутренней рамки, который может появиться в процессе эксплуатации прибора.

Для получения минимального момента трения на горизонтальной оси применены точечные токоподводы, так как трение на этой оси вызывает случайные "уходы" гироскопа в азимуте, которые вносят дополнительные ошибки в сигнал курса.

Система горизонтальной маятниковой коррекции состоит из жидкостного маятникового переключателя (ЖМП), закрепленного в нижней части корпуса гиromотора и датчика момента, размещенного на оси подвеса наружной рамки.

При вираже самолета система коррекции отключается, что уменьшает накапливающуюся погрешность.

Механизм установки гироскопического курса служит для установки в полете любого его значения. Для этого шкала курса через верхнюю полуось наружной рамки поворачивается с помощью электродвигателя, установленного на наружной рамке. Одновременно поворачиваются и щетки потенциометра - датчика, соединенные с обмотками указателей. Для установки истинного курса используются показания каких-либо курсовых приборов, находящихся на самолете.

Для разворота шкалы прибора и щеток потенциометрического датчика курса применен двигатель ДИД-О5. Для обеспечения малой скорости поворота шкалы при небольших поворотах ручки задатчика курса в цепь обмотки управления двигателя подключаются балластные сопротивления. При повороте ручки на угол более 30° эти сопротивления закорачиваются, что приводит к увеличению скорости разворота шкалы.

Основные технические характеристики ГПК-52

- Питание: постоянное напряжение: $28В \pm 10\%$; переменное напряжение: $36В \pm 10\%$ частотой $400Гц \pm 2\%$;
- Температурный диапазон работы: $-50^\circС - +60^\circС$;
- Скорость ухода не более 1° за 30 мин.;
- Скорость разворота шкалы: минимальная $25-50^\circ/мин$; максимальная ≥ 180 ;
- Время готовности прибора не более 20 мин.

1.12.2. Гироагрегаты курсовых систем

В 1955-1965 гг. пилотажно-навигационное оборудование совершенствовалось на основе электронных вакуумных приборов, аналоговых вычислительных устройств при совершенствовании электромеханических устройств, методов анализа и синтеза систем.

В это время для дальних самолетов под руководством С.В.Зеленкова были созданы высокоточные гиромагнитные курсовые системы типа КС и ТКС, объединяющие несколько измерителей курса, построенных на различных физических принципах. основным прибором в этих системах оставался гироскоп направления.

В курсовых системах КС применяются гироагрегаты **ГА-1** и **ГА1м**.

Гироагрегат ГА-1 [22] использует основные элементы и узла гирополукомпас ГПК-52 - гиromотор, системы азимутальной моментной коррекции, систему маятниковой горизонтальной коррекции. Основными отличиями в конст-

рукции являются:

1. Гироскопический узел вместе с наружной рамой находится в подвешенном корпусе. Ось подвеса дополнительной рамки совпадает с продольной осью самолета. На оси установлен кольцевой потенциометр, который электрически связан с потенциометром-датчиком канала крена ЦГВ-4. Благодаря этому устраняются креновые ошибки определения курса.

2. На наружной оси подвеса установлены как потенциометрический датчик угла для связи с потребителями на постоянном токе, так и двухканальный сельсин-датчик.

3. Узел согласования гироагрегата двухскоростной, передаточное число редуктора изменяется с помощью электромагнитной фрикционной муфты ускоренного согласования. Редуктор имеет передаточное число $i = 1\ 200\ 000$, что соответствует скорости согласования, равной $2—5^\circ/\text{мин}$.

Такой режим используется при коррекции гироагрегата от датчика магнитного курса.

При нажатии на пульте ПУ-1 кнопки КБС или при повороте задатчика курса срабатывает электромагнит муфты, который перемещает зубчатые соединения редуктора так, что передаточное число уменьшается до ≈ 5000 . Это увеличивает скорость согласования до $10^\circ/\text{с}$ и более.

Таким образом, в режиме ГПК используется моментная система азимутальной коррекции, а в режиме магнитной коррекции - кинематическая система.

В гироагрегате ГА-1м гиromотор ГУА 25000 заменен на герметизированный газонаполненный гиromотор ГУА-20.

Основные технические данные гироагрегата ГА-1м

Кинетический момент гироскопа - 1,96 Нмс;

Частота вращения - 23000 об/мин.;

Максимальные габаритные размеры, 390x272x252 мм;

Масса не более 10 кг;

Уход гироскопа в азимуте не более $\pm 1^\circ$ за 30 мин.

В курсовой системе ТКС-П [20] используется гироагрегат **ГА-3м**.

Особенностями его конструкции по сравнению с ГА-1м являются:

1. Выставка начального курса в гироагрегате и компенсация уходов гироскопа в азимуте от суточного вращения и от разбаланса гиروزла обеспечивается системой кинематической широтной коррекции с помощью интегрирующего привода ИЭ-1М, состоящего из двигателя, тахогенератора и усилителя. Привод разворачивает статор СД гироагрегата в сторону, противоположную суточному

вращению Земли.

Двигатель-генератор ИЭ-1М используется также для согласования гироскопов в режиме МК и как исполнительный двигатель при выставлении курсов от курсозадатчика. При этом он работает не как интегрирующий привод с тахогенератором в цепи обратной связи, а как обыкновенный индукционный двигатель.

2. В системе моментной горизонтальной коррекции вместо электролитического датчика ДЖМ используется физический маятник с емкостным датчиком.

3. С целью уменьшения момента трения на горизонтальной оси подвеса применены так называемые вращающиеся шарикоподшипники, т.е. шарикоподшипники с двумя рядами шариков и промежуточными кольцами, у которых промежуточному кольцу придают принудительное вращение.

Для реверсирования двигателей системы вращающихся подшипников установлен узел реверса, в который входят: двигатель ДИД-0,6 ТА, редуктор с кулачком на выходной оси и микровыключатель. Двигатель постоянно вращается в одну сторону, и кулачок редуктора через микровыключатель реверсирует двигатели системы вращающихся подшипников с периодом 55 с. Узел реверса установлен на верхнем основании подвижного корпуса гироскопа вблизи двигателя отработки крена.

Такие изменения конструкции обеспечили следующие точностные характеристики:

- Допустимый уход гироскопов в режиме ГПК в нормальных условиях при полетах в широтах, отличающихся от широты последней балансировки гироскопов более чем на $\pm 20^\circ - 0,5^\circ/\text{ч}$;
- Дополнительный уход гироскопов в режиме ГПК при действиях линейных и виброускорений и при изменении высоты полета $\pm 0,02^\circ/\text{ч}$.

Основным недостатком рассмотренных гироскопов являются большие габариты и масса, использование ламповых усилителей и аналоговых элементов, не позволяющих эффективно вводить поправки в их показания.

В конце 60-х годов были разработаны курсовые системы ГМК [21] с гироскопом ГА-6 и "Гребень" с гироскопом ГА-8, построенные на новой элементной базе. Это позволило уменьшить втрое их вес и вчетверо энергопотребление.

Конструкции гироскопов этих курсовых систем похожи, поэтому рассмотрим особенности конструкции только гироскопа ГА-8.

Курсовая система «Гребень» [23] предназначена для определения курса

самолета (вертолета) и обеспечения сигналами курса как индикаторов курса летчика и штурмана, так и всех самолетных (вертолетных) устройств, решающих задачи навигации и пилотирования.

Конструкция гироагрегата ГА-8 показана на рис.1.24

Конструктивно гироагрегат ГА-8 состоит из следующих основных частей:

1. Гироузел.
2. Карданный узел с редуктором.
3. Система горизонтальной коррекции.
4. Узел быстрого согласования.
5. Корпус гироагрегата с амортизаторами.

Гироузел агрегата ГА-8 состоит из гиromотора 3 ГМС-I, балансировочных грузов, жидкостного маятникового датчика 6 ДЖМ-10Б с крепежными кронштейнами. Гиromотор ГМС-I представляет собой трехфазный синхронный двигатель гистерезисного типа, в котором для уменьшения времени разгона применен асинхронный запуск.

Карданный узел состоит из гироузла и наружной рамы 11 карданного подвеса. Наружная рама установлена в корпусе 2 на подшипниках 9 и 14. Гироузел с помощью шарикоподшипников 5 и 12 подвешен в раме. С целью уменьшения момента трения на горизонтальной оси применены так называемые вращающиеся шарикоподшипники, т.е. шарикоподшипники с двумя рядами шариков и промежуточными кольцами, у которых промежуточному кольцу придают принудительное вращение.

Такие шарикоподшипники имеют уменьшенный момент трения за счет того, что средние кольца этих шарикоподшипников приводятся во вращение на противоположных концах оси в разные стороны и реверсируются. При такой работе шарикоподшипников получается, что "уходы" гироскопа вызываются не номинальным значением момента трения в статоре, а его разностями. А так как эти разности составляют по своему значению 10-20% от номинального, а иногда и меньше, то значение момента трения мало.

Промежуточные кольца шарикоподшипников 4-3Q6093E и 4-3Q0Q93K4 приводятся во вращение двигателем 8 ДМ-0,04А через два редуктора 7 и специальную тягу.

Реверсирование двигателя осуществляется электронно-переключающим устройством, смонтированным на плате.

Гиromотор в карданной раме имеет возможность перемещаться на угол $+83^\circ$ при изменении угла крена (тангажа) самолета (вертолета).

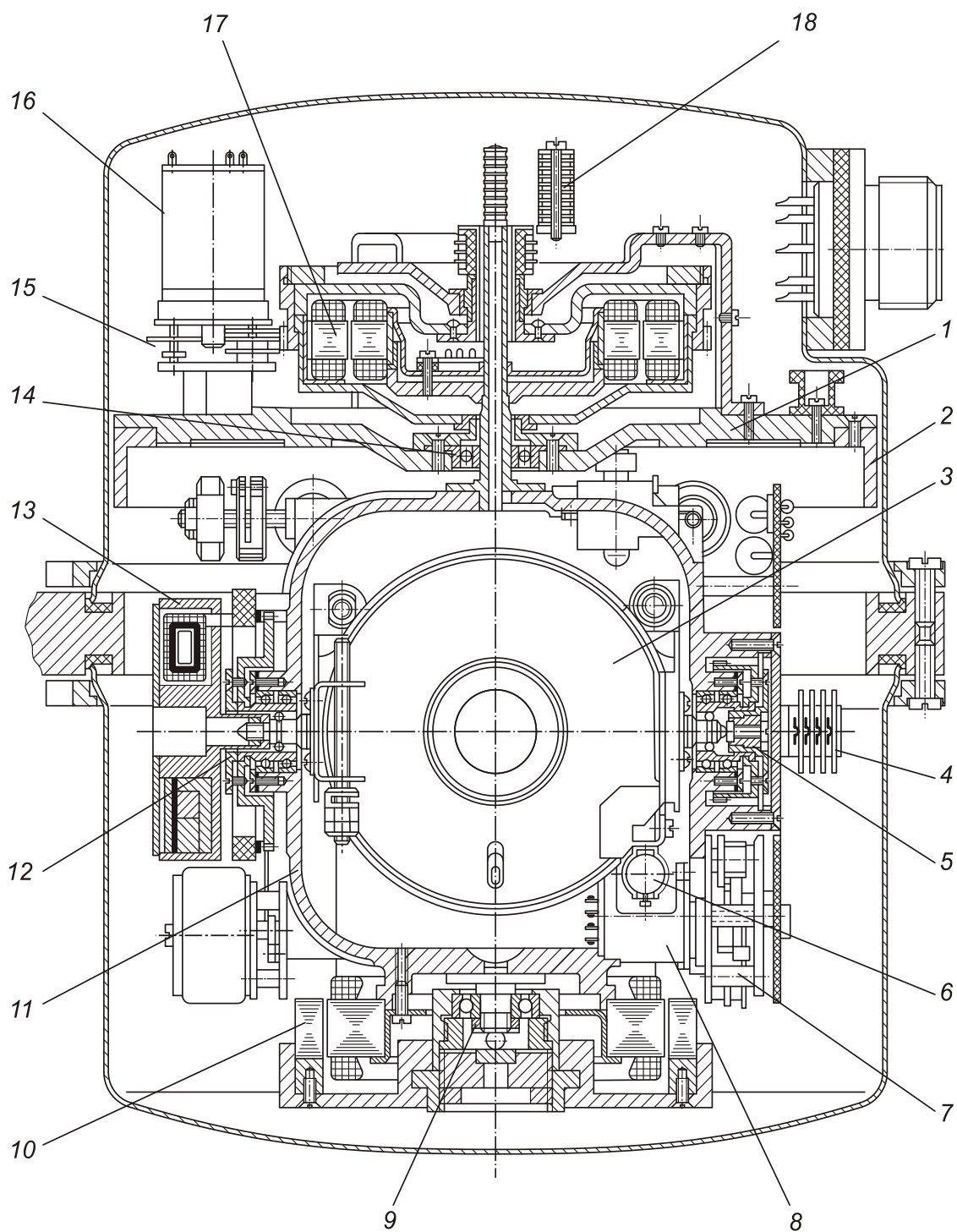


Рис. 1.24. Гироскопический агрегат ГА-8:

1 – крышка; 2 – корпус; 3 – гиромотор; 4 – точечные контакты; 5,12 – трехколенные шарикоподшипники; 6 – жидкостный маятник-никовый датчик; 7 – редуктор; 8 – двигатель; 9 – подшипник; 10 – ротор датчика моментов горизонтальной коррекции; 11 – внешняя рама подвеса; 12 – шестерня привода промежуточных колец; 13 – датчик азимутальной коррекции; 14 – подшипник; 15 – редуктор; 16 – двигатель системы согласования; 17 – синусно-косинусный трансформатор; 18 – коллекторный токоподвод.

На карданной раме имеются два тормоза, предназначенные для предохранения гироскопа от быстрого вращения вокруг измерительной оси при "завале" гиromотора. Тормоза одновременно являются контактным устройством, которое при "завале" гиromотора выдает сигнал на лампу "ОТКАЗ" в пульте управления системы "Гребень-1".

Компенсация уходов гироскопов, вызываемых суточным вращением Земли, осуществляется с помощью системы азимутальной моментной компенсации, включающей мостовой эдадчик сигналов широты места, усилитель и азимутальный магнитоэлектрический датчик моментов 13.

Стабилизация момента, развиваемого датчиком моментов, в рабочем диапазоне температур обеспечивается наличием напряжения обратной связи, поступающего на вход усилителя с проволочного сопротивления, выполненного из материала с малым температурным коэффициентом сопротивления.

На карданной раме укреплен ротор горизонтального мотора-корректора. На горизонтальной оси установлен магнитоэлектрический датчик момента 13 ДМ-6, ротор которого жестко связан с гиروزлом, а статор укреплен на карданной раме. На статор датчика ДМ-6 подается сигнал с пульта управления системы "Гребень-1". По этим сигналам гироскоп агрегат корректируется от индукционного датчика (в режиме МК) и вносится широтная коррекция в режиме ГПК.

Для удержания главной оси гироскопа в горизонтальном положении, т.е. для предохранения ее от "завала", служит система горизонтальной коррекции, которая состоит из чувствительного и исполнительного элементов коррекции. Чувствительным элементом горизонтальной коррекции служит жидкостный маятниковый датчик ДЖМ-10Б, укрепленный специальной скобой на кронштейне, жестко связанном с гиروزлом.

Исполнительным элементом является горизонтальный мотор-корректор, представляющий собой двухфазный реверсивный асинхронный двигатель, работающий в режиме короткого замыкания. Статор 7 мотора-корректора, как уже указывалось, укреплен на карданной раме, а статор находится на корпусе гироскоп агрегата.

При отклонении главной оси гироскопа от горизонтального положения жидкостный переключатель перераспределяет токи в управляющих обмотках ротора мотора-корректора таким образом, что ротор во взаимодействии со статором создает на карданной раме гироскоп агрегата результирующий момент, необходимый для выхода гироскопа из "завала" и возвращения в горизонтальное положение.

Узел быстрого согласования закреплен на крышке 1 и состоит из синусно-

косинусного трансформатора СКТ-265Д, ротор которого укреплен на оси карданной рамы, а статор 17 укреплен в корпусе, состоящем из двух крышек, которые, образуя единое целое, вращаются в подшипниках скольжения (в бронзовых втулках). Корпус со статором СКТ-265Д через шестерню обрабатывается двигателем 16 ДИД-0,1ГА с редуктором 15, передаточное отношение которого $i = 4500$.

Погрешность системы в режиме ГПК в нормальных климатических условиях и при температуре $+50^{\circ}\text{C}$ не превышает $\pm 1^{\circ}/\text{час}$, при температуре до $- 60^{\circ}\text{C}$ не превышает $\pm 2^{\circ}/\text{час}$.

Дополнительная погрешность в режиме ГПК на каждую минуту действия линейных или виражных ускорений, а также при наборе высоты или снижении не более $0,1^{\circ}$.

1.13. Тенденции развития ГН

Основные направления совершенствования ГН следующие:

- совершенствование конструкции и технологии изготовления гироскопов для уменьшения скорости уходов, использование гироскопов с бесконтактным подвесом;
- разработка конструкций на основе гироскопических стабилизаторов;
- разработка методов и схем автокомпенсации влияния моментов-помех;
- комбинирование с другими приборами;
- комплексирование с другими приборами курса.

Остановимся на двух последних направлениях несколько подробнее, так как три первых разъяснений не требуют.

Комбинирование ГН с другими приборами осуществляется в двух основных формах.

Первая, уже упоминавшаяся, заключается в конструктивном или схемном объединении ГН с гировертикалями или стабилизаторами горизонта, т. е. в использовании курсовертикалей или трехосных силовых и индикаторных стабилизаторов. При таком комбинировании устраняются методические погрешности ГН типа кардановой, виражной, ухода от влияния качки на систему горизонтальной коррекции.

Вторая форма заключается в создании так называемых двухрежимных приборов курса. Такие комбинированные приборы появились после разработки корректируемых гирокомпасов, у которых главная ось гироскопа в положении равновесия лежит в плоскости меридиана и в плоскости горизонта. Это упрощает перевод прибора из режима гирокомпаса в режим гироазимута, т. е. ГН,

простым отключением цепи управления гироскопом от маятника. Переключение гироскопа в режим ГН целесообразно на время маневрирования объекта, сопровождающегося значительными ускорениями, для устранения погрешностей от влияния ускорений на маятниковый элемент гироскопа.

Комплексированием приборов курса называют совместное использование информации от приборов курса различных типов с целью повышения точности определения курса. ГН остро нуждаются в дополнительной информации о курсе для начальной их выставки, а также для периодического учета накопившейся вследствие неточности азимутальной коррекции и ухода под влиянием моментов-помех погрешности.

В качестве источников дополнительной информации о курсе на морских объектах чаще всего используют гироскопы, а в авиации – магнитные компасы, радиокompасы, астрокомпасы. В авиации применяют *курсовые системы*, включающие один или два гироскопа направления, магнитный прибор курса (индукционный компас), радиокompас, астрокомпас.

На крупных надводных кораблях, а также на подводных лодках используют навигационные комплексы, которые решают все задачи навигации, включая задачу определения курса, на основе совместного использования, т. е. комплексирования, различных технических средств (гироскопических, астрономических, радиотехнических, магнитных, гидроакустических и т. п.) с обработкой первичной информации на бортовой ЦВМ. Основа современных морских и авиационных навигационных систем – инерциальные навигационные системы.

Глава 2. КОНСТРУКТИВНЫЕ И СХЕМНЫЕ СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ГН

Для повышения точности ГН могут быть использованы все средства уменьшения ухода гироскопа вокруг оси наружной рамки. Рассмотрим наиболее эффективные из них, получившие практическое применение в ГН.

2.1. Схема с запоминанием и компенсацией ухода гироскопа

Постоянную составляющую азимутального ухода гироскопа можно легко определить в условиях неподвижного относительно Земли основания. Если возмущения, вызывающие азимутальный уход ГН в рабочих условиях, т. е. при движении объекта, мало отличаются от возмущений в условиях неподвижного основания, то результат измерения систематического ухода на неподвижном основании целесообразно использовать для компенсации ухода в рабочих условиях.

Процесс определения запоминания и учета систематической составляющей ухода нетрудно автоматизировать с помощью схемы начальной выставки гироскопа в азимуте, включающей

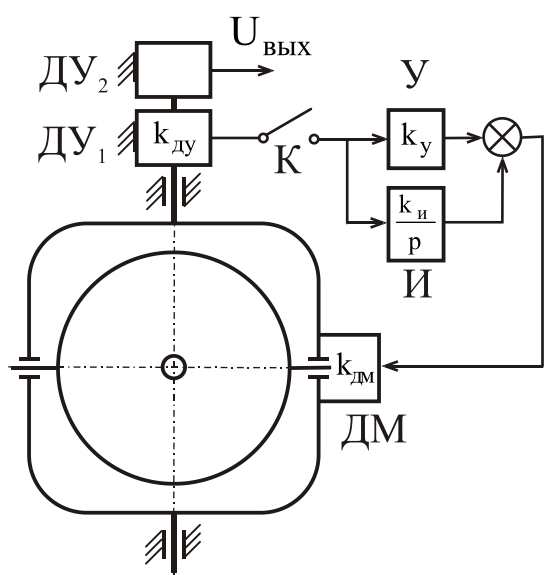


Рис. 2.1. Схема ГН с определением, запоминанием и учетом азимутального ухода

гироскопа в азимуте, включающей изодром (рис. 2.1).

Когда подвижный объект еще зафиксирован относительно Земли (самолет, стоящий неподвижно на взлетной полосе, корабль, плотно ошвартованный у стенки пирса), замыканием ключа К включают цепь начальной выставки главной оси гироскопа относительно объекта. Эта цепь содержит датчик угла ДУ₁, изодром, состоящий из усилителя U и интегратора И, включенных параллельно, и датчик момента ДМ. После окончания переходного процесса, т. е. после приведения

главной оси гироскопа в согласованное положение с осями объекта, на выходе интегратора изодрома запоминается электрический сигнал, который, воздействуя на гироскоп через датчик момента ДМ, компенсирует азимутальный уход ГН. Если, далее, перед началом движения объекта ключ К разомкнуть, сигнал с выхода изодрома продолжает поступать на ДМ и корректировать ГН.

Система горизонтальной коррекции особенностей не имеет, поэтому на рисунке не показана.

Перейдем к аналитическому исследованию схемы. На рис. 2.2 приведена упрощенная структурная схема ГН с системой начальной выставки и запоминанием скорости ухода. Гироскоп в этой схеме представлен интегрирующим звеном с передаточной функцией $\frac{1}{Hp}$

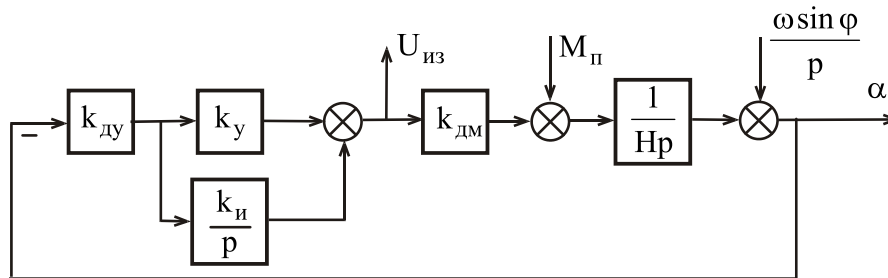


Рис. 2.2. Структурная схема ГН с определением, запоминанием и учетом азимутального ухода

На гироскоп, помимо момента, развиваемого датчиком момента, действует суммарный момент помех M_{Π} , вызывающий азимутальный уход. На выходе гироскопа учтена также кинематическая составляющая $\frac{\omega \sin \varphi}{p}$ ухода гироскопа относительно неподвижного объекта. Передаточные функции датчика угла, усилителя, интегратора, датчика момента обозначены соответственно $k_{\text{ду}}, k_y, \frac{k_{\text{и}}}{p}, k_{\text{дм}}$. Постоянные времени датчика момента, усилителя, а также дрейф нуля интегратора для простоты анализа не учитываются.

Из структурной схемы рассматриваемой системы получим

$$\alpha = -k_{\text{ду}} \left(k_y + \frac{k_{\text{и}}}{p} \right) k_{\text{дм}} \frac{\alpha}{Hp} + \frac{M_{\Pi}}{Hp} - \frac{\omega \sin \varphi}{p}.$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{p(M_{\Pi} - H\omega \sin \varphi)}{Hp^2 + k_{\text{ду}}k_yk_{\text{дм}}p + k_{\text{ду}}k_{\text{и}}k_{\text{дм}}}. \quad (2.1)$$

Полученное выражение свидетельствует о том, что рассматриваемая система структурно устойчива. По отношению к внешним воздействиям M_{Π} и $\frac{\omega \sin \varphi}{p}$ она обладает астатизмом первого порядка. При $M_{\Pi} = \text{const}$ и $H\omega \sin \varphi = \text{const}$ в установившемся состоянии ($p=0$) $\alpha_{\text{уст}} = 0$.

Определим напряжение $U_{из}$ на выходе изодромного устройства. Из структурной схемы получим

$$U_{из}(p) = -k_{дм} \frac{1}{Hp} k_{ду} \left(k_y + \frac{k_i}{p} \right) U_{из}(p) - \left(\frac{M_{п}}{Hp} - \frac{\omega \sin \varphi}{p} \right) k_{ду} \left(k_y + \frac{k_i}{p} \right).$$

Следовательно,

$$U_{из}(p) = \frac{(-M_{п} + H\omega \sin \varphi) k_{ду} (k_y p + k_i)}{Hp^2 + k_{ду} k_y k_{дм} p + k_{ду} k_i k_{дм}}.$$

При $M_{п} = \text{const}$ для установившегося состояния ($p=0$)

$$U_{из\text{ уст}} = \frac{-M_{п} + H\omega \sin \varphi}{k_{дм}}. \quad (2.2)$$

Из выражения (2.2) видно, что запомненное на выходе изодрома напряжение зависит от момента помех и скорости кинематического ухода гироскопа. Первое слагаемое этого напряжения после его приведения умножением на $k_{дм}$ к выходу датчика момента равно и противоположно по знаку моменту помех $M_{п}$. Второе слагаемое после приведения его к углу азимутального поворота гироскопа умножением на передаточные функции датчика момента $k_{дм}$ и гироскопа $\frac{1}{Hp}$ равно и противоположно по знаку углу кинематического ухода гироскопа в азимуте под влиянием вертикальной составляющей вращения Земли. Запомненное напряжение после размыкания ключа K , следовательно, компенсирует влияние внешних моментов-помех и кинематического ухода, обусловленного вращением земной системы координат, с точностью до влияния приращений моментов-помех и кинематического ухода при движении объекта по сравнению с неподвижным относительно Земли положением.

Мы проанализировали идеализированную схему. Работа реальной схемы осложнена непостоянством моментов-помех и аппаратурными несовершенствами узлов схемы, в частности, дрейфов нуля интегратора изодромного звена.

2.2. Схема двухроторного ГН с реверсированием кинетических моментов

Схема прибора состоит из двух одинаковых гироскопов направления и программного устройства (рис. 2.3) [13]. Уход гироскопа под влиянием вредных моментов уменьшается в этой схеме так. Скорость прецессии гироскопа под действием момента внешних сил – нечетная функция его кинетического момента. Следовательно, при постоянном моменте внешних сил, действующих

на гироскоп, изменением знака кинетического момента можно изменить знак скорости ухода гироскопа. Скорость ухода из знакопостоянной превращается в знакопеременную, в частности, периодическую функцию времени.

В рассматриваемой схеме (рис. 2.3) реверсирование вращения роторов гироскопов производится периодически от программного устройства. Выделим четыре четверти полного цикла реверсирования обоих гироскопов (рис.2.4). Пусть в течение первой четверти этого цикла кинетический момент H_1 первого гироскопа положителен и поддерживается постоянным. В это время происходит реверсирование второго гироскопа. Выходной сигнал в этой четверти, характеризующий изменения курса объекта, снимается с первого гироскопа (с датчика угла $ДУ_{12}$). Ключ K_1 находится в положении, указанном на рисунке.

Второй гироскоп в этой четверти цикла выставляется в азимуте от первого гироскопа. Это достигается сравнением сигналов с выходных датчиков углов

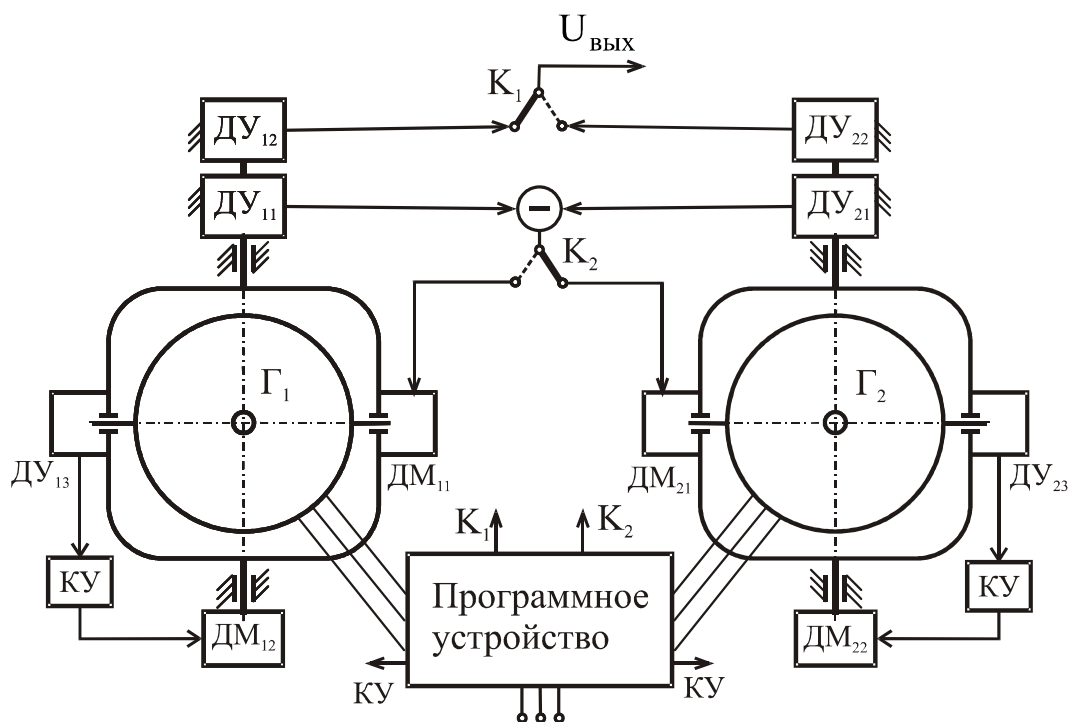


Рис. 2.3. Схема двухроторного ГН с реверсированием кинетических моментов

$ДУ_{11}$ и $ДУ_{21}$ и подачей разностного сигнала через ключ K_2 на датчик момента $ДМ_{21}$. Момент, создаваемый этим датчиком момента, вызывает прецессионное движение второго гироскопа вокруг наружной оси подвеса, которое продолжается до тех пор, пока главная ось второго гироскопа не окажется параллельной главной оси первого.

В течение второй четверти цикла рабочим является второй гироскоп. К началу этой четверти скорость вращения его ротора после реверсирования достигает установившегося значения, а процесс согласования в азимуте с первым

гироскопом заканчивается. Выходной сигнал прибора снимается со второго гироскопа – ключ K_1 переводится в положение, указанное штрихами. Первый гироскоп в течение этой четверти цикла реверсируется и выставляется в азимуте по второму гироскопу (ключ K_2 переводится в положение, указанное штрихами).

В течение третьей четверти цикла рабочим становится снова первый гироскоп. Ключи K_1 и K_2 снова переключаются. Однако в третьей четверти цикла кинетический момент первого гироскопа имеет знак, противоположный тому, который он имел в первой четверти.

В течение четвертой четверти рабочим гироскопом становится второй, но с противоположным по сравнению со второй четвертью знаком кинетического момента. Затем цикл повторяется.

Рассмотрим влияние внешних моментов-помех, действующих вокруг осей подвеса внутренних рамок. Для простоты будем полагать

$$M_{п1} = \text{const}, M_{п2} = \text{const}. \quad (2.3)$$

Предположим для определенности, что $|M_{п1}| > |M_{п2}|$, а погрешность первого гироскопа, обусловленная влиянием момента $M_{п1}$, в начальный момент отсутствует.

На рис. 2.4 показаны графики углов α_1 и α_2 ухода гироскопов под действием моментов-помех $M_{п1}$ и $M_{п2}$. В течение первой четверти цикла накапливается по линейному закону уход α_1 первого гироскопа, вызванный $M_{п1}$. Во второй четверти цикла происходит под влиянием момента $M_{п2}$ накопление угла ухода α_2 второго гироскопа. С учетом выставки второго гироскопа от первого угол α_2 в начале второй четверти цикла равен углу ухода α_1 в конце первой четверти цикла. В третьей четверти имеет место отрицательный уход второго гироскопа. Результирующий уход в конце полного цикла реверсирования гироскопов равен нулю, как в начале цикла. Иначе говоря, в рассматриваемом приборе накопление ухода гироскопов под влиянием моментов-помех происходит только в пределах одной - двух четвертей цикла. В целом за цикл накопления ухода не происходит. В этом – главное преимущество рассмотренной схемы.

Для компенсации кинематического ухода гироскопов, обусловленного поворотом земной системы координат вокруг вертикали места, в этой схеме, как и в схеме однороторного гироскопа направления, можно использовать моментную или кинематическую коррекцию. В случае применения моментной азимутальной коррекции сигналы коррекции следует коммутировать после реверсирования кинетического момента.

На схеме (рис. 2.3) система азимутальной коррекции не показана.

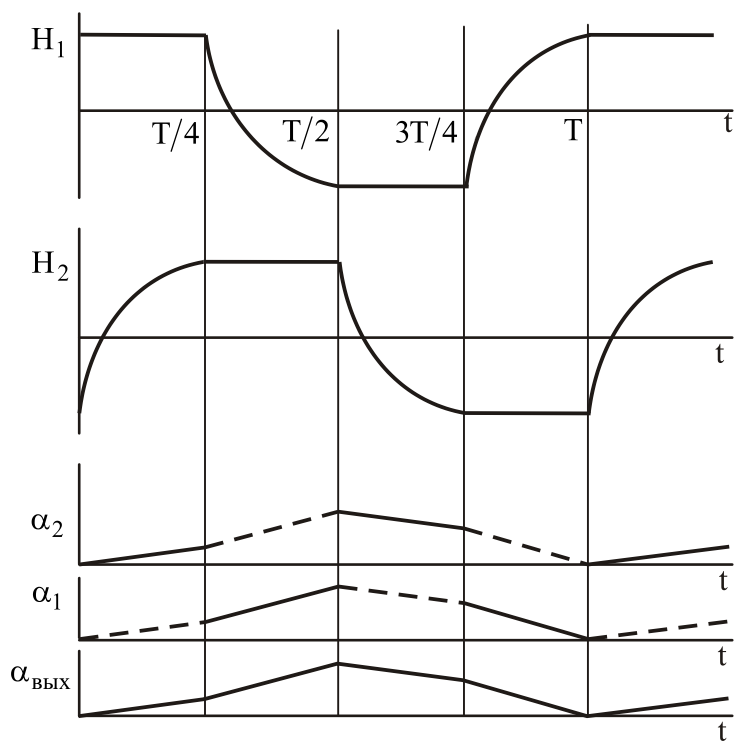


Рис. 2.4. Графики изменения кинетических моментов и уходов гироскопов

Цепи, состоящие из ДУ₁₃ и ДМ₁₂, а также из ДУ₂₃ и ДМ₂₂, образуют системы горизонтальной коррекции двух гироскопов. Они отличаются от аналогичных систем однороторного ГН только наличием коммутирующих устройств КУ для переключения знака момента горизонтальной коррекции при изменении знака кинетического момента.

Вывод об отсутствии накопления уходов гироскопов за цикл их реверсирования справедлив лишь в рамках предположения о постоянстве моментов-помех.

При непостоянных моментах полной взаимной компенсации уходов за цикл реверсирования не будет. Если моменты-помехи изменяют знак синхронно с реверсированием кинетических моментов гироскопов, эффект уменьшения ухода гироскопов полностью отсутствует. Следовательно, рассматриваемая схема наиболее эффективна для компенсации влияния стационарных помех.

Остановимся на других ее недостатках. При реверсировании гироскопов требуется значительное время на торможение ротора и разгон в противоположном направлении. Это время трудно уменьшить менее 5... 10 мин, так как форсированное торможение и разгон ограничиваются допустимыми тепловыми перегрузками. Поэтому длительность полного цикла реверсирования обычно измеряется десятками минут. Это делает нецелесообразным использование рассматриваемых приборов в случаях, когда время их работы измеряется единицами минут.

Нестационарный режим вращения роторов гироскопов в рассматриваемом приборе приводит к инерционным динамическим нагрузкам на основание прибора. Если моменты инерции объекта или стабилизированной площадки, на которой установлен прибор, соизмеримы с моментами инерции роторов, с этим

влиянием приходится считаться. Нестационарный режим вращения роторов приводит к повышенному нагреву гидродвигателей, увеличению потребляемой мощности и сокращению ресурса прибора.

Интересно оценить рассмотренные схемы автокомпенсации влияния моментов-помех с позиций теории инвариантности. Согласно этой теории, во всякой схеме, инвариантной к внешним помехам, существуют два канала распространения помех (принцип двухканальности академика Б. Н. Петрова), которые необходимы для взаимного подавления помех. Эти два канала легко просматриваются в двух рассмотренных выше схемах. Рассмотрение схем автокомпенсации с позиций принципа двухканальности позволяет лучше уяснить физическую сущность и установить ограничения возможностей автокомпенсации.

В схеме с запоминанием и учетом уходов гироскопа дополнительный канал влияния помех создается запоминанием сигнала, несущего информацию о помехах, на выходе интегратора при неподвижном относительно Земли основании. Очевидно, что полнота компенсации влияния помех ограничивается отличием помех в эксплуатационных условиях от условий неподвижного основания.

В схеме с реверсированием кинетических моментов два канала влияния помех разделены во времени. Следствием этого являются компенсация не текущих мгновенных значений помех, а лишь в среднем за цикл использования двух каналов, а также ограничение, накладываемое на помехи в виде условия их стационарности.

Этих недостатков можно избежать, если сформировать схему автокомпенсации влияния помех без временного разделения каналов, т. е. схему, имеющую два пространственно разделенные канала, действующие одновременно и непрерывно. При использовании той же идеи автокомпенсации, на которой основана схема с реверсированием кинетических моментов, а именно, - зависимости знака скорости ухода гироскопа от знака кинетического момента, схема с пространственным разделением каналов должна иметь два одинаковых ГН с противоположно направленными векторами кинетических моментов. Для взаимного подавления влияния помех выходной сигнал следует формировать в виде суммы углов поворота гироскопов вокруг наружной оси подвеса [12].

Такая схема с пространственным разделением каналов [31] может подавлять влияние мгновенных значений помех, поэтому работоспособна и при нестационарных моментах-помехах. В ней отсутствуют программное устройство и цепи коммутации, а также динамические, тепловые и энергетические нагрузки, обусловленные реверсированием гироскопов. Но зато должны быть одинаковы параметры двух гироскопов (кроме знаков кинетических моментов) и

сильная взаимная коррелированность (в идеале – одинаковость) помех, действующих на два гироскопа. В такой схеме лучше подавляется влияние внешних помех, сильно взаимокоррелированных в двух приборах вследствие общности их причин, и хуже – влияние внутренних помех из-за слабой взаимной коррелированности их в двух приборах.

2.3. Алгоритмическая компенсация кардановых погрешностей

Для гироскопов направления (ГН) существенной является кардановая погрешность (КП), возникающая при отклонении оси наружной рамки (ОНР) ГН от вертикали и достигающая в реальных условиях эксплуатации десятков градусов [1, 2, 9]. Для ее устранения до настоящего времени применяли в основном электромеханическую стабилизацию ОНР относительно вертикали по сигналам крена и тангажа объекта.

Широкое использование на подвижных объектах микропроцессорных систем позволяет устранить погрешности giroприборов путем их учета по алгоритмам, реализованным в микропроцессоре.

Алгоритм учета КП основан на функциональной зависимости угла истинного курса объекта K от приборных углов поворота наружной α и внутренней β рамок ГН, углов начальной выставки главной оси гироскопа (ГОГ) в азимуте χ и в горизонте β^o и от углов тангажа ϑ и крена γ объекта, определяющих невертикальность ОНР [6]. Указанные углы характеризуют показанное на рисунке взаимное расположение опорной географической системы координат $O\xi\eta\zeta$, связанной с объектом системы координат $Ox_cy_cz_c$, и осей Резаля $Oxyz$, связанных с гироскопом.

Для получения необходимой функциональной зависимости могут быть использованы различные методики.

Формулу для вычисления истинного курса можно получить, используя зависимости между направляющими косинусами (НК) [9], характеризующими взаимное положение систем координат. Эти зависимости можно представить в матричном виде:

$$C=A \cdot B,$$

где C – матрица направляющих косинусов, полученная путем перемножения матриц направляющих косинусов A и B двух последовательных поворотов. В развернутом виде

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^3 a_{ij} b_{jk}, \quad (2.4)$$

$$a_{ik} = \sum_{j=1}^3 c_{ij} b_{kj}, \quad (2.5)$$

где \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} – матрицы НК между осями $O\xi\eta\zeta$ и $Ox_c y_c z_c$, $Ox_c y_c z_c$ и $Oxyz$, $O\xi\eta\zeta$ и $Oxyz$ соответственно (рис.2.5), a_{ik} , b_{jk} , c_{jk} – элементы соответствующих матриц.

Анализируя выражения для НК, можно записать:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{a_{12}}{a_{22}}, \quad (2.6)$$

так как $a_{12} = \sin\psi \cos\vartheta$, $a_{22} = \cos\psi \cos\vartheta$.

Используя (2.5), (2.6) получим

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{c_{11}b_{21} + c_{12}b_{22} + c_{13}b_{23}}{c_{21}b_{21} + c_{22}b_{22} + c_{23}b_{23}}, \quad (2.7)$$

где $b_{21} = \sin\alpha$; $b_{22} = \cos\alpha \cos\beta$; $b_{23} = -\cos\alpha \sin\beta$;

$$c_{11} = \cos\chi \cos\gamma^o + \sin\chi \sin\gamma^o \sin\beta^o;$$

$$c_{12} = \sin\chi \cos\beta^o;$$

$$c_{13} = \cos\chi \sin\gamma^o - \sin\chi \cos\gamma^o \sin\beta^o;$$

$$c_{21} = -\sin\chi \cos\gamma^o + \cos\chi \sin\gamma^o \sin\beta^o;$$

$$c_{22} = \cos\chi \cos\beta^o; \quad (2.8)$$

$$c_{23} = -\sin\chi \sin\gamma^o - \cos\chi \cos\gamma^o \sin\beta^o.$$

Формулу (2.7) с учетом (2.8) можно записать так:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{P \sin\chi + Q \cos\chi}{P \cos\chi - Q \sin\chi} = \frac{P \operatorname{tg}\chi + Q}{P - Q \operatorname{tg}\chi},$$

что эквивалентно зависимости

$$\operatorname{tg}(\psi - \chi) = \frac{Q}{P}, \quad (2.9)$$

где $Q = \sin\alpha \cos\gamma^o - \cos\alpha \sin\gamma^o \sin\beta^o$;

$$P = \cos\gamma^o \sin\beta^o \cos\alpha \sin\beta + \sin\gamma^o \sin\beta^o \sin\alpha + \cos\beta^o \cos\alpha \cos\beta.$$

Параметр γ^o можно исключить из (2.9), если использовать выражения

$$\begin{aligned} \sin\gamma^o &= -\frac{c_{31}}{\cos\beta^o} = -\frac{a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31}}{\cos\beta^o}, \\ \cos\gamma^o &= -\frac{c_{33}}{\cos\beta^o} = -\frac{a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33}}{\cos\beta^o}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

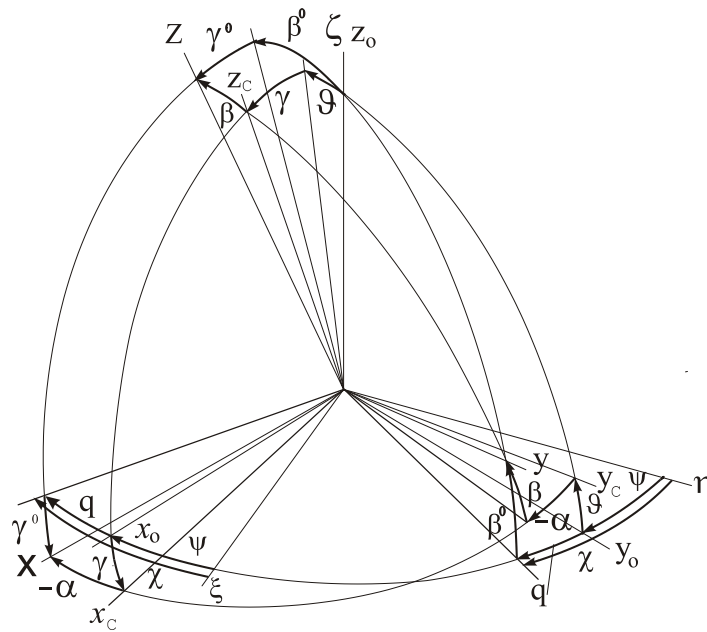


Рис. 2.5. К определению кардановых погрешностей

В выражениях (2.10)

$$a_{31} = -\cos \vartheta \sin \gamma, \quad a_{32} = \sin \vartheta, \quad a_{33} = \cos \vartheta \cos \gamma,$$

$$b_{11} = \cos \alpha, \quad b_{13} = \sin \alpha \sin \beta, \quad b_{23} = -\cos \alpha \sin \beta, \quad b_{31} = 0, \quad b_{33} = \cos \beta.$$

Из (2.9) с учетом (2.10) получим требуемую зависимость для учета КП:

$$\psi = \chi + \arctg \frac{\cos \vartheta (\sin \gamma \sin \beta - \cos \gamma \cos \beta \sin \alpha)}{\sin \beta^0 \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta}. \quad (2.11)$$

2.4. Использование интегрально-позиционной горизонтальной коррекции

В авиации, на наземном транспорте давно используется гироскоп направления (ГН) с пропорциональной (позиционной) горизонтальной коррекцией. Недостатком такого ГН является повышенный уход на качке, вираже, при ускорениях объекта из-за возмущения маятника системы коррекции ускорениями движения (см.1.6; 1,7).

Рассмотрим погрешности ГН [4,5,7] в котором в контур горизонтальной коррекции включен интегратор, а весь контур настроен на период колебаний маятника Шулера. (Этот интегратор можно также использовать для запомина-

ния ухода по п.2.1 [8]) Такая настройка дает известный положительный эффект невозмущаемости относительными ускорениями движения объекта, используемый в инерциальных навигационных системах. Кроме того, такая система горизонтальной коррекции, как и в инерциальных системах, дает возможность получить информацию о составляющей скорости движения объекта в направлении оси кинетического момента. Если вектор кинетического момента выставлен на север [3], то это будет северная составляющая скорости. В режиме подготовки целесообразно использовать интегрально-позиционную коррекцию, которая обеспечивает более высокую точность горизонтирования по сравнению с применяемой пропорциональной коррекцией.

2.4.1. Уравнения движения прибора

Для составления уравнений используем следующие системы координат (рис.1.4):

- земная географическая опорная система координат $\xi\eta\zeta$, ось ξ направлена на восток, ось η на север, ось ζ - по вертикали,
- связанная с корпусом объекта система координат $x_c y_c z_c$, ось x_c направлена по поперечной оси объекта,
- связанная с кожухом гиromотора система координат $x_1 y_1 z_1$,
- связанная с наружной рамкой система координат $x_2 y_2 z_2$,
- xuz - система осей Резаля, характеризующая направление вектора кинетического момента H , не поворачивающаяся вокруг оси u ни вместе с ротором, ни вместе с кожухом гиromотора.

Положение системы координат $x_c y_c z_c$ относительно $\xi\eta\zeta$ задано углами положения объекта: курса ψ , тангажа ϑ , и крена γ . Положение вектора кинетического момента H в опорной системе координат $\xi\eta\zeta$ задано опорными координатами $\alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ$, а в связанной $x_c y_c z_c$ - относительными α и β .

Угол α° характеризует отклонение вектора H от плоскости меридиана, а угол β° - от плоскости горизонта. Угол γ° характеризует отклонение оси z_1 от вертикальной плоскости ζy_1 , угол β - угол поворота гиromотора вокруг оси подвеса x_1 .

Рассмотрим прецессионные уравнения движения прибора в опорных координатах и в связанных координатах.

Общий вид уравнений движения ГН приведен в п.1.5:

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\omega_z^o}{\cos\beta^o} - \frac{M_{x1}}{H \cos\beta^o} \cos\gamma^o - \frac{M_{z2}}{H \cos\beta^o \cos\beta} \sin\gamma^o, \quad (2.12)$$

$$\dot{\beta}^o = -\omega_x^o - \frac{M_{x1}}{H} \sin\gamma^o + \frac{M_{z2}}{H \cos\beta} \cos\gamma^o;$$

$$\dot{\beta} = -\omega_{x2}^c + \frac{M_{z2}}{H \cos\beta}, \quad (2.13)$$

$$\dot{\alpha} = -\omega_{z2}^c + \omega_{y2}^c \operatorname{tg}\beta - \frac{M_{x1}}{H \cos\beta}.$$

$$\gamma^o = \operatorname{arctg} \frac{\sin\varphi \cos(\alpha^o - \psi) - \sin\vartheta \cos\varphi \sin(\alpha^o - \psi)}{\cos\vartheta \cos\varphi \cos\beta^o + \sin\beta^o [\sin\varphi \sin(\alpha^o - \psi) + \sin\vartheta \cos(\alpha^o - \psi) \cos\varphi]}. \quad (2.14)$$

В уравнениях (2.12) ω_x^o, ω_z^o , - проекции угловой скорости системы $\xi\eta\zeta$:

$$\begin{aligned} \omega_x^o &= \omega_{x1}^o \cos\gamma^o + \omega_{z1}^o \sin\gamma^o, \\ \omega_z^o &= -\omega_{x1}^o \sin\gamma^o + \omega_{z1}^o \cos\gamma^o. \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \omega_{z1}^o &= \omega_\xi (\cos\alpha^o \sin\gamma^o + \sin\alpha^o \cos\gamma^o \sin\beta^o) + \\ &+ \omega_\eta (\sin\alpha^o \sin\gamma^o - \cos\alpha^o \cos\gamma^o \sin\beta^o) + \omega_\zeta \cos\beta^o \cos\gamma^o; \\ \omega_{x1}^o &= \omega_{x2}^o = \omega_\xi (\cos\alpha^o \cos\gamma^o - \sin\alpha^o \sin\gamma^o \sin\beta^o) + \\ &+ \omega_\eta (\sin\alpha^o \cos\gamma^o + \cos\alpha^o \sin\gamma^o \sin\beta^o) - \omega_\zeta \cos\beta^o \sin\gamma^o. \end{aligned}$$

В уравнениях (2.13)

$$\begin{aligned} \omega_{z2}^c &= \dot{\psi} \cos\vartheta \cos\varphi + \dot{\vartheta} \sin\varphi + \omega_\xi (\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \cos\varphi \sin\vartheta) + \\ &+ \omega_\eta (\sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \cos\varphi \sin\vartheta) + \omega_\zeta \cos\vartheta \cos\varphi; \\ \omega_{y2}^c &= (\dot{\psi} + \omega_\zeta) (\sin\vartheta \cos\alpha + \cos\vartheta \sin\alpha \sin\varphi) - \dot{\vartheta} \cos\varphi \sin\alpha + \\ &+ \dot{\varphi} \cos\alpha - (\omega_\xi \cos\psi + \omega_\eta \sin\psi) \cos\varphi \sin\alpha + (-\omega_\xi \sin\psi + \\ &+ \omega_\eta \cos\psi) (\cos\vartheta \cos\alpha - \sin\vartheta \sin\alpha \sin\varphi). \end{aligned}$$

Здесь M_{z2} - момент горизонтальной коррекции, M_{x1} - момент азимутальной коррекции. Предположим, что момент азимутальной коррекции компенсирует видимый и собственный уход гироскопа.

Для ГН с маятниковой системой коррекции при малых γ^o, β^o, β , учитывая, что уход в азимуте определяется, в основном, коррекционным движением

(удельная скорость коррекции $\varepsilon = 0.1 \dots 0.01$ рад/с), получим упрощенные уравнения

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^o &= -\dot{\beta}^o \gamma^o, \\ \dot{\beta}^o &= -\omega_x^o + \frac{M_{z2}}{H}.\end{aligned}\quad (2.16)$$

Рассмотрим все варианты использования интегрально-позиционной горизонтальной коррекции. Момент этой коррекции запишем в виде

$$M_{z2} \equiv M_{зк} = -k(\beta^o - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^o - \chi) dt,$$

где k_u - коэффициент передачи интегратора, k - коэффициент передачи пропорциональной (позиционной) коррекции, χ - угол отклонения маятника от вертикали.

2.4.2. Виравная погрешность

В условиях горизонтального движения при отсутствии тангажа $\vartheta = 0$ и малом β^o , представляя угол курса в виде $\psi = \omega_\varepsilon t + \psi_0$, где ω_ε - угловая скорость виража, ψ_0 - начальное значение курса (в частном случае $\psi_0 = 0$), t - время, положив, для простоты, $\alpha^o = 0$, запишем

$$\gamma^o = \arctg \frac{\sin \varphi_\varepsilon \cos(\alpha^o - \psi)}{\cos \varphi_\varepsilon} \approx \varphi_\varepsilon \cos \omega_\varepsilon t, \quad (2.17)$$

где φ_ε - угол крена на вираже (на правильном вираже $\varphi_\varepsilon = \frac{-\omega_\varepsilon V}{g}$, V - линейная скорость движения).

Из выражений (4) для малых углов γ^o, β^o получим

$$\omega_x^o = \omega_\xi \cos \alpha^o + \omega_\eta \sin \alpha^o.$$

В п.1.6; 1.7 поведение ГН с пропорциональной (позиционной) системой горизонтальной коррекции рассмотрено без учета переносной угловой скорости. Учтем далее такую скорость.

ГН с позиционной горизонтальной коррекцией

Момент горизонтальной коррекции представим в виде $M_{зк} = -k(\beta^o - \chi)$,

$$\chi = \frac{\omega_g V}{g} \sin(\omega_g t - \alpha^o) \quad (2.18)$$

$M_{z2} = M_{zk} + M_{n2}$, M_{n2} - момент помех.

В итоге запишем

$$\dot{\beta}^o = -(\omega_\xi \cos \alpha^o + \omega_\eta \sin \alpha^o) + \frac{-k(\beta^o - \chi) + M_{n2}}{H} \quad (2.19)$$

Для простоты положим, что $\alpha^o = 0$, т.е. выполнена начальная выставка [3] и уход мал за время выража:

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi + \frac{-k(\beta^o - \chi) + M_{n2}}{H} = -\omega_\xi - \varepsilon \left(\beta^o - \frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right) + \omega_{\partial 2}, \quad (2.20)$$

где $\varepsilon = \frac{k}{H}$ - удельная скорость коррекции, $\omega_{\partial 2}$ - угловая скорость ухода.

Преобразуем уравнение к стандартному виду:

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = -\omega_\xi + \varepsilon \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right) + \omega_{\partial 2}.$$

$\omega_\xi = -\frac{V_N}{R}$. На выраже $V_N = V \cos(\omega_g t - \alpha^o)$. Тогда для нашего случая

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon \beta^o = -\frac{V \cos \omega_g t}{R} + \varepsilon \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right) + \omega_{\partial 2}.$$

Поскольку время выража намного больше постоянной времени коррекции $T = 1/\varepsilon$, рассмотрим частное решение.

Первое слагаемое правой части намного меньше второго, поэтому приближенно решение будет

$$\beta^o = \frac{\varepsilon \omega_g V}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_g t - \lambda) + \frac{\omega_{\partial 2}}{\varepsilon}, \quad \lambda = \arctg \frac{\omega_g}{\varepsilon} \quad (2.21)$$

Второе слагаемое соответствует статической ошибке из-за возмущающих моментов, которую в последующем рассматривать не будем.

Дифференцированием (2.20) по времени получим

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \omega_g^2 V}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_g t - \lambda). \quad (2.22)$$

С учетом (2.21) и (2.17) представим (2.16) как

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_g^2 V \varphi_0}{g \sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_g t - \lambda) \cos(\omega_g t) \quad (2.23)$$

Преобразуем (2.23) к виду

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon\omega_g^2 V \varphi_g}{2g\sqrt{\omega_g^2 + \varepsilon^2}} [\cos \lambda + \cos(2\omega_g t - \lambda)] \quad (2.24)$$

Среднее за период для правильного выража ($-\varphi_g = \frac{\omega_g V}{g}$)

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon^2 \varphi_g^2 \omega_g}{2(\omega_g^2 + \varepsilon^2)}.$$

Численная оценка совпадает с результатами моделирования по системе уравнений (1), (2). Величина ухода составляет около 55°/час. Отметим, что в канале азимутальной коррекции действует момент $M_{x1} = -Hu \sin \varphi$, φ - широта, u - скорость вращения Земли.

ГН с интегрально-позиционной горизонтальной коррекцией

В этом случае $M_{zk} = -k(\beta^o - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^o - \chi) dt$, где k_u - коэффициент передачи интегратора.

Уравнение (2.20) получит вид

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi + \frac{-k(\beta^o - \chi) - k_u \int_0^t (\beta^o - \chi) dt + M_{n2}}{H}. \quad (2.25)$$

Продифференцировав, получим

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_u}{H} \beta^o = -\dot{\omega}_\xi + \varepsilon \dot{\chi} + \frac{k_u}{H} \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right).$$

Учтем, что $\dot{\omega}_\xi = \frac{\omega_g V}{R} \sin \omega_g t$, $\dot{\chi} = \frac{\omega_g^2 V}{g} \cos \omega_g t$:

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_u}{H} \beta^o = -\frac{\omega_g V}{R} \sin \omega_g t + \varepsilon \frac{\omega_g^2 V}{g} \cos \omega_g t + \frac{k_u}{H} \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right).$$

Если выбрать $\frac{k_u}{H} = \frac{g}{R} = \nu^2$ - квадрат частоты Шулера, то первое и третье слагаемое уничтожатся и получим

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \nu^2 \beta^o = \varepsilon \frac{\omega_g^2 V}{g} \cos \omega_g t.$$

Таким образом, ускорения, возникающие на выраже, не действуют на систему. Возмущение определяется лишь производной от ускорения.

Решение получим в виде

$$\beta^o = \varepsilon \frac{\omega_\varepsilon^2 V}{g \sqrt{(v^2 - \omega_\varepsilon^2)^2 + \varepsilon^2 \omega_\varepsilon^2}} \cos(\omega_\varepsilon t - \mu), \quad \mu = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon \omega_\varepsilon}{v^2 - \omega_\varepsilon^2}$$

Учитывая, что $v \approx 1,24 \cdot 10^{-3}$ 1/с, $\omega_\varepsilon \approx 0,01 \dots 0,1$ 1/с отметим: $v^2 \ll \omega_\varepsilon^2$.

Тогда

$$\beta^o = \varepsilon \frac{\omega_\varepsilon V}{g \sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_\varepsilon t - \mu), \quad \mu = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{\omega_\varepsilon}.$$

Производная имеет вид

$$\dot{\beta}^o = -\varepsilon \frac{\omega_\varepsilon^2 V}{g \sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_\varepsilon t - \mu).$$

Тогда

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \omega_\varepsilon^2 V \varphi_0}{g \sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_\varepsilon t - \mu) \cos \omega_\varepsilon t = -\frac{\varepsilon \omega_\varepsilon^2 V \varphi_0}{2g \sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}} [\sin(2\omega_\varepsilon t - \mu) - \sin \mu]. \quad (2.26)$$

В результате постоянная составляющая ухода при интегрально-позиционной коррекции

$$\begin{aligned} \langle \dot{\alpha}_{un}^o \rangle &= \frac{\varepsilon V \omega_\varepsilon^2}{2g \sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}} \sin \mu. \\ \operatorname{ctg}^2 \mu + 1 &= \frac{1}{\sin^2 \mu}; \quad \sin \mu = \frac{\omega_\varepsilon}{\sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}}. \\ \langle \dot{\alpha}_{un}^0 \rangle &= \frac{\varepsilon V \omega_\varepsilon^2}{2g \sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}} \sin \mu = \frac{\varepsilon \varphi_\varepsilon \omega_\varepsilon^2}{2(\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2)}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Результаты моделирования показывают, что при сохранении прежней удельной скорости позиционной коррекции ($\varepsilon = 0,1$ рад/с) и выборе интегральной коррекции с частотой Шулера, определяющую роль имеет позиционная коррекция, т.е. уход практически тот же.

Можно отметить, что $\langle \dot{\alpha}^o \rangle = m \langle \dot{\alpha}_{un}^0 \rangle$, где $m = -\frac{\varepsilon \varphi_\varepsilon}{\omega_\varepsilon} = \frac{\varepsilon V}{g}$. Таким образом,

при $\varepsilon = 0$ уход отсутствует. Это имеет место при переходе к интегральной коррекции.

Использование интегрально-позиционной коррекции с $k_u > H \frac{g}{R}$ нарушает настройку на период Шулера, но дает возможность начального горизонтирования с высокой точностью.

ГН с интегральной горизонтальной коррекцией

Уравнение (2.20) приобретет вид (без учета помех)

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi - \frac{k_u}{H} \int_0^t (\beta^o - \chi) dt.$$

После дифференцирования с учетом настройки на частоту Шулера

$$\ddot{\beta}^o + \frac{g}{R} \beta^o = -\dot{\omega}_\xi + \frac{g}{R} \left(\frac{\omega_g V}{g} \sin \omega_g t \right).$$

Подставив $\dot{\omega}_\xi = \frac{\omega_g V}{R} \sin \omega_g t$, получим уравнение ошибки горизонтирования

$$\ddot{\beta}^o + \frac{g}{R} \beta^o = 0, \quad (2.28)$$

что говорит о невозмущаемости системы коррекции.

Решение уравнения имеет вид

$$\beta^o = C_1 \cos vt + C_2 \sin vt.$$

Постоянные интегрирования найдем для таких начальных условий:

при $t = 0$ $\beta^o(0) = \beta_0$ $\dot{\beta}^o(0) = -\omega_\xi$. Отсюда

$$C_1 = \beta_0, \quad C_2 = -\omega_\xi / v = V / Rv.$$

В результате

$$\begin{aligned} \beta^o &= \beta_0^o \cos vt + \frac{V}{Rv} \sin vt = A \sin(vt + \mu_2), \\ A &= \sqrt{\beta_0^o + \frac{V^2}{R^2 v^2}}, \quad \mu_2 = \arctg \frac{\beta_0^o Rv}{V}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Шулеровские колебания присутствуют всегда, поскольку существует начальная угловая скорость сопровождающего базиса.

Производная $\dot{\beta}^o = Av \cos(vt + \mu_2)$. Скорость азимутального ухода будет

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \gamma^o = -\frac{1}{2} Av \varphi_g [\cos((v - \omega_g)t + \mu_2) + \cos((v + \omega_g)t + \mu_2)].$$

В случае $\beta_0^o = 0$ получим $\mu_2 = 0$ и

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}^o &= -\frac{V}{2R} \varphi_g [\cos((v - \omega_g)t) + \cos((v + \omega_g)t)], \\ \alpha^o &= \int_0^t \dot{\alpha}^o dt = \frac{V^2 \omega_g}{2Rg} \left[\frac{1}{v - \omega_g} \sin((v - \omega_g)t) + \frac{1}{v + \omega_g} \sin((v + \omega_g)t) \right]. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что α^0 имеет вид биений. Численная оценка показывает, что уровень их находится в пределах $0,01^\circ$. Нарастания погрешности не происходит.

Моделирование работы прибора

Полученные аналитические оценки являются приближенными, поскольку базируются на приближенных уравнениях движения (2.16). Моделирование работы прибора на вираже проведено по более точным уравнениям (2.12, 2.13). На рис.2.6 показаны графики ошибок прибора с позиционной коррекцией, на рис.2.7 – графики ошибок прибора с интегральной коррекцией, настроенной на период колебаний Шулера. Уход при позиционной коррекции совпадает с аналитической оценкой. Уход при интегральной коррекции уменьшился на 2 порядка. Шулеровские колебания в горизонтальном канале обусловлены вращением сопровождающего (опорного) трехгранника. Колебания азимутальной погрешности можно объяснить неточностью азимутальной компенсации (только лишь от скорости вращения Земли), а небольшой уход – сложностью движения горизонтального канала.

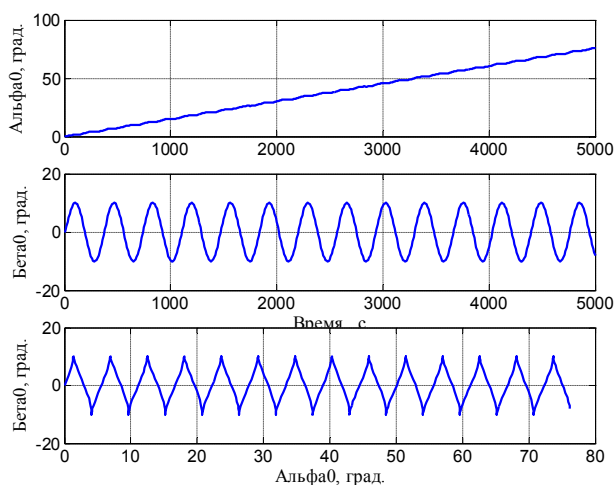


Рис.2.6. Графики погрешностей при скорости 100 м/с, угловой скорости виража 1 град./с, удельной скорости позиционной коррекции 0,1 1/с.

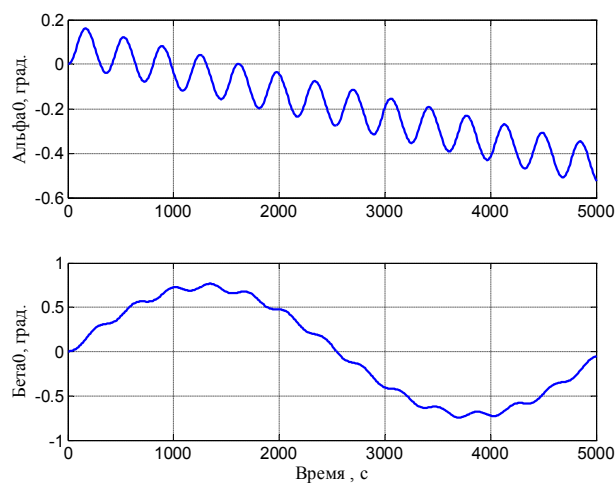


Рис.2.7. Графики погрешностей на том же вираже при интегральной коррекции с шулеровской настройкой.

2.4.3. Погрешность на качке

Уравнения движения прибора

В [1] показано, что для ГН с маятниковой системой коррекции при малых γ^0, β^0, β , учитывая, что уход в азимуте определяется, в основном, коррекционным движением (удельная скорость коррекции $\varepsilon = 0.1 \dots 0.01$ рад/сек), можно

использовать упрощенные уравнения

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}^o &= -\dot{\beta}^o \gamma^o, \\ \dot{\beta}^o &= -\omega_x^o + \frac{M_{z2}}{H}.\end{aligned}\quad (2.29)$$

Угол α^o характеризует отклонение вектора кинетического момента H от плоскости меридиана, а угол β^o - от плоскости горизонта. Угол γ^o характеризует отклонение оси наружной рамки от вертикальной плоскости, угол β - угол поворота гиromотора вокруг оси подвеса. M_{z2} - момент горизонтальной коррекции

$$M_{z2} \equiv M_{\text{ГК}} = -k(\beta^o - \chi) - k_{\text{И}} \int_0^t (\beta^o - \chi) dt,$$

где k_u - коэффициент передачи интегратора, k - коэффициент передачи пропорциональной (позиционной) коррекции, χ - угол отклонения маятника от вертикали.

Движение на качке

Рассмотрим простейший случай: $\alpha_0^o = 0$, $\psi = 0$, $\vartheta = \vartheta_m \sin \omega_1 t$, $\varphi = \varphi_m \sin(\omega_2 t - \lambda_1)$, прибор смещен относительно центра качки на величину ρ_{zc} .

На качке $\omega_\xi = \omega_{\xi 0} + \omega_{\xi 1}$. Здесь $\omega_{\xi 0}$ обусловлена поступательным движением объекта, а $\omega_{\xi 1}$ - качкой.

$$\omega_{\xi 0} = -\frac{V}{R}, \quad \omega_{\xi 1} = -\frac{V_N^k}{R}.$$

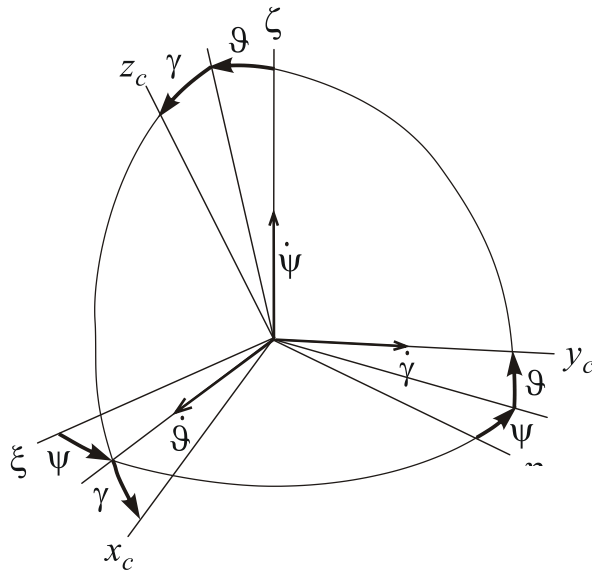
Здесь V - вектор скорости объекта, R - радиус Земли, V_N^k - северная составляющая линейной скорости места установки прибора, вызываемая качкой.

Сначала определим проекции скорости V^k на оси, связанные с объектом.

$$\vec{V}^k = \begin{vmatrix} \bar{x}_o^c & \bar{y}_o^c & \bar{z}_o^c \\ \omega_x^c & \omega_y^c & \omega_z^c \\ 0 & 0 & \rho_{zc} \end{vmatrix}, \text{ откуда } V_x^k = \omega_y^c \rho_{zc}, \quad V_y^k = -\omega_x^c \rho_{zc},$$

где ρ_{zc} - расстояние от центра качки до места установки прибора.

Из рис. 2.8. для малых углов рыскания ψ , тангажа ϑ , крена γ матрица направляющих косинусов



	x_c	y_c	z_c
ξ	1	$-\psi$	γ
η	ψ	1	$-\vartheta$
ζ	$-\gamma$	ϑ	1

Рис.2.8. Углы поворота объекта

С учетом направляющих косинусов $V_N^k = V_{yc}^k - \psi V_{xc}^k$. При $\psi = 0$

$$V_N^k \approx -\omega_x^c \rho_{zc}$$

Из рисунка $\omega_x^c \approx \dot{\vartheta} - \dot{\psi}\gamma$. При $\dot{\psi} = 0$ $\omega_x^c \approx \dot{\vartheta}$. В итоге

$$V_N^k \approx -\dot{\vartheta}\rho_{zc}, \quad \dot{\omega}_\xi = -\frac{1}{R}(\dot{V} - \ddot{\vartheta}\rho_{zc}).$$

Запишем угол отклонения маятника $\chi = -\frac{W_N}{g} = -\frac{1}{g}(\dot{V} - \ddot{\vartheta}\rho_{zc})$.

ГН с позиционной коррекцией

Для рассматриваемого случая без учета помех уравнение (2.29) получит вид

$$\dot{\beta}^o = -\omega_\xi + \frac{-k(\beta^o - \chi)}{H}. \quad (2.30)$$

После подстановки ω_ξ и χ , обозначив удельную скорость коррекции $\varepsilon = k/H$, получим

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon\beta^o = -\frac{V - \dot{\vartheta}\rho_{zc}}{R} + \frac{\varepsilon\rho_{zc}\ddot{\vartheta}}{g}.$$

Учитывая, что $\dot{\vartheta} = \vartheta_m \omega_1 \cos \omega_1 t$, $\ddot{\vartheta} = -\vartheta_m \omega_1^2 \sin \omega_1 t$, запишем

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon\beta^o = -\frac{V}{R} + \frac{\rho_{zc}}{R} \vartheta_m \omega_1 \cos \omega_1 t - \frac{\varepsilon\rho_{zc}}{g} \vartheta_m \omega_1^2 \sin \omega_1 t.$$

Первое слагаемое соответствует скоростной ошибке $\beta_{ск}^o = -\frac{V}{R}$, далее ее

рассматривать не будем. Запишем

$$\dot{\beta}^o + \varepsilon\beta^o = \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1 \left(\frac{1}{R} \cos \omega_1 t - \frac{\varepsilon \omega_1}{g} \sin \omega_1 t \right) = \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1 A \sin(\omega_1 t - \mu),$$

$$A = \sqrt{\left(\frac{g}{R}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon \omega_1}{g}\right)^2} \approx \frac{\varepsilon \omega_1}{g}, \quad \mu = \operatorname{arctg} \frac{g}{R \varepsilon \omega_1}.$$

Для $\omega_1 = 0,15$ 1/с, $\varepsilon = 0,1$ 1/с получим $\mu \approx 1,57e^{-5}$.

Частное решение без учета малого μ будет

$$\beta^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^2}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_1 t - \lambda), \quad \lambda = \operatorname{arctg} \frac{\omega_1}{\varepsilon}. \quad (2.31)$$

Производная будет

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^3}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_1 t - \lambda). \quad (2.32)$$

Запишем уход гироскопа

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \gamma^o, \quad \text{где при } \alpha_0^o = 0, \quad \psi = 0.$$

Из (2.14)
$$\gamma^o = \operatorname{arctg} \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^o + \sin \beta^o \sin \vartheta \cos \varphi} \approx \varphi_m \sin(\omega_2 t - \lambda_1).$$

Рассмотрим случай $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, и $\lambda_1 = \pi/2$ при малых значениях аргументов. Тогда $\gamma^o = -\varphi_m \cos(\omega t)$. В результате

$$\dot{\alpha}^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega t - \lambda_1) \cos(\omega t) = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} [\cos \lambda + \cos(2\omega t - \lambda_1)].$$

Постоянная составляющая

$$\langle \dot{\alpha}^o \rangle = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos \lambda.$$

Так как $tg^2 \lambda + 1 = \frac{1}{\cos^2 \lambda}$, $\cos \lambda = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}$. После подстановки

$$\boxed{\langle \dot{\alpha}_{нк}^o \rangle = \frac{\varepsilon^2 \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g(\omega^2 + \varepsilon^2)} \approx \frac{\varepsilon^2 \rho_{zc} \vartheta_m \omega \varphi_m}{2g}}$$

Оценим величину ухода.

При $\varepsilon = 0,1$ рад/сек, $\rho_{zc} = 2$ м, $\vartheta_m = \varphi_m = 0,05$, $\omega = 1$ рад/сек полу-

чим

на качке $\langle \dot{\alpha}_{nk}^0 \rangle \approx 2,5e^{-6} \text{ рад} / \text{сек} \approx 0,5 \cdot \text{град} / \text{час}$

При сдвиге фаз $\lambda_1 = 0$ $\gamma^o \approx \varphi_m \sin(\omega_2 t)$.

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega t - \lambda_1) \sin(\omega t) = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} [-\sin \lambda_1 + \sin(2\omega t - \lambda_1)]$$

$$\sin \lambda = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}. \text{ В итоге } \boxed{\langle \dot{\alpha}_{nk}^0 \rangle = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \approx \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^2 \varphi_m}{2g}}$$

Оценка дает $\langle \dot{\alpha}_{nk}^0 \rangle \approx 5 \cdot \text{град} / \text{час}$

ГН с интегрально-позиционной коррекцией

После подстановки момента M_{z2} в уравнение (2.29) и дифференцирования

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_u}{H} \beta^o = \frac{1}{R} (\dot{V} - \ddot{\rho}_{zc}) + \varepsilon \dot{\chi} + \frac{k_u}{H} \left(-\frac{1}{g} (\dot{V} - \ddot{\rho}_{zc}) \right).$$

Если выполнить условие Шулера $\frac{k_u}{H} = \frac{g}{R} = v^2$ получим

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + \frac{k_u}{H} \beta^o = \varepsilon \dot{\chi}.$$

Запишем, принимая, что $\dot{V} = 0$ $\dot{\chi} = \frac{\ddot{\rho}_{zc}}{g} = -\frac{\rho_{zc}}{g} \vartheta_m \omega_1^3 \cos \omega_1 t$

$$\ddot{\beta}^o + \varepsilon \dot{\beta}^o + v^2 \beta^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc}}{g} \vartheta_m \omega_1^3 \cos \omega_1 t.$$

Частное решение этого уравнения

$$\beta^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^3}{g \sqrt{(v^2 - \omega_1^2)^2 + \varepsilon^2 \omega_1^2}} \cos(\omega_1 t - \mu_1), \quad \mu_1 = \text{arctg} \frac{\varepsilon \omega_1}{v^2 - \omega_1^2}$$

Учитывая, что $v^2 \ll \omega_1^2$

$$\beta^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^2}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \cos(\omega_1 t - \mu_1), \quad \mu_1 = \text{arctg} \frac{\varepsilon}{-\omega_1}.$$

Возьмем производную

$$\dot{\beta}^o = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega_1^3}{g \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega_1 t - \mu_1).$$

Запишем уход гироскопа

$$\dot{\alpha}^o = -\dot{\beta}^o \gamma^o.$$

Рассмотрим случай $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, и $\lambda_1 = \pi/2$ при малых значениях аргументов:

$$\gamma^o = \arctg \frac{\sin \varphi}{\cos \vartheta \cos \varphi \cos \beta^o + \sin \beta^o \sin \vartheta \cos \varphi} \approx -\varphi_m \cos \omega t.$$

Тогда

$$\dot{\alpha}^o = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin(\omega t - \mu_1) \cos \omega t. \quad (2.33)$$

Запишем $\sin(\omega t - \mu_1) \cos \omega t = \frac{1}{2} [\sin(2\omega t - \mu_1) - \sin \mu_1],$

$$ctg^2 \mu + 1 = \frac{1}{\sin^2 \mu}; \quad \sin \mu = \pm \frac{\omega_\varepsilon}{\sqrt{\omega_\varepsilon^2 + \varepsilon^2}}.$$

Учитывая, что $tg \mu = \frac{\varepsilon}{-\omega_1}$, запишем $\sin \mu_1 = \frac{-\omega}{\sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}}$. Тогда постоянная

составляющая

$$\langle \dot{\alpha}_{uk}^o \rangle = -\frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^3 \varphi_m}{2g \sqrt{\omega^2 + \varepsilon^2}} \sin \mu = \frac{\varepsilon \rho_{zc} \vartheta_m \omega^4 \varphi_m}{2g(\omega^2 + \varepsilon^2)}. \quad (2.34)$$

Оценим величину ухода. При $\varepsilon = 0,1 \text{ рад/сек}$, $V = 100 \text{ м/с}$, $\rho_{zc} = 2 \text{ м}$, $\vartheta_m = \varphi_m = 0,05$, $\omega = 1 \text{ рад/сек}$ получим при $\lambda_1 = \pi/2$ на качке

$$\langle \dot{\alpha}_{uk}^o \rangle \approx 5,2 \cdot \text{град/час}$$

Таким образом, при интегрально-позиционной коррекции с шулеровской настройкой интегрального контура и обычной величине удельной скорости коррекции ε преобладающим является действие позиционной коррекции.

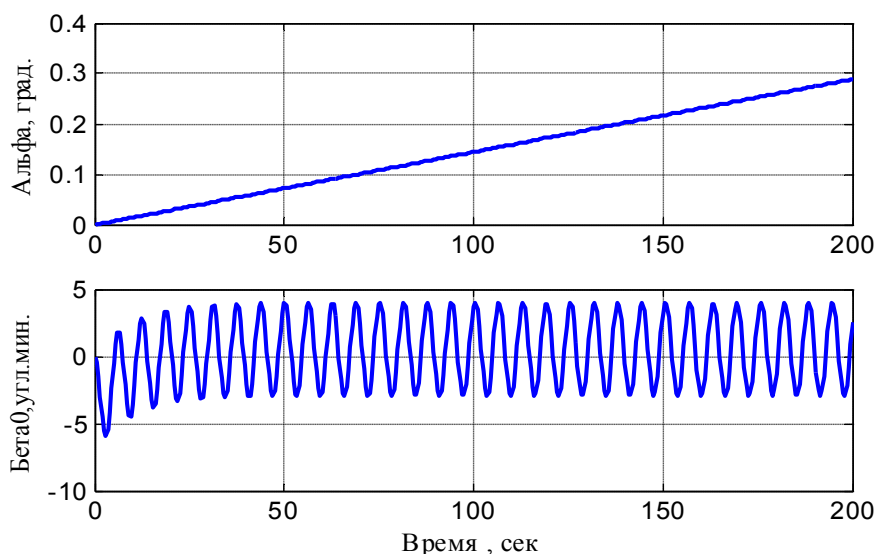
При переходе к интегральной коррекции ($\varepsilon = 0$) получаем шулеровские колебания, амплитуда которых определяется начальными угловой скоростью и погрешностью горизонтирования.

Моделирование работы прибора

Полученные аналитические оценки являются приближенными, поскольку базируются на приближенных уравнениях движения (2.16). Моделирование работы прибора на качке проведено по более точным уравнениям [2.12, 2.13]. На

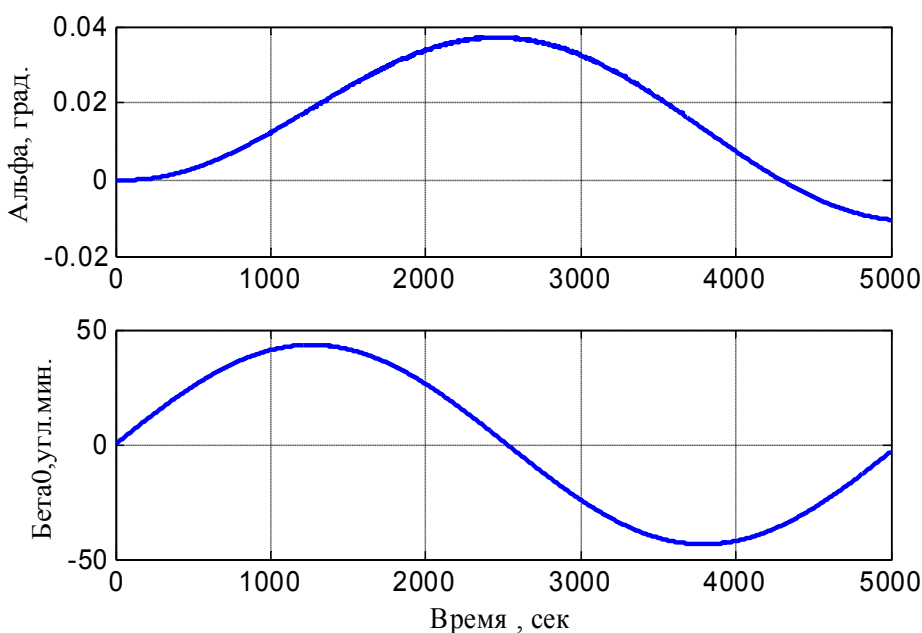
рис.2.9 показаны графики ошибок прибора с позиционной коррекцией, на рис.2.10 – графики ошибок прибора с интегральной коррекцией, настроенной на период колебаний Шулера. Уход при позиционной коррекции совпадает с аналитической оценкой.

Погрешности при интегральной коррекции имеют характер шулеровских колебаний. Эти колебания вызваны шулеровскими колебаниями в горизонтальном канале, обусловленными вращением сопровождающего (опорного) трехгранника, а также погрешностями начального горизонтирования (здесь не оцениваются).



Уход ГПК на качке
 f_{im} (крен)= 2.86479 (град.)
 ψ_0 (рыск.)= 0 (град.)
 ψ_{sim} (рыск.)= 2.86479 (град.)
 t_{etm} (тангаж)= 2.86479 (град.)
 ω_1 (тангаж)= 1 (рад./сек)
 ω_2 (крен)= 1 (рад./сек)
 ω_3 (рыск.)= 0 (рад./сек)
 λ_{a1} (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 λ_{a2} (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 φ_{is} (широта)= 60 (град.)
 v_v = 100 (м/сек)
 k = 0.1 (нм)
 k_i (инт.)= 0 (нм/сек.)
 r_z (плечо)= 2 (м)

Рис.2.9. Уход ГПК при позиционной коррекции



Уход ГПК на качке
 f_{im} (крен)= 2.86479 (град.)
 ψ_0 (рыск.)= 0 (град.)
 ψ_{sim} (рыск.)= 2.86479 (град.)
 t_{etm} (тангаж)= 2.86479 (град.)
 ω_1 (тангаж)= 1 (рад./сек)
 ω_2 (крен)= 1 (рад./сек)
 ω_3 (рыск.)= 0 (рад./сек)
 λ_{a1} (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 λ_{a2} (сдвиг фазы)= 0 (град.)
 φ_{is} (широта)= 60 (град.)
 v_v = 100 (м/сек)
 k = 0 (нм)
 k_i (инт.)= 1.53979e-006 (нм/сек)
 r_z (плечо)= 2 (м)

Рис.2.10. Уход ГПК при интегральной коррекции

Результаты моделирования

Для позиционной коррекции уход на качке составляет около 0,5 град./час при сдвиге фаз качки 90° , при сдвиге фаз качки 0° уход на качке составляет около 5 град./час

Для интегральной коррекции постоянная составляющая почти незаметна, размах ошибки в пределах 0,05 град.

Таким образом, показано, что использование горизонтальной интегральной коррекции с настройкой на период Шулера позволяет практически устранить уход ГПК на качке.

2.5. Гироскоп направления со спутниковой коррекцией

В настоящее время производится аппаратура спутниковых навигационных систем, способная определять курс объекта [10]. При наличии такой аппаратуры азимутальная коррекция легко производится по разности между выходным сигналом ГН и спутниковой аппаратуры. Однако массовые спутниковые приемники не определяют курса объекта. Они определяют составляющие скорости и координаты (широту и долготу) объекта. В этом случае для коррекции можно использовать сравнение информации о скорости, выдаваемой как спутниковым приемником, так и горизонтальным каналом интегральной или интегрально-позиционной коррекции ГН. Рассмотрим ГН, структура которого приведена на рис. 2.11.

Здесь ДМ_а- датчик момента азимутальной коррекции; ДМ_Г- датчик момента горизонтальной коррекции; ДУ – датчик угла, А - акселерометр; \tilde{v}_N - приборное значение северной составляющей скорости; СНС – спутниковая навигационная система, v_N^c, v_E^c - значения северной и восточной составляющих скорости, выдаваемые СНС ; φ - широта; k_1, k_2, k_3 - коэффициенты передачи; z - сигнал коррекции; $\xi\eta\zeta$ - сопровождающий географический трехгранник, $x_0y_0z_0$ – начальное положение осей, связанных с кожухом гиromотора.

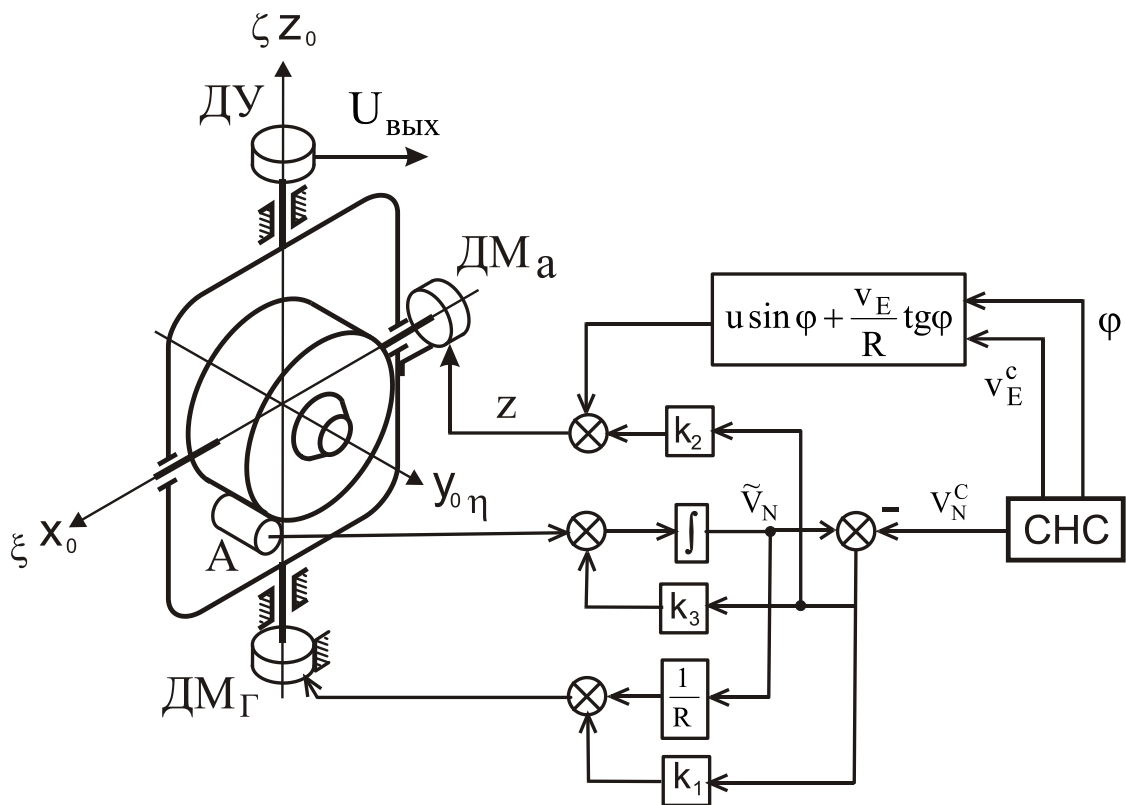


Рис. 2.11. Гироскоп направления со спутниковой коррекцией

Угловые скорости географического сопровождающего трехгранника имеют вид:

$$\omega_{\xi} = -\frac{v_N}{R}; \quad \omega_{\eta} = u \cos \varphi + \frac{v_E}{R} = (u + \dot{\lambda}) \cos \varphi;$$

$$\omega_{\zeta} = u \sin \varphi + \frac{v_E}{R} \operatorname{tg} \varphi = (u + \dot{\lambda}) \sin \varphi; \quad \dot{\lambda} = (v_E / R \cos \varphi),$$

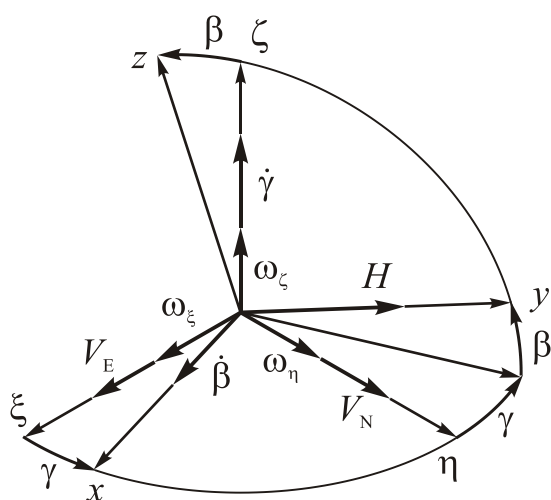


Рис. 2.12. Углы поворота гиromотора

где v_N - северная составляющая скорости; R - радиус Земли; u - угловая скорость вращения Земли; φ - широта; v_E - восточная составляющая скорости.

Положение гиromотора (связанной с ним системы координат xuz) относительно сопровождающего трехгранника зададим углами γ и β (рис. 2.12).

Пользуясь рис. 2.12 запишем уравнения движения гироскопа направления:

$$\dot{\beta} = \omega_x^k + \omega_{dx} - \omega_{\eta} \gamma - \omega_{\xi},$$

$$\dot{\gamma} = \omega_z^k + \omega_{dz} + \omega_{\eta} \beta - \omega_{\zeta},$$

где ω_x^k, ω_z^k - угловые скорости коррекции; ω_{dx}, ω_{dz} - угловые скорости уходов гироскопа. Уравнение погрешности измерения скорости при движении без ускорения: $\delta \dot{v}_N = g\beta + \delta a_N$, где g - ускорение силы тяжести, δa_N - ошибка акселерометра.

Как видно из схемы, коррекцию прибора можно проводить по разности между приборным значением скорости \tilde{v}_N на выходе интегратора в горизонтальной коррекции и значением v_N^c от СНС.

Однако лучшие характеристики имеет прибор с использованием фильтра Калмана для формирования корректирующих сигналов (рис.2.13). Прибор может работать в двух режимах: корректируемого гироскопа направления и корректируемого гирокомпаса (КГК). На рис.2.13 k_4, k_5 - коэффициенты передачи КГК, включаемые переключателями В₁ и В₂ при переходе в режим КГК.

Входными сигналами для фильтра могут быть как уже показанная разность северной составляющей скорости $\tilde{v}_N - v_N^c$, так и выходной сигнал акселерометра $g\beta + \delta a_N$ после исключения из него переносного и кориолисова ускорения $W_y^{ПК}$. Для наземных объектов $W_y^{ПК}$ имеет величину не более $5 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}^2$ и может не учитываться.

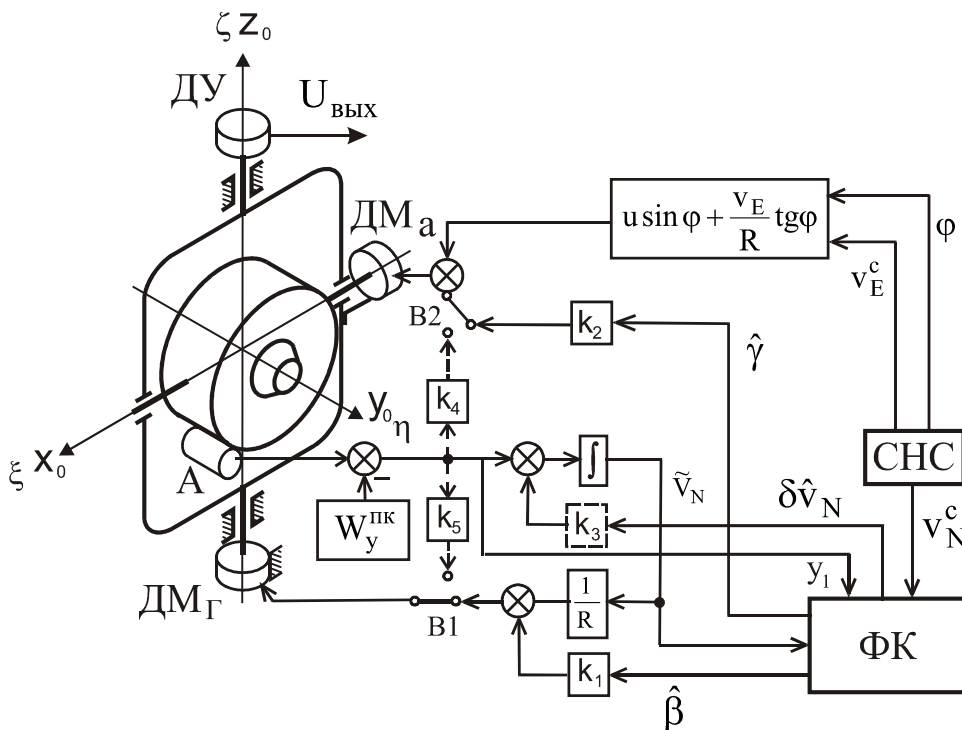


Рис.2.13. Гироскоп направления с фильтром Калмана в системе коррекции

Систему уравнений моделируемого прибора без сигналов управления можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= -\omega_{\eta}\gamma - \delta v_N/R + \omega_{dx}^c + \omega_{dx}^{cn}; \\ \dot{\gamma} &= \omega_{\eta}\beta + \omega_{dz}^c + \omega_{dz}^{cn}; \\ \delta\dot{v}_N &= g\beta + \delta a_N^c + \delta a_N^{cn};\end{aligned}$$

где ω_{η} - угловая скорость географического сопровождающего трехгранника; δv_N - погрешность измерений скорости; R - радиус Земли; ω_{dz}^c и ω_{dx}^c - систематические составляющие дрейфа гироскопа по осям x и z ; ω_{dx}^{cn} и ω_{dz}^{cn} - случайные составляющие дрейфа гироскопа по осям x и z ; δa_N^c - систематическая составляющая смещения нуля акселерометра; δa_N^{cn} - случайная составляющая смещения нуля акселерометра. Дополним уравнения уравнениями систематических и случайных составляющих (формирующими фильтрами)

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_{dx}^c &= 0; \\ \dot{\omega}_{dx}^{cn} &= -\mu_x \omega_{dx}^{cn} + \sqrt{2\sigma_x^2 \mu_x} \cdot w_1; \\ \dot{\omega}_{dz}^c &= 0; \\ \dot{\omega}_{dz}^{cn} &= -\mu_z \omega_{dz}^{cn} + \sqrt{2\sigma_z^2 \mu_z} \cdot w_2; \\ \delta\dot{a}_N^c &= 0; \\ \delta\dot{a}_N^{cn} &= -\mu_a \delta a_N^{cn} + \sqrt{2\sigma_a^2 \mu_a} \cdot w_3.\end{aligned}$$

Здесь μ_x , μ_z , μ_a - коэффициенты затухания формирующих фильтров; σ_x , σ_z , σ_a - среднеквадратичные погрешности гироскопов и акселерометра; w_1 , w_2 , w_3 - «белозумные» случайные составляющие единичной интенсивности.

Уравнения измерений

$$\begin{aligned}y_1 &= W_y^{\text{пк}} + g\beta + \delta a_N^c + \delta a_N^{cn}; \\ y_2 &= \delta v_N - v_E \gamma + \delta v_N^{\text{снн}}.\end{aligned}$$

С учетом управляющих воздействий, компенсации угловых скоростей сопровождающего трехгранника ω_{ξ} и ω_{ζ} угловыми скоростями коррекции ω_x^k и ω_z^k соответственно, компенсации $W_y^{\text{пк}}$ полная система уравнений прибора имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= -\omega_{\eta}\gamma - \delta v_N/R + \omega_{dx}^c + \omega_{dx}^{cn} + k_1 \hat{\beta}; \\ \dot{\gamma} &= \omega_{\eta}\beta + \omega_{dz}^c + \omega_{dz}^{cn} + k_2 \hat{\gamma};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta \dot{v}_N &= g\beta + \delta a_N^c + \delta a_N^{cn} + k_3 \delta \hat{v}_N; \\
\dot{\omega}_{dx}^c &= 0; \\
\dot{\omega}_{dx}^{cn} &= -\mu_x \omega_{dx}^{cn} + \sqrt{2\sigma_x^2 \mu_x} \cdot w_1; \\
\dot{\omega}_{dz}^c &= 0; \\
\dot{\omega}_{dz}^{cn} &= -\mu_z \omega_{dz}^{cn} + \sqrt{2\sigma_z^2 \mu_z} \cdot w_2; \\
\delta \dot{a}_N^c &= 0; \\
\delta \dot{a}_N^{cn} &= -\mu_a \delta a_N^{cn} + \sqrt{2\sigma_a^2 \mu_a} \cdot w_3.
\end{aligned}$$

При использовании фильтра Калмана модель исследуемой системы представляются в виде

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} + G\bar{w},$$

где \bar{x} - n -мерный вектор состояния системы; \bar{u} - r -мерный вектор управления; \bar{w} - k -мерный вектор случайных воздействий; A - матрица состояния размерности $n \times n$; B - матрица управления размерности $n \times r$; G - матрица передачи случайных воздействий размерности $n \times k$.

Измеряемая информация определяется следующим уравнением:

$$\bar{y} = H\bar{x} + \bar{v},$$

где \bar{y} - m -мерный вектор измерений; \bar{v} - m -мерный вектор погрешностей измерений; H - матрица измерений размерности $m \times n$.

Отсюда следуют матрица состояния A и вектор переменных состояния x

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\eta & -1/R & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_\eta & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_a \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ \delta v_N \\ \omega_{dx}^c \\ \omega_{dx}^{cn} \\ \omega_{dz}^c \\ \omega_{dz}^{cn} \\ \delta a_N^c \\ \delta a_N^{cn} \end{bmatrix},$$

матрица передачи G и вектор случайных воздействий \bar{w}

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2\sigma_x^2\mu_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2\sigma_z^2\mu_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2\sigma_a^2\mu_a} \end{bmatrix}, \quad \bar{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix},$$

матрица управления **B**

$$B = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где $k_1 \dots k_3$ - коэффициенты передачи (коррекции).

Матрица измерения

$$H = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -v_E & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Воздействия w и помехи v будем считать гауссовскими случайными процессами типа белого шума с нулевыми математическими ожиданиями

$$M[w(t)] = 0, \quad M[v(t)] = 0$$

и корреляционными матрицами

$$M[w(t)w^T(\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau); \quad M[v(t)v^T(\tau)] = R(t)\delta(t-\tau),$$

где $Q(t)$ - симметрическая неотрицательно-определенная ($k \times k$) матрица интенсивности белого шума $w(t)$; $R(t)$ - симметрическая положительно определенная ($m \times m$) - матрица интенсивности белого шума $v(t)$; $\delta(t)$ - дельта - функция Дирака.

Начальное состояние системы $x(t_0)$ характеризуется известным математи-

ческим ожиданием $M[x(t_0)] = \bar{x}_0$ и корреляционной матрицей $M\{[x(t_0) - \bar{x}_0][x(t_0) - \bar{x}_0]^T\} = \mathbf{P}(t_0, t_0)$. Также предполагается, что начальное состояние системы, случайные воздействия и помехи измерений взаимно некоррелированы при всех $t \geq t_0$.

$R = [\sigma_{CHC}^2]$ - корреляционная матрица ошибок измерений;

$C = [\sigma_{CHC}]$ - матрица коэффициентов.

Используется следующая дискретная модель системы и измерений:

$$\bar{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \bar{x}_k + \Psi_k \bar{u}_k + \Gamma_k \bar{w}_k;$$

$$\bar{y}_k = \mathbf{H}_k \bar{x}_k + \bar{v}_k,$$

где подстрочные индексы « k » и « $k+1$ » указывают номер дискретного момента времени t_k и t_{k+1} ; шаг дискретизации $\Delta t = t_{k+1} - t_k$;

$\mathbf{F}_k = \exp(A \cdot \Delta t)$ - переходная матрица системы в момент времени t_k , которая может быть представлена приближенно в виде разложения в ряд

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{I} + \mathbf{F}_k \Delta t + \frac{1}{2} (\mathbf{F}_k \Delta t)^2 + \dots ;$$

$\Gamma_k \cong \mathbf{F}_k \mathbf{G}_k \Delta t$ - матрица, определяющая влияние вектора входных шумов w_{k-1} в момент времени t_k , в первом приближении $\Gamma_k \approx \mathbf{G}_k \Delta t$;

$\Psi_k \cong \mathbf{F}_k \mathbf{B}_k \Delta t$ - матрица, определяющая влияние вектора управления u_{k-1} в момент времени t_k , в первом приближении $\Psi_k \approx \mathbf{B}_k \Delta t$;

\mathbf{I} - единичная матрица;

Матрицы интенсивностей векторных дискретных гауссовских шумов w_k системы и v_k измерений связаны с соответствующими матрицами непрерывной динамической системы соотношениями:

$$\mathbf{Q}_k = \frac{\mathbf{Q}(t_k)}{\Delta t}, \quad \mathbf{R}_k = \frac{\mathbf{R}(t_k)}{\Delta t}.$$

Для оценки вектора состояния можно использовать алгоритм линейного дискретного фильтра Калмана :

- зададим начальное значение $\hat{\mathbf{x}}_{k0}$ оценки вектора переменной состояния, начальное значение предсказанной (априорной) корреляционной матрицы ошибок $\check{\mathbf{P}}_{k0}$, матрицы интенсивностей шумов \mathbf{Q}_k и \mathbf{R}_k ;

- получим предсказанное (априорное) значение вектора переменных состояния

$$\check{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B} u_k ,$$

- рассчитаем значения коэффициентов фильтра

$$\mathbf{K}_k = \check{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \check{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1},$$

- вычислим скорректированные (апостериорные) значения оценки вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \check{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \check{\mathbf{x}}_k],$$

- вычислим скорректированную (апостериорную) корреляционную матрицу ошибок фильтра

$$\hat{\mathbf{P}}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \check{\mathbf{P}}_k,$$

- рассчитаем значение предсказанной (априорной) корреляционной матрицы ошибок для нового шага вычислений

$$\check{\mathbf{P}}_{k+1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

- переходим на новый цикл вычислений.

Для облегчения вычислений можно взять приближенное значение переходной матрицы $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{A} \Delta t$; $\hat{\mathbf{x}}_k$ - скорректированное (апостериорное) значение оценки вектора состояния, $\check{\mathbf{x}}_k$ - предсказанное (априорное) значение оценки вектора состояния, \mathbf{K} - матрица коэффициентов усиления Калмана, $\hat{\mathbf{P}}_k$ - скорректированная (апостериорная) корреляционная матрица ошибок фильтра, $\check{\mathbf{P}}_k$ - предсказанная (априорная) корреляционная матрица ошибок фильтра, \mathbf{R} - матрица интенсивностей шумов наблюдения (измерения) \mathbf{v} , \mathbf{Q}_k - матрица интенсивностей входных возмущений \mathbf{w} . Начальная матрица \mathbf{P}_k обычно содержит диагональные элементы, соответствующие начальным дисперсиям ошибок соответствующих переменных состояния.

На рис.2.14 приведены результаты моделирования.

После осреднения результатов оценки ошибки γ получили ошибку прибора $\gamma_{cp} = -0,07$ градуса. Коэффициенты обратной связи k_1, k_2, k_3 выбраны путем численных экспериментов. При этом коэффициент k_1 выбирался близким коэффициенту усиления фильтра Калмана (рис. 2.15), коэффициент k_2 влияет на время переходного процесса, коэффициент k_3 не оказывает существенного влияния и может быть принят $k_3=0$.

Как показывает анализ наблюдаемости по рангу матрицы наблюдаемости

$$\mathbf{M} = [\mathbf{H} \quad \mathbf{H}\mathbf{A} \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^2 \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^3 \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^4 \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^5 \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^6 \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^7 \quad \mathbf{H}\mathbf{A}^8]^T,$$

наблюдаемыми являются 6 переменных состояния.

Оценки возмущающих параметров приведены на рис. 2.16. Из них видно, что явно не наблюдается систематическая ошибка акселерометра.

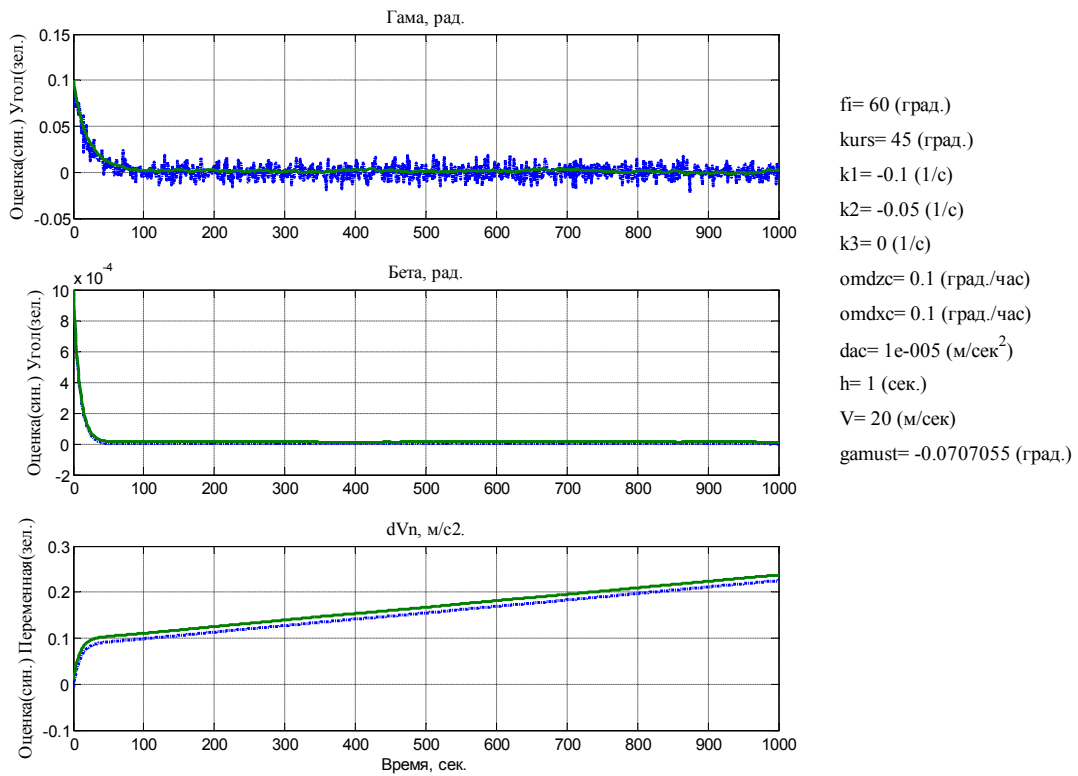


Рис.2.14. Характеристики ГН со спутниковой коррекцией на курсе 45°

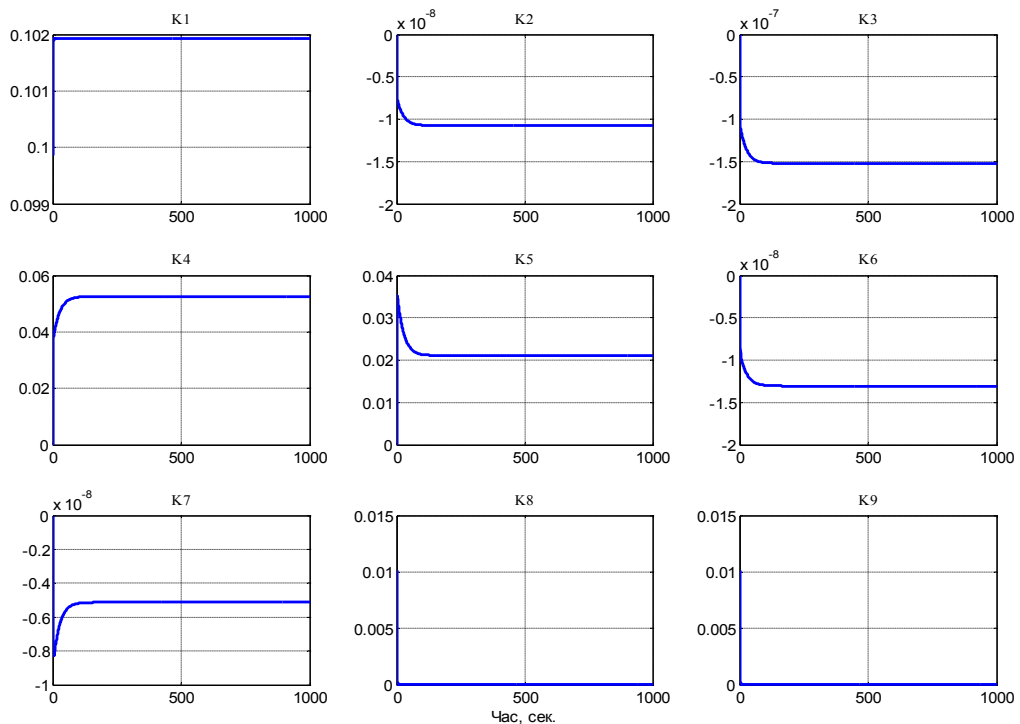


Рис.2.15. Коэффициенты усиления фильтра Калмана

Недостатком прибора является плохая точность в зоне около 0 градусов или 180 градусов (рис. 2.17). Ошибка прибора на курсе 0,5 градуса превышает 2 градуса. На курсах 0 и 180 градусов оценки не определяются. В этом случае можно переходить в режим корректируемого гироскопа.

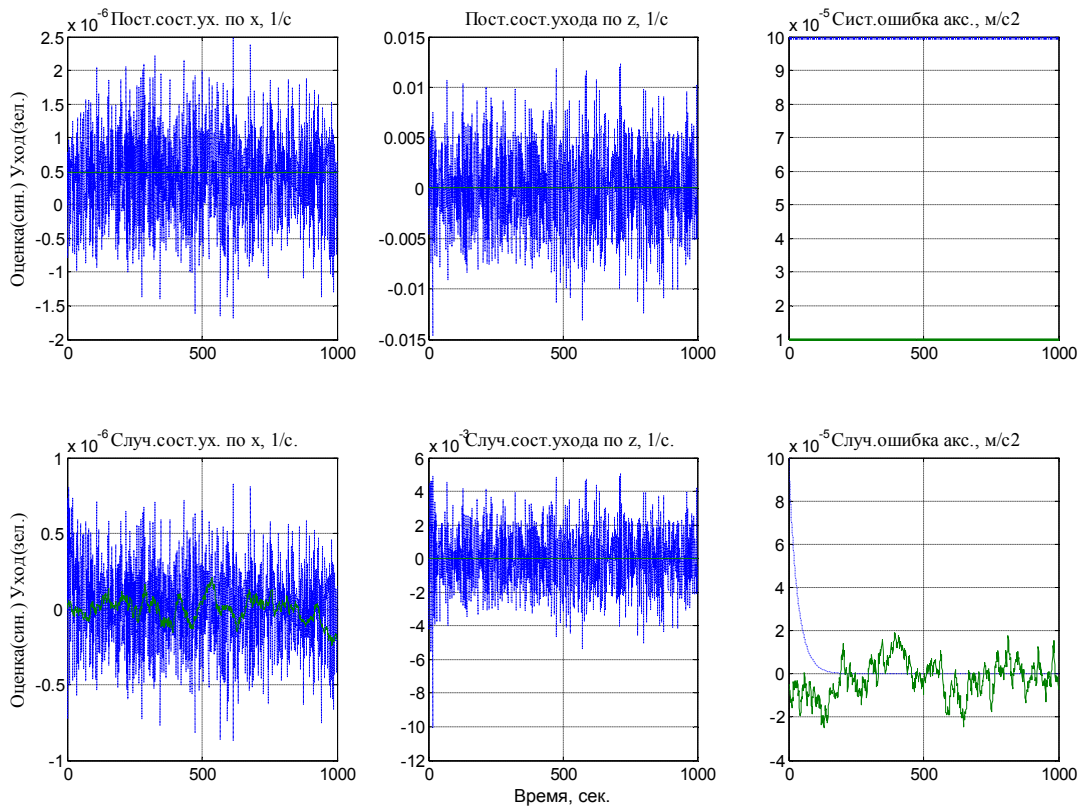


Рис.2.16. Оценки параметров возмущений

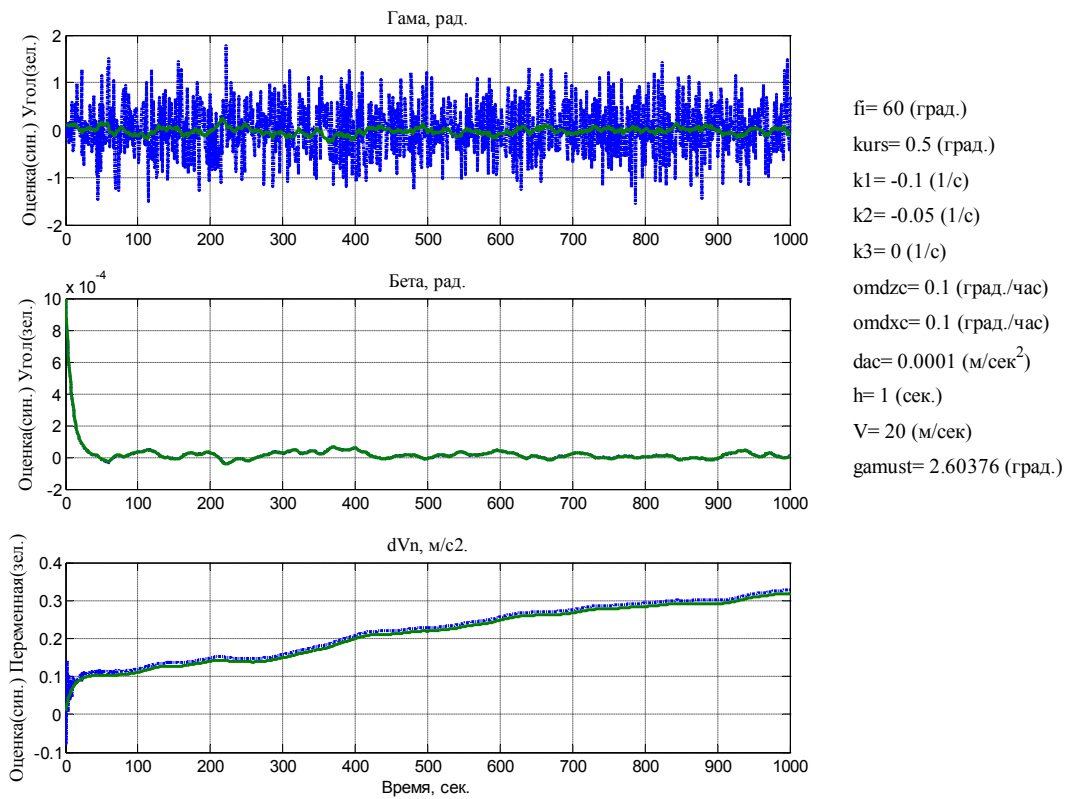


Рис.2.17. Характеристики ГН со спутниковой коррекцией на курсе $0,5^\circ$
 Погрешности его на курсе $0,5^\circ$ показаны на рис.2.18.

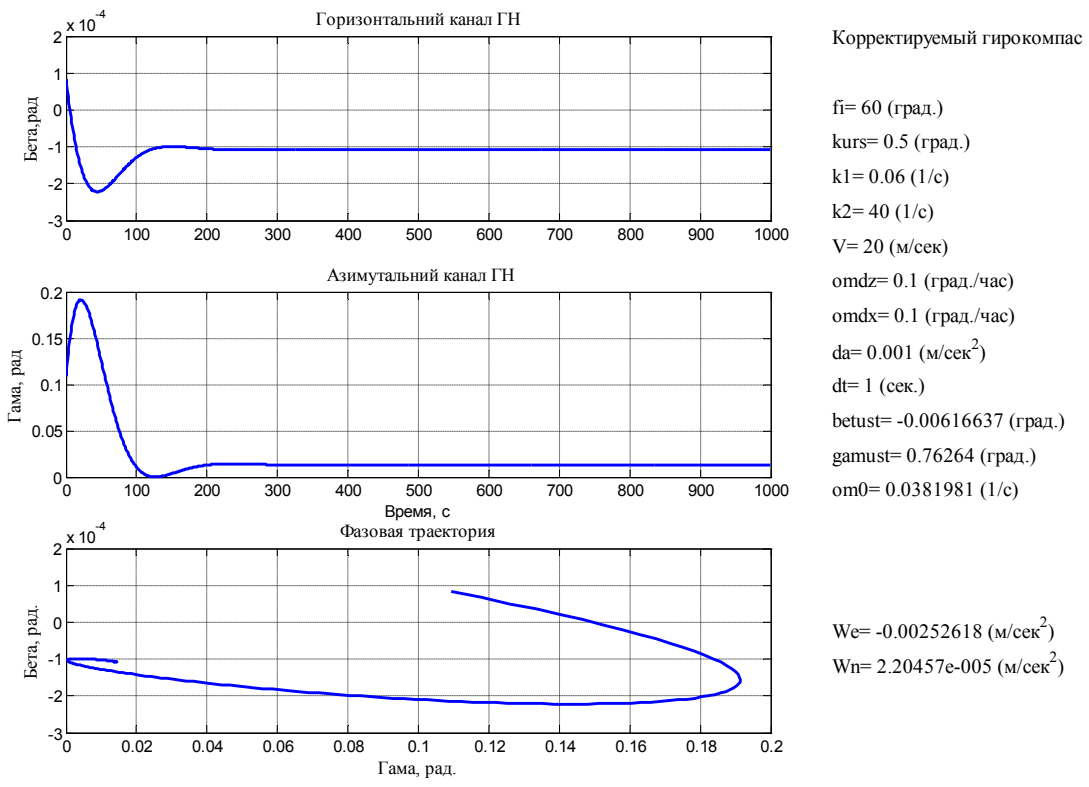


Рис.2.18. Характеристики КГК со спутниковой коррекцией на курсе $0,5^\circ$

Глава 3. ГИРОСКОПЫ НАПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СТАБИЛИЗАТОРОВ

Одним из методов повышения точности определения курса является конструктивное объединение ГН с стабилизаторами горизонта, т. е. в использовании трехосных силовых и индикаторных стабилизаторов. При таком комбинировании устраняются методические погрешности ГН типа кардановой, выраженной, уходя от влияния качки на систему горизонтальной коррекции.

3.1. Гироазимутгоризонт

Гироазимутгоризонт (ГАГ) - трехосный гироскопический стабилизатор, предназначенный для моделирования горизонтального сопровождающего координатного трехгранника, вокруг осей которого производится измерение углов ориентации подвижного объекта (корабля).

Взаимосвязь основных систем прибора показана на структурно-кинематической схеме (рис. 3.1).

ГАГ состоит из первой ступени А - системы стабилизации платформы 1 в плоскости горизонта, представляющей собой двухосный силовой гироскопический стабилизатор, и второй ступени Б - стабилизации платформы 6 в азимуте. Вторая ступень построена на базе одноосного силового гироастибилизатора.

В канал стабилизации наружной рамы 9 первой ступени (относительно оси y) входят гироскоп 11 с датчиком угла прецессии, усилитель (на схеме не показан) и двигатель 10, закрепленный на корпусе прибора и через редуктор и зубчатый сектор связан кинематически с наружной рамой.

В канал стабилизации, внутренней рамы 1 (промежуточной платформы) входит гироскоп 8 с датчиком угла прецессии и двигатель 13. Двигатель закреплен на внутренней раме и через редуктор и зубчатый сектор 11, жестко связанный с наружной рамой, прикладывает стабилизирующий момент вокруг оси x вращения внутренней рамы.

Таким образом, внутренняя рамка 1, являясь стабилизированной платформой ступени А, служит базой для отсчета углов крена и дифферента объекта. При этом она участвует вместе с корпусом прибора в азимутальном движении объекта.

Вторая ступень стабилизации включает в себя платформу 6, которая в подшипнике 7 установлена на горизонтальной площадке 1 и может вращаться

относительно нее вокруг вертикальной оси на неограниченные углы.

На платформе 6 расположен двухстепенной гироскопический чувствительный элемент 4, на оси прецессии которого установлены датчик моментов 5 и датчик углов прецессии 3.

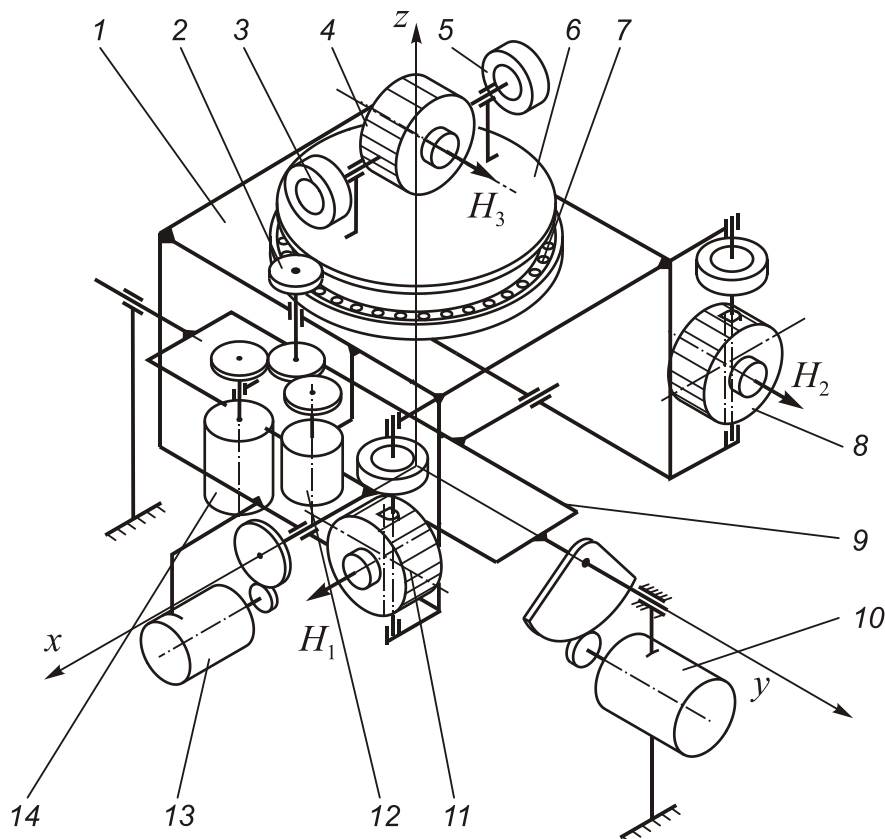


Рис. 3.1. Кинематическая схема гироазимутгоризонта: 1 - Платформа; 2 - Редуктор канала стабилизации по углу курса; 3 - Датчик угла прецессии; 4 - ГЧЭ канала курса; 5 - датчик момента канала курса; 6 - платформа курса; 7 - подвес; 8 - ГЧЭ канала тангажа; 9 - наружная рама подвеса; 10 - двигатель стабилизации канала крена; 11 - ГЧЭ канала крена; 12 - датчик угла курса; 13 - двигатель канала тангажа; 14 - двигатель канала курса.

Таким образом, внутренняя рамка 1, являясь стабилизированной платформой ступени А, служит базой для отсчета углов крена и дифферента объекта. При этом она участвует вместе с корпусом прибора в азимутальном движении объекта.

В канал стабилизации второй ступени (системы стабилизации в азимуте) входит двигатель 12. Он установлен на наружной раме 1 и через редуктор кинематически связан с платформой 6.

Коррекция платформы 6 в азимуте производится с помощью датчика моментов 6, расположенного на оси прецессии азимутального гироскопа.

Принцип действия системы коррекции в азимуте аналогичен принципу работы системы азимутальной компенсации, применяемой в гироскопах направления (например, в гирополукомпасе ГПК-52).

3.1.1. Уравнения движения прибора

Для более полного изучения работы канала курса составим его линеаризованные уравнения движения. Будем рассматривать движение СГС относительно системы координат $Ox_c y_c z_c$, связанной с платформой 1 первой ступени. Поскольку стабилизатор канала курса стабилизируется первой ступенью в плоскости горизонта, примем, что вторая ступень поворачивается в пространстве только вокруг вертикальной оси стабилизации с угловой скоростью $\vec{U} = \{0, 0, U_{zc}\}$

Используя рис. 3.2, составим выражения сумм проекций моментов на оси прецессии и стабилизации

$$\begin{aligned} I_{пл} \dot{\omega}_{z1} + H\omega_{x2} \cos\beta &= M_{zc}; \\ I_{x2} \dot{\omega}_{x2} - H\omega_{z2} &= M_{x2}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $I_{пл}$ – момент инерции платформы относительно оси стабилизации, $I_{\Gamma} = I_{y2}$ – момент инерции ГЧЭ относительно оси прецессии;

$$\begin{aligned} \omega_{z1} &= U_{zc} + \dot{\alpha}; \quad \omega_{x1} = \omega_{y1} = 0; \\ \omega_{z2} &= \omega_{z1} \cos\beta; \quad \omega_{x2} = \dot{\beta}. \end{aligned}$$

Момент внешних сил вокруг оси стабилизации складывается из момента сил сухого трения $-M_{T1} \text{sign} \dot{\alpha}$; момента сил вязкого сопротивления $-f_1 \dot{\alpha}$ в подшипниках на оси стабилизации, момента нагрузки M_n со стороны объекта стабилизации и момента $nM_{дв}$ стабилизирующего двигателя, приведенного к оси стабилизации:

$$M_{zc} = -f_1 \dot{\alpha} - M_{T1} \text{sign} \dot{\alpha} + nM_{дв}. \quad (3.2)$$

Момент внешних сил относительно оси прецессии складывается из момента сил сухого трения $-M_{T2} \text{sign} \dot{\beta}$, момента сил вязкого сопротивления $-f_2 \dot{\beta}$, момента дебаланса $M_{дб}$ и момента $M_{дм}$, создаваемого датчиком моментов системы коррекции (если он имеется), т.е.

$$M_{x2} = -f_2 \dot{\beta} + M_{дб} + M_{дм}. \quad (3.3)$$

При исследовании поведения СГС, в отличие от гироскопов направления с межрамочной коррекцией, необходимо учитывать динамические свойства стабилизирующего двигателя. В случае использования в СГС двухфазного

асинхронного двигателя уравнение стабилизирующего двигателя можно записать в виде [31]

$$M_{\text{дв}} = k_u U_y - s \omega_{\text{дв}} - I_{\text{дв}} \dot{\omega}_{\text{а дв}}, \quad (3.4)$$

где U_y - управляющее напряжение двигателя; k_u - статический коэффициент передачи двигателя по моменту; s - коэффициент, характеризующий наклон механической характеристики двигателя; $I_{\text{дв}}$, $\omega_{\text{дв}}$ - момент инерции и относительная скорость вращения ротора двигателя.

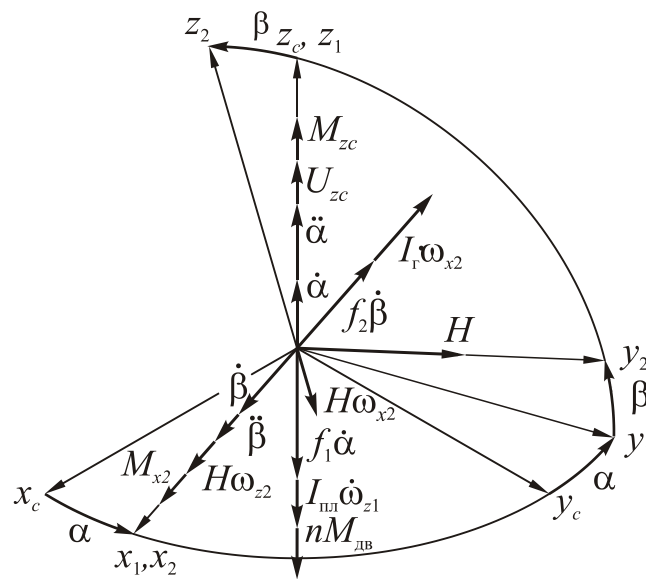


Рис. 3.2. К выводу уравнений движения

В канале стабилизации СГС обычно используются многоступенчатые редукторы с цилиндрическими зубчатыми передачами, поэтому ось ротора двигателя устанавливается параллельно оси стабилизации. С учетом этого справедливо равенство

$$\dot{\omega}_{\text{а дв}} = \dot{\omega}_{\text{дв}} + \dot{U}_{zc} = n\dot{\alpha} + \dot{U}_{zc}.$$

Таким образом, момент двигателя будет

$$M_{\text{дв}} = M_0 - sn\dot{\alpha} - I_{\text{дв}}(n\dot{\alpha} + \dot{U}_{zc}), \quad (3.5)$$

где $M_0 = k_{\text{дв}} U_y$ - пусковой момент двигателя.

Зависимость управляющего напряжения двигателя от угла прецессии β при использовании безинерционного усилителя имеет вид

$$U_y = \pm k_{\text{ду}} k_y \beta. \quad (3.6)$$

Здесь знак \pm введен для обеспечения устойчивости работы канала стабилизации

Учитывая полученные выражения моментов внешних сил (3.4 - 3.6) уравнения движения СГС (3.1) запишем в виде

$$\begin{aligned} I_{nl}\dot{\omega}_{z1} + f_1\dot{\alpha} + H\omega_{x2} \cos\beta &= \pm nM_0 - sn^2\dot{\alpha} - I_{\delta\delta}n(n\ddot{\alpha} + \dot{U}_{zc}) - M_{T1}\text{sign}\dot{\alpha}; \\ I_{x2}\dot{\omega}_{x2} + f_2\dot{\beta} - H\omega_{z2} &= M_{T2}\text{sign}\dot{\beta} + M_{\delta\delta}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

В первом уравнении присутствуют параметры относительного (α), переносного (U) и абсолютного (ω) движений. Учитывая, что $\omega_{z1} = \dot{\alpha} + U_{zc}$, приведем члены, зависящие от параметров относительного движения, к переменным абсолютного движения. В результате получим

$$\begin{aligned} (I_{nl} + n^2I_{\delta\delta})\dot{\omega}_{z1} + (f_1 + n^2s)\omega_{z1} + H\dot{\beta} \cos\beta + nM_0 &= (f_1 + n^2s)U_{zc} + \\ + I_{\delta\delta}n(n-1)\dot{U}_{zc} - M_{T1}\text{sign}(\omega_{z1} - U_{zc}); \\ I_{x2}\ddot{\beta} + f_2\dot{\beta} - H\omega_{z1} \cos\beta &= H\omega_{z1} \sin\beta - M_{T2}\text{sign}\dot{\beta} - M_{\delta\delta}. \end{aligned}$$

Введем следующие обозначения: $A = I_{nl} + n^2I_{\delta\delta}$ – приведенный момент инерции платформы относительно оси стабилизации; $f_3 = f_1 + n^2s$ – эквивалентный коэффициент демпфирования; $\dot{\alpha}_a = \omega_{z1}$ – скорость изменения ошибки стабилизации; $B = I_{y2}$ – момент инерции подвижной части ГЧЭ относительно оси прецессии.

С учетом принятых обозначений полученные уравнения перепишем в виде

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha}_a + f_3\dot{\alpha}_a + H\dot{\beta} \cos\beta + k\beta &= f_3U_{zc} + I_{\delta\delta}n(n-1)\dot{U}_{zc} - \\ - M_{T1}\text{sign}(\dot{\alpha}_a - U_{zc}) &= M_1; \\ B\ddot{\beta} + f_2\dot{\beta} - H\dot{\alpha}_a \cos\beta &= H\omega_{z1} \sin\beta - M_{T2}\text{sign}\dot{\beta} - M_{\delta\delta} = M_2. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Поскольку в СГС угол прецессии не превышает единиц градусов, в полученных уравнениях можно принять $\sin\beta \approx \beta$; $\cos\beta \approx 1$. В то же время моменты сопротивления по оси прецессии стремятся тоже сделать как можно меньше, поэтому уравнения (3.8) можно упростить:

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha}_a + f_3\dot{\alpha}_a + H\dot{\beta} + k\beta &= f_3U_{zc} + I_{\delta\delta}n^2\dot{U}_{zc} - M_{T1}\text{sign}(\dot{\alpha}_a - U_{zc}) = M_1; \\ B\ddot{\beta} - H\dot{\alpha}_a &= M_2. \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.1.2. Ошибки канала стабилизации

Оценим величину ошибки стабилизации α_a , вызванной действием возмущающих моментов M_1 относительно оси стабилизации, в частности моментов сил сухого трения $-M_{T1}\text{sign}(\dot{\alpha}_a - U_{zc})$ и моментов обкатки

$I_{\partial\theta} n^2 \dot{U}_{zc} + f_{\partial} U_{zc}$, которые возникают из-за вращения ротора двигателя стабилизации при угловом движении основания.

Рассмотрим вначале влияние момента сил сухого трения на ошибку стабилизации. Отметим, что изменение этого момента во времени соответствует прямоугольной волне, полупериод которой соответствует ступенчатому возмущению с амплитудой M_{T1} , поэтому для качественного исследования достаточно рассмотреть переходную функцию СГС.

Из второго уравнения системы (3.9) определим искомую величину α_a

$$\dot{\alpha}_a = \frac{B}{H} \ddot{\beta} - \frac{M_2}{H}$$

и подставим полученное выражение в первое уравнение. В результате получим

$$\ddot{\beta} + \frac{f_{\partial}}{A} \dot{\beta} + \lambda^2 \beta + \varepsilon \lambda^2 \beta = \lambda^2 \frac{M_1}{H}, \quad (3.10)$$

где $\varepsilon = \frac{k}{H}$ - удельная скорость системы стабилизации; $\lambda = \frac{H}{\sqrt{AB}}$ - частота собственных незатухающих колебаний гироскопа.

Решение уравнения (3.10) будем искать в виде

$$\beta = \beta^* + \beta_o,$$

где $\beta^* = \frac{M_{10}}{\varepsilon H}$ - частное решение уравнения.

Общее решение этого линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется линейной комбинацией трех показательных функций:

$$\beta = A e^{p_1 t} + B e^{p_2 t} + C e^{p_3 t},$$

где A и B - произвольные постоянные; p_1, p_2 и p_3 - корни характеристического уравнения

$$p^3 + \frac{f_{\partial}}{A} p^2 + \lambda^2 p + \varepsilon \lambda^2 = 0.$$

Определение корней полученного характеристического уравнения в общем случае затруднено, однако с учетом неравенства

$$\lambda^2 \gg \varepsilon \cdot \left(\frac{f_{\partial}}{A} - \varepsilon \right),$$

его можно упростить, преобразовав к виду

$$\left[p^2 + \left(\frac{f_3}{A} - \varepsilon \right) p + \lambda^2 \right] \cdot (p + \varepsilon) = 0. \quad (3.11)$$

Решения преобразованного характеристического уравнения определяются соотношениями

$$p_1 = -\varepsilon; \quad p_{2,3} = -h \pm j\lambda_1, \quad \text{где } h = \frac{1}{2} \left(\frac{f_3}{A} - \varepsilon \right); \quad \lambda_1 = \sqrt{\lambda^2 - h^2}. \quad (3.12)$$

Очевидно, для того, чтобы переходной процесс был затухающим, необходимо выполнить условие

$$\varepsilon < \frac{f_3}{A}, \quad (3.13)$$

которое накладывает ограничения на величину общего коэффициента передачи канала стабилизации $k = \varepsilon H$.

С учетом полученных соотношений общее решение уравнения (3.10) запишем в виде

$$\beta = \beta^* + C_1 e^{-\varepsilon t} + e^{-ht} (C_2 \cos \lambda_1 t + C_3 \sin \lambda_1 t). \quad (3.14)$$

Для отыскания произвольных постоянных C_i воспользуемся следующими начальными условиями

$$t = 0; \quad \beta(0) = 0; \quad \dot{\beta}(0) = 0; \quad \alpha_a(0) = \alpha_0; \quad \dot{\alpha}_a(0) = \frac{B}{H} \ddot{\beta}(0) = 0.$$

В результате получим

$$C_1 = -\beta^*; \quad C_2 = \frac{\varepsilon(2h - \varepsilon)}{\lambda^2 - \varepsilon(2h - \varepsilon)} \beta^* \approx \frac{\varepsilon(f_3/A - 2\varepsilon)}{\lambda^2} \beta^*;$$

$$C_3 = -\frac{\varepsilon}{\lambda_1} \cdot \frac{\lambda^2 - h(2h - \varepsilon)}{\lambda^2 - \varepsilon(2h - \varepsilon)} \beta^* \approx -\frac{\varepsilon}{\lambda} \beta^*.$$

После подстановки найденных коэффициентов в решение (3.14) найдем закон изменения угла прецессии

$$\beta = \frac{M_1}{\varepsilon H} \left[(1 - e^{-\varepsilon t}) + \frac{\varepsilon}{\lambda} e^{-ht} \cdot \left(\frac{2h - \varepsilon}{\lambda} \cos \lambda t - \sin \lambda t \right) \right]. \quad (3.15)$$

Подставляя полученное решение во второе уравнение системы (3.9), получим

$$\alpha = \frac{BM_1}{H^2} \cdot \left[e^{-\varepsilon t} - e^{-ht} \left(\cos \lambda_1 t - \frac{\varepsilon - h}{\lambda} \sin \lambda_1 t \right) \right] + \alpha_0 - \frac{\bar{M}_2}{H} t, \quad (3.16)$$

где \bar{M}_2 - постоянная составляющая момента, действующая по оси прецессии.

На рис. 3.3 изображены графики изменения погрешности стабилизации

α_a и угла прецессии β .

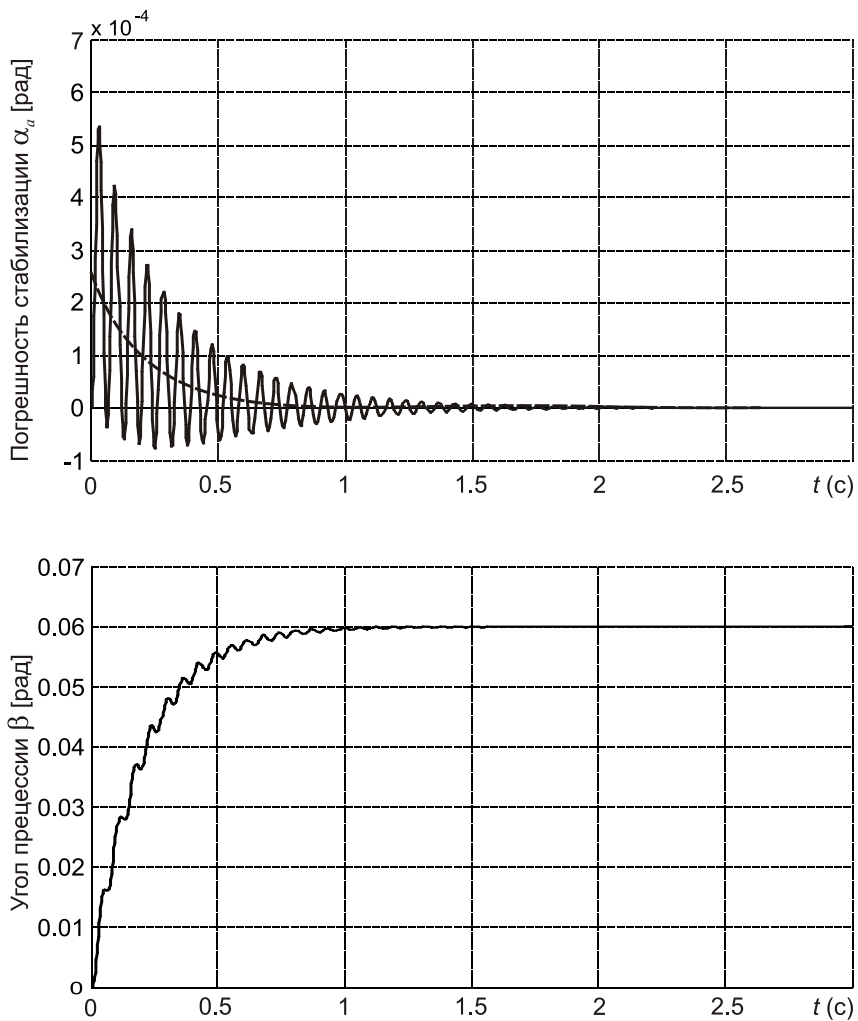


Рис. 3.3. Графики изменения ошибки стабилизации и угла прецессии при действии постоянного момента

Как следует из полученных результатов, влияние моментов трения по оси стабилизации сводится к появлению высокочастотных затухающих колебаний и всплеска моментной ошибки при перемене знака скорости переносного движения основания. Величина этого всплеска в соответствии с формулой (3.16) не превышает величины $\alpha_{стр} = \frac{BM_1}{H^2}$ при первой перемене знака скорости. Так, при $B = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Нмс}^2$, $H = 0,4 \text{ Нмс}$, $M_1 = 0,02 \text{ Нм}$ всплеск ошибки не превышает долей угловой минуты.

В то же время постоянная составляющая момента \bar{M}_2 , приложенного к оси прецессии, вызывает, как и в обычном трехстепенном гироскопе азимутальный дрейф со скоростью $\dot{\alpha}_a = \bar{M}_2/H$.

Рассмотрим влияние момента обкатки. Для этого воспользуемся

уравнением по координате α_a

$$\ddot{\alpha}_a + \frac{f_\vartheta}{A} \dot{\alpha}_a + \lambda^2 \alpha_a + \lambda^2 \varepsilon \alpha_a = \frac{f_\vartheta}{A} \dot{U}_{zc} + a \ddot{U}_{zc} = M_{\text{обк}}, \quad (3.17)$$

где $a = \frac{I_{\text{об}} n^2}{A}$.

Примем закон изменения угла рыскания $\psi = \psi_m \sin \omega_\kappa t$. Тогда момент обкатки

$$\tilde{M}(t) = -\frac{f_\vartheta}{A} \psi_m \omega_\kappa^2 \sin \omega_\kappa t - a \psi_m \omega_\kappa^3 \cos \omega_\kappa t$$

или после некоторых преобразований

$$M_{\text{обк}}(t) = -\psi_m \omega_\kappa^2 \sqrt{\left(\frac{f_\vartheta}{A}\right)^2 + (a\omega_\kappa)^2} \sin(\omega_\kappa t + \mu); \quad \mu = \text{arctg} \frac{aA}{f_\vartheta} \omega_\kappa.$$

Используя аппарат частотных передаточных функций, найдем вынужденное движение ГС вокруг оси стабилизации

$$\alpha_a = \frac{\psi_m \omega_\kappa^2 \sqrt{\left(\frac{f_\vartheta}{A}\right)^2 + (a\omega_\kappa)^2}}{\sqrt{\left(\lambda^2 \varepsilon - \frac{f_\vartheta}{A} \omega_\kappa^2\right)^2 + \left(\lambda^2 - \omega_\kappa^2\right)^2 \omega_\kappa^2}} \sin(\omega_\kappa t + \mu + \chi), \quad (3.18)$$

где $\chi = \text{arctg} \frac{\omega_\kappa (\lambda^2 - \omega_\kappa^2)}{\lambda^2 \varepsilon - f_\vartheta \omega_\kappa^2 / A} \approx \text{arctg} \frac{\omega_\kappa}{\varepsilon}$.

При использовании в канале стабилизации редукторов с малым передаточным числом при низкочастотной качке формулу (3.18) можно упростить

$$\alpha_a \approx -\frac{\psi_m \omega_\kappa^2 f_\vartheta}{A \lambda^2 \sqrt{\varepsilon^2 + \omega_\kappa^2}} \sin(\omega_\kappa t + \mu + \chi). \quad (3.19)$$

3.2. Гироскопы направления на основе индикаторных стабилизаторов

В последнее время запущены в производство гиромагнитные компасы, содержащие гироскоп направления в виде двухосного индикаторного гиростабилизатора на базе динамически настраиваемого гироскопа (ДНГ).

Кинематика такого ГН показана на рис. 3.4.

В рассматриваемом гироскопе направления разделены функции управле-

ния: двигатели стабилизации ДМГ и ДМВ обеспечивают только согласование платформы с ротором ДНГ по его сигналам, снимаемым с датчиков угла ДУ1 и ДУ2, а датчики момента ДМ1 и ДМ2 реализуют управление движением ротора ДНГ (по сигналам датчика горизонта) и его коррекцию от блока управления. Такое разделение функций позволяет формировать намного меньшие по величине управляющие и корректирующие моменты.

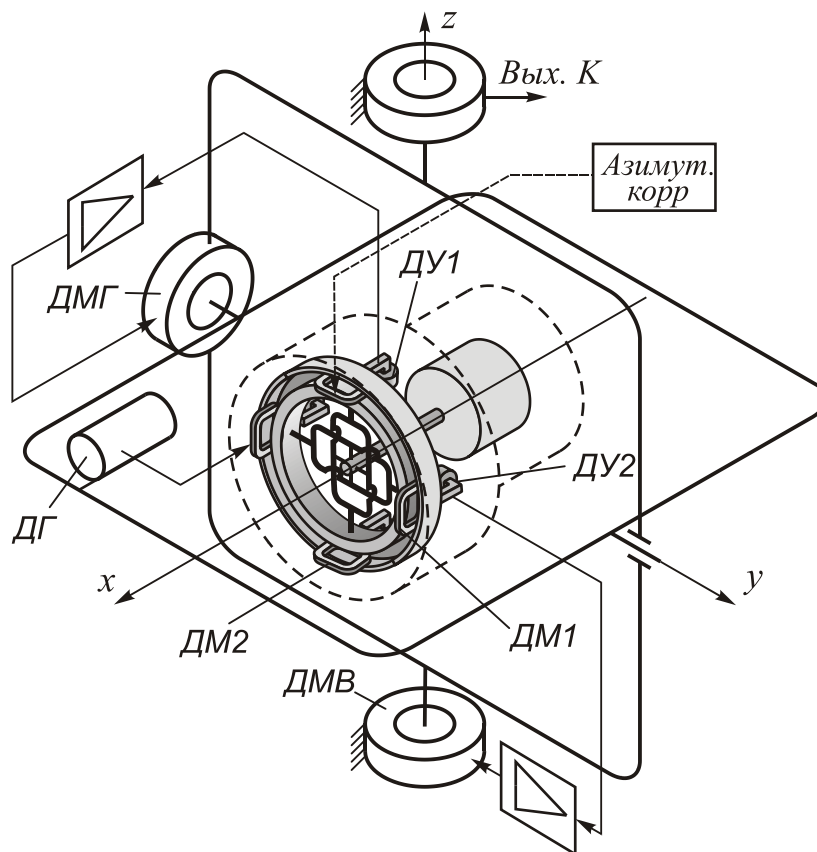


Рис. 3.4. Схема гироскопа направления на основе двухосного индикаторного гиросtabilизатора

Уравнения движения ДНГ имеют вид [25]

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha}_1 + f_9\dot{\alpha}_1 + k^2\alpha_1 + H\dot{\beta}_1 + f_9\beta_1\dot{\gamma} &= -B\omega_{z_c}^c + M_{y_p}^{bc} \cos \gamma - M_{z_k}^{bc} \sin \gamma + M_{y_c}^k; \\ A\ddot{\beta}_1 + f_9\dot{\beta}_1 + k^2\beta_1 - H\dot{\alpha}_1 - f_9\alpha_1\dot{\gamma} &= B\omega_{y_c}^c + M_{y_p}^{bc} \sin \gamma + M_{z_k}^{bc} \cos \gamma + M_{z_c}^k \end{aligned} \quad (3.20)$$

Здесь углы α_1, β_1 определяют положение экваториальной плоскости ротора относительно корпуса (осей y_c и z_c); A, B - экваториальный и осевой моменты инерции ротора с кольцом подвеса; M^{bc} - моменты внешних сил, обуславливающие дрейф ДНГ; M^k - корректирующие моменты.

В реальных конструкциях ДНГ углы поворота α_1, β_1 не превышают единиц угловых минут, а демпфирование сведено к минимуму. При выполнении

условия динамической настройки ($k=0$) для исследования поведения таких приборов вместо уравнений (3.20) можно использовать упрощенные уравнения:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= -\frac{Bf_e}{H^2} \dot{\omega}_{Zc}^c - \frac{B}{H} \dot{\omega}_{Yc}^c - \frac{M_{zc}}{H} + \frac{M_{zc}^K}{H}; \\ \dot{\beta}_1 &= \frac{Bf_e}{H^2} \dot{\omega}_{Yc}^c - \frac{B}{H} \dot{\omega}_{Zc}^c + \frac{M_{yc}}{H} + \frac{M_{yc}^K}{H}.\end{aligned}$$

В предположении $H \gg f_e$, эти формулы можно упростить:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= -\frac{B}{H} \dot{\omega}_{Yc}^c - \frac{M_{zc}}{H} + \frac{M_{zc}^K}{H} = -K_{ct} \omega_{Yc}^c - \frac{M_{zc}}{H} + \frac{M_{zc}^K}{H}; \\ \dot{\beta}_1 &= -\frac{B}{H} \dot{\omega}_{Zc}^c + \frac{M_{yc}}{H} + \frac{M_{yc}^K}{H} = -K_{ct} \omega_{Zc}^c + \frac{M_{yc}}{H} + \frac{M_{yc}^K}{H}.\end{aligned}\quad (3.21)$$

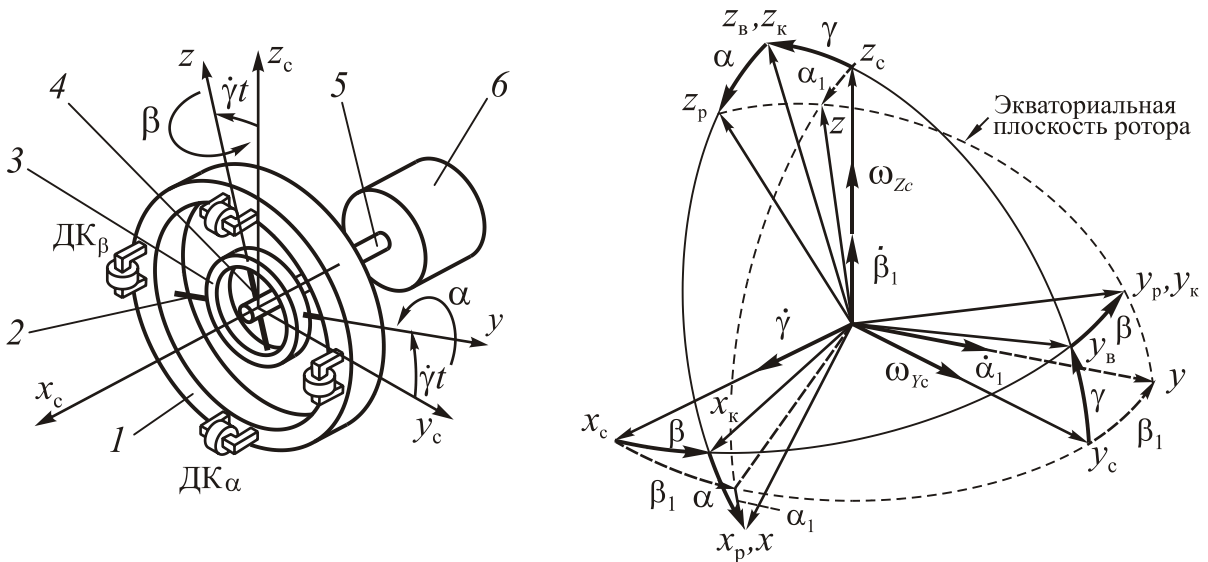


Рис. 3.5. Кинематика трехстепенного ДНГ

1 - ротор; 2 - внешние торсионы; 3 - внутреннее кольцо подвеса; 4 - внутренние торсионы; 5 - вал; 6 - двигатель.

Если моменты инерции карданового кольца малы по сравнению с моментами инерции ротора, то $K_{ct} \approx 1$ и ДНГ ведет себя подобно астатическому гироскопу: главная ось ротора, сохраняя начальную ориентацию в инерциальной системе координат, поворачивается относительно основания в противоположную сторону поворота основания на углы $\alpha_1 = -\int_0^t \omega_{Yc}^c dt$ и $\beta_1 = -\int_0^t \omega_{Zc}^c dt$, т.е.

Погрешность такого ГН состоит из двух основных составляющих - дрейфа гироскопа и динамической ошибки системы стабилизации: $\Delta K = (\beta_1 + \delta_1)$.

Следует отметить, что дрейф ДНГ существенно зависит от характера изменения δ_1 .

Для оценки динамической составляющей ошибки системы стабилизации составим уравнения движения азимутального канала, представляющего собой одноосный индикаторный стабилизатор.

При составлении уравнений движения примем, что используется безредукторный привод стабилизации переменного тока. В этом случае уравнения примут вид

$$\begin{aligned} I_{\text{пл}} \ddot{\delta}_a &= M_{\text{т}} \text{sign} \dot{\delta} - M_{\text{дв}}; \\ M_{\text{дв}} &= k_{\text{дв}} U - s \dot{\delta} - I_{\text{дв}} (\ddot{\psi} - \ddot{\delta}); \\ U &= W_{\text{чэ}}(p) \cdot W_{\text{у}}(p) \delta; \end{aligned} \quad (3.22)$$

Здесь $\delta_a = \psi + \delta$ - ошибка стабилизации; δ - угол поворота платформы относительно основания; $\psi = \int_0^t \omega_{\text{Зс}}^{\text{с}} dt$ - угол рыскания; $W_{\text{чэ}}(p)$ - передаточная функция чувствительного элемента; $W_{\text{у}}(p)$ - передаточная функция усилителя и корректирующего контура. Остальные обозначения приняты такими же, что и при рассмотрении динамики силовых гиросtabilizаторов.

Преобразуем полученные уравнения, исключив из них параметры относительного движения платформы:

$$\begin{aligned} [(I_{\text{пл}} + I_{\text{дв}}) p^2 + s p + k_{\text{дв}} W_{\text{чэ}}(p) \cdot W_{\text{у}}(p)] \delta_a &= \\ &= M_{\text{т}} \text{sign}(p \delta_a - p \psi) + s p \psi; \end{aligned}$$

Отсюда

$$\delta_a = \frac{M_{\text{т}}(p) + s p \cdot \psi}{(I_{\text{пл}} + I_{\text{дв}}) p^2 + s p + k_{\text{дв}} W_{\text{чэ}}(p) \cdot W_{\text{у}}(p)}. \quad (3.23)$$

Введем обозначение $T_c = \frac{I_{\text{пл}} + I_{\text{дв}}}{s}$ - постоянная времени платформы. Тогда выражение ошибки стабилизации можно привести к виду

$$\delta_a = \frac{p \cdot \psi + \frac{1}{s} M_{\text{т}}(p)}{(T_c p + 1) p + \frac{k_{\text{дв}}}{s} W_{\text{чэ}}(p) W_{\text{у}}(p)} = \delta_{\psi} + \delta_{\text{м}}. \quad (3.24)$$

Как видим, погрешность стабилизации имеет две составляющие погрешность от обкатки δ_{ψ} и от момента трения $\delta_{\text{м}}$.

Запишем ошибку стабилизации (3.24) в виде

$$\delta_a = \frac{\rho(p)}{1+W(p)}\psi(p) + \frac{W_M(p)}{1+W(p)} \cdot M_T(p).$$

С учетом полученного выражения представим структурную схему системы стабилизации в виде

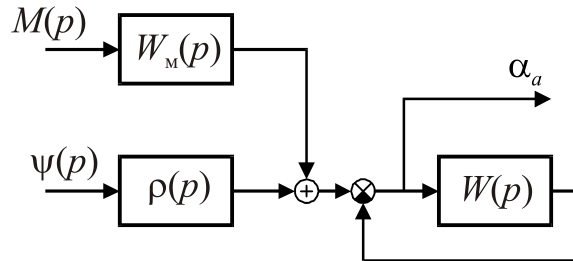


Рис. 3.6. Структурная схема системы стабилизации

Здесь $W(p) = \frac{k_{дв}W_{чэ}(p)W_y(p)}{sp(T_c p + 1)}$; $W_M(p) = \frac{1/s}{p(1 + T_c p)}$; $\rho(p) = \frac{1}{T_c p + 1}$

3.2.1. Система стабилизации с позиционным измерителем угла поворота

Рассмотрим особенности работы индикаторного стабилизатора с чувствительным элементом, измеряющим угол отклонения платформы от заданного положения: $W_{чэ}(p) = k_{чэ}$. Примем также, что в канале стабилизации используется безинерционный усилитель с передаточной функцией $W_y(p) = k_y$.

В этом случае передаточная функция $W(p)$ будет:

$$W(p) = \frac{k_{\Omega}}{p(T_c p + 1)}. \quad (3.25)$$

Здесь $k_{\Omega} = \frac{k_{дв}k_{чэ}k_y}{s}$.

Определим составляющую ошибки от обкатки при отсутствии корректирующих звеньев

$$\delta_{обк}(p) = \frac{\rho(p)}{1+W(p)}\psi(p) = \frac{p}{p(1 + T_c p) + k_{\Omega}}\psi(p).$$

При изменении угла рыскания по гармоническому закону $\psi(t) = \psi_m \sin \omega_k t$ ошибка от обкатки будет

$$\delta_{\text{обк}} = \frac{\omega_k}{\sqrt{(k_{\Omega} - T_c \omega_k^2)^2 + \omega_k^2}} \psi_m \sin(\omega_k t - \mu).$$

Рассмотрим влияние моментов сил сухого трения на ошибку стабилизации, приняв $M_T = M_{T0} \text{sign} \dot{\delta}$. В этом случае установившееся значение ошибки будет:

$$\delta_{\text{м уу с}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{W_M(p)}{1 + W(p)} M_{T0} = \frac{M_{T0}}{s k_{\Omega}}. \quad (3.26)$$

Суммарная ошибка будет равна

$$\delta_{\Sigma} = \delta_{\text{обк.}} + \delta_{\text{м}} = \frac{|\rho(j\omega_k)|}{|W(j\omega_k)|} \vartheta_m + \delta_{\text{м у с т}}. \quad (3.27)$$

Преобразуем выражение суммарной ошибки, введя понятие эквивалентного входного воздействия ψ_{Σ} :

$$\delta_{\Sigma} = \left| \frac{\rho(j\omega_k)}{W(j\omega_k)} \right| \psi_{\Sigma}, \quad (3.28)$$

где, с учетом формул (3.26) и (3.27) $\psi_{\Sigma} = \psi_{\text{max}} \left[1 + \frac{M_{T0}}{s k_{\Omega} \psi_{\text{max}}} \right]$.

Используя выражение (3.28), легко построить на плоскости логарифмических амплитудно-частотных характеристик (ЛАХ) границу запретной области $\frac{20 \lg |\rho(j\omega)| \psi_{\Sigma}}{\delta_a}$, ниже которой при $\omega < \omega_x$ не должна располагаться ЛАХ системы.

Однако индикаторный ГС с передаточной функцией разомкнутой системы вида (3.25) из-за большого статического коэффициента передачи k_{Ω} имеет низкую помехозащищенность, т.е. требует введения корректирующих звеньев.

Поскольку реальная ЛАХ рассматриваемой системы стабилизации в низко- и среднечастотной части относится к виду 1-2 для построения желаемой ЛАХ наиболее приемлемым является вид 1-2-1-2, т.е. в канале стабилизации необходимо использовать корректирующее звено с передаточной функцией

$$W_{\text{кк}}(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}. \quad (3.29)$$

Для получения заданного показателя колебательности M системы, в которой известна базовая частота ω_0 , необходимо обеспечить постоянные времени корректирующего звена T_1 и T_2 , равные [26, 27]

$$T_1 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}; \quad (3.30)$$

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}. \quad (3.31)$$

При этом базовая частота ω_0 должна превышать частоту качки по крайней мере вдвое.

Переходные характеристики исходной и скорректированной систем показаны на рис. 3.7.

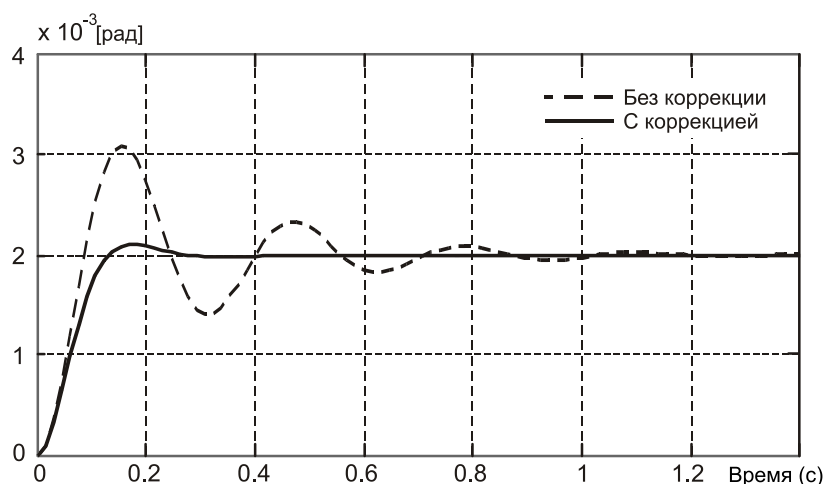


Рис. 3.7. Переходные характеристики канала стабилизации

Один из основных источников помех, вызывающих появление дополнительных погрешностей — датчик угла (ДУ) гироскопа. Для сравнения: в силовом ГС сигнал из ДУ прецессии довольно значительный (углы прецессии гироскопа доходят до градусов). В индикаторном ГС угол отклонения ротора относительно корпуса очень малый и сравним с погрешностью ГС. Поэтому малый полезный сигнал гироскопа идет на фоне относительно больших шумов ДУ.

Эти помехи обычно являются высокочастотными, их частота значительно превышает частоту среза ГС ω_c , поэтому ослабляются в системе и на выходе (для угла отклонения платформы) будут гаситься. Чем выше частота помехи, тем сильнее ее подавление.

Указанная вредная роль шума на выходе ДУ гироскопа особенно существенна при использовании ДНГ и связана со спецификой работы ДНГ. Выходной сигнал ДУ ДНГ содержит значительные помехи на частоте вращения ротора $\dot{\gamma}$ и на удвоенной частоте $2\dot{\gamma}$. Первая составляющая определяется технологическими погрешностями динамической балансировки, выставки датчиков уг-

ла и др. Вторая – движением ротора, вызванного моментами, изменяющимися с частотой $2\dot{\gamma}$.

Наиболее опасна помеха на частоте $\dot{\gamma}$, поскольку ее частота наименьшая (меньше гасится системой), а амплитуда самая большая.

Но и помеха с частотой $2\dot{\gamma}$ тоже является опасной – она вызывает угловые колебания платформы с частотой $2\dot{\gamma}$, хотя и очень слабые. Поскольку платформа будет колебаться с частотой $2\dot{\gamma}$, то и корпус ДНГ будет совершать угловые колебания с частотой $2\dot{\gamma}$, а это, как известно [27], приводит к систематическому дрейфу ДНГ, и довольно значительному.

Указанные обстоятельства требуют повышенной помехозащищенности индикаторного ГС, построенного на ДНГ. Для этого в контур коррекции, кроме звеньев (3.29), вводят дополнительно аperiодические звенья с частотами излома, большими чем частота $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$.

В результате из исходной ЛАХ $L'_0(\omega)$ получают желаемую ЛАХ $L(\omega)$ и соответствующую ей ЛАХ корректирующего контура $L_{\text{кк}}(\omega)$, показанные на рис. 3.8. При этом передаточная функция корректирующего звена (3.29) дополнится еще двумя аperiодическими звеньями:

$$W_{\text{кк}}(p) = \frac{T_1 p + 1}{(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}. \quad (3.32)$$

Приблизительное размещение частот излома $\omega_3 = 1/T_3$, $\omega_4 = 1/T_4$ при использовании ДНГ показано на рис. 3.8.

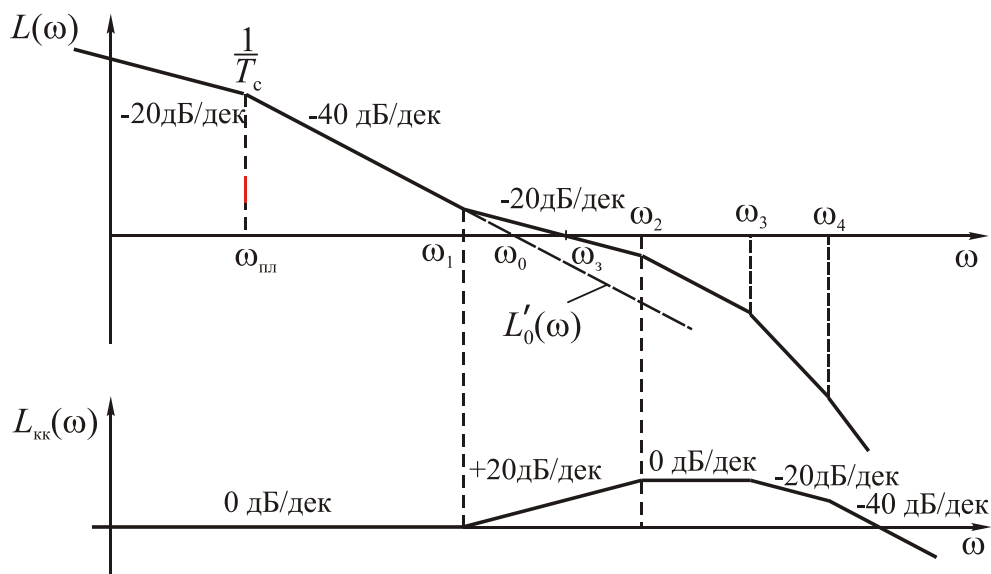


Рис. 3.8. Вариант желаемой ЛАХ индикаторного ГС

Очевидно, что введение двух апериодических звеньев с постоянными времени T_3, T_4 уменьшает запас устойчивости и увеличивает показатель колебательности M . Во избежание этого необходимо увеличить среднечастотную часть ЛАЧХ с наклоном « -20 дБ/дек», т.е. уменьшить постоянную времени T_2 .

Поэтому формулу (3.31) необходимо скорректировать:

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1} - T_3 - T_4. \quad (3.33)$$

3.2.2. Система стабилизации с датчиком угловой скорости

В настоящее время промышленностью выпускаются роторные вибрационные гироскопы, работающие в режиме измерителя абсолютной угловой скорости и использующиеся в бесплатформенных ИНС и системах стабилизации. Основные характеристики трех типов датчиков приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Тип ДНГ	Случайный дрейф	Габаритные размеры	Масса
ДНГ ГВК-16	0,1 - 1,0 °/ч	&32 × 31,5 мм	85 г
ДНГ ГВК-17	0,05 - 0,2 °/ч	& 39 × 33 мм	125 г
ДНГ МГ-4	0,2 °/ч	& 42 × 46 мм	200 г

Исследуем основные особенности использования таких измерителей в режиме измерителя угловой скорости в гироскопе направления.

Уравнения движения ДНГ-ДУС имеют вид [25]

$$\begin{aligned} H\dot{\beta}_1 + K\beta_1 &= -B\omega_{zc}^c; \\ H\dot{\alpha}_1 + K\alpha_1 &= -B\omega_{yc}^c, \end{aligned} \quad (3.34)$$

где $K = k_{ду}^{днг} \cdot k_y^{днг} \cdot k_{дм}^{днг}$ – коэффициент передачи канала силовой компенсации. Остальные обозначения такие же, как в уравнениях (3.20).

Передаточная функция прибора, в соответствии с уравнениями (3.34), будет

$$W_{чэ}(p) = \frac{\beta_1(p)}{\psi(p)} = \frac{k_{днг} p}{T_{днг} p + 1}, \quad (3.35)$$

где $k_{днг} = B/K$; $T_{днг} = H/K$.

Для исследования составляющих погрешности канала стабилизации воспользуемся уравнениями (3.24):

$$\delta_a = \frac{\rho(p)}{1+W(p)} \psi(p) + \frac{W_M(p)}{1+W(p)} \cdot M_T(p).$$

С учетом вида передаточной функции чувствительного элемента (3.35) и

использования безинерционного усилителя ($W_y(p) = k_y$) передаточные функции отдельных блоков структурной схемы (рис. 3.6) будут

$$W(p) = \frac{k_{дв} k_{днг} k_y}{s(T_c p + 1)(T_{днг} p + 1)}; \quad W_m(p) = \frac{1/s}{p(1 + T_c p)}; \quad \rho(p) = \frac{1}{T_c p + 1}, \quad (3.36)$$

где $k_c = \frac{k_{дв} k_{днг} k_y}{s}$.

Следует отметить, что передаточная функция разомкнутой системы стабилизации имеет астатизм нулевого порядка, что существенно влияет на вид погрешностей стабилизации.

Ошибка от обкатки определяется формулой

$$\delta_\psi(p) = \frac{\rho(p)}{1 + W(p)} \psi(p) = \frac{T_{днг} p + 1}{T_{днг} T_c p^2 + (T_{днг} + T_c) p + (1 + k_c)} \psi(p).$$

При вращении основания с постоянной угловой скоростью $\omega_{zc}^c = \dot{\psi}$ имеет место дрейф платформы со скоростью

$$\delta_\psi = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\rho(p)}{1 + W(p)} \omega_{zc}^c = \frac{\omega_{zc}^c}{(1 + k_c)} \approx \frac{\omega_{zc}^c}{k_c}.$$

При угловом движении основания по закону $\psi = \psi_m \sin \omega_\psi t$ амплитуда динамической ошибки будет

$$\delta_{\psi \max} = \frac{|\rho(i\omega_k)|}{|1 + W(i\omega_k)|} \psi_m = \frac{\sqrt{(T_{днг} \omega_k)^2 + 1}}{\sqrt{(1 + k_c - T_{днг} T_c \omega_k^2)^2 + (T_{днг} + T_c)^2 \omega_k^2}} \psi_m \approx \frac{\psi_m}{k_c}. \quad (3.37)$$

Ошибка из-за постоянной составляющей момента трения. В системе устанавливается некоторая скорость ухода платформы, равная

$$\dot{\delta}_m = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{W_m(p)}{1 + W(p)} M_{T0} = \frac{M_{T0}}{s(k_c + 1)} \approx \frac{M_{T0}}{k_{дв} k_y k_{днг}}. \quad (3.38)$$

Таким образом, при использовании в качестве чувствительного элемента ДНГ-ДУС накапливающаяся погрешность определения курса будет иметь, по крайней мере, три составляющих - дрейф чувствительного элемента, дрейф платформы из-за действия постоянных моментов, скоростная погрешность системы стабилизации.

Для устранения нежелательных дрейфов можно повысить порядок астатизма системы, введя в корректирующий контур изодромное устройство с передаточной функцией

$$W_{\text{и}}(p) = \frac{k_{\text{и}}(1 + T_{\text{и}}p)}{p}.$$

Тогда для передаточной функции $W(p)$ вместо формулы (3.36) необходимо использовать выражение

$$W_{\text{кор}}(p) = W(p)W_{\text{и}}(p) = \frac{k_{\text{дв}}k_{\text{днг}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}(T_{\text{и}}p + 1)}{sp(T_{\text{с}}p + 1)(T_{\text{днг}}p + 1)}. \quad (3.39)$$

Желаемые параметры такой системы могут быть определены аналогично рассмотренным в п. 3.2.1.

3.2.3. Работа каналов коррекции

Для обеспечения работы двухосной системы косвенной стабилизации в режиме гироскопа направления необходимо обеспечить удержание главной оси в горизонтальном положении и заданном положении в азимуте.

Система горизонтальной коррекции состоит из чувствительного и исполнительного элементов коррекции.

Чувствительным элементом горизонтальной коррекция служит датчик горизонта, жестко связанный с платформой, на которой установлен ДНГ. Исполнительным элементом является датчик момента горизонтальной оси ДМ2 (рис. 3.5).

Уравнение канала горизонтальной маятниковой коррекции можно получить из (3.21), приняв $M_{\text{zc}}^{\text{к}} = -K(\alpha_1 + \chi)$

$$\dot{\alpha}_1 = -K_{\text{ст}}\omega_{\text{yc}}^{\text{с}} - \frac{M_{\text{zc}}}{H} - \frac{K}{H}(\alpha_1 + \chi), \quad (3.40)$$

где χ - угол отклонения маятника-корректора от плоскости горизонта.

Введя обозначение $\varepsilon = K/H$ и учитывая, что $K_{\text{ст}} \approx 1$, преобразуем исходное уравнение к виду

$$\dot{\alpha}_1 + \varepsilon\alpha_1 = -\omega_{\text{yc}}^{\text{с}} - \frac{M_{\text{zc}}}{H} + \varepsilon\chi. \quad (3.41)$$

Это уравнение практически совпадает с (1.79).

При ускоренном движении на маятниковый элемент системы маятниковой горизонтальной коррекции будет влиять составляющая $w_{y'}$ ускорения основания, направленная вдоль горизонтальной проекции y' главной оси ДНГ.

С учетом этого уравнение маятника-корректора, определяемое уравнением (1.92), будет

$$\ddot{\chi} + 2h\dot{\chi} + \omega_0^2\chi = \frac{1}{g}\omega_0^2w_{y'}. \quad (3.42)$$

На неподвижном основании $\chi = 0$ и после окончания переходного процесса получим

$$\alpha_{1\text{уст}} = -\frac{\omega_{Yc}^c}{\varepsilon} - \frac{M_{zc}}{\varepsilon H}.$$

Система стабилизации синхронно развернет платформу вокруг горизонтальной оси подвеса на такой же угол, что приведет к восстановлению нулевого значения угла α и отклонению платформы относительно плоскости горизонта на угол $\alpha_{1\text{уст}}$.

При угловом движении основания по закону $\varphi = \varphi_m \sin \omega_k t$ составляющая $w_{y'}$ определяется формулой (1.78), которая для случая отстояния прибора по вертикали от центра качаний основания на величину z_c будет

$$w_{y'} = -\varphi_m \omega_k^2 z_c \sin \alpha_0 \sin \omega_k t.$$

Угол отклонения маятника-корректора

$$\chi = \frac{\varphi_m \omega_k^2 z_c}{g \sqrt{(1 - v^2)^2 + 4\xi^2 v^2}} \sin \alpha_0 \sin(\omega_k t - \mu).$$

Здесь фазовый сдвиг $\mu = \arctg \frac{2\xi v}{1 - v^2}$; $v = \omega_k / \omega_0$ - относительная частота.

Движение главной оси будет проходить по закону

$$\alpha_1 = \frac{\varphi_m \omega_k^2 z_c}{g \sqrt{\omega_k^2 + \varepsilon^2} \sqrt{(1 - v^2)^2 + 4\xi^2 v^2}} \sin \alpha_0 \sin(\omega_k t - \mu - \lambda).$$

По такому же закону изменяется угол поворота платформы относительно карданной рамы.

Система азимутальной компенсации построена аналогично системе классического ГН.

Под действием момента, создаваемого датчиком момента азимутальной коррекции гироскопа МГ-4, его главная ось будет поворачиваться в азимуте в сторону, противоположную "кажущемуся уходу", тем самым вызывая синхронный поворот платформы относительно вертикальной оси подвеса под действием системы стабилизации и сохраняя неизменным положение главной оси гироскопа относительно координат, связанных с Землей.

3.2.4. Гироблок ДГК-4 курсовой системы "Стриж"

Гироагрегат "Стриж" представляет собой двухосный индикаторный стабилизатор с вертикальной ориентацией наружной оси стабилизации, снабжен-

ный системами горизонтальной и азимутальной коррекции. Схема гироагрегата показана на рис. 3.9.

На схеме можно выделить такие основные узлы:

- каналы стабилизации горизонтальной и вертикальной осей;
- каналы горизонтальной и азимутальной коррекции;
- блоки электроники УСК-3 и УМК-7.

Блок УСК-3 состоит из функционально независимых устройств:

- усилитель стабилизации вертикальной оси - УСВ;
- усилитель стабилизации горизонтальной оси - УСГ;
- схема контроля исправности.

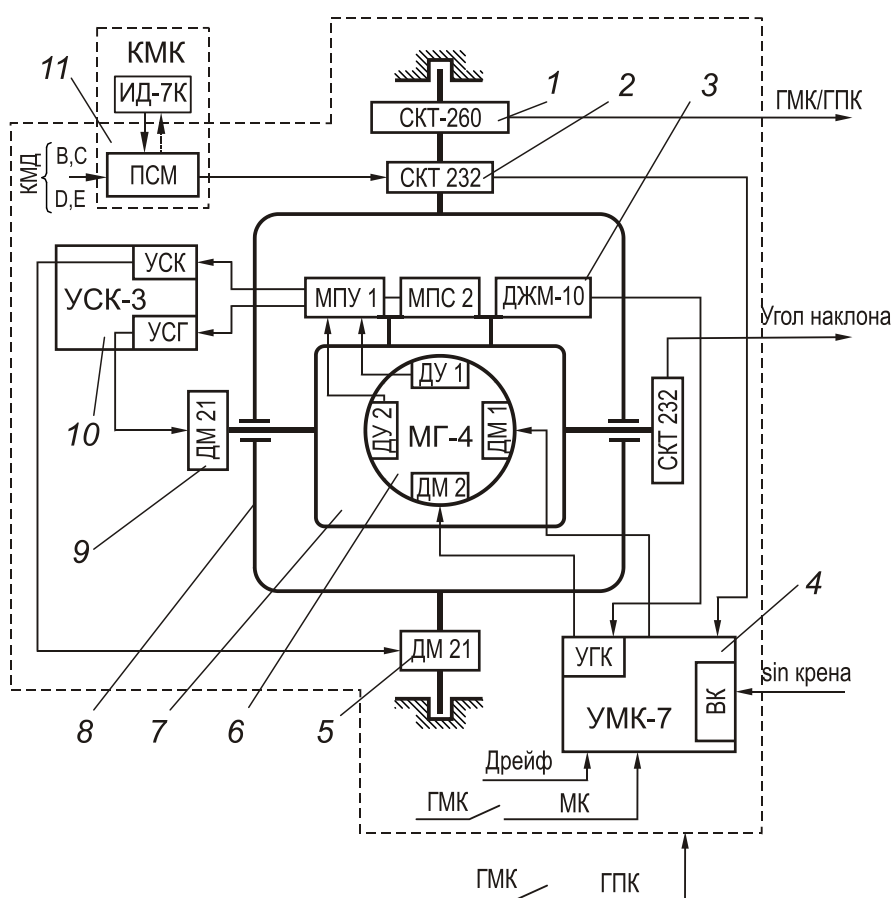


Рис. 3.9. Схема гироагрегата курсовой системы "Стриж":

1. СКТ-датчик курса; 2. СКТ магнитного канала; 3 - датчик горизонта; 4 - Блок УМК-7; 5, 9 - двигатели систем стабилизации; 6 - чувствительный элемент; 7 - платформа; 8 - наружная рама; 10 - блок усилителей УСК-3; 11 - блок канала магнитного курса КМК.

Схема контроля исправности формирует и выдает потребителям сигнал "Исправность" уровнем +27 В при наличии исправности системы стабилизации, наличии переменного напряжения 36 В 400 Гц, наличии постоянного напряжения +27 В, наличии исправности канала магнитного курса.

Блок УМК-7 состоит на трех функционально независимых устройств:

- усилитель магнитной коррекции курса УМК;
- устройство горизонтальной коррекции УГК;
- выключатель коррекции ВК.

В канал стабилизации горизонтальной оси входит датчик угла ДУ2 горизонтальной оси чувствительности чувствительного элемента системы стабилизации - малогабаритного ДНГ МГ-4, усилителя УСГ и датчика моментов стабилизации ДМ-21, расположенного на внутренней оси подвеса (оси подвеса платформы).

В канал стабилизации вертикальной оси входит датчик угла ДУ1 вертикальной оси чувствительности гироскопа, усилитель УСК и датчик моментов стабилизации ДМ-21, расположенный на вертикальной оси (оси подвеса карданной рамы).

Система горизонтальной коррекции состоит из чувствительного, исполнительного элементов коррекции и усилителя УГК.

Чувствительным элементом горизонтальной коррекции служит датчик жидкостной маятниковый ДЖМ-10б, укрепленный на кронштейне, жестко связанном с гироскопом МГ-4. Исполнительным элементом является датчик момента ДМ2 гироскопа.

При отклонении платформы от горизонтальной плоскости напряжение, снимаемое с ДЖМ, поступает на датчик момента горизонтальной коррекции гироскопа МГ-4. Момент, создаваемый датчиком, вызывает прецессионное движение главной оси, т.е. отклонение ее относительно корпуса гироскопа.

При отклонении главной оси гироскопа датчик угла ДУ2 горизонтальной оси гироскопа МГ-4 подает сигнал через устройство горизонтальной коррекции УГК на датчик момента горизонтальной оси ДМ2. Таким образом, подключается система стабилизации горизонтальной оси, которая и разворачивает платформу гироагрегата вместе с ДЖМ и гироскопом в горизонтальное положение.

При поступлении с выключателя коррекции сигнала ВК горизонтальная коррекция отключается.

Основным режимом работы системы является режим гирополукомпаса.

В этом режиме сигнал широтной поправки поступает на вход усилителя УМК-7, в котором суммируется с сигналом балансирующего потенциометра Рдр, предназначенного для компенсации дрейфа гироскопа из-за его разбаланса в процессе работы. С выхода усилителя сигнал поступает на датчик момента ДМ1 гироскопа, вызывая прецессию гироскопа вокруг вертикальной оси. При этом датчик угла ДУ1 вертикальной оси гироскопа МГ-4 подает сигнал через

усилитель УСВ на датчик момента вертикальной оси ДМ21

Под действием создаваемого им момента вертикальная ось гироскопа с ротором СКТ-232-І будет поворачиваться в сторону, противоположную "кажущемуся уходу", тем самым сохраняя неизменным положение главной оси гироскопа относительно координат, связанных с Землей.

Сигнал курса, снимаемый с гироагрегата, выдается потребителям с СКТ-260-І, ротор которого закреплен на вертикальной оси гироскопа.

В режиме магнитной коррекции сигнал магнитного курса поступает с ИД-7 через преобразователь сигналов магнитометрический ПСМ-3 на статор СКТ-232Б, с ротора которого снимается сигнал рассогласования между гирополукомпасным и магнитным курсом.

Данный сигнал поступает на усилитель магнитной коррекции УМК-7, в котором суммируется с сигналами с потенциометра регулировки дрейфа гироскопа и с потенциометра широтной коррекции. Суммарный сигнал поступает на датчик моментов ДМ-1, который вызывает прецессию гироскопа. Далее система стабилизации обрабатывает ротор СКТ-260-І до согласованного по магнитному курсу положения.

Начальная выставка гироскопического курса перед взлетом осуществляется по магнитному курсу от магнитного корректора.

Обеспечение быстрого согласования проводится за счет увеличения коэффициента усиления усилителя УМК-7 в 80 раз при углах рассогласования $>1,6^\circ$ гироскопического курса с магнитным.

Выключатель коррекции формирует сигнал выключения магнитной коррекции и горизонтальной коррекции при крене более 7° и при наличии внешнего сигнала +27 В выключения магнитной коррекции.

Конструктивно гироагрегат "Стриж" состоит из следующих основных частей (рис. 3.9):

- Гироузел.
- Карданный узел.
- Система горизонтальной коррекции.
- Система азимутальной коррекции.
- Система горизонтальной и азимутальной стабилизации.
- Корпус гироагрегата.

Гироузел агрегата состоит из ДНГ МГ-4 14, установленного на кронштейне 15, жидкостного маятникового датчика 1 ДЖМ-10б, закрепленных на вращающемся основании 16.

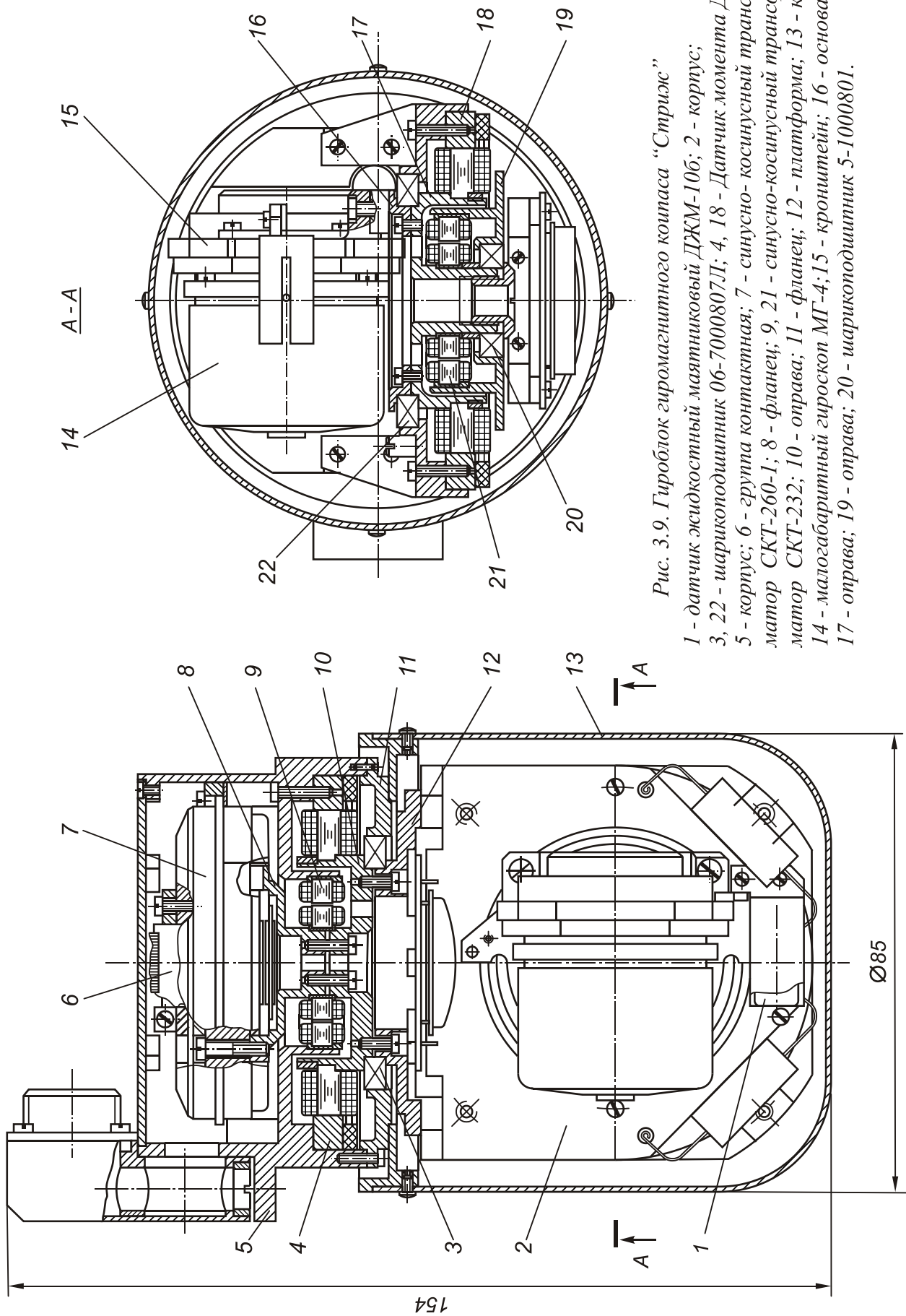


Рис. 3.9. Гироблок гиромантного коша "Стриж"

- 1 - датчик жидкостный маятниковый ДЖМ-10б; 2 - корпус;
 3, 22 - шарикоподшипник 06-7000807Л; 4, 18 - Датчик момента ДМ-21;
 5 - корпус; 6 - группа контактная; 7 - синусно-косинусный трансформатор СКТ-260-1; 8 - фланец; 9, 21 - синусно-косинусный трансформатор СКТ-232; 10 - оправа; 11 - фланец; 12 - платформа; 13 - кожух;
 14 - малогабаритный гироскоп МГ-4; 15 - кронштейн; 16 - основание;
 17 - оправа; 19 - оправа; 20 - шарикоподшипник 5-1000801.

Карданный узел состоит из гироузла и платформы 12, с закрепленным на ней корпусом 2. Гироузел с помощью шарикоподшипников 20 и 20а подвешен в раме и может вращаться вокруг горизонтальной оси. В оправе 17, закрепленной на основании 16, установлен статор датчика момента 18. В оправе 19, закрепленной в корпусе 2, установлен статор 17 СКТ-232 и наружное кольцо шарикоподшипника 20.

К корпусу 5, в котором установлены ротор 4 моментного двигателя, статор СКТ-260-1 датчика угла курса и статор синусно-косинусного трансформатора СКТ-232, крепится фланец 11. Во фланце на подшипнике 3 внизу установлена платформа 12, являющаяся наружной рамой подвеса. С целью уменьшения габаритов используется консольное крепление. Сверху к платформе с помощью фланца 8 крепятся роторы датчиков угла СКТ-232 9 и СКТ-260 7. В оправе 10, закрепленной на платформе 12, установлены статор датчика момента 4 и роторы скт-232 и скт-260. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси подвеса.

Литература

1. Одинцов А.А. Теория и расчет гироскопических приборов / А.А. Одинцов - Киев: Вища школа, головное издательство, 1986. - 382 с.
2. Гироскопические системы, ч.II. Гироскопические приборы и системы / Пельпор Д.С. и др. - М.: Высшая школа, 1988. - 424 с.
3. Мелешко В.В. Инерциальные навигационные системы. Начальная выставка. / В.В. Мелешко - К.: «Корнийчук», 1999. – 126с.
4. Мелешко В.В. Гироскоп направления с интегрально - позиционной горизонтальной коррекцией на вираже / В.В Мелешко., О.В. Скуднева. //Вісник НТУУ «КПІ», Серія Приладобудування. – 2008. – вип. 38. – с.5-12.
5. Мелешко В.В. Гироскоп направления с интегральной горизонтальной коррекцией на качке / В.В.Мелешко, О.В. Скуднева, А.Ю. Янчевский // Вісник НТУУ «КПІ», Серія Приладобудування. – 2010. – вип. 39. – с.5-13.
6. Тарнавский С.В. Алгоритмы учёта кардановой погрешности гироскопа направления. В сб. "Проблемы применения вычислительной техники в гироскопических и навигационных системах" / С.В. Тарнавский, В.В. Мелешко. // Пермь, ППИ, 1986, с. 7-12
7. Патент на корисну модель № 54313 Україна, МПК G01с 19/00. Гіронапівкомпас [Текст] / Мелешко В.В., Скуднева О.В., Янчевський А.Ю.: Власник НТУУ "КПІ", заявка у 2010 03414, заявл. 24.03.2010; опубл. 10.11.2010, Бюл. №21. – 4 с.: іл..
8. Патент на корисну модель № UA 97167 U Україна, МПК G01с 19/34. Гіронапівкомпас з багатофункціональним інтегратором [Текст] / Мелешко В.В., Крук Д.С. Власник НТУУ "КПІ", заявка у 2014 05874, заявл. 30.05.2014; опубл. 10.03.2015, Бюл. №5. – 4 с.: іл..
9. Теория гироскопов и гироскопических приборов. Практикум / А.А. Одинцов [и др.]; под ред Б.А. Рябова - Киев: Вища школа, головное издательство, 1976. - 264 с.
10. Соловьев В.А. Системы спутниковой навигации. / В.А. Соловьев - М.: Эко-Трендз, 2000. - 270 с.
11. Мелешко В.В. Гироскоп направления со спутниковой коррекцией / В.В. Мелешко, С.А. Мураховський // Вісник НТУУ «КПІ», Серія Приладобудування, -2015. – вип. 49, с.26-32.
12. Карачун В.В. Исследование гироскопических приборов с двухканальной схемой автокомпенсации влияния внешних помех для гидроакустических станций с антеннами переменной глубины : дис.. канд. техн. наук :

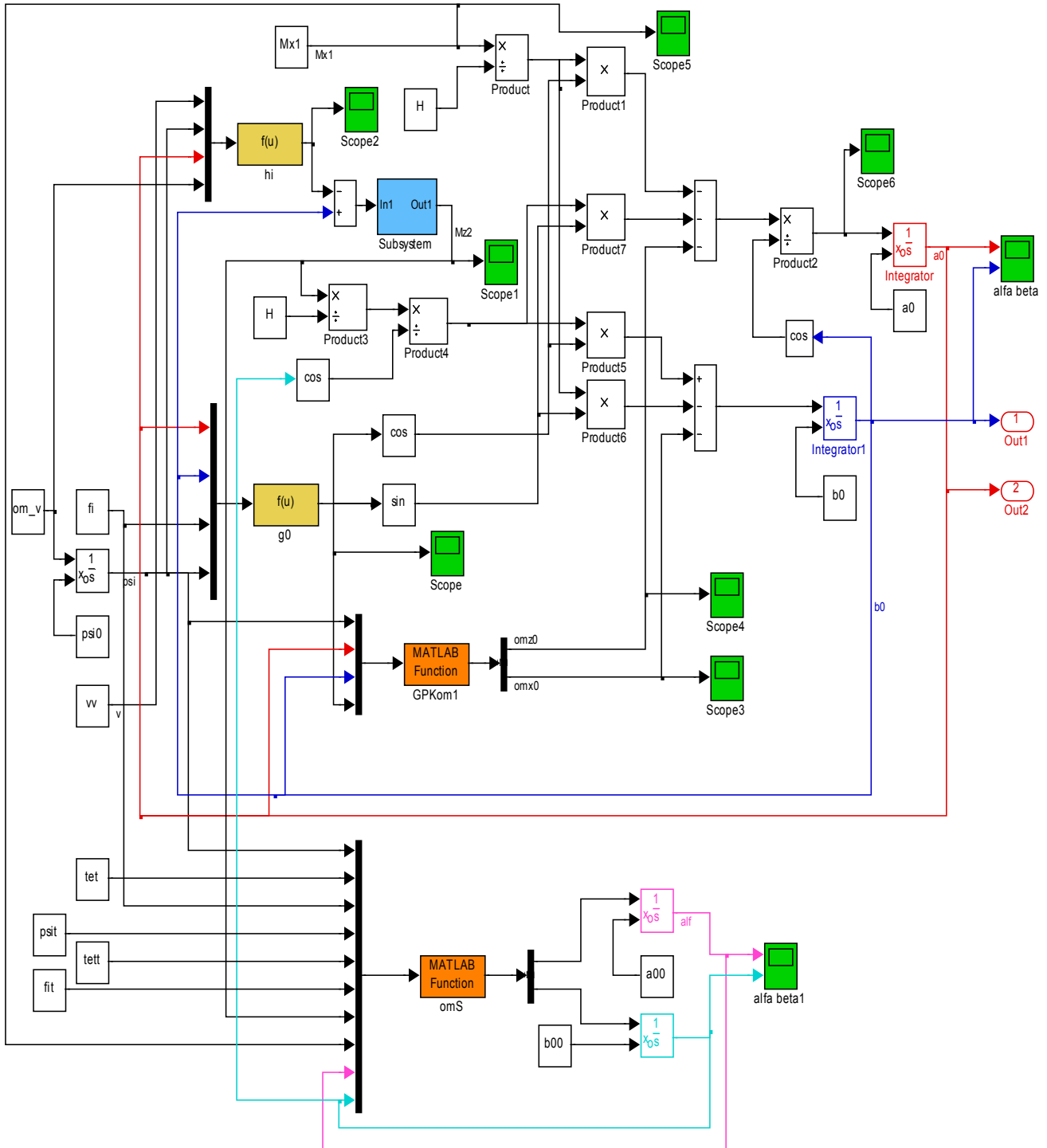
- спец.:05.11.03 - гироскопы и навигационные приборы. / Владимир Владимирович Карачун –К.: 1978. – 180 с.
13. Автокомпенсация инструментальных погрешностей гиросистем. / С.М. Зельдович, И.И. Малтинский, И.М. Окон, Я.Г. Остромухов. - Л.: Судостроение, 1976. - 255 с.
 14. Коптяев П.П. Гироскопы направления и их погрешности. / П.П.Коптяев. ЦНИИ Электроприбор, 1992 - 102 с.
 15. Ривкин С.С. Статистический синтез гироскопических устройств. / С.С. Ривкин Л.: Судостроение 1970г. 424с.
 16. Бондарь П.М. Влияние параметров системы горизонтальной коррекции гироскопа направления на величину его азимутального ухода / П.М. Бондарь, В.В. Ляхин // Известия Вузов, приборостроение, том XXIII, №2, 1980. - с 50-56.
 17. Шайденко А.Я. Математическое описание электролитического датчика вертикали.- Тр./Тульский политехнический институт, Тула, 1971. Стабилизация и ориентирование актинометрической аппаратуры при проведении наблюдений с подвижных объектов.
 18. Браславский Д.А. Приборы на самолете /Д.А. Браславский, С.С. Логунов. Оборонгиз, главная редакция авиационной литературы - М.: 1947. - 516 с.
 19. Гирополукомпас навигационный ГПК-52. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. Сост. А.Г. Орлов, С.Б. Комиссаров, Э.И. Князева. / ГНТИ Оборонгиз. - М., 1963. - 78 с.
 20. Богданченко Н. М. Курсовые системы и их эксплуатация на самолетах: Учебник для авиационно-технических училищ. — 3-е изд., перераб. и доп. / Н. М. Богданченко - М.: Транспорт, 1983. —224 с.
 21. Курсовая система ГМК-1 (Техническое описание и инструкция по монтажу и эксплуатации).
 22. Курсовая система КС (Техническое описание и инструкция по монтажу и эксплуатации), Москва. Оборонгиз, 1960. - 244 с.
 23. "Гребень". Техническое описание и инструкция по эксплуатации / Сост. А.И. Морозов, А.Х. Рахимов. - МО, 1974. - 168 с.
 24. Гирромагнитный компас «Стриж». Руководство по технической эксплуатации.
 25. Лазарев Ю.Ф. Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації [Текст]: підруч. / Ю.Ф.Лазарев, П.М.Бондар. – К. : НТУУ"КПІ", 2011.– 644 с.

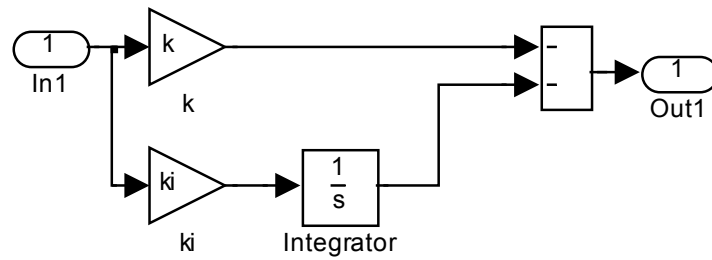
26. Бесекерский В. А. Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. / В. А. Бесекерский, В. А. Фабрикант. -Л. : Судостроение 1968.- 351 с.
27. Розрахунок і проектування гіростабілізаторів: Метод. вказівки до вивч. дисципліни «Гіроскопічні системи стабілізації і орієнтації» для студентів спец. «Системи керування літальними апаратами та комплексами»/ Уклад.: О.І. Нестеренко, А.В. Шевчук. – К.:ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2003. – 76 с.
28. Михайлов О.И. Авиационные приборы / О.И.Михайлов, И.М.Козлов, Ф.С.Гергель И., - Машиностроение, 1977. - 416 с.
29. Воробьев В.Г. Авиационные приборы, информационно-измерительные системы и комплексы. Учеб. для втузов / В.Г. Воробьев, В.В. Глухов, И.К. Кадышев. - К., Транспорт, 1992. - 399 с.
30. Пельпор Д.С. Исследование законов движения гиropolукомпаса, установленного на горизонтальном основании // Элементы расчета точных приборов. – М.: Оборонгиз, 1954. – С 61-96.
31. Карачун В.В. Гироскоп направления со структурной избыточностью [Текст] / В.В. Карачун, В.Н. Мельник // Восточно-Европейский журнал передовых технологий, Vol. 2, Issue 7, 2012, pp. 51-55

Приложения

Приложение 1

Схема моделирования гироскопа направления с интегрально-позиционной горизонтальной коррекцией на вираже





Подсистема (Subsystem)

Блоки схемы моделирования

```

function y=omS(u) ; %psi,tet,fi,psit,tett,fit,Mz2,Mx1,bet,alf
global    vv  fis a0 b0 Rz uz H

% omksi=-vv*cos(-u(1))/Rz;
% ometa=uz*cos(fis)+vv*sin(-u(1))/Rz;
% omdze=uz*sin(fis)+(vv*sin(-u(1))/Rz)*tan(fis);

omksi=-vv*cos(-u(1))/Rz;
ometa=uz*cos(u(2))+u(5)*sin(-u(3))/Rz;
omdze=uz*sin(u(2))+u(5)*sin(-u(3))/Rz*tan(u(2));

spsi=sin(u(1));  cpsi=cos(u(1));
sfi=sin(u(3));  cfi=cos(u(3));
stet=sin(u(2)); ctet=cos(u(2));
salf=sin(u(9)); calf=cos(u(9));
omz2c=omksi*(cpsi*sfi+spsi*cfi*stet)+...
      ometa*(spsi*sfi-cpsi*cfi*stet)+...
      omdze*ctet*cfi+u(4)*ctet*cfi+u(5)*sfi;
omy2c=-(omksi*cpsi+ometa*spsi)*cfi*salf+(-omksi*spsi+ometa*cpsi)*...
      (ctet*calf-stet*salf*sfi)+(u(4)+omdze)*(stet*calf+ctet*salf*sfi)-...
      u(5)*cfi*salf+u(6)*calf;
omxcc=-u(4)*ctet*sfi+u(5)*cfi+...
      omksi*(cpsi*cfi-spsi*sfi*stet)+...
      ometa*(spsi*cfi+cpsi*sfi*stet)-omdze*ctet*sfi;
omycc=u(4)*stet+u(6)-omksi*spsi*ctet+ometa*cpsi*ctet+omdze*stet;

omx2c=omxcc*calf+omycc*salf;

Hb=H*cos(u(10));
y(2)=-omx2c+u(7)/Hb;
y(1)=-omz2c+omy2c*tan(u(10))-u(8)/Hb;

function y=GPKom1(u) ; %psi,a0,b0,g0
global    vv  fis a0 b0 Rz uz

```

```

omksi=-vv*cos(-u(1))/Rz;
ometa=uz*cos(fis)+vv*sin(-u(1))/Rz;
omdze=uz*sin(fis)+(vv*sin(-u(1))/Rz)*tan(fis);
sg0=sin(u(4));
cg0=cos(u(4));
omz10=omksi*(cos(u(2))*sg0+sin(u(2))*cg0*sin(u(3)))+...
      ometa*(sin(u(2))*sg0-cos(u(2))*cg0*sin(u(3)))+...
      omdze*cos(u(3))*cg0;
omx10=omksi*(cos(u(2))*cg0-sin(u(2))*sg0*sin(u(3)))+...
      ometa*(sin(u(2))*cg0+cos(u(2))*sg0*sin(u(3)))-...
      omdze*cos(u(3))*sg0;

omz0=omz10*cg0-omx10*sg0;
omx0=omz10*sg0+omx10*cg0;

y(1)=omz0;
y(2)=omx0;

```

Вычисляемая формула блока g0

```

atan2(sin(u(3))*cos(u(1)-
u(4)),cos(u(3))*cos(u(2))+sin(u(2))*sin(u(3))*sin(u(1)-u(4)))

```

Вычисляемая формула блока hi

```

u(4)*u(1)*sin(u(2)-u(3))/9.81

```

Программа моделирования гироскопа направления с интегрально-позиционной горизонтальной коррекцией на качке

```

% Управление GPK (на качке)
%коррекция позиционная, интегральная или интегрально-позиционная
% полет горизонтальный
clear all
clc
% global Vv fis a0 b0 a00 b00 Rz Uz H hi
% global psim tetm fim om1 om2 om3 lam1 lam2 rz

% Параметры
Rz=6371000; %радиус Земли
Uz=7.29e-5; %вращение Земли
g=9.81; %ускорение силы тяжести
gr=pi/180; %градусы в радианы
fis1=60; %широта в градусах
fis=fis1*gr; %перевод широты в радианы
H=1; % кинетический момент
k=0; % коэффициент передачи пропорциональной коррекции
ki=H*g/Rz; % коэффициент передачи интегральной коррекции
Mx1=-H*Uz*sin(fis); %азимутальная коррекция
Mz2i=0;
a0=0; % угол поворота в географическом базисе;
b0=0;
g0=0;
psi0=0; %начальный курс, рад.
Vv=100; %начальная скорость, м/с.
a00=0; % угол разворота внешней рамки вокруг внешней оси подвеса;
b00=0; % угол разворота внутренней рамки ;

% _____Время функционирования_____
tk=5000; % сек
t1=0;
h=0.5; % шаг интегрирования
li=1;

% _____Качка_____
psim=3 *pi/180; %амплитуда
tetm=3 *pi/180;
fim=3 *pi/180;

```

```

om1=1;      lam1=0; %частота, сдвиг фаз
om2=1;      lam2=0;%pi/2;
om3=0;
%Отстояния, м
rz=2;  ry=0;  rx=0;
%углы
psi=psi0+psim*sin(om3*t1);
tet=tetm*sin(om1*t1+lam1);
fi=fim*sin(om2*t1+lam2);
%угловые скорости
psit=psim*om3*cos(om3*t1);
tett=tetm*om1*cos(om1*t1+lam1);
fit=fim*om2*cos(om2*t1+lam2);
%угловые ускорения
psitt=-psim*om3^2*sin(om3*t1);
tettt=-tetm*om1^2*sin(om1*t1);
fitt=-fim*om2^2*sin(om2*t1);
%отклонение маятника
hi=((fitt*rz-psitt*ry)*sin(a0-psi0)+(tettt*rz-psitt*rx)*cos(a0-psi0))/g;

%__Переносные угловые скорости__
omksi=-Vv*cos(-psi)/Rz;
ometa=Uz*cos(fis)+Vv*sin(-psi)/Rz;
omdze=Uz*sin(fis)+(Vv*sin(-psi)/Rz)*tan(fis);

spsi=sin(psi);      cpsi=cos(psi); %обозначения тригонометрических функций
sfi=sin(fi);        cfi=cos(fi);
stet=sin(tet);      ctet=cos(tet);
salf=sin(a00);      calf=cos(a00);
sa0=sin(a0);        ca0=cos(a0);
sb0=sin(b0);        cb0=cos(b0);

zz=sfi*cos(a0-psi)-stet*cfi*sin(a0-psi);
xx1=ctet*cfi*cb0;
xx2=sb0*(sfi*sin(a0-psi));
xx3=sb0*(stet*cos(a0-psi)*cfi);
xx=xx1+xx2+xx3;
g0=atan2(zz,xx);
sg0=sin(g0);        cg0=cos(g0);

omz10=omksi*(ca0*sg0+sa0*cg0*sb0)+...

```

```

        ometa*(sa0*sg0-ca0*cg0*sb0)+...
        omdze*cb0*cg0;
    omx10=omksi*(ca0*cg0-sa0*sg0*sb0)+...
        ometa*(sa0*cg0+ca0*sg0*sb0)-...
        omdze*cb0*sg0;
    omz0=omz10*cg0-omx10*sg0;
    omx0=omz10*sg0+omx10*cg0;

    omz2c=omksi*(cpsi*sfi+spsi*cfi*stet)+...
        ometa*(spsi*sfi-cpsi*cfi*stet)+...
        omdze*ctet*cfi+psit*ctet*cfi+tett*sfi;
    omy2c=- (omksi*cpsi+ometa*spsi)*cfi*salf+(-omksi*spsi+ometa*cpsi)*...
        (ctet*calf-stet*salf*sfi)+(psit+omdze)*(stet*calf+ctet*salf*sfi)-...
        tett*cfi*salf+fit*calf;
    omxcc=-psit*ctet*sfi+tett*cfi+...
        omksi*(cpsi*cfi-spsi*sfi*stet)+...
        ometa*(spsi*cfi+cpsi*sfi*stet)-omdze*ctet*sfi;
    omycc=psit*stet+fit-omksi*spsi*ctet+ometa*cpsi*ctet+omdze*stet;

```

```

    omx2c=omxcc*calf+omycc*salf;

```

```

while t1<=tk

```

```

    % углы

```

```

    psi=psi0+psim*sin(om3*t1);

```

```

    tet=tetm*sin(om1*t1+lam1);

```

```

    fi=fim*sin(om2*t1+lam2);

```

```

    % угловые скорости

```

```

    psit=psim*om3*cos(om3*t1);

```

```

    tettet=tetm*om1*cos(om1*t1+lam1);

```

```

    fit=fim*om2*cos(om2*t1+lam2);

```

```

    % угловые ускорения

```

```

    psitt=-psim*om3^2*sin(om3*t1);

```

```

    tettt=-tetm*om1^2*sin(om1*t1);

```

```

    fitt=-fim*om2^2*sin(om2*t1);

```

```

    % отклонение маятника

```

```

    hi=((fitt*rz-psitt*ry)*sin(a0-psi0)+(tettt*rz-psitt*rx)*cos(a0-

```

```

psi0))/g;

```

```

    % __Переносные угловые скорости__

```

```

    omksi=-Vv*cos(-psi)/Rz;

```



```

ometa=Uz*cos (fis)+Vv*sin (-psi)/Rz;
omdze=Uz*sin (fis)+(Vv*sin (-psi)/Rz)*tan (fis);

spsi=sin (psi);    cpsi=cos (psi);
sfi=sin (fi);     cfi=cos (fi);
stet=sin (tet);   ctet=cos (tet);
salf=sin (a00);   calf=cos (a00);

sa0=sin (a0);     ca0=cos (a0);
sb0=sin (b0);     cb0=cos (b0);
sg0=sin (g0);     cg0=cos (g0);

omz10=omksi*(ca0*sg0+sa0*cg0*sb0)+ometa*(sa0*sg0-ca0*cg0*sb0)+...
omdze*cb0*cg0;
omx10=omksi*(ca0*cg0-sa0*sg0*sb0)+ometa*(sa0*cg0+ca0*sg0*sb0)-...
omdze*cb0*sg0;
omz0=omz10*cg0-omx10*sg0;
omx0=omz10*sg0+omx10*cg0;

omz2c=omksi*(cpsi*sfi+spsi*cfi*stet)+ometa*(spsi*sfi-
cpsi*cfi*stet)+...
omdze*ctet*cfi+psit*ctet*cfi+tett*sfi;
omy2c=- (omksi*cpsi+ometa*spsi)*cfi*salf+(-omksi*spsi+ometa*cpsi)*...
(ctet*calf-stet*salf*sfi)+(psit+omdze)*(stet*calf+ctet*salf*sfi)-
...
tett*cfi*salf+fit*calf;
omxcc=-psit*ctet*sfi+tett*cfi+omksi*(cpsi*cfi-spsi*sfi*stet)+...
ometa*(spsi*cfi+cpsi*sfi*stet)-omdze*ctet*sfi;
omycc=psit*stet+fit-omksi*spsi*ctet+ometa*cpsi*ctet+omdze*stet;

omx2c=omxcc*calf+omycc*salf;

Hb=H*cos (b00);   %Hcos (beta)
Hb0=H*cos (b0);
Mz2p=-k*(b0-hi);
Mz2i=Mz2i-h*(ki*(b0-hi));
Mz2=Mz2p+Mz2i;

a0=a0+h*((-omz0/cb0)-((Mx1/Hb0)*cg0)-
(Mz2/(Hb0*cos (b00)*cos (b0)))*sg0);

```

```

b0=b0+h*(-omx0-(Mx1/H)*sg0+(Mz2/Hb)*cg0);    %beta0

zz=sfi*cos(a0-psi)-stet*cfi*sin(a0-psi);
xx1=ctet*cfi*cb0;
xx2=sb0*(sfi*sin(a0-psi));
xx3=sb0*(stet*cos(a0-psi)*cfi);
xx=xx1+xx2+xx3;
g0=atan2(zz,xx);

b00=b00+h*(-omx2c+Mz2/Hb);    %beta
a00=a00+h*(-omz2c+omy2c*tan(b00)-Mx1/Hb);

    a001(:,li)=a00;
    b001(:,li)=b00;

    a01(:,li)=a0;
    b01(:,li)=b0;    %beta0

    t_min=(0:h:tk);
    li=li+1;
    t1=t1+h;
end
%построение графиков
figure
subplot(3,4,[1 2 3]);
h1=plot(t_min,a01/gr); grid;
ylabel('Альфа, град.','FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr')
%legend('d\alpha_0/dt','d\beta_0/dt',0)
set(h1,'LineWidth',2);

subplot(3,4,[5 6 7]);
h2=plot(t_min,b01/gr*60); grid;
xlabel('Время, с','FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr')
ylabel('Бета0, угл.мин.','FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr')
set(h2,'LineWidth',2);

subplot(3,4,[4 8 12]);
axis('off');
h1=text(-0.1,1.00,'Уход ГПК на качке','FontSize',12,'Fontname','Times
New Roman Cyr');

```

```

h1=text(-0.1,0.95,sprintf('fim (крен)= %g
(град.) ',fim/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.90,sprintf('psi0 (рыск.)= %g
(град.) ',psi0/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.85,sprintf('psim(рыск.)= %g
(град.) ',psim/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.80,sprintf('tetm(тангаж)= %g
(град.) ',tetm/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.75,sprintf('om1(тангаж)= %g
(рад./с) ',om1),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.70,sprintf('om2 (крен)= %g
(рад./с) ',om2),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.65,sprintf('om3 (рыск.)= %g
(рад./с) ',om3),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.60,sprintf('lam1(сдвиг фазы)= %g
(град.) ',lam1/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.55,sprintf('lam2(сдвиг фазы)= %g
(град.) ',lam2/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.50,sprintf('fis (широта)= %g
(град.) ',fis/gr),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.45,sprintf('Vv= %g
(м/сек) ',Vv),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.40,sprintf('k= %g
(нм) ',k),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.35,sprintf('ki (инт.)= %g
(нм/с) ',ki),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');
h1=text(-0.1,0.30,sprintf('rz (плечо)= %g
(м) ',rz),'FontSize',12,'Fontname','Times New Roman Cyr');

```

Программа моделирования гироскопа направления со спутниковой коррекцией

```

%Гироскоп направления со спутниковой коррекцией с Фильтром Калмана
%Коррекция по бета и dVn
clear all
clc
global Omdxc Ometa R Omdzc g Danc Omksi We Wn Ve Omdzeta k k1 k2 k3
Omk...
    мух муз муа sigx sigz siga w1 w2 w3;
%Ввод начальных значений:
gr=pi/180;          %Перевод из градусов в радианы
U=7.29e-5;         %Скорость вращения Земли
R=6.37e6;          %Радиус Земли
g=9.81;           %Ускорение силы тяжести
%-----
fi=60 * gr;        %Широта, рад.
K=0.5 * gr;        %Курс, рад.
%-----
V=20;              %Скорость движения, м/с
Ve=V*sin(K);       %Восточная составляющая относительной скорости
Vn=V*cos(K);       %Северная составляющая относительной скорости
gust=0;            %сумма гама
%-----
%переводные коэффициенты
NS=3600;           % из час. в сек.
AB=pi/648000;     % из град./час в рад/с
%-----
Omdxc=(0.1/3600)*gr; %Омега(dx) систематическое, 1/с
Omdzc=(0.1/3600)*gr; %Омега(dz) систематическое, 1/с
Danc=1e-4;         %Смещение нуля акселерометра, м/с
Omksi=-(Vn/R);     %Угловые скорости сопровождающего трехгранника
Omdzeta=U*sin(fi)+(Ve/R)*tan(fi);
Ometa=(U+Ve/(R*cos(fi)))*cos(fi);
VeT=0;             %относительные ускорения
VnT=0;
k=1/R;             %Коэффициенты
kp=1;
We=VeT-(U*sin(fi)+Omdzeta)*Vn; %Переносные, кориолисовы ускорения
Wn=VnT+(U*sin(fi)+Omdzeta)*Ve+(U^2)*(R+hv)*sin(fi)*cos(fi);
Omkz=U*sin(fi)+(Ve*tan(fi))/R; %Скорость коррекции по оси зет
my1=3e-2;          %Коэффициенты затухания
my2=3e-2;
my3=3e-2;
sig1=((0.015/60)*gr)/60; %СКО
sig2=((0.015/60)*gr)/60;
sig3=1e-5;         %м/с^2
IT1=sqrt(2*(sig1^2)*my1);
IT2=sqrt(2*(sig2^2)*my2);
IT3=sqrt(2*(sig3^2)*my3);
sigss=0.1; %СКО спутниковой системы, м/с

```

```

%Подготовка фильтрации
A= [0      -Ometa  -1/R   1   1   0   0   0   0; %Матрица состояния
     Ometa   0       0     0   0   1   1   0   0;
     g       0       0     0   0   0   0   1   1;
     0       0       0     0   0   0   0   0   0;
     0       0       0     0  -my1  0   0   0   0;
     0       0       0     0   0   0   0   0   0;
     0       0       0     0   0   0  -my2  0   0;
     0       0       0     0   0   0   0   0   0;
     0       0       0     0   0   0   0   0  -my3];

% u=[Omdxc Omdzc Danc Omzk Omksi Omdzeta Wn]'; %Вектор управления

G=[ 0 0 0; %Матрица передачи случайных воздействий
    0 0 0;
    0 0 0;
    0 0 0;
    IT1 0 0;
    0 0 0;
    0 IT2 0;
    0 0 0;
    0 0 IT3];

%Матрица измерения
H= [g 0 0 0 0 0 0 1 1;
     0 -ve 1 0 0 0 0 0 0];
R=[sig3^2 0 %ошибки измерения
    0 sigss^2];
C=sqrt(R);

Q=eye(9,9) ; %Корреляционная матрица Случайных воздействий
P=zeros(9,9); %начальное значение матрицы ошибок
%Формирование вектора начальных значений (для матриц)
beta0=1e-3;
gama0=1e-1;
dVn0=0;
dVncp=0;
Omdxc1=0;
Omdzc1=0;
Danc1=0;
x=[beta0 gama0 dVn0 Omdxc Omdxc1 Omdzc Omdzc1 Danc Danc1]'; %Начальный
вектор
xd=zeros(9,1); %оценки
x_out(:,1)=x;
xd_out(:,1)=xd;
u=xd; %вектор управления
t1=0;
ki=0;
tk=1000; %время работы в сек.

k1=-1e-1; %Кoeffициенты
k2=-5e-2;
k3=0;

```

```

B=[    k1  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  k2  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  k3  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
      0  0  0  0  0  0  0  0  0  0];

h=1; %шаг интегрирования

while t1<=tk
% Случайные воздействия:

w=randn(3,1);      %белый шум единичной интенсивности
v=randn(2,1);

AA=A;
x=Rk4xD10sam(t1,x,h,AA,G,w,v,B,u); %моделирование ошибок

%Dискретный фильтр Калмана
I=eye(9,9);

Ah=A*h;
F=I+Ah; %+Ah^2/2;
z=H*x+C*v;
    xd=F*xd+B*u;
    P=F*P*F'+Q;
    Kd=(P*N'*inv(N*P*N'+R)); %    Коэффициенты ФК
    xd=xd+Kd*(z-N*xd);
    P=[I-Kd*N]*P;
%конец ФК
u=xd;
ki=ki+1;
%запись массивов
    x_out(:,ki)=x; %переменные
    xd_out(:,ki)=xd; %оценки
    Kd_out(:,ki)=Kd(:,1); %коэффициенты усиления фильтра
    P_out(:,ki)=P(:,1); %погрешности фильтра

    z=xd_out-x_out;

    if ki>950; %осреднение на последних 50 измерениях
        k=ki-950;
        gust=gust+xd(2);
        gustsr=gust/k;
    end;
    t_min=(0:h:tk);
t1=t1+h;
end;

```

```

%проверка наблюдаемости
M=[H; H*A; H*(A^2); H*(A^3); H*(A^4); H*(A^5); H*(A^6); H*(A^7);
H*(A^8)];
Rank=rank(M)

%построение графиков
figure
subplot(3,4,[1 3]);
h1=plot(t_min,xd_out(2,:),'-.',t_min,x_out(2,:), 'LineWidth',2);grid;
title('Гама, рад.', 'Fontname', 'Times New Roman Cyr', 'FontSize',11);
ylabel('Оценка(син.) Угол(зел.)', 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',11);
%set(h1, 'LineWidth',2);

subplot(3,4,[5 7]);
h2=plot(t_min,xd_out(1,:),'-.',t_min,x_out(1,:), 'LineWidth',2);grid;
title('Бета, рад.', 'Fontname', 'Times New Roman Cyr', 'FontSize',11);
ylabel('Оценка(син.) Угол(зел.)', 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',11);
%set(h2, 'LineWidth',2);

subplot(3,4,[9 11]);
h3=plot(t_min,xd_out(3,:),'-.',t_min,x_out(3,:));grid;
title('dVn, м/с2.', 'Fontname', 'Times New Roman Cyr', 'FontSize',11);
xlabel('Время, сек.')
ylabel('Оценка(син.) Переменная(зел.)', 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',11);
set(h3, 'LineWidth',2);

subplot(3,4,[4 8 12]);
axis('off');
h1=text(0.0,0.90,sprintf('fi= %g (град.)',fi/gr), 'Fontname', 'Times New
Roman Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.85,sprintf('kurs= %g (град.)',K/gr), 'Fontname', 'Times New
Roman Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.80,sprintf('k1= %g (1/c)',k1), 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.75,sprintf('k2= %g (1/c)',k2), 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.70,sprintf('k3= %g (1/c)',k3), 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.65,sprintf('omdzc= %g
(град./час)',Omdzc/gr*3600), 'Fontname', 'Times New Roman Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.60,sprintf('omdxc= %g
(град./час)',Omdxc/gr*3600), 'Fontname', 'Times New Roman Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.55,sprintf('dac= %g (м/сек^2)',Danc), 'Fontname', 'Times New
Roman Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.50,sprintf('h= %g (сек.)',h), 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',12);
h1=text(0.0,0.45,sprintf('V= %g (м/сек)',V), 'Fontname', 'Times New Roman
Cyr', 'FontSize',12);

```

```

h1=text(0.0,0.40,sprintf('gamust= %g
(град.)',gustsr/gr),'Fontname','Times New Roman Cyr','FontSize',12);

%_____
figure
subplot(2,3,1);
h1=plot(t_min,xd_out(4,:), '-.',t_min,x_out(4,:));grid;
title('Пост.сост.ух. по x, 1/c','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
ylabel('Оценка(син.) Уход(зел.)','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
%set(h1,'LineWidth',2);

subplot(2,3,4);
h1=plot(t_min,xd_out(5,:), '-.',t_min,x_out(5,:));grid;
title(' Случ.сост.ух. по x, 1/c','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
ylabel('Оценка(син.) Уход(зел.)','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
% set(h1,'LineWidth',2);

subplot(2,3,2);
h1=plot(t_min,xd_out(6,:), '-.',t_min,x_out(6,:));grid;
title(' Пост.сост.ухода по z, 1/c','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
%set(h1,'LineWidth',2);

subplot(2,3,5);
h1=plot(t_min,xd_out(7,:), '-.',t_min,x_out(7,:));grid;
title(' Случ.сост.ухода по z, 1/c','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
xlabel('Время, сек.','FontSize',11)
% set(h1,'LineWidth',2);

subplot(2,3,3);
h1=plot(t_min,xd_out(8,:), '-.',t_min,x_out(8,:));grid;
title(' Сист.ошибка акс., м/с2','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
%ylabel('Оценка(син.) Переменная(зел.)','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
set(h1,'LineWidth',2);

subplot(2,3,6);
h1=plot(t_min,xd_out(9,:), '-.',t_min,x_out(9,:));grid;
title(' Случ.ошибка акс., м/с2','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
%ylabel('Оценка(син.) Переменная(зел.)','Fontname','Times New Roman
Cyr','FontSize',11);
% set(h1,'LineWidth',2);

```



```

function y = RK4xD10sam(t1,y0,h,AA,G,w,v,B,u)
%Метод Рунге-Кутты 4-го порядка

% w=randn(2,1); %белый шум единичной интенсивности
% v=randn(2,1); % 3 сигма

y1=0;z1=0;z2=0;z3=0;z=0;
z1=DinsD10sam(t1,y0,h,AA,G,w,v,B,u);
y1=y0+h*z1/2;
z2=DinsD10sam(t1+h/2,y1,h,AA,G,w,v,B,u);
y2=y0+h*z2/2;
z3=DinsD10sam(t1+h/2,y2,h,AA,G,w,v,B,u);
y3=y0+h*z3;
z=DinsD10sam(t1+h,y3,h,AA,G,w,v,B,u);
y=y0+h*(z1+2*z2+2*z3+z)/6;

function px=DinsD10sam(t,x,h,AA,G,w,v,B,u)
%Уравнение динамической системы

px=AA*x+B*u+G*w;

```