

Ю. Ф. Лазарєв

П. М. Бондар

***ОСНОВИ ТЕОРІЇ
ЧУТЛИВИХ ЕЛЕМЕНТІВ
СИСТЕМ ОРІЄНТАЦІЇ***

Підручник

Київ – НТУУ "КПІ" - 2011

УДК 531.383

ББК 32.973.38-018.2 я73

Л17

Рецензенти:

Онищенко С. М., доктор фізико-математичних наук, професор, академік Міжнародної академії навігації та управління рухом, Інститут математики НАН України

Черняк С. І., доктор технічних наук, головний конструктор КП "ЦКБ Арсенал"

Пятецкий В. А., кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної та прикладної механіки Київського національного університету ім. Т. Г. Шевченка

Л17

Лазарєв Ю. Ф., Бондар П. Н. Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації \ Підручник. – К.: НТУУ "КПІ", 2011. – 644 с

Розглянуто питання організації прикладного (інженерного) теоретичного дослідження на прикладі чутливих елементів систем орієнтації, методи теоретичного дослідження нелінійних систем і приклади їх застосування. Головну увагу зосереджено на використанні наближених методів, широко застосовуються в інженерній практиці. Викладено основи прикладної теорії гіроскопів і теорії чутливих елементів систем орієнтації, що супроводжуються розрахунками та прикладами. Значну увагу приділено побудові програмних моделей на основі комп'ютерної системи Matlab та демонструванню можливостей моделювання поведінки розглянутих пристроїв і приладів. Ці ж моделі покладені в основу практичних робіт, виконуваних на комп'ютерній техніці. Необхідні тексти програм наведено у додатку.

Призначено для студентів технічних та природничих інженерних спеціальностей університетів. Може стати корисним інженерам і аспірантам.

Ил. Іл. 313 , Додаток (програми), бібліографія 65, алфавітний покажчик.

Анотація

Підручник створений на основі багаторічного досвіду викладання авторами в Київському політехнічному інституті навчальних дисциплін «Теорія гіроскопів», «Теорія коливань і віброзахист приладів», «Математичні моделі електромеханічних систем» і, останнім часом, «Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації». Ці лекції лягли в основу базової теоретичної підготовки інженерів і магістрів у галузі проектування приладів і систем орієнтації і навігації і насамперед – гіроскопічних приладів і пристроїв.

За слушним зауваженням Р. Граммеля, особлива привабливість вивчення явищ, пов'язаних з рухом гіроскопа, полягає, безсумнівно, в єдності теорії і практики. Різноманітність завдань, що стоять перед творцями гіроскопічних приладів і пристроїв, породжує велику різноманітність методів теоретичного дослідження їх поведінки, більшість з яких демонструє значну ефективність і пристосованість для вирішення інженерних завдань. Це такі сучасні розділи науки, як теорія динамічних систем, теорія коливань, зокрема нелінійних і параметрично порушуваних, теорія стійкості за Ляпуновим, теорія Томсона і Тета нелінійних систем з гіроскопічними силами, такі методи дослідження лінійних систем, як методи теорії автоматичного управління, метод комплексних амплітуд, метод компресії рівнянь, і нелінійних систем – методи лінеаризації, методи малого параметра, усереднення, методи фазового простору і т. п. Цим питанням присвячено велику кількість підручників, навчальних посібників і наукових монографій. Їх наявність – це і перевага, і недолік для теоретичної підготовки студентів, бо безліч питань виявляються розпорошеними по численних літературних джерелах, які, до того ж, виявляються значною мірою недосяжними.

Труднощі створення навчального посібника виникають з природного бажання задовольнити два суперечливих прагнення:

- по можливості найбільш повно ознайомити студентів з головними найбільш ефективними і вживаними сучасними методами інженерного теоретичного дослідження;
- показати їх ефективність на найпростіших і наочних прикладах.

Пропонований навчальний курс «Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації і навігації» є спробою частково розв'язати цю суперечність і надати студентам можливість оволодіти сучасними методами теоретичного дослідження, користуючись єдиним джерелом.

Перша частина підручника складається з трьох розділів і присвячена ознайомленню студентів з основами побудови математичних моделей систем орієнтації та застосування методів їх теоретичного дослідження. Перший розділ – «Основи побудови математичних моделей механічних систем» – носить вступний характер. Тут більш детально, ніж зазвичай, викладено основні відомості з теоретичної механіки і математики, необхідні для практичного оволодіння засобами побудови математичних моделей механічних систем.

У другому розділі - «Складання математичних моделей» – на багатьох прикладах розглянуто процес побудови математичних моделей гіроскопічних пристроїв, що використовуються для теоретичного аналізу руху цих пристроїв.

Третій розділ знайомить з основними поняттями теорії коливань і теорії динамічних систем, методами теоретичного дослідження лінійних та нелінійних динамічних систем. Наведено приклади їх застосування для вирішення типових завдань. Окремо представлені основні відомості про теорію стійкості руху по Ляпунову, яку досить ефективно застосовують для дослідження саме гіроскопічних систем.

У частині другій наведені деякі важливі застосування теорії для випадків, часто використовуваних в інженерній практиці фахівців в області проектування систем орієнтації. На прикладі дослідження фізичного маятника в четвертому розділі показані сфери застосування та ефективність деяких з викладених наближених методів теоретичного дослідження з приведенням основних відомостей про важливі нелінійні особливості поведінки маятника.

Теорії пасивного віброзахисту, яку застосовують для проектування систем віброзахисту і ударозахисту, присвячена п'ятий розділ. Значну увагу приділено віброзахисту за допомогою амортизаторів з внутрішнім тертям.

Шостий розділ знайомить з методом фазового простору, який досить поширений у теоретичних дослідженнях поведінки істотно нелінійних систем автоматичного управління. Результати теоретичного дослідження руху торпеди по курсу перевірені і проілюстровані комп'ютерним моделюванням у системі Matlab.

Прикладна теорія гіроскопів викладена в третій частині, що складається з трьох розділів. Сьомий розділ присвячений теорії симетричного врівноваженого гіроскопа, восьмий – теорії гіромаятника, а дев'ятий – теорії гіроскопа в кардановому підвісі, який є основою більшості гіроскопічних приладів і пристроїв.

В останній, четвертій, частині мова йде власне про основи теорії чутливих елементів систем орієнтації. Тут представлені найбільш цікаві з теоретичної та практичної точки зору застосування теорії до чутливих елементів. У десятому розділі наведено сучасні математичні моделі деяких найбільш практично значимих моментів сил, діючих на гіроскоп в кардановому підвісі, якщо враховувати рух підстави. Теорія деяких важливих програм двоступеневих гіроскопів викладена в одинадцятому розділі. Поведінка гіроскопа в кардановому підвісі на рухомому підставі та його застосування як чутливого елемента є предметом розгляду в дванадцятій главі. Основам теорії маятникових чутливих елементів – гіромаятника як гіровертикалі і маятникового гірокомпас - присвячена тринадцятьма главами. В останній, чотирнадцятій, главі викладається теорія чутливих елементів, що створені на основі осциляторні гіроскопів, які зараз інтенсивно розвиваються і впроваджуються в практику.

Особливістю навчального курсу є паралельно проводиться теоретичне дослідження і комп'ютерне моделювання одних і тих самих явищ. Це дає можливість зіставити переваги і недоліки цих двох шляхів дослідження поведінки проектного технічного пристрою і навчитися вибирати з них найбільш доцільне поєднання.

ЗМІСТ

Передмова (3)

Вступ. Навігація, орієнтація, гіроскопи – практика і теорія (5)

Список скорочень (11)

Частина 1. ОСНОВИ ТЕОРЕТИЧНИХ ІНЖЕНЕРНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ (12)

Розділ 1. Основи побудови математичних моделей механічних систем (15)

1.1. Елементи векторної і матричної алгебри (15) (1.1.1. Векторна алгебра (15), 1.1.2. Форми подання векторів (16), 1.1.3. Матрична алгебра (19), 1.1.4. Матрична форма подання векторів (22))

1.2. Кінематика поворотів твердого тіла (25) (1.2.1. Завдання положення тіла у просторі (25), 1.2.2. Кут Ейлера (28), 1.2.3. Знаходження матриці напрямних косинусів (30), 1.2.4. Недоліки застосування кутів Ейлера (33), 1.2.5. Теорема Ейлера (35), 1.2.6. Вектор повороту Гіббса (38), 1.2.7. Початкові відомості про кватерніони (39), 1.2.8. Подання поворотів з допомогою кватерніонів (43), 1.2.9. Диференціювання вектора, заданого в обертовій системі координат (49), 1.2.10. Визначення проекцій кутової швидкості (52), 1.2.11. Швидкість і прискорення точок твердого тіла (55))

1.3. Кінематичні рівняння орієнтації (55) (1.3.1. Рівняння орієнтації Пуассона (55), 1.3.2. Рівняння орієнтації Ейлера (56), 1.3.3. Кватерніони рівняння орієнтації (56), 1.3.4. Матричний аналог кватерніонів рівняння орієнтації (59), 1.3.5. Рівняння орієнтації штучного супутника Землі (59))

1.4. Головні динамічні величини (61) (1.4.1. Імпульс і момент імпульсу (61), 1.4.2. Геометрія мас твердого тіла (64), 1.4.3. Еліпсоїд інерції (66), 1.4.4. Кінетична енергія (68))

1.5. Форми законів динаміки (69) (1.5.1. Форми запису закону імпульсу (69), 1.5.2. Форми запису закону моменту імпульсу (69), 1.5.3. Формалізм Лагранжа, 1.5.4. Рівняння у формі Жильбера (71), 1.5.5. Метод кінетостатіки і принцип Даламбера (72))

Задачі (73), Контрольні питання (77)

Глава 2. Складання математичних моделей (79)

2.1. Маятник при поступальному русі основи (79)

2.2. Симетричний урівноважений гіроскоп (82) (2.2.1. Рівняння симетричного врівноваженого гіроскопа в осях Резаля (82), 2.2.2. Рівняння симетричного врівноваженого гіроскопа у формі Булгакова (84))

2.3. Симетричний гіромаятник (87) (2.3.1. Рівняння гіромаятника в кутах осциляції (87), 2.3.2. Рівняння гіромаятника в кутах Ейлера (89))

- 2.4. Гіроскоп в кардановому підвісі (89), 2.4.1. Рівняння гіроскопа в кардановому підвісі на нерухомій основі (90), 2.4.2. Рівняння Ейлера-Ішлинського. Моменти реакцій у в'язях (93))
- 2.5. Наближені рівняння триступневих гіроскопів та методи їх складання (98) (2.5.1. Способи безпосереднього складання прецесійних рівнянь (100), 2.5.2. Опорні системи координат. Визначення положення основи (101), 2.5.3. Прецесійні рівняння ГКП на рухомій основі (103), 2.5.4. Гіромаятник на рухомій основі (107), 2.5.5. Маятниковий гірокомпас на рухомій основі (109))
- 2.6. Двоступеневий гіроскоп на обертовій основі (112)
Задачі (113), Контрольні питання (114)
Глава 3. Методи теоретичного дослідження (115)
- 3.1. Введення в теорію коливань (115)
- 3.2. Методи теоретичного дослідження лінійних стаціонарних систем (123) (3.2.1. Теоретичне дослідження вільного руху (123), 3.2.2. Теоретичне дослідження вимушених коливань. Метод комплексних амплітуд (124), 3.2.3. Вимушені коливання гіроскопа в кардановому підвісі (130))
- 3.3. Дослідження стійкості руху нелінійних систем (134) (3.3.1. Дослідження стійкості за Ляпуновим (135), 3.3.2. Необхідна і достатня умова стійкості дзиги (обертового снаряда) (142), 3.3.3. Стійкість стаціонарних рухів (146), 3.3.4. Стійкість регулярної прецесії дзиги (153), 3.3.5. Дослідження стійкості за структурою сил (155))
- 3.4. Наближені методи дослідження нелінійних і нестаціонарних систем (167) (3.4.1. Методи лінеаризації (168), 3.4.2. Методи малого параметра (182), 3.4.3. Метод усереднення (192))
Контрольні питання (213)
- Частина 2. ДЕЯКІ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ (215)
- Глава 4. Нелінійні властивості маятника (215)
- 4.1. Точне дослідження вільних коливань. Неізохронність вільних коливань (216)
- 4.2. Дослідження власних коливань методами лінеаризації (220) 4.3. Амплітудно-частотні характеристики вимушених коливань (223) 4.4. Випрямний ефект фізичного маятника за вібрації точки його підвісу (226)
- 4.5. Параметричні коливання фізичного маятника за вертикальної вібрації (230)
Завдання (238), Контрольні питання (240)
- Глава 5. Теорія пасивного віброзахисту (241)
- 5.1. Постановка завдання віброзахисту (241), 5.2. Теорія лінійної амортизації (242), 5.3. Дія удару на лінійну систему амортизації (244) 5.4. Внутрішнє тертя в матеріалі при деформуванні пружних елементів (250)
- 5.5. Віброзахисні системи з внутрішнім тертям (255) 5.6. Системи амортизації з сухим тертям (258)
Контрольні питання 261
- Глава 6. Метод фазової площини. Автоколивання (262)
- 6.1. Фазові портрети лінійних систем (265)
- 6.2. Фазові портрети нелінійних систем (268)
- 6.3. Перехідний процес і автоколивання торпеди по курсу (269) (6.3.1. Теоретичне дослідження (270), 6.3.2. Моделювання на ЕОМ (276))
Контрольні питання (279)
- Частина 3. ПРИКЛАДНА ТЕОРІЯ ГІРОСКОПІВ (280)
- Глава 7. Симетричний зрівноважений гіроскоп (280)
- 7.1. Визначення та властивості гіроскопа (280) 7.2. Рівняння руху симетричного зрівноваженого гіроскопа (285) 7.3. Поняття прецесії (288) 7.4. Вільний рух симетричного зрівноваженого гіроскопа (291) 7.5. Симетричний зрівноважений гіроскоп під дією постійного моменту сил (295) 7.6. Поняття швидкого гіроскопа. Псевдорегулярна прецесія (299) 7.7. Земля як гіроскоп (300) 7.8. Прецесійні рівняння. Наближена теорія гіроскопа (303) 7.9. Вплив тертя на поведінку гіроскопа (307) 7.10. Моделювання поведінки симетричного зрівноваженого гіроскопа (313)
Задачі (320), Завдання (322), Контрольні питання (324)
- Глава 8. Гіромаятник (326)
- 8.1. Вільний рух гіромаятника. Точне дослідження (328) 8.2. Регулярні прецесії гіромаятника (335) 8.3. Вільний рух гіромаятника. Наближене дослідження. Метод компресії (338) 8.4. Вплив тертя на поведінку гіромаятника (343)
Задачі (348), Завдання (349), Контрольні питання (350)
- Глава 9. Гіроскоп в кардановому підвісі на нерухомій основі (351)
- 9.1. Вільний рух гіроскопа в кардановому підвісі. Дрейф Магнуса (354) (9.1.1. Дослідження руху за прецесійною моделлю (355), 9.1.2. Дослідження руху за лінеаризованою моделлю (355), 9.1.3. Метод зображувальної точки Ніколаї. Компресія рівнянь (358), 9.1.4. Точне дослідження повних рівнянь гіроскопа в кардановому підвісі (360), 9.1.5. Дрейф Магнуса (364), 9.1.6. Фізична причина дрейфу Магнуса (366), 9.1.7. Моделювання поведінки гіроскопа в кардановому підвісі (371))
- 9.2. Дія на гіроскоп в кардановому підвісі постійних моментів сил і сил тертя (374) (9.2.1. Рух гіроскопа в кардановому підвісі під дією постійних моментів сил (374), 9.2.2. Рух ГКП під дією моментів сил в'язкого тертя (378), 9.2.3. Рух ГКП під дією моментів сил сухого тертя. Метод Ніколаї (380))

9.3. Дія на гіроскоп в кардановому підвісі періодичних моментів сил (385) (9.3.1. Усталені вимушені коливання (385), 9.3.2. Дрейф ГКП під дією періодичних моментів сил (387), 9.3.3. Дрейф ГКП через динамічну незбалансованість ротора (397))

9.4. Дія на гіроскоп в кардановому підвісі моментів сил по головній осі (399) (9.4.1. Рух гіроскопа в кардановому підвісі з закритим гіромотором (400), 9.4.2. Розгін ротора асинхронним гіродвигуном (401), 9.4.3. Рух гіроскопа в кардановому підвісі з відкритим гіромотором (402), 9.4.4. Фізична причина руху ГКП під дією моментів по головній осі (403))

Задачі (405), Завдання (406), Контрольні питання (407)

Частина 4. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ЧУТЛИВИХ ЕЛЕМЕНТІВ СИСТЕМ ОРІЄНТАЦІЇ (408)

Глава 10. Математичні моделі моментів сил при русі основи (409)

10.1. Момент пружного дисбалансу. Принцип рівної жорсткості (409)

10.2. Момент сил сухого тертя (412)

Контрольні питання 418

Глава 11. Чутливі елементи на основі двоступеневих гіроскопів (419)

11.1. Головна властивість двоступеневого гіроскопа (420)

11.2. Двоступеневий гірокомпас (423) (11.2.1. Деякі основні похибки (425), 11.2.2. Вібраційна похибка (427), 11.2.3. Моделювання двоступеневого гірокомпаса (433))

11.3. Гіротахометр (438) 11.4. Інші двоступеневі чутливі елементи (442)

Завдання (443), Контрольні питання (444)

Глава 12. Чутливі елементи на основі триступеневого ГКП (446)

12.1. ГКП на обертовій основі під дією моментів сил тертя (448)

12.2. Дрейф гіроскопа в кардановому підвісі за хитами основи (456) (12.2.1. Аналіз похибок гіроскопа в кардановому підвісі як покажчика напрямку (456), 12.2.2. Дрейф за хитами через моменту приводного двигуна гіромотора (463), 12.2.3. Моделювання поведінки гіроскопа в кардановому підвісі (465))

12.3. Гіроскоп напрямку (470) (12.3.1. Карданова похибка (473), 12.3.2. Забезпечення стійкості власних коливань (476), 12.3.3. Віражна похибка (479), 12.3.4. Похибки за хитами (485), 12.3.5. Застосування теореми про тілесний кут (491))

Завдання (494), Контрольні питання (496)

Глава 13. Чутливі елементи на основі маятникових гіроскопів (497)

13.1. Гіромаятник як гіровертикаль (497) (13.1.1. Швидкісна похибка і перехідний процес (498), 13.1.2. Балістична похибка. Умова незбурюваності (508), 13.1.3. Моделювання поведінки гіромаятника (511))

13.2. Маятниковий гірокомпас (522) (13.2.1. Швидкісна похибка і перехідний процес (523), 13.2.2. Балістична похибка. Умова незбурюваності (526), 13.2.3. Інтеркардинальна похибка (527), 13.2.4. Моделювання поведінки маятникового гірокомпаса (530))

Завдання (540), Контрольні питання (542)

Глава 14. Чутливі елементи на основі осциляторних гіроскопів (543)

14.1. Двоступеневий роторний вібраційний гіроскоп (543) (14.1.1. Принцип дії і рівняння руху роторного вібраційного гіроскопа (543), 14.1.2. Роторний вібраційний гіроскоп як вимірювач кутової швидкості (545), 14.1.3. Роторний вібраційний гіроскоп як вимірювач кутів повороту (550))

14.2. Триступеневий роторний вібраційний гіроскоп (551) (14.2.1. Триступеневий роторний вібраційний гіроскоп як вимірювач кутів повороту (552), 14.2.2. Триступеневої ДНГ як вимірювач кутової швидкості (560))

14.3. Мікромеханічні осциляторні гіроскопи (562) (14.3.1. Принципи побудови осциляторних гіроскопів (562), 14.3.2. Одномасовий осциляторний вібраційний гіроскоп (565), 14.3.3. Мікромеханічний гіроскоп на обертовій основі (567), 14.3.4. Власні коливання інерційної маси (568), 14.3.5. Вимушені коливання інерційної маси (572), 14.3.6. Вплив поступальних прискорень (580))

Контрольні питання (586)

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ (587)

ДОДАТКИ (590)

Додаток 1. Комплекс програм моделювання поведінки фізичної маятника при поступальній вібрації точки його підвісу 590

Додаток 2. Комплекс програм моделювання руху торпеди 593

Додаток 3. Комплекс програм моделювання поведінки симетричного зрівноваженого гіроскопа 599

Додаток 4. Комплекс програм моделювання поведінки гіромаятника 605

Додаток 5. Комплекс програм моделювання поведінки гіроскопа в кардановому підвісі на нерухомій основі 609

Додаток 6. Програма моделювання поведінки двоступеневого гірокомпаса на рухомій основі 615

Додаток 7. Комплекс програм моделювання ГКП і гіроскопа направлення на рухомій основі 617

Додаток 8. Програми моделювання поведінки гіромаятника і маятникового гірокомпаса на рухомій основі 623