



**Чиж Ігор Генріхович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри оптичних та оптико-електронних приладів НТУУ «Київський політехнічний інститут». Автор понад 150 наукових праць. Провідний фахівець в галузі теорії та проектування оптичних систем оптичних, оптико-електронних та офтальмологічних приладів.



**Тимчик Григорій Семенович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри виробництва приладів НТУУ"КПІ". Автор понад 360 наукових праць, у тому числі 10 монографій, 8 підручників. Провідний фахівець у галузі лазерних оптико-електронних систем та технологій їх виробництва.



**Шиша Тетяна Олександрівна** – молодший науковий співробітник НТУУ"КПІ". Закінчила НТУУ"КПІ" за спеціальністю «Медичні прилади і системи». Автор понад 10 наукових праць з тематики створення моделей абераційної оптичної системи ока для калібрування офтальмологічних аберометрів.

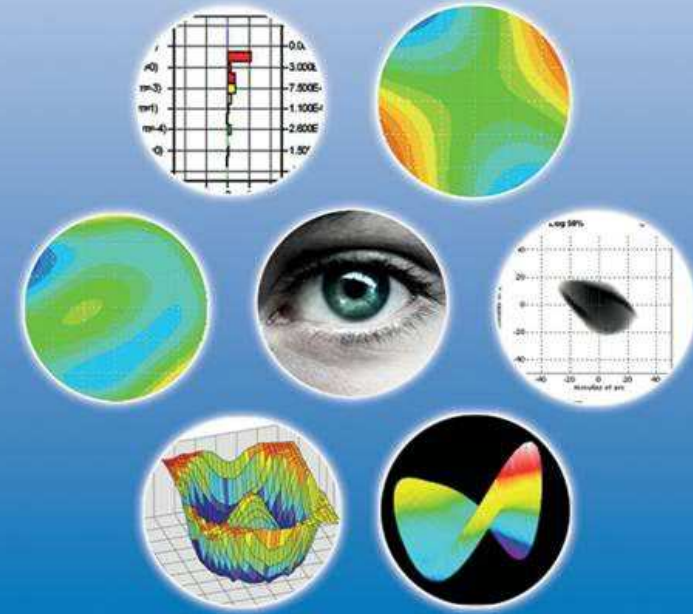


**Афончина Наталія Борисівна** – молодший науковий співробітник НТУУ"КПІ". Закінчила НТУУ"КПІ" за спеціальністю «Лазерна та оптоелектронна техніка». Автор понад 10 наукових праць з тематики створення офтальмологічних аберометрів та рефрактометрів.

АБЕРОМЕТРІЯ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА ЛЮДИНИ ЧИЖ І.Г., ТИМЧИК Г.С., ШИША Т.О., АФОНЧИНА Н.Б.

Чиж І.Г., Тимчик Г.С.  
Шиша Т.О., Афончина Н.Б.

# АБЕРОМЕТРІЯ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА ЛЮДИНИ



НТУУ «КПІ»  
Київ - 2013



Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут»

# **Аберометрія оптичної системи ока ЛЮДИНИ**

**Монографія**

*Рекомендовано Вченою радою НТУУ «КПІ»*

Київ  
НТУУ «КПІ»  
2013

УДК 681.784(075.8)  
ББК 56.7  
А14

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУУ «КПІ»  
(Протокол № 10 від 12.11.2012 р.)

**Авторський колектив:**  
І.Г. Чиж, Г.С. Тимчик,  
Т.О. Шиша, Н.Б. Афончина

**Рецензенти:**  
*М.М. Сергієнко*, д-р мед.наук, проф.,  
Всеукраїнська громадська організація  
«Асоціація офтальмологів України,  
які займаються хірургічною практикою

*А.Г. Мисюра*, д-р біол.наук, проф.,  
Інститут прикладних проблем фізики і біофізики  
Національної академії наук України

А14 Аберометрія оптичної системи ока людини: моногр. / І.Г. Чиж,  
Г.С. Тимчик, Т.О. Шиша та ін. – К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 292 с. –  
Бібліогр.: с. 281-290. – 300 пр.  
**ISBN 978-966-622-556-9**

Викладено теорію офтальмологічної аберометрії, сучасні методи та засоби визначення офтальмологічних параметрів і характеристик абераційних вад зору за результатами аберометрії ока. Розроблено математичний апарат опису функції хвильової аберації оптичної системи ока як такої, що не має осьової симетрії, та описано типи поперечних аберацій променів на сітківці за результатами мультиракурсної аберометрії. Зроблено огляд сучасних офтальмологічних аберометрів, історії їх створення, особливостей принципів дії апаратної частини цих приладів. Значну увагу приділено питанню доцільної точності аберометрії ока, визначенню допустимих похибок відтворення амплітуд абераційних мод та апаратному забезпеченню калібрування офтальмологічних аберометрів.

Для науковців, інженерів, розробників офтальмологічної вимірювальної апаратури, медичних працівників, які використовують аберометричну апаратуру під час діагностики вад зору, студентів медичних спеціальностей вищих навчальних закладів та медичних університетів.

**УДК 612.844:681.784**  
**ББК 56.7**

**ISBN 978-966-622-556-9**

© І.Г. Чиж, Г.С. Тимчик, Т.О. Шиша,  
Н.Б. Афончина, 2013

## ЗМІСТ

	Стор.
<b>Вступ</b> .....	6
<b>1. Зоровий орган людини</b> .....	8
1.1. Структура зорового аналізатора.....	8
1.2. Загальна будова ока людини.....	9
1.3. Сітківка.....	12
1.4. Оптична система ока.....	18
1.4.1. Еволюція даних про конструктивні параметри оптичної системи ока.....	18
1.4.2. Сучасні моделі схематичного ока.....	21
1.4.3. Усереднені значення та діапазони величин параметрів оптичної системи ока.....	23
<b>2. Показники якості зображень, сформованих на сітківці оптичною системою ока</b> .....	24
2.1. Гострота зору.....	24
2.2. Параметри та характеристики якості зображень на сітківці..	26
2.2.1. Функція розсіювання точки (ФРТ).....	26
2.2.2. Число Штреля.....	31
2.2.3. Модуляційна передавальна функція оптичної системи ока.....	33
2.3. Методи визначення характеристик і параметрів якості зображень.....	38
<b>3. Математичний опис аберацій ока</b> .....	46
3.1. Класифікація аберацій ока.....	46
3.2. Математичний опис монохроматичних аберацій ока.....	48
3.3. Аберації нижчих степеневих порядків.....	57
3.4. Аберації вишчих степеневих порядків.....	59
3.5. Поширені аберації ока.....	60
<b>4. Узагальнена математична абераційна модель оптичної системи ока</b> .....	65
4.1. Математична модель хвильової аберації ОС ока.....	66
4.2. Відтворення коефіцієнтів апроксимації функції $W$ за результатами аберометрії оптичної системи ока.....	71
<b>5. Монохроматичні аберації ока</b> .....	79

5.1. Поперечні аберації 1-го степеневого порядку.....	80
5.2. Поперечні аберації 2-го степеневого порядку.....	84
5.3. Поперечні аберації 3-го степеневого порядку.....	90
<b>6. Відтворення абераційних характеристик зору людини за результатами аберометрії та апроксимації функції хвильової аберації оптичної систем ока.....</b>	<b>98</b>
6.1. Відтворення карти абераційної складової рефракції оптичної системи ока за результатами аберометрії ока.....	98
6.2. Визначення аметропії за результатами аберометрії ока.....	103
6.3. Визначення астигматизму за результатами аберометрії ока...	108
6.3.1. Астигматизм ока при наявності 1-го, 2-го та 3-го степеневих порядків цієї аберації.....	109
6.3.2. Сфероастигматизм оптичної системи ока.....	114
6.3.3. Астигматизм ока при наявності сфероастигматизму і астигматизму першого та інших степеневих порядків...	117
6.4. Визначення СКВ хвильової аберації ока.....	121
<b>7. Відтворення характеристики якості зображення на сітківці та глибини фокусної області за результатами аберометрії ока.....</b>	<b>123</b>
7.1. Визначення МПФ оптичної системи ока за допомогою радіусів “інерції” , що стосуються других гаусових моментів функції розсіювання точки.....	124
7.2. Визначення просторової роздільної здатності оптичної системи ока через радіуси „інерції” других гаусових моментів від функції розсіювання точки.....	140
7.3. Гострота зору і просторово роздільна здатність оптичної системи ока.....	151
7.4. Зв’язок між просторовою роздільною здатністю і глибиною фокусної області ОС ока.....	152
<b>8. Апаратні засоби вимірювання аберацій оптичної системи ока.....</b>	<b>159</b>
8.1. Історичний нарис розвитку аберометрії ока...	160
8.2. Про розвиток сучасної офтальмологічної аберометричної апаратури.....	169
8.2.1. Метод аберометрії ока з використанням датчика	

хвильового фронту Гартмана-Шека.....	170
8.2.2. Аберометрія ока методом рейтресинга.....	179
8.2.3. Аберометрія ока методом Чернінга.....	185
8.2.4. Аберометрія ока методом автоматичної скіаскопії.....	187
8.2.5. Аберометрія ока з використанням методу адаптивної компенсації хвильової аберації.....	190
8.2.6. Аберометрія ока на основі використання ефекту Тальбота.....	193
8.2.7. Аберометрія ока модифікованим методом Фуко.....	195
8.3. Моделі сучасних аберометрів.....	199
<b>9. Методи та засоби контролю точності вимірювання хвильової аберації ока.....</b>	<b>206</b>
9.1. Дослідження точності вимірювань хвильової аберації ока сучасними аберометрами.....	207
9.2. Обґрунтування вимог до фізичної абераційної моделі оптичної системи ока.....	225
9.3. Моделі ока.....	252
9.3.1. Моделі схематичного ока.....	252
9.3.2. Фізичні моделі оптичної системи для попереднього настроювання офтальмологічних приладів.....	252
9.3.3. Моделі ока для калібрування офтальмологічних аберометрів.....	260
9.3.4. Аналіз абераційних моделей оптичної системи ока.....	265
9.3.5. Дволінзова модель абераційної оптичної системи ока для тестування аберометрів.....	269
9.3.6. Хвильова аберація дволінзової моделі ока.....	272
<b>Перелік посилань.....</b>	<b>282</b>

## ВСТУП

Нормальне функціонування зорового апарату є важливим фактором і показником стану здоров'я людини. Будь-які навіть невеликі патологічні зміни у функціонуванні зорового апарату знижують працездатність людини і утворюють фізичний та психологічний дискомфорт.

Найбільш поширеною вадою зорового апарату є зменшення гостроти зору, яке частіш за все виникає або у молодому віці через виникнення короткозорості, або у зрілому віці через далекозорість та втрату акомодативної здатності. Має місце вікова зміна форми передньої поверхні рогівки через її «обвисання» або появу на рогівці локальних опуклостей – кератоконусів, що призводять до появи астигматизму, коми та інших різновидів спотворення зображень на сітківці. Всі ці вади відносять до типу абераційних.

З давніх часів людство створювало та вдосконалювало методи і технічні засоби коригування абераційних вад зору. Так з'явилися моноклі, окуляри, контактні та інтраокулярні лінзи із сферичними та асферичними поверхнями і дифракційними ґратками на цих поверхнях. В останні два десятиріччя, завдяки створенню ексимерних лазерів, потужних комп'ютерів та накопиченому досвіду механічної кератотомії, у світі поширилися лазерні хірургічні методи і технології коригування абераційних вад. Це надало потужний поштовх до розвитку сучасної аберометричної апаратури, за допомогою якої стало можливим аналізувати спектр абераційних вад, оцінювати величини абераційних мод, здійснювати доопераційний та післяопераційний контроль абераційного стану оптичної системи ока, ефективно коригувати абераційні вади і, в кінцевому результаті, істотно поліпшувати втрачену гостроту зору людини.

Поява в офтальмологічних клініках та кабінетах сучасної аберометричної апаратури, залучення у зв'язку з цим в офтальмологічну науку термінів, теорій та математичного апарату, яким раніш лікар-офтальмолог у повсякденній практиці не користувався, істотне збільшення інформації, присвяченої клінічним аберометричним дослідженням, призвело до нагальної потреби мати посібник, в якому б точно і доступно для медичних працівників викладалися методи та складні питання, що стосуються математичного та апаратного забезпечення офтальмологічної аберометрії. У вітчизняній літературі, наскільки відомо авторам, таких праць поки що не має. Стимулом до написання цієї монографії було не тільки прагнення ліквідувати цю прогалину,



але й бажання викласти результати особистих досліджень і технічних розробок у галузі сучасної абераметрії та рефрактометрії ока, спрямувавши їх спеціалістам, які професійно займаються створенням новітньої офтальмологічної апаратури.

Значною мірою у монографії використані матеріали докторської дисертації професора Чижана І.Г., а також матеріали особистих дисертаційних досліджень його аспіранток – Афончиної Н.Б., та Шиши Т.О. Використані також результати аналітичного огляду великої кількості наукових праць, опублікованих у провідних періодичних закордонних виданнях та у патентній літературі. Ще однією задачею монографії було концентрування у одній книжці чисельних, розпорошених по багатьох виданнях матеріалів, присвячених розробці сучасних офтальмологічних абераметрів, для ознайомлення з цим матеріалом наукових та інженерно-технічних працівників і студентів медичних і технічних вузів України.

Автори сподіваються, що викладений в цій монографії інноваційний матеріал зацікавить працівників вітчизняних компаній та підприємств, що розробляють та виробляють медичну офтальмологічну апаратуру, а також він буде сприятиме більш глибокому ознайомленню медичних працівників України з сучасними методами виявлення та вимірювання параметрів абераційних вад ока.

## РОЗДІЛ 1 ЗОРОВИЙ ОРГАН ЛЮДИНИ

### 1.1. Структура зорового аналізатора

Зоровий орган людини є біологічною системою, призначеною для сприйняття світла і отримання через нього інформації про навколишнє середовище. Зоровий орган також називають **зоровим аналізатором**. Він має три ланки: периферичну, провідникову і центральну, рис.1.1, [1].

**Периферична ланка** утворюється двома очима (очними яблуками). Кожне з очей представляє собою сукупність оптичної і світлочутливої систем. Оптична система ока утворюється оптичними середовищами. Їх головна функція полягає у формуванні якісного зображення об'єктів, що знаходяться в полі зору ока, в зоні світлочутливих елементів – на сітківці. Допоміжну функцію виконують системи внутрішніх і зовнішніх м'язів. Внутрішні знаходяться усередині очного яблука. Вони забезпечують фокусування зображення на сітківці об'єктів, які розташовані на різних відстанях від ока. До того ж, ці м'язи, змінюючи розмір отвору, через який в око потрапляє світло, регулюють освітленість зображення на сітківці. Система зовнішніх м'язів керує просторовим положенням очей в очницях для сходження візуальних осей на точці фіксації погляду.

**Провідникова ланка** – це зорові нерви, які з'єднують окремими волокнами світлочутливі елементи (фоторецептори) з проміжним зоровим центром (колінчатим тілом) – частиною мозку, куди передаються фотоелектричні сигнали від фоторецепторів для попередньої обробки зорової інформації. Характерним є перехрещення нервових волокон в зоні хіазми (рис. 1.1). Завдяки цьому сигнали від правої зони поля зору, що генеруються фоторецепторами лівої сторони сітківки, надходять в ліву півкулю мозку, та аналогічно від лівої зони – в праву півкулю.

Далі фотоелектричні сигнали по волокнам Граціоле надходять до кінцевих зорових центрів кори головного мозку, розташованих в потиличній частині черепної коробки (**центральна ланка**). В них здійснюється кінцевий аналіз того, що сприймає око. Підкреслюючи тісний зв'язок оптичної системи ока з фоторецепторами нервової системи їх називають «частиною мозку, що винесена на периферію».

## 1.2. Загальна будова ока людини

Око людини є результат тривалого, протягом мільйонів років, процесу удосконалення світлового сенсору нервової системи живої істоти. На рис. 1.2 показано шлях еволюції світлового сенсору від простої сукупності фоторецепторів – нервових кінцівок, які перетворюють енергію електромагнітних хвиль світлового діапазону в електричні сигнали, до системи фоторецепторів, яка разом із оптичною системою ока фокусує зображення в зоні фоторецепторів.

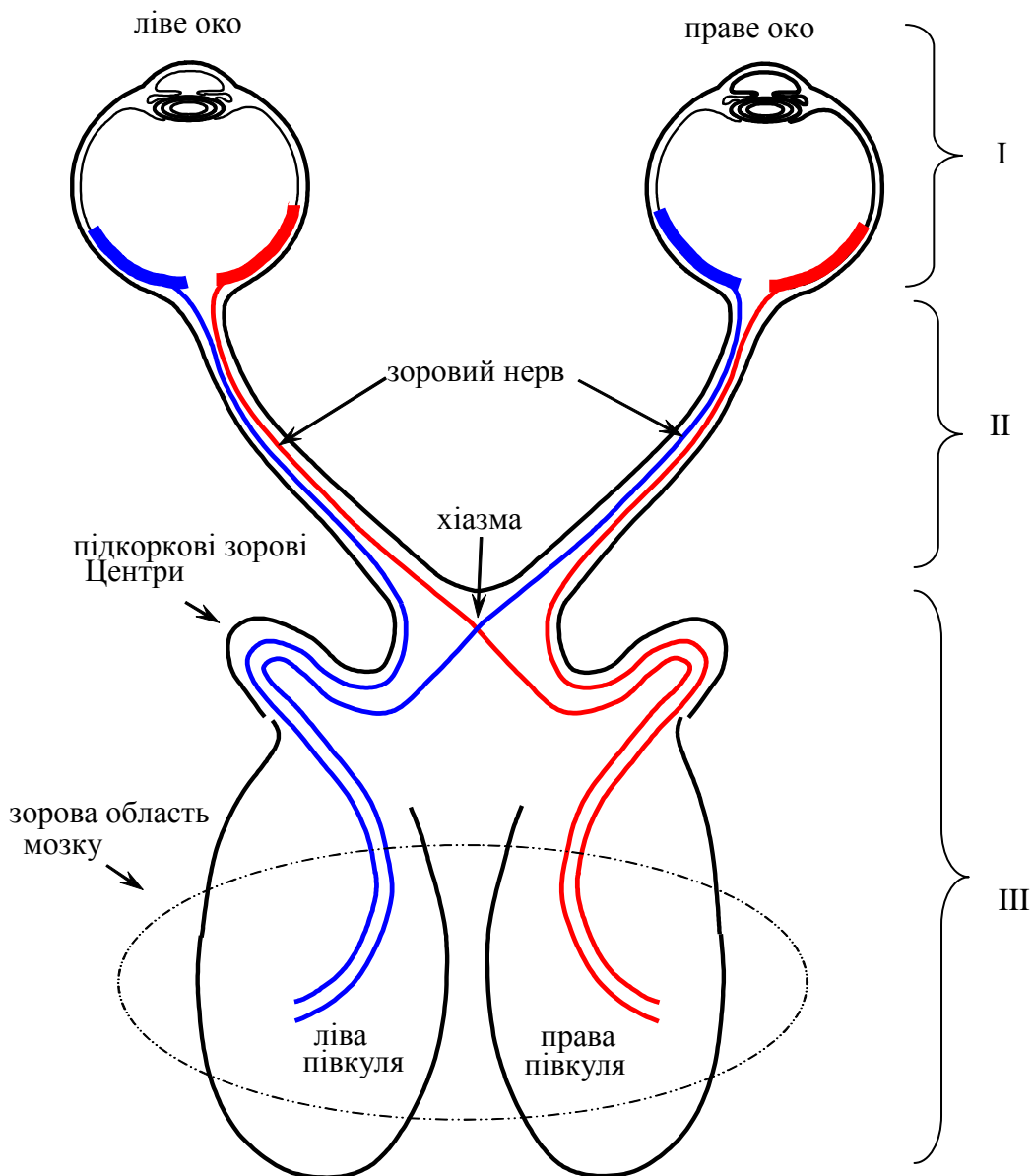


Рис. 1.1. Схема зорового органу людини: I – периферійна ланка; II – провідникова ланка; III – проміжні і кінцеві зорові центри мозку

Проміжний стан будови ока нагадує камеру обскура, крізь отвір якої надходить світло і формує на фоторецепторах розподіл освітленості, ідентичний яскравості світлового поля навколишнього середовища. Відомо, що в камері обскура, для більш точного відображення розподілу світлового поля, потрібно зменшувати діаметр отвору. Однак, це призводить до зменшення освітленості фоторецепторів та до відповідного ослаблення світлочутливості зорового органу. Крім того, при зменшенні діаметру отвору збільшується негативний вплив дифракції світла. Дифракція світлових хвиль на краях отвору

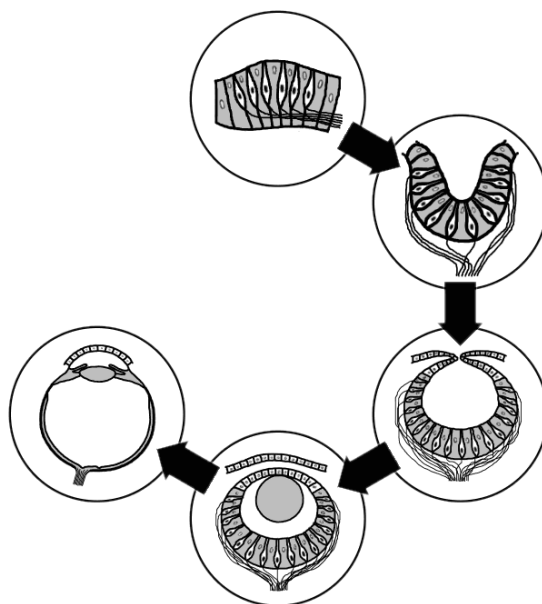


Рис. 1.2. Фази еволюції світлочутливого елемента зорового органу живої істоти

призводить до розмиття зображення та зменшення роздільної здатності зорової системи.

Відомо, що достатню освітленість та зменшений вплив дифракції на якість зображення можна отримати, якщо розширити отвір перед фоторецепторами та вставити фокусуєчий елемент – лінзу. Саме так, в результаті еволюції і сформувалася оптична система ока людини.

Додатковою перевагою такої будови ока є також і те, що система фоторецепторів має захищеність від механічного або хімічного пошкодження. На рис. 1.3 показана схема, яка відображає сучасне наукове уявлення про будову ока людини.

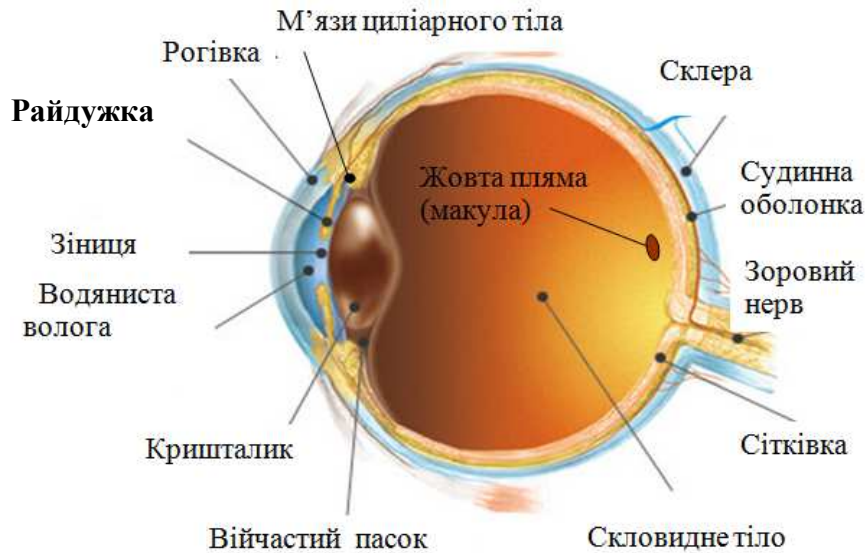


Рис. 1.3. Будова ока людини

Око має форму еліпсоїда, наближеного до сфери, тому часто око вважають сферичним. Діаметр сфери очного яблука залежить від віку та габаритів людини. У дорослої людини він в середньому дорівнює 25 мм. Форма очного яблука трохи відрізняється у людей, які належать до різних рас. У представників європеоїдної раси вона більш сферична, у негроїдів – більш витягнута, еліпсоїдна. Форма очного яблука підтримується скловидним тілом – прозорою, щільною, желеподібною речовиною.

Очне яблуко містить три оболонки. **Склера** представляє собою зовнішню непрозору оболонку із фіброзною структурою і молочно-білим кольором товщиною близько 1 мм. Завдяки своїй міцності склера охороняє внутрішні частини ока від пошкоджень та деформації. В передній, більш опуклій частині склери розміщена **рогівка** – прозоре тіло, яке нагадує лінзу-меніск, через яку світло надходить усередину ока.

Середня оболонка – судинна або **хороїд** названа так тому, що містить судини, які живлять очне яблуко. Вона контактує з циліарним тілом і непрозорою перегородкою – **райдужкою**. Циліарне тіло разом з війчастим тілом утримують **кришталик** – еластичну внутрішню лінзу ока. Еластичність кришталика потрібна для зміни форми його поверхонь, що забезпечується м'язами циліарного тіла. Завдяки цьому здійснюється регулювання оптичної сили оптичної системи ока для фокусування зображення об'єктів на сітківці.

В райдужці є отвір – **зіниця**, діаметр якої змінюється в залежності від освітленості. Цим досягається потрібна освітленість сітківки, достатня для

нормальної роботи зорового органу та захисту сітківки від зайвого світлового потоку.

Між рогівкою і кришталиком знаходиться передня камера з рідиною, яку називають **водянистою вологою**. Задня камера, що знаходиться за кришталиком, заповнена щільною желеподібною речовиною, яку називають **скловидним тілом**. Воно є прозорим та достатньо оптично-однорідним. Завдяки своїм механічним властивостям скловидне тіло підтримує форму очного яблука. Внутрішня оболонка очного яблука вкрита **сітківкою** – системою світлочутливих рецепторів, які є розгалуженням зорового нерву. Її призначення – бути світлочутливим сенсором мозку. Цей сенсор надає мозку можливість здобувати оптичну інформацію про об'єкти та явища в просторі перед оком.

### 1.3. Сітківка

«Стягнута рибацька сітка, закинута на дно очного келиха, яка ловить сонячні промені». Так уявляв собі сітківку ока мудрий грек Герофіл ще в древні часи. Це поетичне порівняння виявилось на диво точним. Зараз впевнено можна стверджувати, що сітківка – саме «сітка», що здатна «ловити» навіть окремі кванти світла. На рис. 1.4 показане очне дно у вигляді, в якому його мають можливість спостерігати офтальмологи за допомогою офтальмоскопа чи

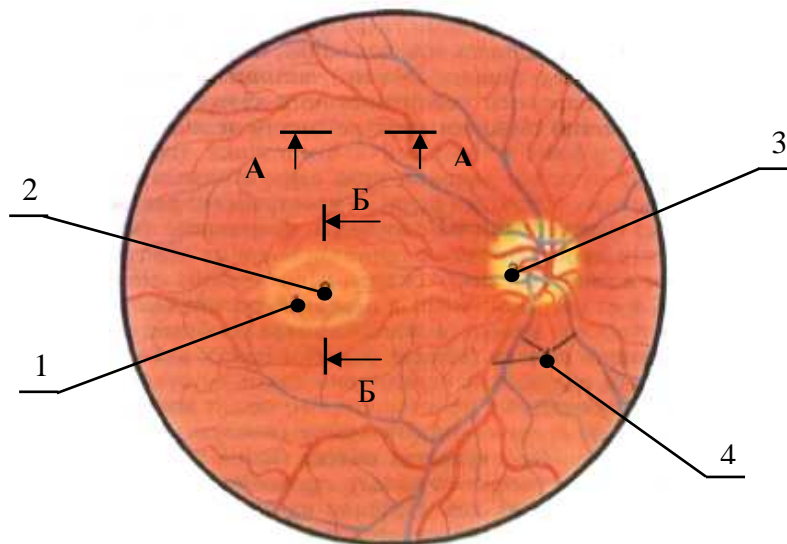
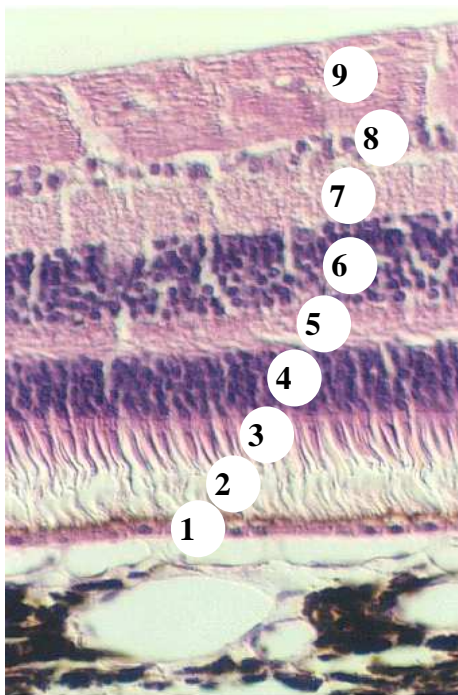


Рис. 1.4. Вид очного дна: 1 – жовта пляма (макула), 2 – центральна ямка жовтої плями, 3 – сліпа пляма (диск зорового нерва), 4 – кровоносні судини

фундус-камери – приладів для спостереження і фотографування очного дна. На зображенні явно виділяються три характерні об'єкти – судинна система, жовта пляма і сліпа пляма.

Судинна система спостерігається крізь тонку прозору плівку сітківки, тому колір очного дна має колір крові, що знаходиться в судинах та капілярах, наповнених кров'ю для живлення сітківки. Проте між судинною оболонкою (хороїдом) та сітківкою розміщується пігментний епітелій (рис. 1.5). В залежності від щільності пігментного епітелію колір сітківки може бути темно-червоним у брюнетів, більш світлим у блондинів, коричневим у осіб монголоїдної раси та темно-коричневим у осіб негроїдної раси.



Судинна оболонка

Гістологічний зріз сітківки

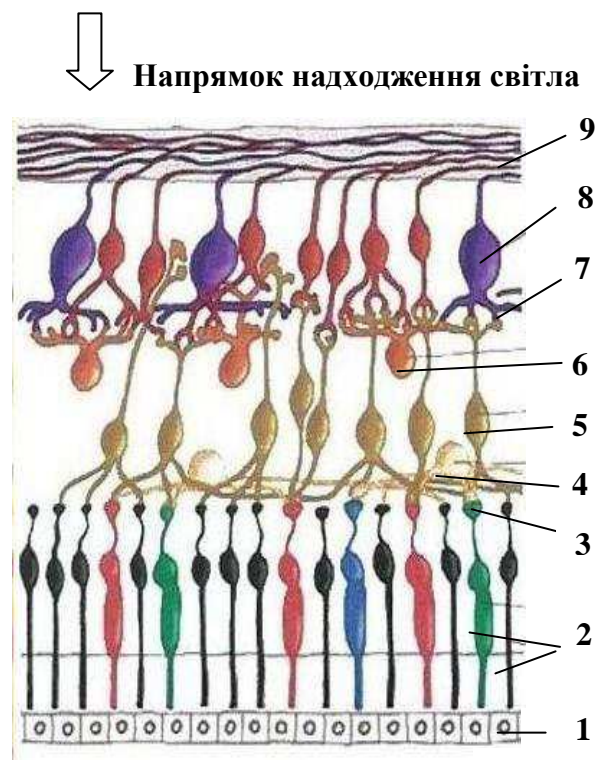


Схема будови сітківки

Рис. 1.5. Перетин А-А (рис. 1.4): 1 – пігментний епітелій; 2 – палочки та ковбочки; 3 – зовнішній переплетений шар; 4 – горизонтальні клітини; 5 – біполярні клітини; 6 – амакринні клітини; 7 – внутрішній переплетений шар; 8 – гангліозні клітини; 9 – нервові волокна (аксони)

**Сітківка** – це багатоелементний фотоприймач зображень, який за спрощеною структурою представляється як розгалуження зорового нерва з додатковими функціями попередньої просторової та часової обробки зображень. Фоточутливими елементами цього фотоприймача є фоторецептори

– **ковбочки** (6...7 мільйонів) та **палички** (100...120 мільйонів), див. рис. 1.5. Сітківка займає зону діаметром біля 22 мм і тому майже повністю (біля 72% внутрішньої поверхні очного яблука) устигає фоторецепторами очне дно від в'їчастого тіла до **сліпої плями** – зони виходу із очного дна зорового нерва. Вихід зорового нерва при офтальмоскопії виглядає як світлий диск внаслідок більшого ніж у інших зонах сітківки коефіцієнта відбиття світла.

В зоні виходу зорового нерва сітківка не має фоточутливих рецепторів, тому зображення об'єктів, які попадають в це місце, людина не бачить (через що її назвали сліпою плямою). Сліпа пляма має розмір приблизно 1,8...2 мм в діаметрі. Вона розташована в горизонтальній площині на відстані біля 4 мм від заднього полюсу очного яблука в напрямку до носу, трохи нижче полюсу.

Центральна зона сітківки, яку називають **жовтою плямою**, **макулою** або **макулярною зоною**, виглядає як найбільш темна зона очного дна. У різних людей вона має колір від темно-жовтого до темно-коричневого та має трохи овальну форму витягнуту в горизонтальній площині. Розмір жовтої плями точно не визначений, але прийнято вважати, що в горизонтальній площині він складає від 1,5 до 3 мм. Жовта пляма, як і сліпа пляма, розміщується не в зоні полюса очного яблука. Її центр зсунутий в горизонтальній площині в протилежному від сліпої плями напрямку на відстань біля 1 мм від осі симетрії оптичної системи ока.

Сітківка має різну товщину. В зоні сліпої плями вона є найбільш товстою (0,4...0,5 мм). Найменшу товщину вона має в центральній зоні жовтої плями (0,07...0,1) мм, яка має назву **центральної ямки** або **фовеа**, рис. 1.6. На краях сітківки (зубчаста лінія) її товщина дорівнює приблизно 0,14 мм.

Хоча сітківка і виглядає як тонка плівка, все ж вона має складну мікроструктуру, представлену на рис. 1.4 гістологічним зрізом та схематично. В напрямку променів, що надходять до сітківки через прозорі середовища ока та мембрану, яка відділяє скловидне тіло від сітківки, першим шаром сітківки є аксони гангліозних клітин – прозорі нервові волокна. Ці волокна є «провідниками», по яким в мозок передаються фотоелектричні сигнали, що несуть в собі інформацію про зорову картину об'єктів спостереження, зображення яких фокусується оптичною системою ока на очному дні. Світло, щільність розподілу якого на поверхні сітківки пропорційна яскравості поля об'єктів, проникає через всі шари сітківки та попадає на світлочутливий шар,



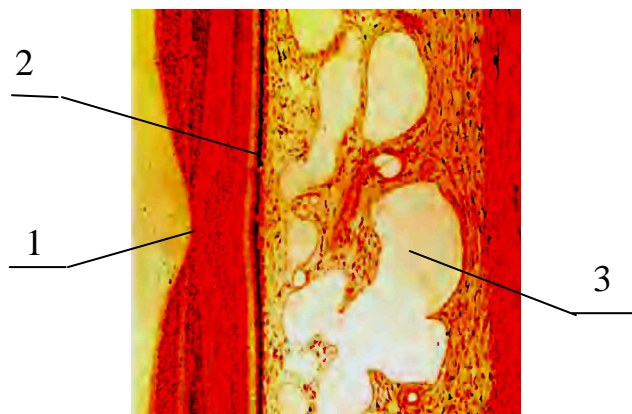


Рис. 1.6. Перетин *Б-Б* сітківки в зоні жовтої плями (вигляд під мікроскопом (рис. 1.4): 1 – центральна ямка жовтої плями (зона фовеа); 2 – пігментний епітелій; 3 – судинна оболонка

складений з ковбочок та паличок. В цьому шарі починається активне поглинання світла.

**Ковбочки** мають довжину 0,035 мм та діаметр від 2 мкм (в центральній зоні жовтої плями) до 6 мкм в периферійній зоні сітківки. Поріг чутливості ковбочок  $\approx 30$  квантів світла, порогова енергія  $1,2 \cdot 10^{-17}$  Дж.

Ковбочки є фоторецепторами денного «кольорового» зору. Найбільшою прихильністю користується трьохкомпонентна теорія Г. Гельмгольца, згідно якої сприйняття оком кольору забезпечується трьома типами ковбочок з різною кольоровою чутливістю. Кожна ковбочка має в різній концентрації три типи пігменту – світлочутливої речовини (**іодопсину**). Перший тип пігменту (синьо-блакитний) поглинає світло в діапазоні довжин хвиль 435...450 нм, другий тип (зелений) – в діапазоні 525...540 нм, третій тип (червоний) – в діапазоні 565...570 нм. В залежності від пропорцій між концентраціями цих пігментів умовно виділяють три типи ковбочок – ковбочки, чутливі до блакитного, зеленого і червоного світла відповідно, тому на рис. 1.5 ковбочки представлено трьома різними кольорами. Такий розподіл спектральної чутливості ковбочок забезпечує зоровій системі можливість відрізнити об'єкти спостережень за їх кольором, що суттєво підвищує інформаційну потужність зорового органу людини.

**Палички** є рецепторами нічного, «чорно-білого» зору. Їх довжина 0,06 мм, діаметр приблизно 2 мкм. Вони мають порогову чутливість біля 12 квантів світла при довжині хвилі 419 нм або порогову енергію  $4,8 \cdot 10^{-18}$  Дж. Отже, вони є більш чутливими до світлового потоку.

Палички містять пігмент **родопсин** – зоровий пурпур – різновид вітаміну А, який поглинає в широкому діапазоні з максимумом в синьо-зеленій зоні спектру (510 нм). Така особливість зорового органу забезпечує людині можливість спостерігати об'єкти з малою яскравістю в умовах вечірніх сутінок або вночі. Проте, внаслідок слабкої спектральної чутливості паличок об'єкти спостереження вночі сприймаються людиною як сірі або чорно-білі.

Щільність розміщення ковбочок і паличок по сітківці не є однаковою. Найбільша щільність спостерігається в зоні жовтої плями. При наближенні до периферії сітківки щільність зменшується. На рис. 1.7 показано умовний розподіл зон навколо жовтої плями за ознакою щільності і наявності паличок і ковбочок.

В центрі фовеа – **фовеолі** – знаходяться лише ковбочки. Їх діаметр в цьому місці є найменшим, вони дуже щільно гексагонально укладені (рис. 1.8). В зоні фовеа щільність ковбочок становить 147...238 тисяч на 1 мм<sup>2</sup>. Ця зона сітківки має найбільшу просторову роздільну здатність, в зв'язку з чим вона призначена для спостереження найбільш важливих фрагментів простору об'єктів, на які людина фіксує свій погляд.

Далі від центра щільність ковбочок зменшується до 95 тисяч на 1 мм<sup>2</sup>, а в парафовеа – до 10 тисяч на 1 мм<sup>2</sup>. Щільність паличок найвища в парафовеолі – 150...160 тисяч на 1мм<sup>2</sup>. Далі від центру їх щільність також зменшується і на периферії сітківки становить лише 60 тисяч на 1мм<sup>2</sup>. Середня щільність паличок на сітківці 80...100 тисяч на 1 мм<sup>2</sup>.

Існує невідповідність між кількістю окремих фоторецепторів (7 мільйонів ковбочок та 120 мільйонів паличок) та 1,2 мільйона волокон зорового нерва. Ця невідповідність проявляється в тому, що кількість «фотоприймачів» більше ніж в 10 разів перевищує кількість «провідників», які з'єднують сітківку з відповідними центрами мозку. Це робить зрозумілою одну з функцій шарів сітківки, показаних на рис. 1.5. Вона полягає в здійсненні такої комутації між окремими фоторецепторами і ділянками зорового центру мозку, яка з одного боку не перевантажує мозок «дрібною», другорядною інформацією, а з іншого – не допускає втрати важливої складової зорової інформації про середовище, що спостерігає око. Тому кожна ковбочка із фовеальної зони має свій персональний канал проходження нервових імпульсів до мозку. Проте, по мірі віддалення від фовеоли, такі канали утворюються вже для груп фоторецепторів.

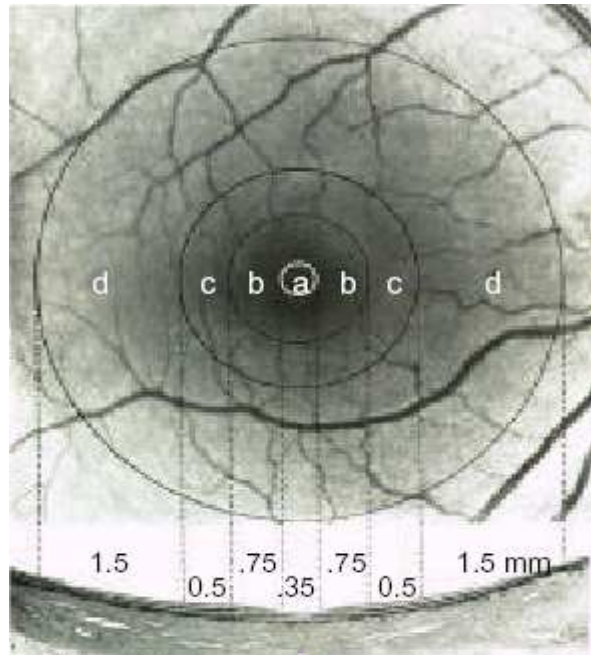


Рис. 1.7. Анатомічний вигляд макулярної області (зони жовтої плями): а – фовеола, b – фовеа, c – парафовеал, d – періфовеал

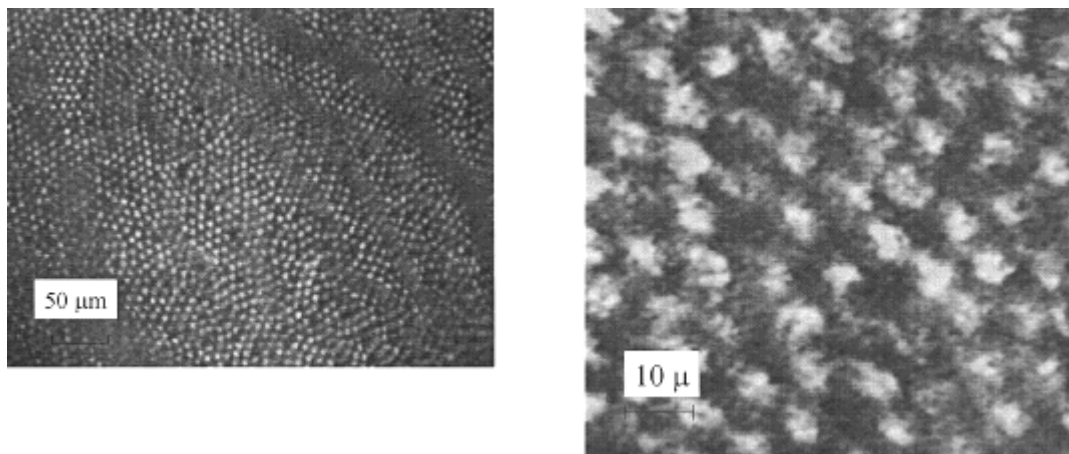


Рис. 1.8. Збільшене зображення сітківки ока людини в зоні фовеоли

Цьому слугують горизонтальні, біполярні, амакринні та гангліозні клітини, а також зовнішні та внутрішні переплетені шари (рис. 1.5).

Якщо кожна гангліозна клітина для передачі в мозок сигналів має лише своє персональне волокно (аксон), то це означає, що вона, завдяки комутаційній дії біполярних та горизонтальних клітин, повинна мати **синапсичний контакт**<sup>1</sup>

<sup>1</sup>**Синапсичні контакти** – електрохімічні контакти (синапси) між клітинами здійснюються завдяки електрохімічним процесам за участю специфічних речовин нейромедіаторів. Вони забезпечують «передачу речовини» по нервам-«провідникам». Тому зв'язки між різними дендритами (**дендрит**–гіллясте відгалуження нервової клітини, що

або з одним (в зоні фовеоли), або з декількома (в периферійній зоні) фоторецепторами. Ясно, що для цього потрібно здійснювати відповідну горизонтальну комутацію фоторецепторів і біполярних клітин на нижчому рівні, а також біполярних та гангліозних клітин на вищому рівні. Така комутація забезпечується горизонтальними та амакриновими клітинами, через відростки яких розповсюджуються зворотні сигнали від мозку, що регулюють синапсичну передачу сигналів від фоторецепторів до горизонтальних і потім біполярних клітин, а також від біполярних до гангліозних клітин. Амакринові клітини здійснюють «бокове гальмування» між сусідніми гангліозними клітинами. Цим зворотнім зв'язком забезпечується така комутація біполярних та гангліозних клітин, яка не тільки вирішує задачу підключення до мозку через обмежену кількість нервових волокон великої кількості фоторецепторів, але й здійснює попередню обробку інформації, що надходить від сітківки до мозку, тобто робить просторову і часову фільтрацію зорових сигналів.

#### **1.4. Оптична система ока**

##### **1.4.1. Еволюція даних про конструктивні параметри оптичної системи ока**

Оптична система ока з давніх часів була предметом підвищеного інтересу вчених, які здійснювали розвиток оптики. Перші відомості про устрій ока датуються приблизно 200-м роком нашої ери. За хронологією наукові дані про оптичну систему ока з'явилися в результаті анатомічних досліджень Леонардо Да Вінчі. З цих досліджень було зроблено висновок, що кришталик – єдиний елемент, який формує зображення на сітківці. В 1604 р. Кеплер припускає існування перевернутого зображення на сітківці, що вже через 15 років підтверджується Шейнером. Більш точний опис оптичної системи ока зроблено Декартом у 1637 році в його науковій праці «Діоптрика».

Перша фізична модель ока скоріш за все належить Гюйгенсу. Сміт (1738 р.) запропонував конструкцію ока, складену з двох півкуль, простір між якими є заповненим водою. Перша півкуля представляє рогівку, друга – сітківку,

---

сприймає сигнали від інших нейронів, рецепторних клітин та проводить нервові імпульси через синапсичні контакти до тіла нейронів) сітківки не тільки залежать від нервових імпульсів у сітківці, але й від процесів у всьому організмі. Ці процеси можуть поставляти нейромедіатори в зони синапсів у сітківці і в мозку як за участю нервових імпульсів, так і з током крові та інших рідин.

причому перша півкуля (рогівка) має радіус кривизни в 3 рази менший, ніж півкуля сітківки.

Перші кількісні дані про конструктивні параметри оптичної системи ока, наближені до сучасних, надає Юнг (1801 р.). Так за Юнгом передній радіус рогівки дорівнює 7,9 мм, а передній та задній радіуси поверхонь кришталіка – 7,6 мм та 5,6 мм відповідно. Глибина передньої камери з водянистою вологою – 3 мм. Показник заломлення скловидного тіла – 1,333, кришталіка – 1,44.

Мозер в 1844 році конструює перше схематичне око. Однак воно є гіперметропічним, тому що має занижену величину показника заломлення кришталіка.

Вперше «точно» схематичне око запропоновано Листінгом. В 1851 році він представляє опис 3-х поверхневої системи схематичного ока з однією поверхнею рогівки і оптично-однорідним кришталіком та з апертурною діафрагмою з отвором 0,5 мм, що розміщена перед кришталіком. В 1900 р. Чернінг пропонує схематичне око з чотирма поверхнями, яке передбачає наявність задньої поверхні рогівки. Гельмгольц (1909 р.) модифікує схематичне око Листінга, змінивши в ньому положення поверхонь двоопуклого кришталіка. Він знаходить конструктивні параметри схематичного ока, що акомодоване на відстань 130,1 мм відносно передньої поверхні рогівки. Гельмгольц також дає опис сконструйованого Листінгом спрощеного схематичного ока, яке має лише одну заломлюючу поверхню рогівки, і має назву **редукованого ока**. Гульстранд (1909 р.) пропонує схематичне око з шістьма оптичними поверхнями, в якому чотири поверхні належать кришталіку. Це око отримало назву **точного схематичного ока № 1 за Гульстрандом**, яке Гульстранд представив у двох варіантах. Перший варіант – релаксоване око (розслаблене, акомодоване на нескінченність). Другий варіант – акомодоване на кінцеву відстань. Аналогічними двома варіантами він представляє спрощену версію схематичного ока, яка отримала назву **спрощеного схематичного ока № 2 за Гульстрандом**. В цій версії рогівка має лише одну поверхню.

В 1952 році Емслі пропонує модифіковану версію спрощеного ока Гульстранда. Емслі надає кришталіку таку ж товщину, що і у точного ока Гульстранда, але змінює показники заломлення водянистої вологи, скловидного тіла та кришталіка. Це модифіковане око іноді називають **оком за Гульстрандом-Емслі**. Емслі також пропонує редуковане схематичне око (рис.1.9).

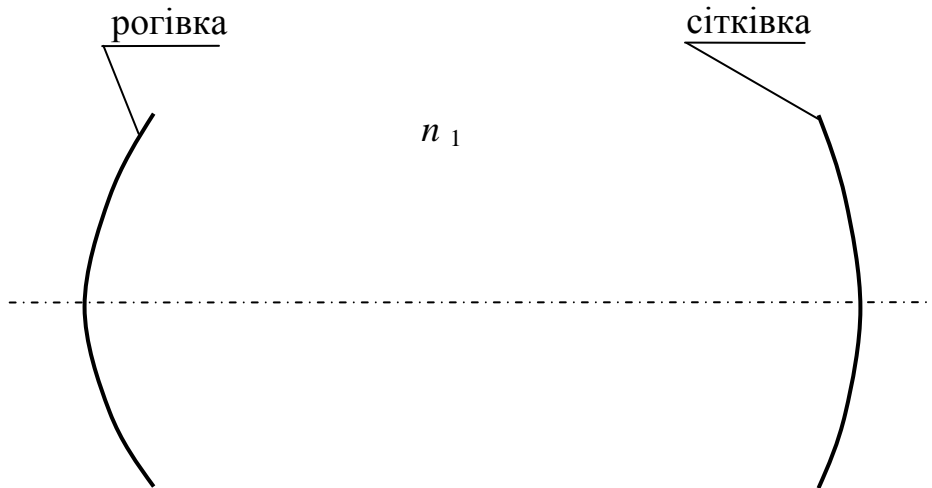


Рис. 1.9. Редуковане схематичне око

Разом з точним оком Гульстранда, оком Гульстранда-Емслі та редукованим оком Емслі широке розповсюдження набуває схематичне око Ле Гранда (1945 р.) з 4-ма заломлюючими поверхнями, яке називають **повним теоретичним оком Ле Гранда** (Ле Гранд та Ель Хейдж, 1980 р.). В цьому оці представлено модифікацію схематичного ока Чернінга. Ле Гранд також представляє спрощену 3-поверхневу модель, яка має лише одну поверхню рогівки та кришталік з нульовою товщиною. Недостатня товщина кришталіка обмежує практичну придатність цієї моделі.

Нижче наведені дані про внутрішні та зовнішні параметри схематичних очей за Гульстрандом, Ле Грандом, Емслі. Сутність цих параметрів пояснена на рис. 1.10.

**Головними точками** передньою  $H$  та задньою  $H'$  називають точки на оптичній осі, які знаходяться в передній та задній головній площині оптичної системи відповідно.

**Головним площинами** оптичної системи називають дві оптично спряжені площини (друга є зображенням першої і навпаки), в яких  $\beta = +1$ , де  $\beta$  – лінійне чи поперечне збільшення (відношення розміру зображення об'єкта до розміру цього об'єкта).

**Вузловими точками** передньою  $N$  та задньою  $N'$  називають дві оптично спряжені точки на оптичній осі, відносно яких  $\gamma = +1$ , де  $\gamma$  – кутове збільшення системи,  $\gamma = \text{tg } \sigma' / \text{tg } \sigma$ , де  $\sigma$  – кут нахилу до оптичної осі променя, що надходить

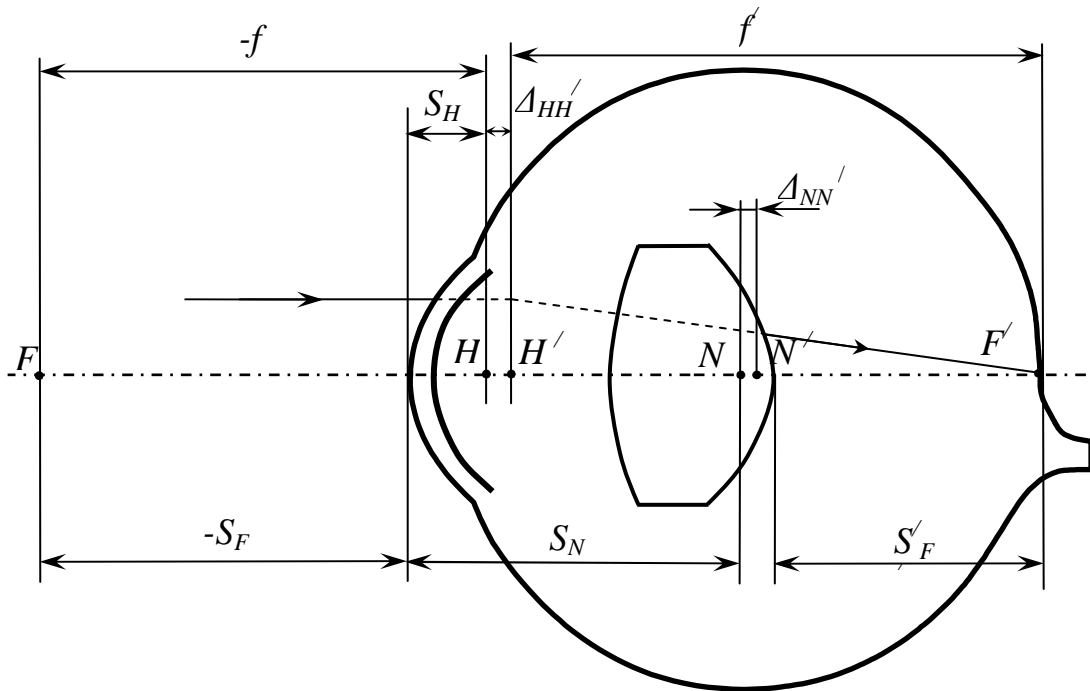


Рис. 1.10. Внутрішні та зовнішні параметри схематичних очей:

$F$  – передній фокус;  $F'$  – задній фокус;  $H$  – передня головна точка;  $H'$  – задня головна точка;  $N$  – передня вузлова точка;  $N'$  – задня вузлова точка;  $f$  – передня фокусна відстань;  $f'$  – задня фокусна відстань;  $S_F$  – передній фокальний відрізок;  $S'_{F'}$  – задній фокальний відрізок

в оптичну систему,  $\sigma'$  – кут нахилу до оптичної осі того ж самого променя, що виходить з оптичної системи). З визначення вузлових точок зрозуміло, що промінь, який надходить в оптичну систему через передню вузлову точку під деяким кутом нахилу до оптичної осі виходить із системи вже через задню вузлову точку, але під тим самим кутом нахилу до оптичної осі.

#### 1.4.2. Сучасні моделі схематичного ока

В останні часи до практичного застосування запропоновано ще більш вдосконалені моделі ока. Вдосконалення стосуються створення таких модифікацій попередніх схематичних очей, які більш точно моделюють проходження пучків променів не лише в параксіальній зоні, але й в більш широкій зоні зіниці. До того ж, знайдені моделі, які достатньо точно моделюють проходження через око пучків променів з великим нахилом до

оптичної осі. Такі модернізації супроводжуються введенням в схематичне око асферичних поверхонь. Вони надають сферичній аберації, астигматизму та хроматизму положення схематичного ока більш реалістичних значень, які узгоджуються з результатами клінічних досліджень аберацій живого ока. Так, з'явилися моделі Лотмара (1971 р.), Коймана (1983 р.) та Наваро (1985 р.).

В моделі Лотмара для забезпечення клінічних рівнів сферичної аберації передня поверхня рогівка має поліноміальну форму, яка визначається з клінічних вимірювань. Задня поверхня кришталіка має форму параболоїда.

Койман та Наваро пропонують моделі, в яких асферичними є всі чотири поверхні оптичної системи ока. **Модель Коймана** враховує розподіл освітленості в зображенні точки на сітківці. **Модель Наварро** враховує дисперсію оптичних середовищ ока, що є важливим для моделювання хроматичної аберації ока людини.

З'являються моделі, в яких конструктивні параметри мають залежність від акомодативного стану ока, а також від віку людини. Так, в 1980 р. Блейкер надає опис **адаптивного схематичного ока**. Воно представляє собою модифіковане параксіальне схематичне око Гульстранда № 1, в якому кришталік має дві поверхні, але показник заломлення кришталіка – градієнтний. При цьому градієнтний показник заломлення, радіуси поверхонь кришталіка, товщина передньої камери та кришталіка є лінійними функціями від величини акомодатії. В 1991 р. Блейкер модифікує схематичне око, враховуючи в ньому вплив віку людини на радіуси поверхонь кришталіка та на осьові товщини передньої камери і кришталіка, а також враховує зменшення обсягу акомодатії залежно від віку людини.

В останній час поширення набула **аризонська модель ока**, розроблена з урахуванням клінічних аберацій як осьових, так і позаосьових (нахилених) пучків променів. Параметри даної моделі вибрано у відповідності до середніх даних людського ока. Кришталік в ній має однорідний показник заломлення і, відповідно, не моделює реальне градієнтне розподілення показника заломлення в кришталіку. Проте обраний показник заломлення кришталіка, дисперсія й остаточні константи добре підходять для моделювання клінічних аберацій.

Аризонська модель ока спроектована для моделювання поздовжньої хроматичної аберації ока по даним Атчісона і Сміта [2]. До того ж, ця модель ока моделює середню поздовжню сферичну аберацію ока, знайдену Портером та ін. для зіниці в 5,7 мм. Для акомодатії в 3 діоптрії поздовжня сферична аберація в моделі наближається до нуля. Для кутів поля зору, що не



перевищують  $40^\circ$ , модель приблизно моделює запропонований Атчісоном і Смітом клінічний рівень астигматизму. Кривизна сітківки спроектована так, щоб розділяти точки фокусів меридіональних і сагітальних перетинів променів.

Детальну інформацію про параметри існуючих схематичних очей можна знайти в роботі [1]

### **1.4.3. Усереднені значення і діапазони величин параметрів оптичної системи ока**

- Радіус передньої поверхні рогівки – 7,8 мм (діапазон 7,0...8,65 мм)
- Радіус задньої поверхні рогівки – 6,8 мм (діапазон 6,5...7,0 мм)
- Осьова товщина рогівки – 0,4 мм (діапазон 0,35...0,5 мм)
- Оптична сила рогівки – 42,4 дптр (діапазон 37,7...48,0 дптр )
- Осьова товщина передньої камери – 3,7 мм (діапазон 2,8...4,6 мм)
- Радіус передньої поверхні кришталика – 10,2 мм (діапазон 8,8...11,9 мм)
- Радіус задньої поверхні кришталика – 6,0 мм (діапазон 5,8...6,2 мм)
- Осьова товщина кришталика – 4,0 мм (діапазон 3,6...5,0 мм)
- Оптична сила кришталика – 20,4 дптр (діапазон 15,0...27,0 дптр)
- Осьова товщина ока – 24,0 мм (діапазон 20,0...29,5 мм)
- Оптична сила ока 59,6 дптр (діапазон 54,0...65,0 дптр)

## РОЗДІЛ 2

### ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ ЗОБРАЖЕНЬ, СФОРМОВАНИХ НА СІТКІВЦІ ОПТИЧНОЮ СИСТЕМОЮ ОКА

Якість зображень, які формує оптична система ока, визначається дифракцією світлових хвиль на краях зіниці, абераціями оптичної системи ока оптичними неоднорідностями оптичних середовищ ока та рівнем розсіяного світла – фонові освітленості сітківки. Для визначення якості зображення на сітківці використовують декілька різних за своєю фізичною суттю параметрів та характеристик [3, 4, 5]. Серед них найбільше поширення отримали:

- гострота зору,
- функція розсіювання точки (ФРТ),
- число Штреля,
- модуляційна передавальна функція (МПФ).

#### 2.1. Гострота зору (Visual acuity)

**Гострота зору** – це характеристика не тільки якості зображень на сітківці, що формує оптична система ока, але й якості функціонування всього зорового органу, його здатності роздільно та чітко сприймати відносно малі за розміром деталі простору об'єктів. Проте якість функціонування зорового апарату в значній мірі залежить від якості зображень на сітківці. На рис. 2.1 показано як виглядає зображення об'єктів на сітківці при нормальній якості функціонування оптичної системи ока та при наявності в ній абераційних спотворень.

Гостроту зору визначають через мінімальну кутову відстань між двома точками простору об'єктів, при якому око бачить ці точки як роздільні, тобто як такі, що суб'єктивно не зливаються в одну. Цю кутову відстань  $\epsilon_{\min}$  називають **кутовою межею розділення**.

У людини з нормальним зором кут  $\epsilon_{\min}$  в середньому дорівнює 1 кут. хв., що збігається з дифракційною межею розділення, якщо діаметр зіниці ока дорівнює приблизно 3 мм. При вказаній величині кута  $\epsilon_{\min}$  зображення двох точок на сітківці збуджують дві ковбочки сітківки, між якими знаходиться ще одна – не збуджена.



Рис. 2.1. Зображення, яке бачить око при нормальному функціонуванні оптичної системи (ліворуч) та при наявності в оптичній системі ока абераційних спотворень (праворуч)

**Гострота зору** визначається числом  $\theta$ , зворотнім величині  $\epsilon_{\min}$ , яка визначена у кутових хвилинах:

$$\theta = \frac{1 \text{ кут. хв.}}{\epsilon_{\min} [\text{кут. хв.}]}$$

При  $\epsilon_{\min} = 1'$  гострота зору  $\theta = 1$ . Ця величина означає **нормальну гостроту зору** людини.

Гострота зору обумовлена дією двох груп факторів – ендогенних, що характеризують зоровий апарат людини, та екзогенних, пов'язаних з умовами, в яких визначається гострота зору.

До ендогенних факторів відносять абераційну складову рефракції, обсяг акомодатії та розмір зіниці. Вони дуже суттєво впливають на гостроту зору. Так, найвища гострота зору спостерігається лише в межах акомодатії, вона швидко зменшується за її межами внаслідок аметропії та пресбіопії. До того ж, гострота зору є найвищою в центральній зоні сітківки – фовеальній зоні, що в просторі об'єктів відповідає куту в декілька (4...6) $^{\circ}$ . По мірі віддалення від центру фовеа гострота зору помітно зменшується. На кутовій відстані 20 $^{\circ}$  від неї вона складає лише  $\approx 0,1$  від максимального значення.

Екзогенні фактори – яскравість фону, на якому спостерігається об'єкт та контраст об'єкту і фону. Із збільшенням яскравості фону та контрасту об'єкту гострота зору також збільшується.

Гострота зору істотно залежить від віку людини та її фізичного та психічного стану. У людей молодого віку досить часто кут  $\varepsilon_{\min} = (0,67...0,5)'$ , при якому гострота зору, згідно вище приведеної формулі, становить 1,5...2,0 відповідно, тобто є більшою за одиницю. Це випадки **підвищеної гостроти зору**.

Факт підвищеної гостроти зору, що перевищує дифракційну межу, свідчить про істотний вплив на величину цього параметру механізму обробки зображень на сітківці, яку здійснює мозок.

З віком через погіршення стану оптичної системи ока гострота зору зменшується і стає **зниженою**, тобто меншою за одиницю, що означає перехід стану ока до патологічного.

## **2.2. Параметри та характеристики якості зображень на сітківці**

### **2.2.1. Функція розсіювання точки (ФРТ)**

#### **Point Spread Function (PSF)**

Оптична система ока призначена формувати такий розподіл освітленості на поверхні очного дна, який подібно відтворює просторовий розподіл яскравості об'єктів, розташованих перед оком. В першу чергу ця умова стосується зображень в макулярній зоні сітківки.

Об'єкти, на яких фіксується погляд, можуть бути точковими (зірки, віддалені штучні джерела світла), а також протяжними (всі інші, тобто не точкові, первинні чи вторинні джерела світла). Протяжні об'єкти можна вважати такими, що складені із точкових. Якщо відомо як оптична система формує зображення точкових джерел, то є можливість математично визначати як вона буде формувати зображення протяжних об'єктів.

Інформацію про вигляд зображення точки надає функція розсіювання точки  $E(x', y')$  – функція, що описує розподіл освітленості у зображенні точки, розташованій у конкретному місці простору об'єктів.

На рис. 2.1 показано графік функції  $E(x', y')$  можливого розподілу освітленості в зображенні точки на сітківці (довільний приклад), форма якого залежить від дії декількох найбільш важливих факторів:

- дифракції світлових хвиль на краях зіниці,
- абераций оптичної системи ока (спотворення хвильових фронтів),

- розсіювань в оптичних середовищах ока через їх оптичну неоднорідність.

Отже функція розсіювання точки є важливою характеристикою дії оптичної системи ока.

Якщо в оптичній системі ока аберації відсутні і оптичні середовища є оптично однорідними (чого реально не буває), тоді діючим залишається лише один фактор – дифракція на круглій зіниці ока. Дифракція існує завжди бо породжена хвильовою природою світла. При цьому функція розсіювання точки у геометричній фокальній площині оптичної системи ока має вигляд і описується функцією  $E(x', y')$ , рис. 2.2

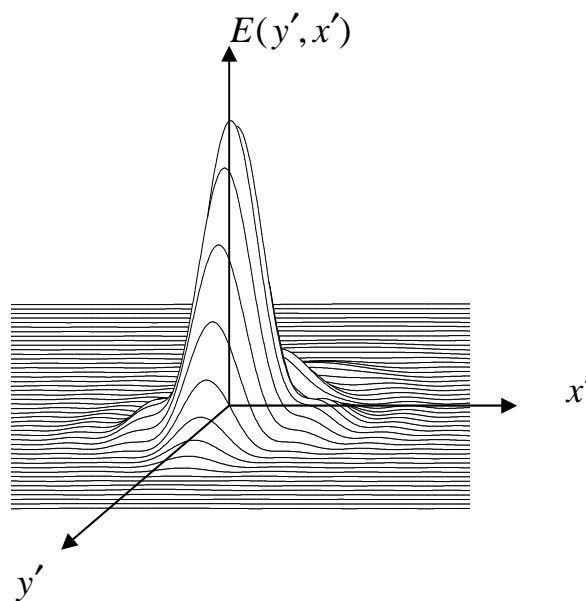


Рис. 2.1 Розподіл освітленості у зображенні точки в площині сітківки

Розподіл освітленості в дифракційному зображенні точки, сформованому безабераційною оптичною системою представлено виразом (2.2) та рис. 2.3.

$$E(y', x') = E_0 \left[ \frac{2J_1(\pi A \sqrt{x'^2 + y'^2 \lambda^{-1}})}{(\pi A \sqrt{x'^2 + y'^2 \lambda^{-1}})} \right]^2 \quad (2.2)$$

де  $J_1(\dots)$  – функція Беселя першого роду першого порядку;

$A = \frac{D}{2f'}$ , де  $D$  – діаметр зіниці ока;

$f'$  – задня фокусна відстань;

$\lambda$  – довжина світлової хвилі;

$\sqrt{y'^2 + x'^2} = \rho$  – відстань від початку координатних осей  $[x', y']$  до периферійної точки, де визначається освітленість.

$\rho_1$  – радіус першого темного кільця (першого мінімуму функції  $E(x', y')$ ), в межах якого знаходиться коло Ейрі – зона, в якій сконцентровано 83,8 % всього світлового потоку, з якого формується дифракційне зображення точки.

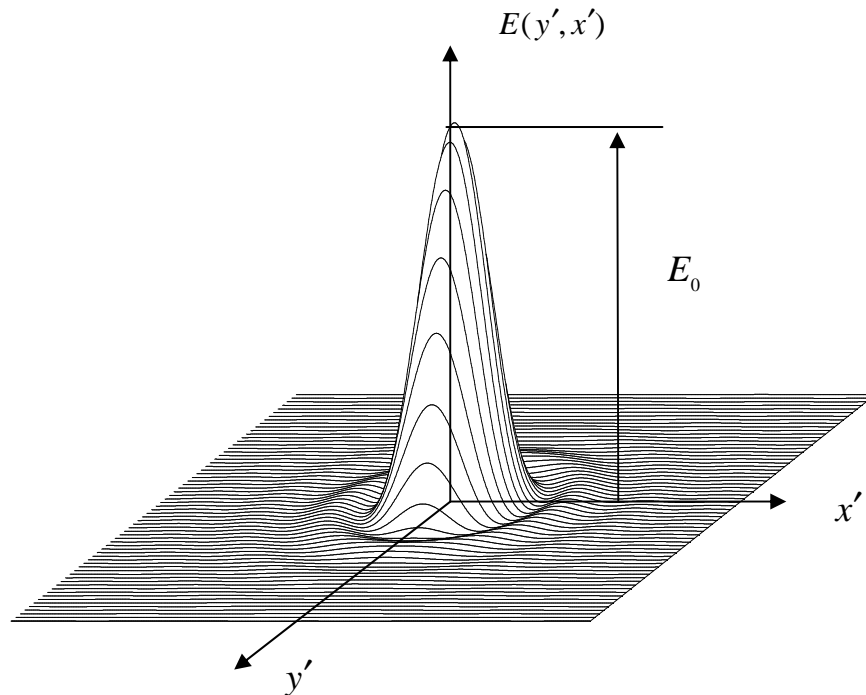


Рис. 2.2. Графік ФРТ дифракційного безабераційного зображення точки

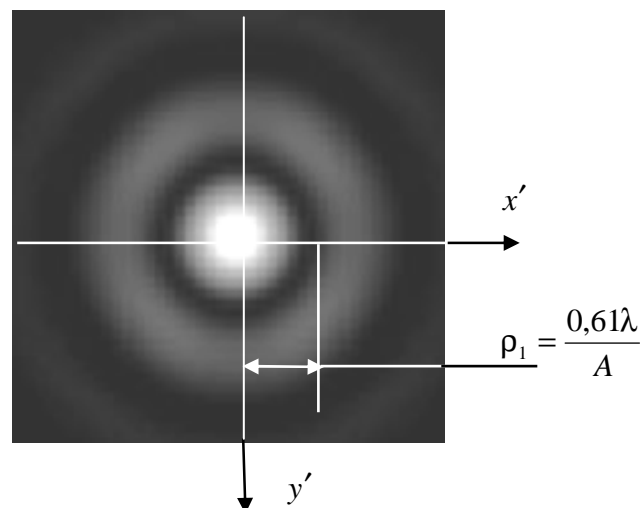


Рис. 2.3. Розподіл освітленості в дифракційному зображенні точки:

Все вище викладене відносно функції  $E(x', y')$  є вірним при умові, що отвір зіниці є круглим, рівномірно освітленим, а приведений до площини зіниці коефіцієнт світлових втрат, які мають місце в очних середовищах, є величиною незмінною для будь-якої точки в колі зіниці.

За правилом Релея величина  $\rho_1$  є лінійною просторовою межею роздільної здатності штучної оптичної системи. За Релеєм зображення двох точок, які знаходяться одна від одної на відстані  $\leq \rho_1$ , око сприймає як зображення однієї точки, тобто не розділяє їх.

Особливість роздільного сприйняття зоровим органом зображень двох точок на сітківці полягає в тому, що вони своїми центрами повинні розташовуватися так, як показано на рис. 2.4. Між двома фоторецепторами, над якими розміщені зображення цих точок, повинен знаходитися проміжний фоторецептор, що забезпечує сприйняття різниці між  $E_{\max}$  та  $E_{\min}$  завдяки контрастній чутливості ока.

Величина освітленості  $E_0$  в центрі дифракційного зображення точки може бути розрахованою виходячи з того, що світловий потік, який формує коло Ейрі складає  $0,8438\Phi$ . Світловий потік  $\Phi$ , що формує дифракційне зображення точки визначається як

$$\Phi = \tau E_{\text{зін}} Q_{\text{зін}},$$

де  $\tau$  – коефіцієнт світлопропускання оптичної системи ока;

$E_{\text{зін}}$  – освітленість площини зіниці ока;

$Q_{\text{зін}}$  – площа зіниці ока.

Якщо інтегрувати світловий потік, що знаходиться в колі Ейрі, та прирівняти його до величини  $0,8438\Phi$ , отримуємо можливість визначити освітленість  $E_0$  в центрі дифракційного зображення точки. З урахуванням наявності скловидного тіла перед сітківкою, яке має показник заломлення  $n_{\text{cm}}$ , формула розрахунку  $E_0$  має вигляд:

$$E_0 \cong 0,0246 n_{\text{cm}}^2 \frac{D^4}{(f' \lambda)^2} \tau E_{\text{зін}} = 0,0246 \frac{D^4}{(f \lambda)^2} \tau E_{\text{зін}}, \quad (2.3)$$

де  $f'$  – задня фокусна відстань оптичної системи ока,

$f$  – передня фокусна відстань.

В реальній оптичній системі ока крім дифракції завжди мають місце аберації. Оптичні аберації – це спотворення сферичної форми хвильових фронтів, які надходять в око від точкових джерел. Універсальною

характеристикою аберцій оптичної системи ока є функція хвильової аберції, визначення якої наведено у розділі 3.

Причиною аберцій є:

- дефекти геометричної форми оптичних поверхонь ока та їх оптичні властивості порушувати гомоцентричність пучків променів, що заломлюються на них,
- не співвісне розміщення оптичних поверхонь, нахил візуальної осі до оптичної осі ока,
- оптичні неоднорідності (більш детальна інформація про аберції ока викладена у наступних розділах).

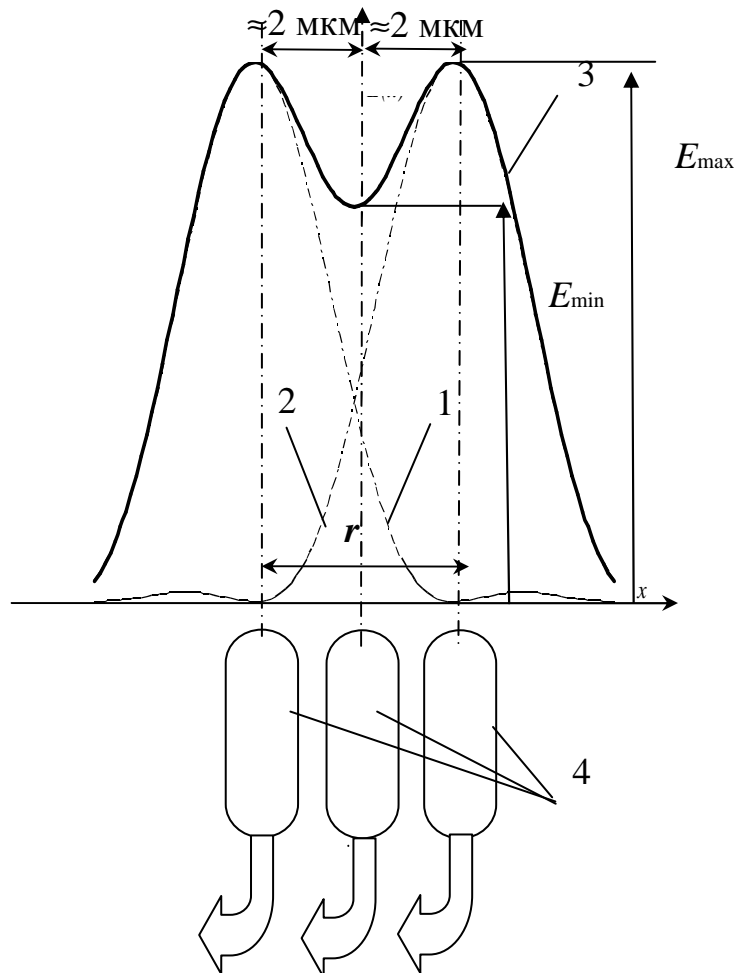


Рис. 2.4. До визначення обмежень, що вносить сітківка у просторово-роздільну здатність ока: 1, 2 – розподіл освітленості в дифракційному зображенні двох окремих точок; 3 – розподіл освітленості в дифракційному зображенні двох точок; 4 – ковбочки в зоні фовеоли



В результаті дії аберацій функція розсіювання точки істотно змінюється, вигляд її графіка стає несхожим на той, що представлений на рис.2.2, 2.3. Аналіз та дані про вплив аберацій на ФРТ і на вигляд зображення точки приведені у розділах 3, 5.

Одним із впливових факторів на вигляд ФРТ є оптичні неоднорідності середовищ ока. Вони є проявом особливостей анатомічної будови кришталика та скловидного тіла. Результат дії оптичної неоднорідності середовищ ока дуже наочно демонструє відомий малюнок Гельмгольца:

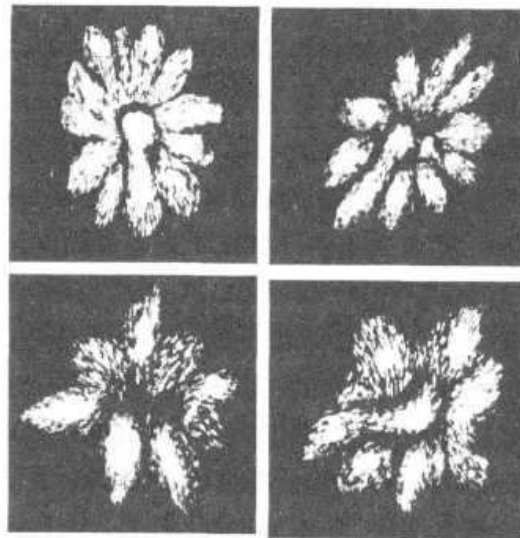


Рис. 2.5. Замальовки Гельмгольца зображення точки у власному оці при різних станах напруги акомодациї.

### **2.2.2. Число Штреля**

Аберації будь-якої оптичної системи змінюють розподіл освітленості в дифракційному зображенні точки. Вже при невеликій хвильовій аберації (долях світлової хвилі) спостерігається зменшення освітленості  $E_0$  в центрі дифракційного зображення точки.

При малих хвильових абераціях ( $\leq 0,25\lambda$ ), як видно з рис. 2.6, спостерігається перерозподіл світлового потоку із центрального ядра (кола Ейрі) у сусідні кільця.

Співвідношення  $S = \frac{E_1}{E_0}$  має назву число Штреля .

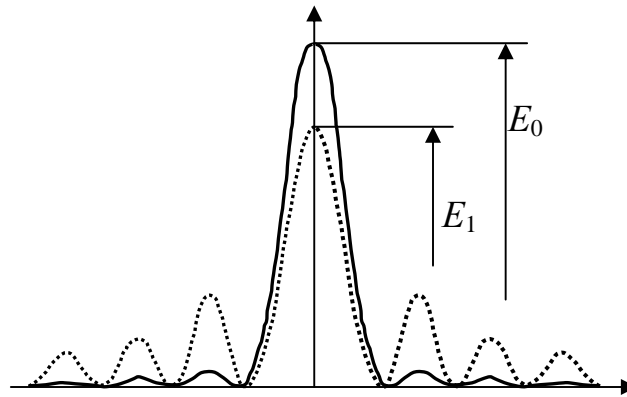


Рис. 2.6. Вплив малих аберацій на вигляд ФРТ: суцільною лінією показано розподіл освітленості в зображенні точки при відсутності аберацій, штриховою лінією – розподіл освітленості при наявності малих аберацій

Поява в оптичній системі вже невеликої хвильової аберації починає суттєво впливати на значення числа  $S$ , зменшуючи його. Це дозволило використати число Штреля для створення критерія допустимої величини хвильової аберації. Так було встановлено, що якість зображення, сформованого оптичною системою, є практично дифракційно обмеженою (тобто безабераційною) якщо число Штреля відповідає умові:

$$S \geq 0,8.$$

На цій основі Марешаль запропонував свій критерій якості. Для цього він використав математичний зв'язок між числом Штреля і середньоквадратичним відхиленням  $СКВ_w$  значень хвильової аберації, встановленим для всієї зони зіниці:

$$S \approx 1 - 4\pi^2 \left( \frac{СКВ_w}{\lambda} \right)^2. \quad (2.4)$$

Із нерівності  $1 - 4\pi^2 \left( \frac{СКВ_w}{\lambda} \right)^2 \geq 0,8$  випливає умова допустимої величини  $СКВ_w$ . При  $СКВ_w \leq \lambda/14$  величина  $S$  не є меншою за 0,8, а тому якість зображення точки практично не відрізняється від безабераційної.

Умову  $СКВ_w \leq \lambda/14$  називають критерієм Марешаля.

### 2.2.3. Модуляційна передавальна функція оптичної системи ока (Modulation Transfer Function (MTF))

Головним призначенням оптичної системи ока є формування на сітківці зображень картин простору об'єктів. Для зручності подальшого викладання матеріалу картину простору об'єктів назвемо вхідним просторовим сигналом, а зображення на сітківці – вихідним просторовим сигналом оптичної системи.

Відомо, що будь-яку картину простору об'єктів можна за допомогою інтегрального перетворення Фур'є представити спектром просторових гармонік.

Оптична система, що формує вихідний сигнал, впливає на його просторовий спектр вхідного сигналу, змінюючи його. Ці зміни полягають в наступному:

- контраст зображень просторових гармонік вихідного сигналу зменшується у порівнянні з контрастом відповідної гармоніки вхідного сигналу;
- спостерігаються просторово-фазові зсуви гармонік вихідного сигналу;
- починаючи з деякої просторової частоти гармоніки вхідного сигналу не передаються оптичною системою на її вихід, тобто їх контраст в просторовому спектрі зображень дорівнює нулю, а тому вони не спостерігаються у вихідному сигналі.

Характеристикою передачі контрасту просторових гармонік з вхідного сигналу у вихідний є **модуляційна передавальна функція (МПФ)**. Вона демонструє властивість оптичної системи ока зменшувати контраст зображень об'єктів на сітківці залежно від просторової частоти гармонік спектру.

На рис. 2.7 зліва зображено розподіл яскравості  $L$  ґратки, яка моделює з просторовою частотою  $v_{x\theta} = \frac{1}{T_{x\theta}}$  гармоніку вхідного сигналу, Контраст яскравості ґратки визначається формулою:

$$K_o(v_{x\theta}) = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}},$$

а контраст освітленості зображення ґратки:

$$K_z(v'_{x\theta}) = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}},$$

де  $v'_{x\theta} = \frac{1}{T'_{x\theta}}$  – просторова частота зображення ґратки,

$T'_{x\theta}$  – просторовий період у зображенні ґратки,

$$T'_{x\theta} = T_{x\theta}\beta,$$

де  $\beta$  – лінійне збільшення зображення ґратки.

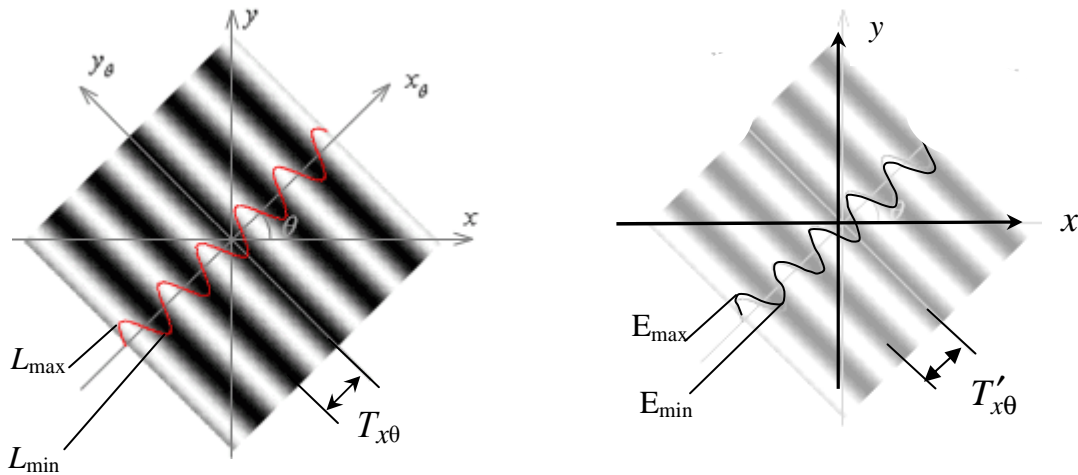


Рис. 2.7 Ґратки, що моделюють просторові гармоніки: справа – фрагмент гармоніки із спектру об'єкту, зліва – із спектру зображення об'єкту

В наведених виразах  $L_{\max}$  та  $L_{\min}$  – максимальне та мінімальне значення яскравості, а  $E_{\max}$  та  $E_{\min}$  – максимальне та мінімальне значення освітленості. Контрасти є максимальними і дорівнюють одиниці, коли  $L_{\min} = 0$  та  $E_{\min} = 0$ .

Співвідношення контрасту гармоніки зображення до контрасту гармоніки об'єкту є значенням модуляційної передавальної функції на просторовій частоті  $v'_{x\theta}$ :

$$\text{МПФ}(v'_{x\theta}) = \frac{K_3(v'_{x\theta})}{K_0(\beta^{-1}v'_{x\theta})}.$$

На рис. 2.8 показано графіки  $\text{МПФ}(v'_{x\theta})$  при двох станах оптичної системи ока.

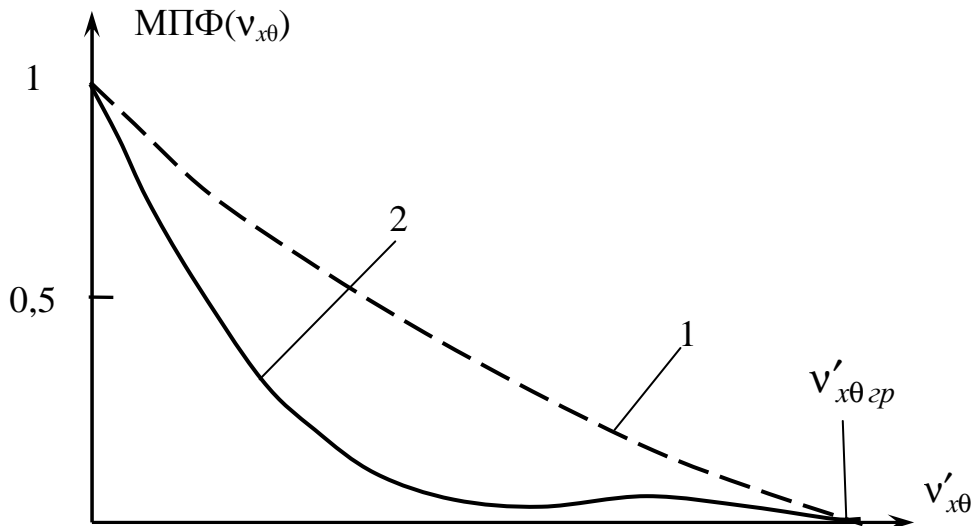


Рис. 2.8. Модуляційна передавальна функція: 1 – безабераційної, дифракційно-обмеженої оптичної системи ока; 2 – абераційної оптичної системи ока

Якщо коефіцієнт пропускання світла оптичною системою ока однаковий у всіх точках зіниці, а сама система не має аберацій, то  $\text{МПФ}(v'_{x\theta})$ , яка представлена на рис. 2.8 графіком 1, має аналітичний вираз:

$$\text{МПФ}(v'_{x\theta}) = \frac{1}{\pi} \{ 2 \arccos(\lambda |f| D^{-1} v'_{x\theta}) - \sin[2 \arccos(\lambda |f| D^{-1} v'_{x\theta})] \}. \quad (2.5)$$

Гранична просторова частота, яку може відтворити оптична система, визначається величиною  $v'_{x\theta_{gp}}$ , при якій  $\text{МПФ}(v'_{x\theta}) = 0$ . Формула розрахунку граничної просторової частоти у зображенні наведена нижче:

$$v'_{x\theta_{gp}} = \frac{D}{|f| \lambda}, \quad (2.6)$$

де  $f$  – передня фокусна відстань ока.

Потрібно відзначити, що вирази (2.5), (2.6) відрізняються від точних тим, що в них зроблена заміна  $2 \sin \sigma'_a$  на  $2 \text{tg} \sigma'_a = \frac{D}{|f|}$ , де  $2 \sigma'_a$  – задній апертурний

кут, а  $\frac{D}{|f|}$  відносний отвір оптичної системи ока. Проте у ока величина заднього апертурного кута настільки мала, що це дозволяє вважати  $\text{tg} \sigma'_a \cong \sin \sigma'_a$ . Тому для ока така заміна практично не змінює результатів

розрахунків за вище вказаними наближеними формулами. Відмінності між точними і наближеними результатами розрахунками за формулами (2.5), (2.6) є мізерними.

При діаметрі зіниці ока  $D = 3$  мм, передній фокусній відстані  $f = -17$  мм, та довжині хвилі  $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-3}$  мм, гранична найбільша просторова частота, яка ще може бути присутньою у просторовому спектрі зображення на сітківці, становить  $\nu'_{x\theta_{gp}} \approx 320$  лін/мм. При цьому граничний період ґратки у зображенні

на сітківці  $T'_{x\theta} = \frac{1}{\nu'_{x\theta_{gp}}} = \frac{1}{320} = 3,1 \cdot 10^{-3}$  мм = 3,1 мкм, що співпадає з періодом

розміщення ковбочок в макулярній зоні. Цим ще раз підтверджується дивовижне природне узгодження функціональних параметрів елементів зорового апарату.

Наявність в оптичній системі ока аберацій призводить до зменшення значень МПФ( $\nu'_{x\theta}$ ) в області середніх частот, як це показано на рис. 2.8, крива 2. Чим ближче до горизонтальної осі проходить крива МПФ( $\nu'_{x\theta}$ ) оптичної системи ока, тим гіршою є якість зображень.

Характерним є те, що графік МПФ( $\nu'_{x\theta}$ ) абераційних оптичних систем простягається до  $\nu'_{x\theta} = \nu'_{x\theta_{gp}}$ , тому гранична просторова частота не завжди може відображати реальну якість зображень на сітківці, яка істотно залежить від значень МПФ( $\nu'_{x\theta}$ ) області середніх частот. І на це потрібно зважати.

Серед всіх характеристик якості зображень модуляційна передавальна функція є найбільш інформативною і універсальною, тому що вона дає можливість оцінювати контраст зображень на сітківці як великих та і малих за розміром деталей об'єктів.

В офтальмології опосередковане використання МПФ( $\nu'_{x\theta}$ ) почалося ще в 1862 г. з робіт офтальмолога Снеллена, який запропонував для оцінки гостроти зору систему знаків, що по суті є фрагментами просторових ґраток із різною просторовою частотою, рис. 2.9 а, б. Головним оптоотипом цих знаків є буква **E**, яка нагадує трьохшпальну міру.

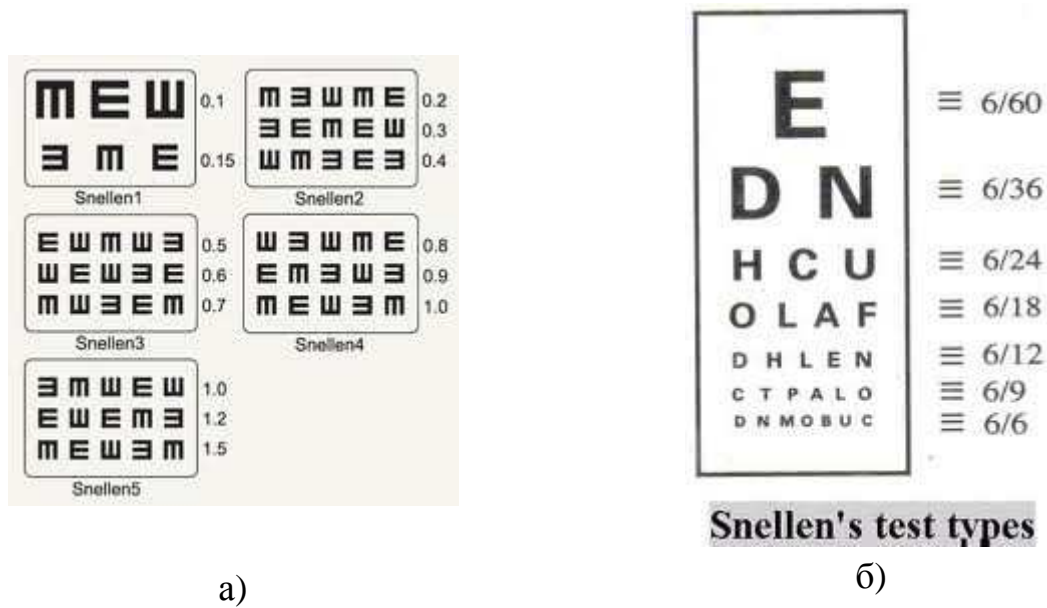


Рис. 2.9. Знаки Снеллена

Аналогічна таблиця знаків була побудована на базі знаків, запропонованих російськими офтальмологами Сівцевим та Головіним, рис. 2.10. У лівій частині таблиці розміщені знаки, серед яких головним оптоотипом є буква **ш**, яка повернута на кут  $90^{\circ}$  буквою **Е**, що також нагадує трьохшпальну міру. У правій частині таблиці – кільця Ландольта з розрізом різної орієнтації.



Рис. 2.10. Таблиця Сівцева-Головіна

Гострота зору визначається по тим строкам наведених таблиць, в яких око вже втрачає здатність ідентифікувати оптотип або визначати положення розрізу кільця Ландольта. Методики оцінювання гостроти зору з використанням знаків Снеллена та Сівцева-Головіна детально викладені в офтальмологічній літературі та в Інтернеті.

### 2.3. Методи визначення характеристик і параметрів якості зображень

Об'єктивні характеристики та параметри якості зображень на сітківці, розглянуті в попередніх підрозділах, виникли в результаті розвитку геометричної та хвильової оптики із практичних потреб проектування та виготовлення досконалих зорових труб, телескопів, мікроскопів, фотографічних об'єктивів та інших оптичних приладів. Тому методи визначення вказаних характеристик у переважній більшості є розрахунковими. Відтворити функцію розсіювання точки можна одним із декількох методів, залежно від того в якому абераційному стані знаходиться оптична система. У випадках, коли аберації оптичної системи є великими, використовують геометричний метод. Він полягає в тому, що через оптичну систему розраховують хід великої кількості променів, які заповнюють вхідну (вихідну) зіницю системи. Кількість променів може складати декілька десятків, сотень і навіть тисяч і десятків тисяч. Із точок перетину цих променів з площиною зображень складають спот-діаграму, рис. 2.11.

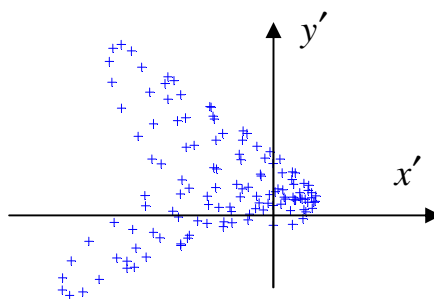


Рис. 2.11. Спот-діаграма ФРТ

Розрахунками кількості променів, що перетинають кожен елементарну площадку спот-діаграми відтворюють або контурну карту ізофот (рис. 2.12), або тривимірний графік розподілу освітленості в зоні ФРТ (рис. 2.13).



Проте цей метод не дозволяє враховувати фактор дифракції світлових хвиль на краях апертурної діафрагми, а тому він має обмежену точність відтворення ФРТ. Коли хвильова аберація оптичної системи за величиною наближається або становиться меншою за довжину світлової хвилі, то похибки визначення ФРТ у геометричному наближенні стають надто великими. Тоді використовують інші методи відтворення ФРТ.

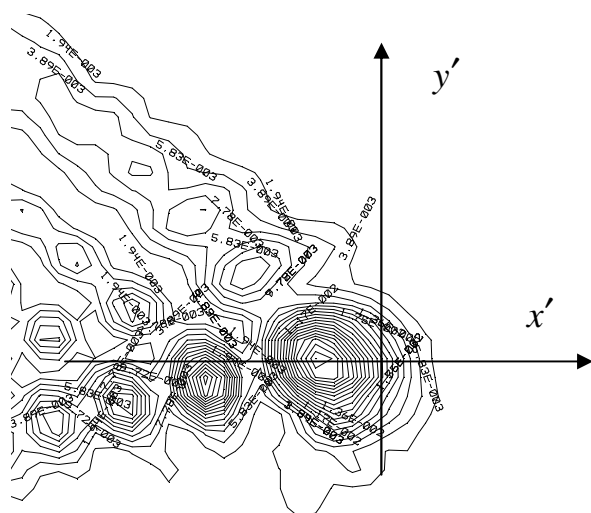


Рис. 2.12. Контурна карта ізофот ФРТ – ліній однакової освітленості

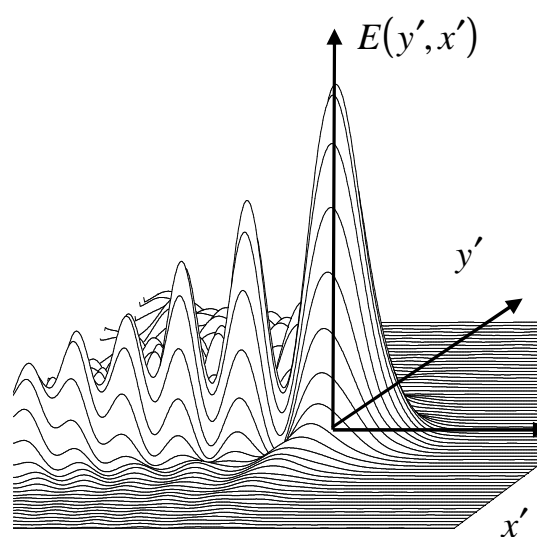


Рис. 2.13. 3D-графік ФРТ – графік розподілу освітленості

В ті відносно недалекі часи, коли ще не існувало потужної та швидкодіючої комп'ютерної техніки, розрахунки ФРТ здійснювали методами чисельного інтегрування амплітуд світлової хвилі, яка надходить через отвір вихідної зіниці в конкретну точку з координатами  $[x', y', z']$  простору зображень. Внаслідок хвильової аберації, що вносить оптична система, світлова хвиля в кожній точці зіниці має своє фазове спотворення, яке проявляється через деформування хвильового фронту. До того ж оптична система, поглинаючи чи розсіюючи світло, здатна по різному зменшувати величину амплітуди хвилі в різних точках зіниці. Все це повинно враховуватися при обчисленні ФРТ. Аналітичний розрахунок в таких випадках здійснюється за допомогою дифракційних інтегралів Френеля, Кіргофа, Зомерфельда, Релея та інших з неодмінними використанням принципу Гюйгенса-Френеля [3, 4, 5].

Аналітичні розрахунки дифракційних інтегралів є надмірно громіздкими навіть при умові однакової амплітуди світлової хвилі у всіх точках зіниці та при умові дії на круглій зіниці лише окремих простих абераційних мод нижчих степеневих порядків. Ці інтеграли потребують використання спеціальних функцій таких, як функція Ломеля тощо. Тому задача тривимірного розподілу світла поблизу геометричного зображення точки була аналітично вирішеною тільки для декількох найбільш простих типів аберацій оптичної системи – первинного астигматизму, первинної коми та сферичної аберації. Результати цих розрахунків детально викладені у [4].

В наш час комп'ютерної техніки розрахунки ФРТ здійснюються із застосуванням інтегральних перетворень Фур'є, виконання яких сучасними швидкими чисельними методами успішно автоматизовано і широко використовуються у комп'ютерних програмах.

Для розрахунків ФРТ та МПФ за допомогою інтегральних перетворень Фур'є потрібно насамперед математичними методами чи фізичними вимірюваннями визначити зіничну функцію для кожної точки простору об'єктів або оптично спряженої точки простору зображень. Іноді обмежуються лише однією точкою простору об'єктів, яку розміщують на оптичній осі системи та двома-трьома периферійними точками, одна з яких знаходиться на краю поля зору.

Зінична функція при цьому має вигляд:

$$Z(x, y, m', M', \lambda) = \sqrt{\tau(m', M', x, y, \lambda)} \exp[-2\pi i W(m', M', x, y, \lambda)], \quad (2.7)$$

де  $\tau(x, y, m', M', \lambda)$  – функція «прозорості» або пропускання світла оптичною системою, приведенного до площини вихідної зіниці в кожній точці з декартовими координатами  $[m', M']$ . Ця функція враховує втрати світла в оптичній системі при його проходженні в промені (у світловій трубці) від конкретної точки простору об'єктів з декартовими координатами  $[x, y]$  до конкретної точки на вихідній зіниці з координатами  $[m', M']$ , з урахуванням особливостей спектрального поглинання монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda$  оптичними середовищами ока.

$W(x, y, m', M', \lambda)$  – функція хвильової аберації оптичної системи, яка є універсальною характеристикою абераційних властивостей оптичної системи;

$i = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця.

Як видно із (2.7) функція-множник  $\tau(x, y, m', M', \lambda)$  моделює послаблюючу дію оптичної системи на амплітуду світлової хвилі. Ця функція вказує на залежність амплітуди від:

- положення точки у просторі об'єктів, з якої надійшла світлова хвиля,
- довжини хвилі,
- положення точки на хвилі у вихідній зіниці.

Функція-множник  $W(x, y, m', M', \lambda)$  описує фазові зміни у світловій хвилі, які привносить в неї оптична система. Фазові зміни не змінюють амплітуди, але змінюють форму фронту світлової хвилі і, як наслідок, траєкторії променів, що є нормаллями к фронту світлової хвилі. Абераційна зміна траєкторій променів спостерігається як явище порушення гомоцентричності пучка променів, що проходять через оптичну систему.

Зіничну функцію штучної оптичної системи можна знайти математичними розрахунками ходу великої кількості променів пучка, які виходить із точки з координатами  $[x, y]$ , проходять через всю оптичну систему до її вихідної зіниці та регулярно заповнюють отвір вихідної зіниці. Але для таких розрахунків потрібно мати дані про всі конструктивні параметри оптичної системи та про оптичні параметри її оптичних середовищ. До них відносяться радіуси кривизни оптичних поверхонь на осі, коефіцієнти, що описують асферичність оптичних поверхонь, координати кожної поверхні у просторі, показники заломлення оптичних середовищ, які залежать від довжини світлової хвилі, коефіцієнти дисперсії оптичних середовищ, коефіцієнти поглинання світлових хвиль у оптичних середовищах та коефіцієнти відбиття на оптичних поверхнях.

Формули Френеля і формули, що описують поглинання світла та інші втрати світла, дають можливість відтворити функцію  $\tau(x, y, m', M', \lambda)$ .

Розрахунки оптичної довжини кожного променя пучка (ейконала) від точки з координатами  $[x, y]$  до точки з координатами  $[m', M']$  дозволяють знайти хвильову аберацию для кожного такого променя, а потім і саму функцію  $W(x, y, m', M', \lambda)$  шляхом її апроксимації степеневими поліномами чи поліномами Церніке, використовуючи для цього дані про аберации кожного променя, що заповнюють вихідну зіницю

Зіничну функцію оптичної системи живого ока знайти таким способом неможливо через те, що наперед невідомі конструктивні параметри її оптичних елементів. Вимірювання цих параметрів є дуже складною в технічному плані задачею, яка досить ще не знайшла свого вирішення. Набагато складнішою є

проблема відтворення параметрів оптичної неоднорідності оптичних середовищ ока. Тому зіничну функцію ока людини можна визначати лише методами фізичних вимірювань з технічною можливою точністю. Для здійснення таких вимірювань призначені сучасні офтальмологічні аберометри. Отже опис принципів дії таких аберометрів і математичних аспектів відтворення функцій  $\tau(x, y, m', M', \lambda)$  та  $W(x, y, m', M', \lambda)$  за результатами аберометрії ока буде головною задачею викладання подальшого матеріалу цієї монографії.

Отримавши розрахунковим методом чи за допомогою фізичних вимірювань зіничну функцію можна розрахувати ФРТ і МПФ оптичної системи для будь-якої точки простору об'єктів. В першу чергу функції ФРТ і МПФ знаходять для осьової точки площини об'єктів  $[x = 0, y = 0]$ , а в офтальмології – для точки, яка знаходиться на візуальній осі, тобто на якій фіксований погляд людини. Дуже часто офтальмологи цим і обмежуються, втрачаючи при цьому важливу інформацію про польові аберації ока.

Дані про зіничну функцію надають можливість також знайти інші параметри та характеристики якості зображень, що формуються оптичною системою ока на поверхні сітківки.

Якщо ФРТ та МПФ визначаються для фіксованих значень  $x, y, z$ , то зіничну функцію для цих значень можна записати як функцію лише двох аргументів –  $m', M'$ . Тоді зіничну функцію можна представити у вигляді

$$Z(m', M') = \sqrt{\tau(m', M')} \exp[-2\pi i W(m', M')]. \quad (2.8)$$

Відомо, що ФРТ пропорційна квадрату модуля зворотного фур'є-перетворення зіничної функції, а МПФ є квадратом модуля комплексної оптичної передавальної функції (ОПФ), яка є автокореляцією комплексної зіничної функції [6].

При здійсненні вище вказаних перетворень для більшої зручності і незалежності від конкретних габаритів та розмірів поля зору оптичної системи простір об'єктів і зображень масштабують так, щоб система мала тільки одиничне збільшення, круглу вхідну та вихідну зіницю одиничного радіуса, а у якості міри лінійних величин використовувались довжини світлової хвилі  $\lambda$ . Ця процедура зветься перетворенням звичайних координат точок в просторі об'єктів, зображень та в площинах зіниці в канонічні (відносні) координати.

В канонічних координатах зіниці зінична функція отримує вигляд:

$$Z(\rho') = \begin{cases} \sqrt{\tau(\rho')} \exp[-2\pi i W(\rho')] & \text{в межах зіниці} \\ 0 & \text{за межами зіниці} \end{cases},$$

де  $\rho, \rho'$  – канонічні зіничні координати [6],

$$\rho = \rho' = \begin{pmatrix} \frac{m}{0,5D} \\ \frac{M}{0,5D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m'}{0,5D'} \\ \frac{M'}{0,5D'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sin(\sigma_y)}{\sin(\sigma_{ya})} \\ \frac{\sin(\sigma_x)}{\sin(\sigma_{xa})} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sin(\sigma'_y)}{\sin(\sigma'_{ya})} \\ \frac{\sin(\sigma'_x)}{\sin(\sigma'_{xa})} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

де  $D, D'$  – діаметр вхідної, вихідної зіниці відповідно,

$\sigma_y, \sigma_x, \sigma'_y, \sigma'_x$  – кути нахилу до оптичної осі проєкцій променя на площини, утворені осями  $Y0Z, X0Z, Y'0Z', X'0Z'$  відповідно. Осі  $Y0Z, Y'0Z'$  утворюють меридіональну площину в просторі об'єктів і зображень відповідно, а осі  $X0Z, X'0Z'$  – утворюють сагітальну площину в просторі об'єктів і зображень відповідно.

Індекс  $a$  при позначеннях кутів вказує на апертурний кут, тобто найбільше граничне значення кута  $\sigma$  нахилу променя до відповідної осі, обумовлене діаметром зіниці та віддаленням площини об'єктів чи площини зображень.

Перші дві матриці канонічних координат променя на зіниці в (2.9) використовують, коли точка простору об'єктів або її зображення знаходяться на відстані, що знаходиться на нескінченності відносно оптичної системи, третя та четверта матриця координат – коли точка простору об'єктів або її зображення знаходяться на кінцевій відстані від оптичної системи.

Із (2.9) видно, що абсолютні значення  $\rho, \rho'$  не виходять за межі інтервалу  $[0; 1]$ .

Канонічні координати  $\eta$  у площині об'єктів, або  $\eta'$  – у площині їх зображень, визначаються за формулами [6]:

$$\eta = -\frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} xA_x \\ yA_y \end{pmatrix}, \quad \eta' = -\frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} x'A'_x \\ y'A'_y \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

де  $x, y$  – координати у площині об'єктів,

$x', y'$  – координати у площині зображень об'єктів,

$$A_x = n \sin \sigma_{ax}; \quad A'_x = n' \sin \sigma'_{ax}; \quad A_y = n \sin \sigma_{ay}; \quad A'_y = n' \sin \sigma'_{ay}.$$

Формула відтворення ФРТ в канонічних координатах [6]:

$$E(\eta') = \left| F^{-1}[Z(\rho')] = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} Z(\rho') \exp[-2\pi i(\eta'^T \rho')] d\rho' \right|^2, \quad (2.11)$$

де  $T$  – транспонована матриця.

Формула відтворення МПФ в канонічних координатах [6]:

$$\text{МПФ}(s) = |Z(\rho') \otimes Z^*(\rho')|^2 = \left| \frac{1}{B} \int_{\Omega(s)} \int Z(\rho') Z(\rho' - s) d\rho' \right|^2, \quad (2.12)$$

де  $B = \iint_{\Omega_0} \tau(\rho') d\rho'$ ,  $\Omega_0$  – площа канонічної зіниці;  $\Omega(s)$  – площа перетину двох канонічних зіниць, центри яких знаходяться на відстані вектора  $s$  канонічних просторових частот:

$$s = \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \frac{v_x}{A_x} \\ \frac{v_y}{A_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v'_x}{A'_x} \\ \frac{v'_y}{A'_y} \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

де  $v_x = \frac{1}{T_x}$ ,  $v_y = \frac{1}{T_y}$ ,  $v'_x = \frac{1}{T'_x}$ ,  $v'_y = \frac{1}{T'_y}$ ,

$T_x, T'_x, T_y, T'_y$  – просторові періоди гармонік простору об'єктів та простору зображень відповідно, див рис. 2.5.

Вектор  $s$  може мати максимальне довжину  $s = 2$ , що вказує на максимальну просторову канонічну частоту гармоніки, яку має нульовий контраст. Повертаючись від канонічних до звичайних значень просторових частот отримуємо формулу розрахунку граничної просторової частоти:

$$v'_{x,y_{gp}} = \frac{2n' \sin \sigma'_{ax,ay}}{\lambda}, \quad (2.14)$$

з якої витікає наближена формула (2.6).

За допомогою виразу (2.11) була отримана формула (2.2), а за допомогою виразу (2.12) – формула (2.5).

На завершення цього розділу необхідно підкреслити, що всі параметри та характеристики якості зображень потребують визначення зіничної функції. І якщо при використанні зіничної функції дуже часто функцію  $\tau(x, y, m', M', \lambda)$  приймають за константу, яка не впливає на структуру ФРТ та МПФ, і у більшості випадків таке допущення є прийнятним, то функція хвильової аберації  $W(x, y, m', M', \lambda)$  у всіх випадках потребує обов'язкового відтворення, тому що без неї не можна робити подальший аналіз якості зображень. В зв'язку з цим розгляду методів та процедур відтворення функції хвильової аберації з урахуванням особливостей оптичної системи ока присвячується наступні розділи цієї праці.

## РОЗДІЛ 3 МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС АБЕРАЦІЙ ОКА

### 3.1. Класифікація аберацій ока

Проявами наявних аберацій в оптичній системі ока є:

1) порушення після проходження через оптичні середовища ока гомоцентричності пучків променів або деформація сферичного фронту світлової хвилі, котра формує на сітківці зображення точки простору об'єктів;

2) втрата геометричної подібності між фактичними обрисами об'єктів, котрі спостерігає око, та їх зображеннями на сітківці.

Існують фактори, які викликають появу в ОС ока аберацій відповідних типів і обумовлюють конкретні наслідки їх дії. Якщо класифікувати оптичні аберації ока за ознаками цих факторів і наслідків, то з'являється можливість краще виявити практичні потреби офтальмологічної аберометрії і головних напрямків її розвитку, а також більш обґрунтовано визначити найбільш важливі наукові задачі, пов'язані із створенням вимірювальної аберометричної апаратури. Класифікація аберацій ока з цих позицій представлена в табл. 3.1. Вона створена з використанням матеріалів [8], але при складанні цієї таблиці зроблені уточнення і виправлення деяких неточностей, помічених в цитованій роботі.

Таблиця 3.1

Клінічна класифікація аберацій ОС ока

Класифікаційні ознаки	Типи аберацій за класифікаційними ознаками
1	2
1. Походження аберацій	1. Природна. 2. Придбана внаслідок: а) патологічних змін в оптичній системі ока, б) офтальмохірургічного втручання.
2. Локалізація аберацій в ОС ока	1. Рогівкова. 2. Кришталікова. 3. Вітреальна (в зоні скловидного тіла). 4. Ретинальна (в зоні сітківки).



1	2
3. Фактор, що породжує аберацію	1. Спотворення правильної геометричної форми поверхонь рогівки і кришталіка. 2. Децентрування і нахил до осі поверхонь рогівки і кришталіка. 3. Негомогенність (оптична неоднорідність) оптичних середовищ ока (необскуруючі помутніння рогівки, кришталіка, деструкція скловидного тіла).
4. Фізичний прояв аберацій	1. Першого степеневого порядку (за зіничними координатами променя або за довжиною світлової хвилі): а) нахил зображення (призматичний ефект), б) дефокусування – сферична аметропія (міопія та гіперметропія), в) первинний астигматизм, г) хроматизм положення та хроматизм збільшення (в зображеннях неосьових точок простору об’єктів). 2. Другого і вищого степеневих порядків: а) сферична аберация, б) первинна кома, в) астигматизм в неосьових пучках променів, г) дисторсія, д) сфероастигматизм та інші
5. Клінічний прояв аберацій	Аберації, що: - знижують гостроту зору; - погіршують офтальмоергономічні показники; - викликають монокулярну дипло- і поліопію; - викликають анізейконію; - викликають метаморфопсію; - порушують бінокулярний зір.
6. Вплив на зорову функцію	1. Фізіологічний. 2. Патологічний.
7. Часові зміни	1. Стабілізовані. 2. Прогресуючі.

Із аналізу даних таблиці 3.1 можна зробити висновок про те, що біологічна система ока має практично ті ж самі аберації, які властиві штучній оптичній системі, але, як показують клінічні дослідження, природа аберацій в цих системах та наслідки їх дії мають багато відмінностей. Даний факт обумовлює існування сталого інтересу до аберацій ока від перших експериментів Юнга (1801 рік) до теперішнього часу. Так огляд медичної та науково-технічної літератури за останні два десятиріччя демонструє істотний ріст кількості робіт з проблем офтальмологічної аберометрії. В них висвітлені результати все більш складних фізичних вимірювань на оці, здійснених з метою отримання більшого обсягу кількісних оцінок абераційних явищ. За даними Національної медичної бібліотеки США число публікацій, де викладені роботи за цією тематикою, тільки в офіціальних міжнародних виданнях вже у 2004 році становило більше двохсот.

### 3.2. Математичний опис монохроматичних аберацій ока

Універсальною характеристикою монохроматичних аберацій ока є **функція хвильової аберації**  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$ . Вона описує спотворення сферичного або плоского хвильового фронту в кожній точці з координатами  $[\rho, \varphi]$  на вихідній зіниці ока. Вихідною зіницею ока є зображення країв отвору зіниці, сформоване кришталиком у променях, що йдуть в напрямку від зіниці до сітківки.

В цьому розділі та в інших розділах використано більш зручний опис функції хвильової аберації в полярних координатах точки  $[\rho, \varphi]$  на вихідній зіниці ока і в полярних координатах точки  $[l, \theta]$  в просторі об'єктів. Це обумовлено тим, що зіниця ока має форму кола. Колом можна також вважати і поле зору ока. Хвильовий фронт надходить в око від окремо взятої точки простору об'єктів з кутовими полярними координатами  $[l, \theta]$ , рис. 3.1.

Сфера порівняння використовується для визначення величини деформації хвильового фронту в зоні зіниці. Тому її ще називають сферою відліку хвильової аберації. Центр цієї сфери знаходиться в точці на сітківці, яку повинен перетинати головний промінь пучка, коли око не має аберацій. Ознакою головного променя є його проходження через осьову точку площини зіниці. Сфера порівняння дотична до площини зіниці саме в цій осьовій точці.

Величина хвильової аберації  $W$  є оптичною довжиною відрізка  $l$  – відстанню між сферою порівняння (відліку) та деформованим хвильовим фронтом уздовж променя, що прямує від точки з координатами  $[l, \theta]$  та перетинає зіницю у точці з координатами  $[\rho, \varphi]$ .

Оптична довжина відрізка  $l$ , як відомо, утворюється перемноженням геометричної довжини  $l$  на показник заломлення середовища  $n'$ , в якому відрізок  $l$  знаходиться. В оці цим середовищем є скловидне тіло. На довжині хвилі  $\lambda = 0,55$  мкм показник заломлення скловидного тіла  $n' = 1,366$ .

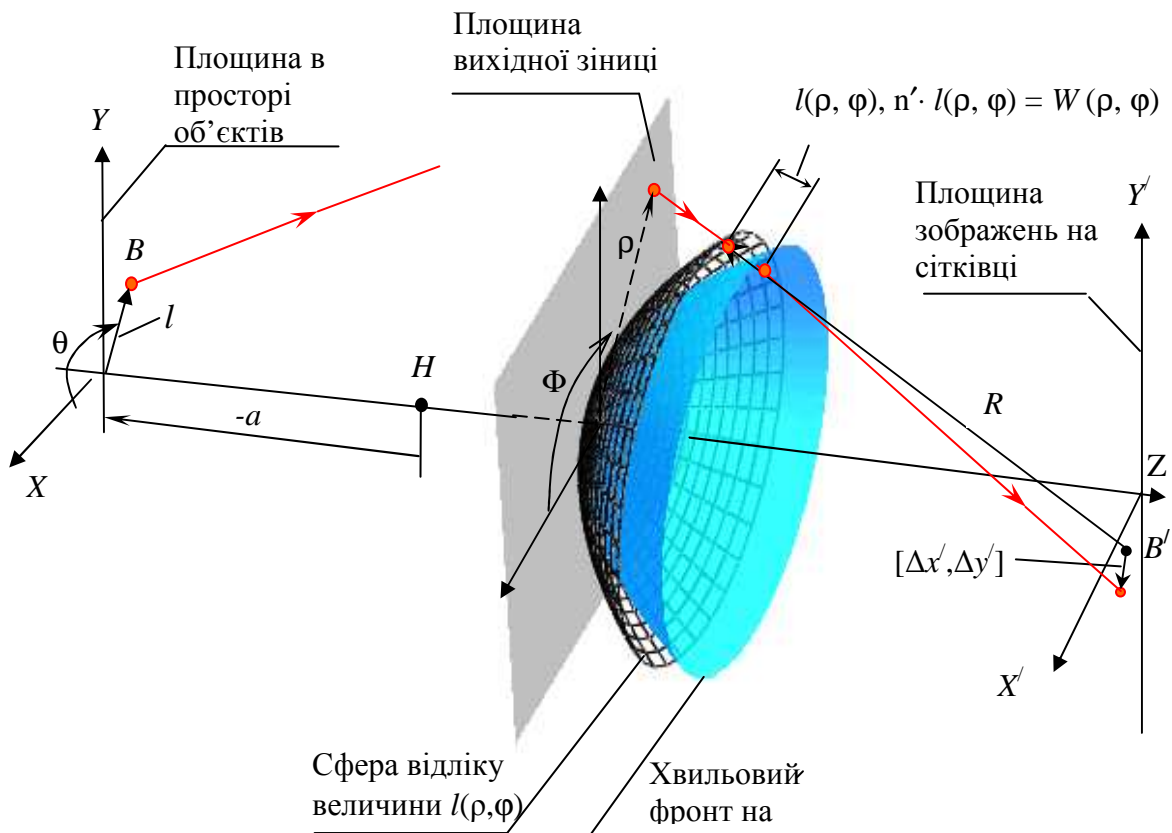


Рис. 3.1. До визначення функції хвильової аберації оптичної системи ока:  
 $B$  – точка простору об’єктів;  $H$  – передня головна точка;  $l[\rho, \varphi]$  – відстань  
 вздовж променя між деформованим хвильовим фронтом та сферою порівняння;  
 $R$  – радіус сфери порівняння;  $B'$  – безабераційне зображення точки  $B$ ;  $[\Delta x', \Delta y']$   
 – поперечні аберації променя в площині зображень

Графік функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  зазвичай представляють у координатних осях, показаних на рис. 3.2. Координатні осі знаходяться у площині дотичній до сфери відліку хвильової абераций. Їх початок знаходиться в точці на візуальній

осі  $Z$ . Через невелику різницю між координатами променя в цій площині і координатами променя на сфері відліку їх ототожнюють.

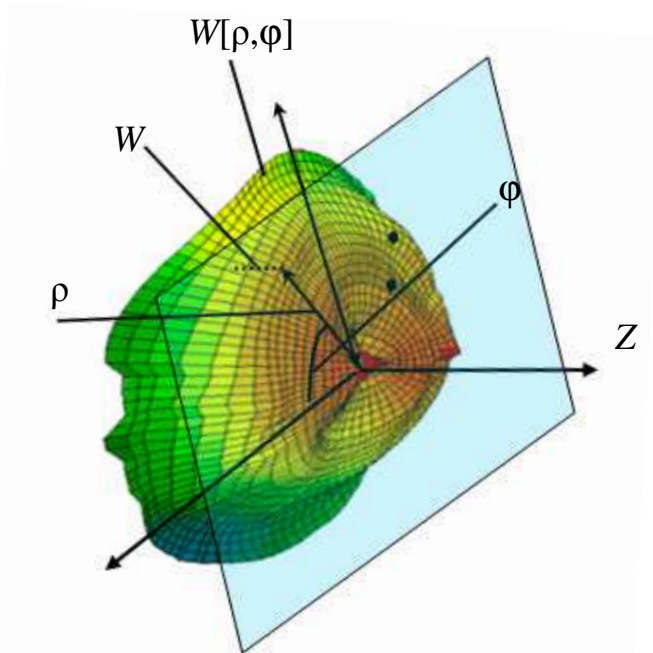


Рис. 3.2. Графік функції хвильової абератії в зіничних полярних координатах  $[\rho, \varphi]$ : вісь  $Z$  – оптична або візуальна вісь

Функцію  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  математично представляють різними способами: двомірною степеневою апроксимацією, двомірною апроксимацією з використанням ряду Фур'є або поліномів Церніке. Найбільш поширеною є апроксимація поліномами Церніке, яка має істотні переваги. По-перше, поліноми Церніке ортогональні в зоні кола, а зіниця і поле зору ока також мають форму кола. По-друге, апроксимація поліномами Церніке функції хвильової абератії за результатами її фізичних прямих чи опосередкованих вимірювань є більш точною.

Вираз функції хвильової абератії через поліноми Церніке має вигляд:

$$W(\rho, \varphi, l, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [C_n^m(l, \theta) \cos(m\varphi) - C_n^{-m}(l, \theta) \sin(m\varphi)] N_n^m R_n^{|m|}(\rho), \quad (3.1)$$

де  $R_n^m(\rho)$  – поліноми Церніке.

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{1}{2}(n-m)} (-1)^k \frac{(n-k)! \cdot \rho^{n-2k}}{k! \cdot \left[ \frac{1}{2}(n+m) - k \right]! \cdot \left[ \frac{1}{2}(n-m) - k \right]!}; \quad (3.2)$$

де  $n, m$  – індекси поліномів (цілі числа), що пов’язані умовами:  $(n - |m|)$  – парне число,  $n \geq |m|$ ;

$n$  – степінь полінома;

$m$  – обумовлює частоту осциляції тригонометричних функцій  $\cos(m\varphi)$  та  $\sin(m\varphi)$  при змінах координати  $\varphi$  від 0 до  $2\pi$ ;

від’ємними значеннями індексів  $m$  визначають ті складові у (3.1), що утримують функцію  $\sin(m\varphi)$ ;

$C_n^m(l, \theta)$ ,  $C_n^{-m}(l, \theta)$  – стандартизовані (нормовані) амплітуди аберацийних мод, які ще називають апроксимаційними коефіцієнтами. Їх величини залежать від того, для якої точки простору об’єктів з координатами  $[l, \theta]$  знаходять функцію хвильової аберації. Амплітуди аберацийних мод  $C_n^m(l, \theta)$ ,  $C_n^{-m}(l, \theta)$  відтворюють при виконанні процедури апроксимації  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  поліномами Церніке, використовуючи для цього метод найменших квадратів або метод сингулярного розкладу конструкційної матриці та результати вимірювань хвильової аберації у декількох десятках або сотнях точок зіниці;

$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta(m)}}$  – нормувальні коефіцієнти,  $\delta(m)$  – дельта функція Кронекера,

яка має значення 1 при  $m = 0$  та значення 0 при  $m \neq 0$ .

Нормувальні коефіцієнти  $N_n^m$  використовують з метою спрощення формул розрахунку СКВ хвильового фронту і числа Штреля.

Доданки функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  – це аберацийні моди (терми), які математично відображають складові класичних типів абераций оптичних систем (дефокус, сферичної, астигматизму, коми тощо). При цьому амплітуди мод збалансовані так, щоб величина СКВ хвильової аберації була мінімальною (СКВ – середньоквадратичне відхилення хвильового фронту від сфери порівняння (відліку) по всій зоні зіниці).

Доданками суми у (3.1) є елементи:  $Z_n^m(\rho, \varphi) = N_n^{|m|} C_n^m R_n^{|m|}(\rho) \cos(m\varphi)$  та  $Z_n^{-m}(\rho, \varphi) = -N_n^{|m|} C_n^m R_n^{|m|}(\rho) \sin(m\varphi)$ . Графіки функцій  $Z_n^m(\rho, \varphi)$ ,  $Z_n^{-m}(\rho, \varphi)$ , вигляд яких визначається числами  $n$  і  $m$ , представлені на рис. 3.3 та у таблиці 3.2.

На рис.3.3 показані церніковські моди  $Z(n, m)$  або  $Z_n^m$ , назва яких приведена під кожним графіком. При цьому, як видно, моди одного типу мають однакову назву. Кількість аберацийних мод певного степеневого порядку зростає пропорційно числу степеневого порядку. Такими модами можна алгебраїчно скласти будь-яку складну поверхню графіка функції хвильової аберації, наприклад ту, що показана на рис.3.2.

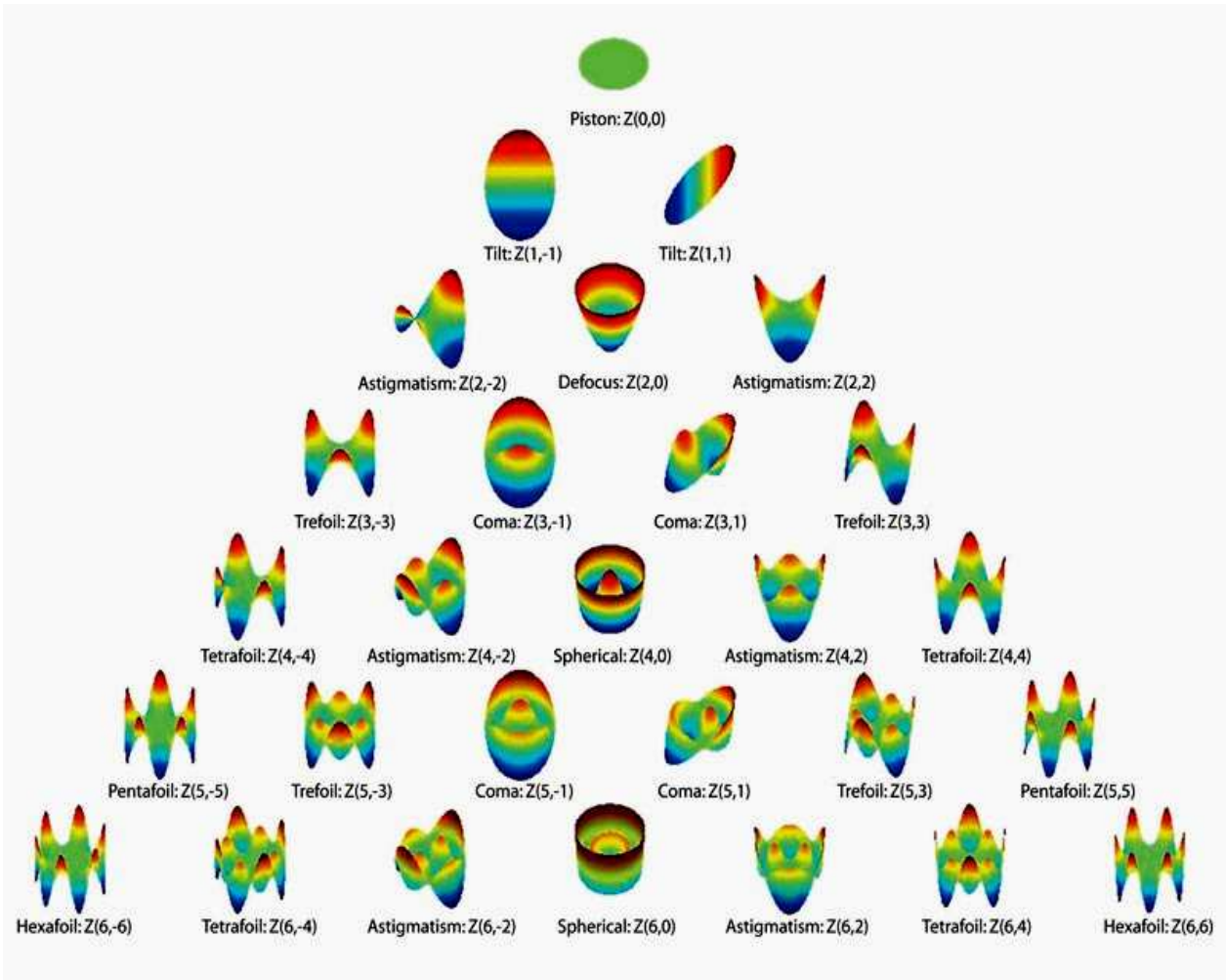





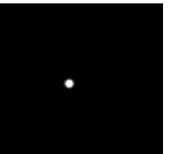


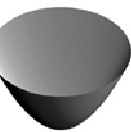
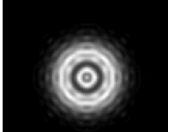
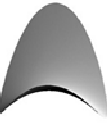

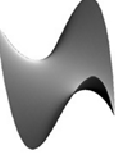



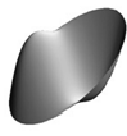


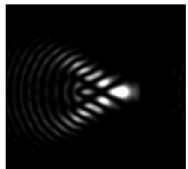

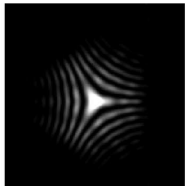
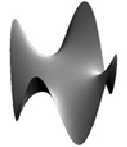
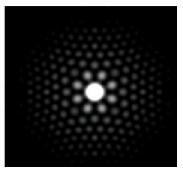
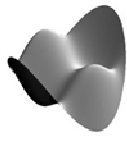
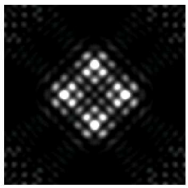

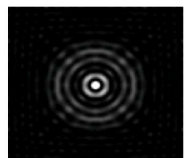
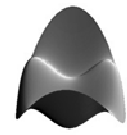
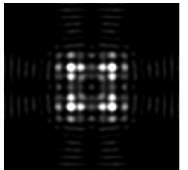



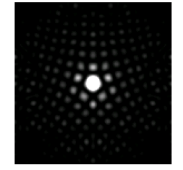
Рис. 3.3. Графіки мод Церніке  $Z(n, m)$ , з яких алгебраїчно складається функція  $W(\rho, \varphi)$

Як видно з рис. 3.3, графіки осьових мод – дефокусу та сферичної аберації, що представлені складовими, у яких  $m = 0$ , мають осьову симетрію, неосьові моди її не мають. Графіки різних типів мод мають степінь випуклості чи вгнутості залежну від абсолютних значень амплітуд мод та їх знаків. Амплітуди  $C_n^m(l, \theta)$ ,  $C_n^{-m}(l, \theta)$  по суті є масштабними коефіцієнтами. Їх знак вказує напрямок деформації хвильового фронту, а числове значення – величину

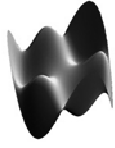
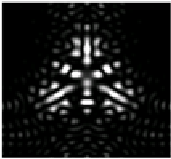
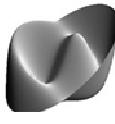

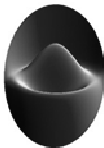
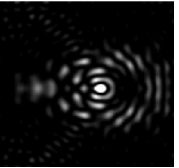
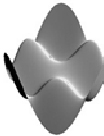
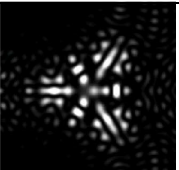
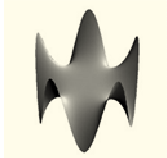
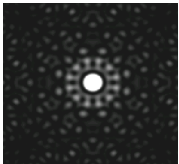

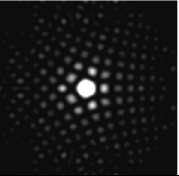
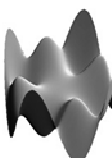
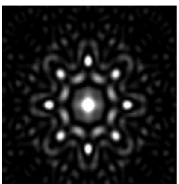
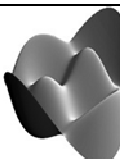
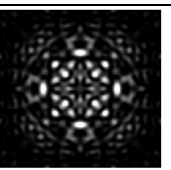

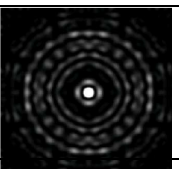
Таблиця 3.2

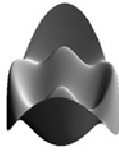
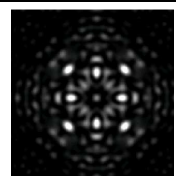
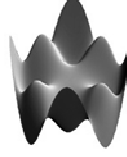



## Аберційні моди та дифракційно-абераційні зображення точки

$n$	$m$	Позначення моди	Назва моди, математичний вираз моди	Графік моди	Зображення точки
1	2	3	4	5	6
0	0	$Z_0^0$	Piston / Приріст радіусу хвильового фронту $C_0^0$		
1	-1	$Z_1^{-1}$	Tilt / Нахил фронту навколо осі $OX$ $C_1^{-1} \sqrt{4\rho} \sin \varphi$		
1	1	$Z_1^1$	Tilt / Нахил фронту навколо осі $OY$ $C_1^1 \sqrt{4\rho} \cos \varphi$		
2	-2	$Z_2^{-2}$	Oblique astigmatism / Пвернутий навколо оптичної осі на $45^\circ$ первинний астигматизм $C_2^{-2} \sqrt{6\rho^2} \sin 2\varphi$		
2	0	$Z_2^0$	Spherical defocus / Дефокус $C_2^0 \sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$		
2	2	$Z_2^2$	Astigmatism / Первинний астигматизм $C_2^2 \sqrt{6\rho^2} \cos 2\varphi$		
3	-3	$Z_3^{-3}$	Oblique trefoil / Вертикальний первинний трефойл $C_3^{-3} \sqrt{8\rho^3} \sin 3\varphi$		

1	2	3	4	5	6
3	-1	$Z_3^{-1}$	Vertical coma / Первинна вертикальна кома $C_3^{-1}\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin\varphi$		
3	1	$Z_3^1$	Horizontal coma / Горизонтальна первинна кома $C_3^1\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos\varphi$		
3	3	$Z_3^3$	Horizontal trefoil / Горизонтальний первинний трейфойл $C_3^3\sqrt{8}\rho^3\cos 3\varphi$		
4	-4	$Z_4^{-4}$	Oblique tetrafoil / Повернутий первинний тетрафойл $C_4^{-4}\sqrt{10}\rho^4\sin 4\varphi$		
4	-2	$Z_4^{-2}$	Oblique 2 <sup>nd</sup> order astigmatism / Повернутий вторинний астигматизм $C_4^{-2}\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin 2\varphi$		
4	0	$Z_4^0$	Spherical / Первинна сферична аберация $C_4^0\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$		
4	2	$Z_4^2$	Astigmatism / Вторинний астигматизм $C_4^2\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos 2\varphi$		
4	4	$Z_4^4$	Tetrafoil / Тетрафойл $C_4^4\sqrt{10}\rho^4\cos 4\varphi$		
5	-5	$Z_5^{-5}$	Oblique pentafoil / Повернутий пентафойл $C_5^{-5}\sqrt{12}\rho^5\sin 5\varphi$		



1	2	3	4	5	6
5	-3	$Z_5^{-3}$	Trefoil /Вертикальний вторинний трефойл $C_5^{-3} \sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3) \sin 3\varphi$		
5	-1	$Z_5^{-1}$	Vertical coma 2 <sup>nd</sup> order / Вертикальна вторинна кома $C_5^{-1} \sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho) \sin \varphi$		
5	1	$Z_5^1$	Horizontal coma 2 <sup>nd</sup> order / Горизонтальна вторинна кома $C_5^1 \sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho) \cos \varphi$		
5	3	$Z_5^3$	Trefoil / Вторинний трефойл $C_5^3 \sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3) \cos 3\varphi$		
5	5	$Z_5^5$	Pentafoil / Пентафойл $C_5^5 \sqrt{12}\rho^5 \cos 5\varphi$		
6	-6	$Z_6^{-6}$	Hexafoil / Повернутий гексафойл $C_6^{-6} \sqrt{14}\rho^6 \sin 6\varphi$		
6	-4	$Z_6^{-4}$	Tetrafoil / Повернутий вторинний тетрафойл $C_6^{-4} \sqrt{14}(6\rho^6 - 5\rho^4) \sin 4\varphi$		
6	-2	$Z_6^{-2}$	Astigmatism / Повернутий астигматизм третинний $C_6^{-2} \sqrt{14}(15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2) \sin 2\varphi$		
6	0	$Z_6^0$	Spherical / Вторинна сферична аберация $C_6^0 \sqrt{7}(20\rho^6 - 30\rho^4 + 12\rho^2 - 1)$		

1	2	3	4	5	6
6	2	$Z_6^2$	Astigmatism / Астигматизм третинний $C_6^2 \sqrt{14} (15\rho^6 - 20\rho^4 + 6\rho^2) \cos 2\phi$		
6	4	$Z_6^4$	Tetrafoil / Вторинний тетрафойл $C_6^4 \sqrt{14} (6\rho^6 - 5\rho^4) \cos 4\phi$		
6	6	$Z_6^6$	Hexafoil / Гексафойл $C_6^6 \sqrt{14} \rho^6 \cos 6\phi$		

деформації хвильового фронту відповідно до кожної з церніковських мод (висоту «капельюшки»).

У табл. 3.2 поруч з графіком абераційної моди (колонка 5) показано дифракційне зображення точки (колонка 6) при існуванні в оптичній системі тільки цієї моди.

Комбінацією чисел  $C_n^m(l, \theta)$ ,  $C_n^{-m}(l, \theta)$  можна математично змоделювати будь-яку довільну та складну за геометричною формою функцію хвильової аберації для будь-якої точки простору об'єктів з координатами  $(l, \theta)$ .

Частіше за все офтальмологи задовольняються однією точкою простору об'єктів. Вона знаходиться на візуальній осі, тому має координати  $l = 0$ ,  $\theta = 0$ . При нульових значеннях координат  $(l, \theta)$  функції  $W(\rho, \phi, 0, 0)$  описує лише осьові аберації ока. При ненульових значеннях вказаних координат функція  $W(\rho, \phi, l, \theta)$  представляє польові аберації ока.

Достатньо точну апроксимацію функції хвильової аберації осьового і неосьових хвильових фронтів дозволяють здійснити сукупність абераційних мод з індексами  $n = 0, 1, 2 \dots 6$  та  $m = 0, 1, 2 \dots 6$ . Іншими словами для практичних потреб офтальмологів достатньо мати дані про абераційні моди функції хвильової аберації до шостого степеневому порядку включно. На рис. 3.3 показані графіки абераційних мод, які належать вказаному інтервалу значень індексів. На практиці часто обмежуються розглядом мод лише від другого до четвертого степеневому порядку включно, тобто в інтервалі індексів  $n = 2 \dots 4$

та  $m = 0 \dots 4$ . Моді  $(Z_0^0), (Z_1^1), (Z_1^{-1})$  з розгляду виключають через те, що абератії, які вони представляють, не порушують гомоцентричність пучків променів, а лише зсувають безабераційне зображення точки уздовж чи поперек візуальної осі.

В залежності від степеневих порядку моду, якою представлена та чи інша абератія ока, відносять до абератії нижчого або вищого порядку.

### 3.3. Абератії нижчих степеневих порядків

В першу чергу офтальмологи звертають увагу на складові  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  нижчих степеневих порядків через те, що вони: 1) найбільш поширені та порівняно великі за величинами амплітуд, а тому їх ще називають макроабераціями; 2) ці абератії призводять до найбільш помітних вад зору. Вони викликають поперечні абератії променя на сітківці  $[\Delta y', \Delta x']$  пропорційні першій степені полярної координати  $\rho$  променя на зіниці або першій степені полярної координати  $l$  точки простору об'єктів (рис. 4.1).

Відомо, що поперечні абератії променя в площині зображення пропорційні похідним від аргументів функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$ , а похідна від степеневих функцій має степеневий порядок на одиницю менший, ніж порядок самої функції. Тому за іншим визначенням абератії нижчих степеневих порядків – це ті, які в розкладі функції хвильової абератії представлені степеневими одночленами до другої степені включно або церніковськими модами з індексами  $1 \leq n \leq 2, 1 \leq |m| \leq 2$ . На рис. 3.3 в піраміді церніковських мод вони показані в рядках з другої по третю включно.

В таблиці 3.3 показані моді та наведені назви окремих осьових (відносно візуальної осі) абератій нижчих степеневих порядків.

Польові (відносно візуальної осі) абератії нижчих степеневих порядків представляють залежність функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  від першої степені параметра  $l$ , тому вони не порушують гомоцентричності пучків променів, що проходять через оптичну систему ока і представляють первинну дисторсію. Первинна дисторсія проявляється як різнофокусність оптичних систем правого і лівого ока. Таку вад називають анізейконією. До первинної дисторсії належить також поворот зображення в площині сітківки навколо оптичної осі.

Ще одним представником цих абераций є нахил площини зображення до площини сітківки, при якому аберация дефокус зростає пропорційно величинам  $l \cos \theta$  та  $l \sin \theta$ .

Виявити разом осьові та польові аберации можна здійснивши багаторакурсну аберометрію оптичної системи ока. Більш детально теорія осьових та польових абераций ока та методи їх відтворення за результатами багаторакурсної аберометрії ока приведені у розділі 6.

Таблиця 3.3.

Аберации нижчих степеневих порядків

№	Назва в оптиці	$n$	$m$	Церніковські моди $Z_n^{\pm m}$	Наслідок дії аберации	Назва в офтальмологічній літературі
1	Первинна дисторсія	1	1	$C_1^1 \rho \cos \varphi$	Зсув в одному напрямку зображення точок на сітківці, що призводить при бінокулярному зорі до диплопії – двоїння зображень або порушення бінокулярного зору	Призматичний ефект
		1	-1	$-C_1^{-1} \rho \sin \varphi$		
2	Дефокус	2	0	$C_2^0 (2\rho^2 - 1)$	Нефокусованість променів в зображенні точки на сітківці, величина якої є однаковою для всіх променів пучка, що заповнюють зіницю	Аметропія у вигляді міопії (короткозорості), або гіперметропії (далекозорості)
3	Первинний астигматизм	2	2	$C_2^2 \rho^2 \cos 2\varphi$	Нефокусованість променів в зображенні точки на сітківці, величина якої залежить від кута $\varphi$ нахилу до осі OX перетину ока	Астигматизм
		2	-2	$-C_2^{-2} \rho^2 \sin 2\varphi$		

### 3.4. Аберації вищих степеневих порядків

Аберації вищих степеневих порядків визначаються модами, в яких степеневий порядок або індекс  $n \geq 3$ . До цих абераций відносять первинну кому, сферичну аберацию всіх степеневих порядків, трейфойли всіх типів, астигматизм степеневих порядків від другого і вище та інші, що займають четверту і нижчі рядки піраміди церніковських мод (див. рис. 3.3).

Загальною властивістю всіх абераций вищих степеневих порядків, а також первинного астигматизму, є те, що кожна з них не може бути компенсованою або зменшеною за допомогою акомодациї. Тому вони завжди погіршують якість зображення на сітківці і тим самим знижують гостроту зору. На рис. 3.4 для прикладу показано вигляд зображення точки на сітківці при наявності в оптичній системі ока декількох абераций вищих степеневих порядків.

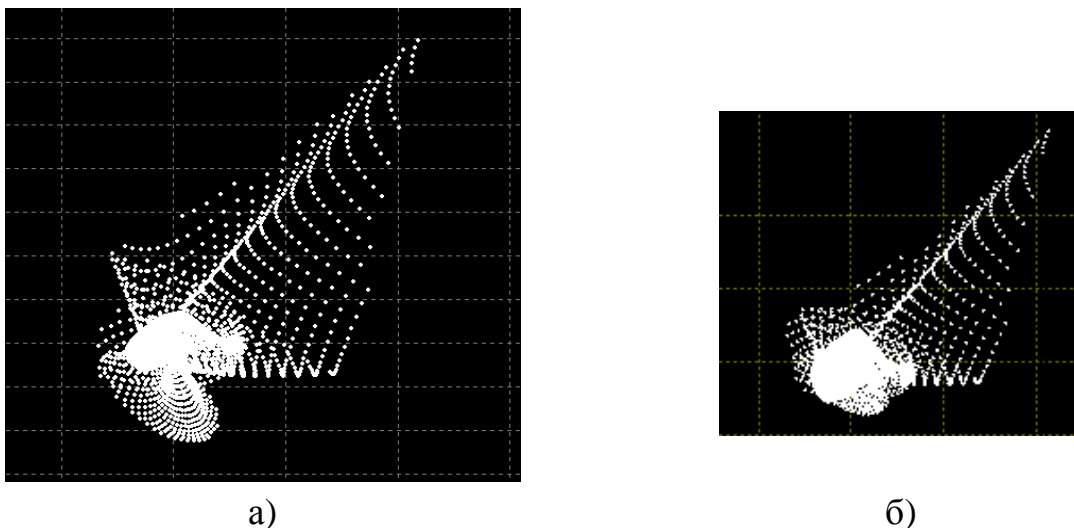


Рис. 3.4. Зображення точки, сформоване на сітківці аберацийною оптичною системою ока: *а* – присутні аберации дефокус, астигматизм, сферична аберация і кома; *б* – присутні ті ж самі аберации, але дефокус є видаленим дією акомодациї ока

З рис. 3.4 видно, що усунення аберации дефокус хоча трохи зменшило розмір аберацийної плями, але не виправило спотворень в зображенні точки, які в даному прикладі спричинили разом астигматизм, кома та сферична аберация.

Виправити аберации вищих степеневих порядків можна або хірургічною корекцією форми рогівки, або використанням аберацийних контактних лінз, або імплантацією аберацийних штучних кришталіків. Термін «аберацийні» означає, що вони мають таку форму оптичних поверхонь або такий розподіл показника

заломлення, які забезпечують потрібне спотворення хвильового фронту, спрямоване на виправлення хвильової аберації ока.

### 3.5. Поширені аберації ока

Поширеними та найбільш впливовими на якість зору абераціями ока є дефокус та первинний астигматизм.

Дефокус – це аберация, яка не порушує гомоцентричності пучків променів, що заповнюють отвір зіниці, але пересуває зображення точки вздовж візуальної осі. При цьому зображення не фокусується на поверхні сітківки. Дефокус – це наслідок неспроможності акомодацийного механізму забезпечувати чітке фокусування на сітківці зображення об'єктів. Так зображення об'єктів, що знаходяться за межами найближчої та подальшої точок ясного зору, не можуть бути сфокусованим на сітківці.

Око, що має порушення функції акомодації називають аметропічним, а саме явище такого порушення – аметропією.

В офтальмології кількісною мірою дефокусу є величина аметропії. Вона розраховується за формулою:

$$A_R[\text{дптр}] = \frac{1000}{a_R[\text{мм}]}, \quad (3.3)$$

де  $a_R$  – відстань в від  $H$  (передньої головної точки оптичної системи ока, див. рис. 3.1, 3.5) до подальшої точки чіткого зору. Величина  $a_R$  – від'ємна, якщо вказана точка є дійсною та знаходиться перед оком. Цю патологію називають міопією, а око – міопічним або короткозорим. Термін виник через те, що міопічне (короткозоре) око здатне чітко фокусувати на сітківці зображення лише тих об'єктних точок, які знаходяться перед оком на невеликій відстані – ближче ніж п'ять метрів.

Величина  $a_R$  – позитивна, якщо подальша точка ясного зору уявна та знаходиться за оком. Це випадок називають гіперметропією, а око – гіперметропічним (далекозорим). Термін далекозорість означає, що око краще бачить більш віддалені об'єкти, хоча їх зображення все ж не мають чіткого фокусування на сітківці.

На рис. 3.5 показані аметропічні очі та хід променів, що пояснюють суть різновидів аметропії.

Око, подальша точка ясного зору якого знаходиться на відстані  $|a_R| \geq 5000$  мм, називають еметропічним. Вважається, що аберация дефокус в такому оці клінічно відсутня.

Аметропію можна розрахувати через нормований коефіцієнт  $C_2^0$  [1,7]:

$$A_R[\text{дптр}] = 4000 N_2^0 C_2^0 r_{\max}^{-2}, \quad (3.4)$$

де  $N_2^0 = \sqrt{3}$ ;  $C_2^0$  [мм] – церніковський коефіцієнт аберация дефокус;  $r_{\max}$  [мм] – радіус зони в площині вихідної зіниці ока, в межах якої здійснено апроксимацію функції хвильової аберация ока.

При аметропії зображення точки на сітківці має вигляд круглої плями з діаметром пропорційним величині аметропії і діаметру отвору зіниці.

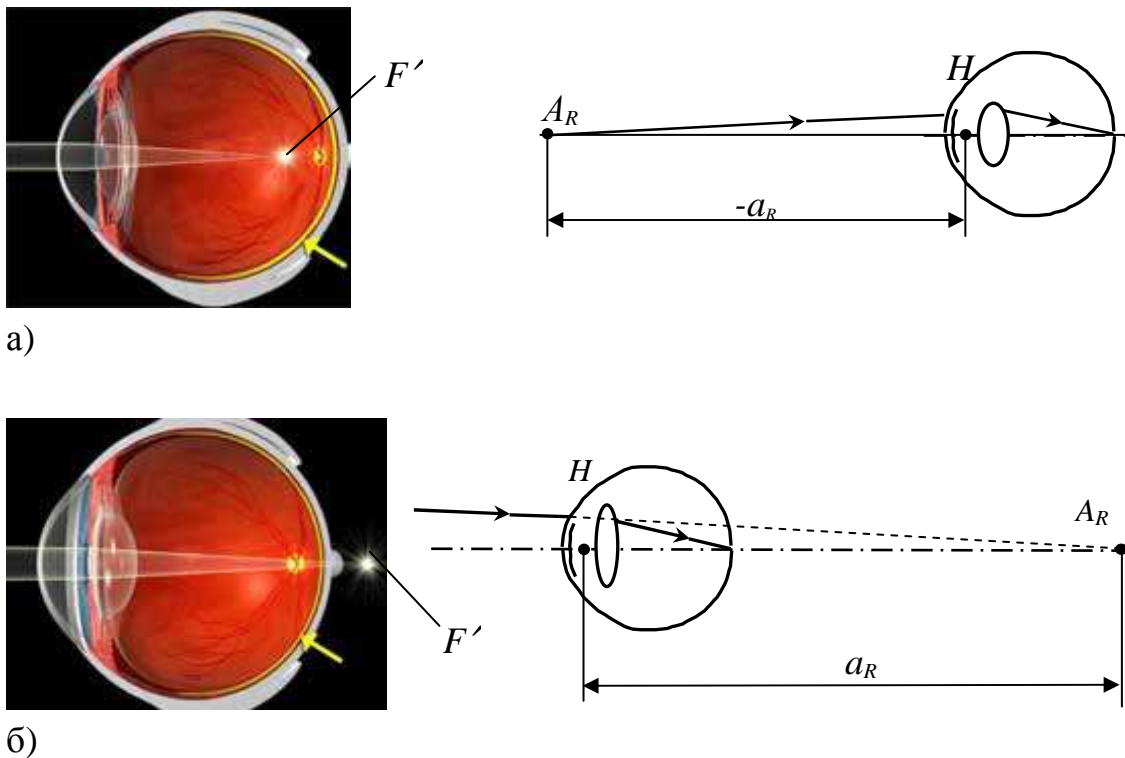
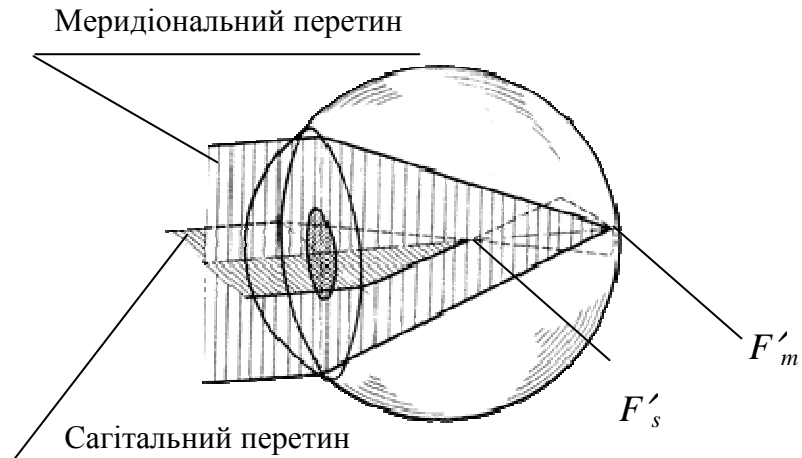


Рис. 3.5. Аметропія ока: а – міопія (короткозорість); б – гіперметропія (далекозорість);  $A_R$  – подальша точка ясного зору;  $H$  – передня головна точка оптичної системи ока;  $a_R$  – відстань до подальшої точки ясного зору

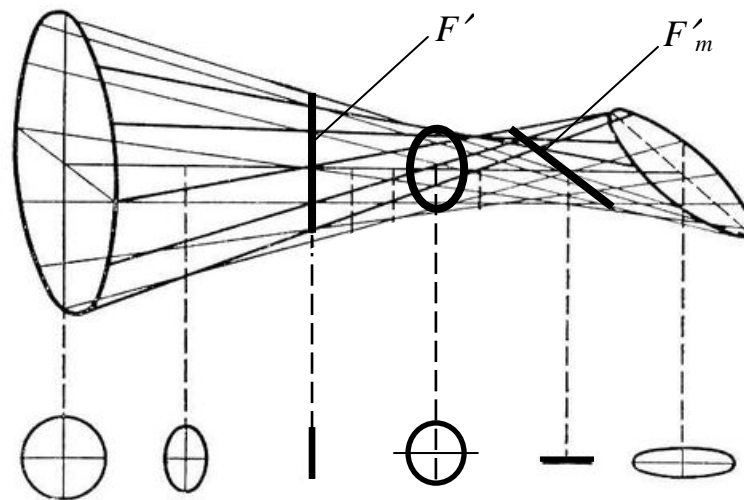
Астигматизм оптичної системи ока – це аберация, яка на відміну від дефокусу порушує гомоцентричність пучків променів. На рис. 3.6 показано природу цього порушення. Внаслідок неоднакової рефракційної сили ока в різних перетинах, наприклад, в меридіональному та сагітальному, фокусуються в точку лише ті промені, які належать тільки одному перетину.

Кожний перетин астигматичного ока має свій фокус ( $F'_s$ ,  $F'_m$ ) і свою фокусну відстань (рис.3.6, а). Причинами появи астигматизму в оптичній системі ока є:

- вроджена або придбана з віком тороїдальність (сфероциліндричність) передньої поверхні рогівки;
- тороїдальність поверхонь кришталіка;
- децентрування і нахил кришталіка відносно оптичної осі;



а)



б)

Рис. 3.6. Астигматизм в оптичній системі ока: а – фокус променів сагітального ( $F'_s$ ) та меридіонального ( $F'_m$ ) перетинів; б – вгорі форма каустики, внизу – вигляд зображення точки у перетинах каустики, перпендикулярних до осі



- відсутність суміщення візуальної і оптичної осей ока, через що оптичні поверхні ока не мають осьової симетрії відносно візуальної осі.

Пучок променів, що заповнюють отвір зіниці, при астигматизмі утворює в зоні сітківки просторову фігуру у вигляді горловини глечика, яку називають каустикою (рис. 4.6, б). В перпендикулярних до осі перетинах каустики освітлена зона має в загальному випадку форму еліпса.

В точках  $F'_s$ ,  $F'_m$  еліпс вироджується у відрізки – сагітальний та меридіональний фокуси відповідно, які ще називають астигматичними відрізками або астигматичними фокусами. Посередині між вказаними фокусами розміщується перетин, в якому освітлена зона має форму круга (рис. 3.6, б). Цей перетин називають площиною «найкращого зображення» точки при наявності астигматизму. Фігури в перетинах показують, що бачить око, коли сітківка перетинає пучок променів в тому або іншому місці. Таке явище викликане порушенням гомоцентричності пучка променів, тому навіть в площині «найкращого зображення» зображення точки не буде «різким».

На рис. 3.7 показано формування зображення об'єкту в зоні сітківки при наявності астигматизму.

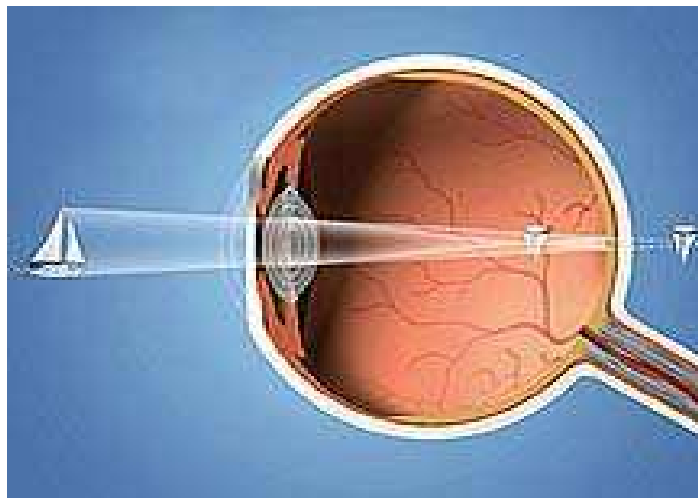


Рис. 3.7. Зображення об'єкту при наявності астигматизму оптичної системи ока: в лівому зображенні чітко сфокусовані горизонтальні лінії об'єкта, в правому – вертикальні (або навпаки)

Видно, що правий астигматичний фокус дає гіперметропічне зображення (за сітківкою), а лівий фокус – міопічне зображення (перед сітківкою). Це випадок змішаного астигматизму. Значно частіше спостерігається міопічний

астигматизм, коли обидва зображення (обидва фокуси) знаходяться перед сітківкою на різних відстанях від неї або гіперметропічний астигматизм – обидва фокуси знаходяться за сітківкою.

Чим більшою є відстань між фокусами, тим більшим за величиною вважається астигматизм. Ця відстань, яку в оптиці називають астигматичною різницею, на жаль, не може слугувати кількісною мірою астигматизму в офтальмології, тому що не можна фізично здійснити вимірювання цієї відстані в живому оці. Через це величину астигматизму в офтальмології визначають опосередковано, а саме, як різницю аметропії в головних перетинах ока. Ними називають ті перетини, в яких аметропія є найбільшою і найменшою відповідно:

$$A_s = A_{R_{\max}} - A_{R_{\min}}; \quad A_{R_{\max}} [\text{дптр}] = \frac{1000}{a_{R_{\min}}}; \quad A_{R_{\min}} [\text{дптр}] = \frac{1000}{a_{R_{\max}}},$$

де  $a_{R_{\min}}$ ,  $a_{R_{\max}}$  – відстані до подальшої точки ясного зору в променях однієї і другої головних перетинів ока відповідно, причому відстань  $a_{R_{\min}}$  визначається в перетині, в якому рефракційна (оптична) сила ока найбільша, а відстань  $a_{R_{\max}}$  – в перетині, в якому рефракційна сила ока є найменшою. За допомогою коефіцієнту церніковського розкладу  $C_2^2$  величина  $A_s$  розраховується за формулою [1, 7]:

$$A_s [\text{дптр}] = 4000 N_2^2 C_2^2 r_{\max}^{-2}, \quad (3.5)$$

де  $N_2^2 = \sqrt{6}$ .

Головні перетини ока не завжди знаходяться точно у меридіональній (вертикальній) і сагітальній (горизонтальній) площинах. В зв'язку з цим, ще однією характеристикою астигматизму є величина кута між горизонтальним перетином ока і тим головним перетином, в якому аметропія за величиною є максимальною (має величину  $A_{R_{\max}}$ ). В офтальмології відлік цього кута здійснюється від горизонтального перетину проти ходу часової стрілки

## РОЗДІЛ 4

### УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА АБЕРАЦІЙНА МОДЕЛЬ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА

Хвильова аберація, що виникає при проходженні світла через оптичні середовища ока, є функцією зіничних координат, координат точки у просторі об'єктів, довжини світлової хвилі, а також фізичного та психічного стану людини під час вимірювань абераційної рефракції ока. Функція хвильової аберації є універсальним математичним засобом відображення наслідків спотворень форми і взаємного розташування поверхонь рогівки та кришталика, появи оптичної неоднорідності оптичних середовищ ока, фізіологічних порушень функції акомодатції тощо.

Вплив перелічених факторів на функцію хвильової аберації повинен відобразитися в математичному представленні цієї функції. Тому традиційна математична форма функції хвильової аберації у вигляді звичайної її двомірної степеневі чи поліноміальної апроксимації, яка успішно використовується для характеристики штучних центрованих оптичних систем з осьовою симетрією, і яка показана у попередньому розділі, в офтальмологічній оптиці не є достатньою. Це, природно, призводить до необхідності пошуку і обґрунтування більш універсальної математичної форми представлення функції хвильової аберації, що пристосована до оптичних систем, котрі не мають осьової симетрії, а саме – просторових оптичних систем. Мета – застосування в аберометрії ока такої математичної моделі функції хвильової аберації, яка б з одного боку дозволяла відображати глобальну залежність деформації хвильового фронту від зіничних, об'єктних, акомодатційних, хроматичних, часових та інших параметрів, а з іншого – забезпечувала б аберометрії ока коректний і найбільш точний алгоритм визначення вказаної глобальної функціональної залежності.

Другою, не менш важливою для офтальмологічної практики задачею, є аналіз монохроматичних аберацій оптичної системи ока з використанням глобальної моделі. Мотивом до проведення такого аналізу слугує потреба ідентифікувати всі складові аберації ока, як осьові, так і польові, і виявляти причини, що їх породжують. Одноосьова аберометрія оптичної системи ока, яка здійснюється уздовж візуальної осі, не дозволяє цього зробити. Наслідком може бути некоректне коригування польових аберацій, що є недопустимим, особливо при хірургічній корекції вад зору. Тому створення методики, яка б не

тільки дозволяла виявляти та вимірювати параметри тих чи інших аберацій ОС ока, але й діагностувати причини їх появи, є ще однією нагальною задачею.

Мета вирішення сформульованих вище задач – створення теоретичних засад сучасного математичного забезпечення та модернізації апаратних засобів офтальмологічної аберометрії.

#### **4.1. Математична модель хвильової аберації ОС ока**

Відомо, що повною математичною моделлю будь-якої оптичної системи, як формувача зображень, є знічна функція [4 – 7, 12]:

Проте оптична система ока має свої специфічні особливості, які обумовлені такими факторами:

1) ОС ока – біологічна панкратична система, яка, виконуючи функцію акомодатії, змінює оптичну силу за рахунок варіацій величин радіусів поверхонь та осьової довжини кришталика;

2) оптичні поверхні рогівки та кришталика частіш за все є помітно нецентрованими;

3) оптичні поверхні ока не мають строгої осьової симетрії, до того ж ці поверхні можуть мати часові зміни форми, пов'язані з фізіологічним, психічним станом людини, часом доби, віком;

4) внаслідок не суміщення оптичної та візуальної осей ока формування зображення в зоні макули (зоні центрального зору) здійснюється пучками променів, які в теорії штучних центрованих ОС називають неосьовими.

В зв'язку з цим математична абераційна модель ОС ока, по-перше, повинна бути придатною для моделювання зображень, сформованих просторовими оптичними системами, які не мають осьової симетрії і головної оптичної осі. А, по-друге, вона повинна використовувати в якості аргументів функції хвильової аберації наступні параметри:

- 1) координати  $[l, \theta], [r, \phi]$ , рис. 2.1;
- 2)  $a$  – відстань між передньою головною точкою ОС ока і площиною об'єктів, на яку око акомодоване;
- 3)  $\lambda$  – довжину світлової хвилі для представлення хроматичних аберацій;
- 4)  $t$  – момент часу, коли здійснювалася аберометрія ОС ока.

Конструктивні параметри оптичної системи живого ока через постійні варіації форми оптичних поверхонь та наявність оптичних неоднорідностей середовищ ока не дозволяють включати їх до списку аргументів функції

хвильової аберації та будувати моделі, що використовують розрахунки ходу променів (чисельний рейтресинг). До того ж не існує аналітичних залежностей величини  $W$  від конструктивних параметрів окрім випадків дуже простих центрованих оптичних систем. Тому єдиною реальною можливістю математичного представлення функції хвильової аберації  $W$  просторової ОС ока залишається її апроксимація, що здійснюється на базі даних фізичних вимірювань хвильових аберацій ОС ока у площині зіниці або поперечних вимірювань – у площині сітківки.

Представлення функції  $W$  у вигляді  $W = W[\vec{C}(l, \theta, \rho, \varphi, a, \lambda, t)]$  називають глобальною апроксимацією [6], де  $\vec{C}$  – багатомірний вектор апроксимаційних коефіцієнтів. Отже моделювання аберацій оптичної системи ока практично пов'язано з визначенням вектору  $\vec{C}(l, \theta, \rho, \varphi, a, \lambda, t)$ .

Результати безпосередніх чи опосередкованих фізичних вимірювань  $W$ , що потрібні для апроксимації функції  $W = W[\vec{C}(l, \theta, \rho, \varphi, a, \lambda, t)]$ , неможливо отримати одноразово за всіма аргументами. Їх отримують поступово. Так само можна здійснювати і апроксимацію  $W$  по групах аргументів з послідовним нарощуванням їх кількості методом «матрьошки». Тому розглянемо апроксимацію  $W$  у послідовності:  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$ ,  $W(\rho, \varphi, l, \theta, a)$ ,  $W(\rho, \varphi, l, \theta, a, \lambda)$ ,  $W(\rho, \varphi, l, \theta, a, \lambda, t)$ .

**Апроксимація функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$ .** В оптиці найбільшого поширення здобули два способи апроксимації функції хвильової аберації – через степеневий розклад або з використанням поліномів Церніке. Останній спосіб знайшов набагато більшого поширення завдяки істотно вищій точності відтворення коефіцієнтів апроксимації методом найменших квадратів чи іншими методами. Похибки, якими супроводжуються ці відтворення, менше залежать від похибок фізичних вимірювань хвильової аберації у сітці вимірювальних точок на зіниці ока. Традиційно для центрованих оптичних системах із осьюовою симетрією використовують апроксимацію функції  $W$  тільки за аргументами  $\rho, \varphi, l$  у вигляді [4]:

$$W(\rho, \varphi, l) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{nml} R_n^m(\rho) \cos m\varphi, \quad (4.1)$$

де  $R_n^m(\rho)$  – поліноми Церніке, див. (3.2),  $C_{nml}$  – ненормовані, абсолютні значення амплітуд абераційних мод (коефіцієнти апроксимації), які знаходять за даними вимірювань величини  $W$  в

конкретних точках зіниці з координатами  $[\rho, \varphi]$  для конкретних точок простору об'єктів з координатою  $l$ . Координата  $\theta$  в даному випадку не використовується, тому що завдяки осьовій симетрії оптичної системи вона не впливає на функцію  $W(\rho, \varphi, l)$ .

Апроксимація у вигляді (4.1) в загальному випадку непридатна для математичного моделювання аберацій оптичної системи ока з наступних причин. По-перше, оптична система ока, як було вказано вище, є просторовою, тобто не центрованою, що не дає можливості обмежитися для опису хвильової аберації тільки координатами  $[\rho, \varphi]$ . По-друге, візуальна вісь, відносно якої фактично в офтальмології визначають функцію  $W$ , розміщена під нахилом до осей симетрії рогівки та кришталика. Крім того, вона не є точно визначеною і тому початок координат  $\rho, \varphi$  за розкладом (4.1) є також невизначеним. По-третє, як буде показано нижче, виявлення деяких типів аберацій ока і діагностику причин їх появи неможливо здійснити за результатами аберометрії ока з однієї точки – точки фіксації погляду. Тому в даній роботі пропонується аберометрію проводити із упорядкованої сукупності точок простору об'єктів та для апроксимації використовувати більш загальну форму, а саме таку, яка пристосована для просторових оптичних систем з невизначеною оптичною віссю і дозволяє представляти  $W$  з прив'язкою координат до будь-якої вибраної осі [7, 13]:

$$W(\rho, \varphi, l, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [C_{nm}(l, \theta) \cos(m\varphi) + S_{nm}(l, \theta) \sin(m\varphi)] R_n^m(\rho), \quad (4.2)$$

де

$$C_{nm}(l, \theta) = \sum_{nl=0}^{\infty} \sum_{ml=0}^{\infty} \left[ CC_{nm}^{nlml} \cos(m_l \theta) + SC_{nm}^{nlml} \sin(m_l \theta) \right] R_{nl}^{ml}(l), \quad (4.3)$$

$$S_{nm}(l, \theta) = \sum_{nl=0}^{\infty} \sum_{ml=0}^{\infty} \left[ CS_{nm}^{nlml} \cos(m_l \theta) + SS_{nm}^{nlml} \sin(m_l \theta) \right] R_{nl}^{ml}(l). \quad (4.4)$$

Розклад за виразом (4.2) є подвійним розкладом функції хвильової аберації за поліномами Церніке, тому що самі амплітуди косинусних абераційних мод –  $C_{nm}(l, \theta)$  та синусних абераційних мод –  $S_{nm}(l, \theta)$ , які є функціями координат точок простору об'єктів, також апроксимовані з використанням поліномів Церніке  $R_{nl}^{ml}(l)$ , аргументом яких є канонічна координата простору об'єктів  $l$ .

Числа  $n_l, m_l$  мають той самий зміст що й числа  $n, m$ , але по відношенню до канонічної полярної координати  $l$  у просторі об'єктів;

$CC_{nm}^{n_l m_l}, SC_{nm}^{n_l m_l}, CS_{nm}^{n_l m_l}, SS_{nm}^{n_l m_l}$  – позначення апроксимаційних коефіцієнтів, через які визначаються амплітуди абераційних мод  $C_{nm}(l, \theta)$  та  $S_{nm}(l, \theta)$ ;

$l, \theta$  – канонічні полярні координати у просторі об'єктів, або у просторі зображень.

Букви  $C$  і  $S$  означають належність коефіцієнта до косинусної і синусної складових розкладів за (4.2–4.4) відповідно, причому перша буква, наприклад, коефіцієнту  $SC_{nm}^{n_l m_l}$ , показує належність до синусного складової розкладу за кутом  $\varphi$ , тобто в площині зіниці, а друга – до косинусної складової розкладу за кутом  $\theta$ . Індекси  $n_l, m_l$  біля цих букв вказують на належність коефіцієнту до черніківського полінома  $R_{n_l}^{m_l}(l)$ , а індекси  $n, m$  – до полінома  $R_n^m(\rho)$ .

В (4.2–4.4) канонічні полярні координати  $\rho$  та  $l$  визначаються за формулами:  $\rho = \frac{r}{r_{\max}}$ ,  $l = \frac{h}{h_{\max}}$ , де  $r$  – абсолютна полярна координата в площині зіниці з її найбільшим значенням  $r_{\max}$ ;  $h$  та  $h_{\max}$  – аналогічні координати в площині об'єктів. Значення  $r_{\max}$  – радіус зони аберометрії в площині зіниці,  $h_{\max}$  – радіус поля зору, для якого визначається функція хвильової аберації.

Подвійний розклад функції хвильової аберації за поліномами Церніке дозволяє здійснювати опис, аналіз та діагностику як осьових, так і польових монохроматичних аберацій оптичної системи ока. Істотні переваги подвійного черніківського розкладу (4.2) будуть продемонстровані в подальшому викладанні матеріалу.

**Апроксимація функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta, a)$ .** Цю апроксимацію можна здійснити шляхом визначення коефіцієнтів  $CC_{nm}^{n_l m_l}, SC_{nm}^{n_l m_l}, CS_{nm}^{n_l m_l}, SS_{nm}^{n_l m_l}$  для декількох значень відстані  $a = a_{i_a}$  (рис. 2.1) з подальшою їх інтерполяцією за допомогою форми Лагранжа чи Ньютона [14]. Наприклад, коефіцієнт  $CC_{nm}^{n_l m_l}$  інтерполюється відносно параметра  $a$  у формі Лагранжа за формулою:

$$CC_{nm}^{n_l m_l}(a) = \sum_{i_a=0}^{i_a=q} CC_{nm}^{n_l m_l} A_{i_a} \cdot CCA_{i_a}^{n_l m_l}(a), \quad (4.5)$$

де

$$SSA_{i_a nm}^{nlml}(a) = \frac{(a - a_0) \dots (a - a_{i_a}) (a - a_{i_a + 1}) \dots (a - a_q)}{(a_{i_a} - a_0) \dots (a_{i_a} - a_{i_a - 1}) (a_{i_a} - a_{i_a + 1}) \dots (a_{i_a} - a_q)}, \quad (4.6)$$

де  $i_a = 0 \dots q$ ,  $q + 1$  – кількість акомодацийних відстаней, на яких здійснюється аберометрія ока і визнається функція  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$ . У виразах (4.5), (4.6) параметр  $a$  представляється у діоптріях, що є більш зручним для офтальмологів і виключає проблему математичної невизначеності при  $a = \infty$  [мм].

**Апроксимація функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta, a, \lambda)$ .** Залежність функції  $W$  від довжини світлової хвилі, яка представляє хроматичну аберацію оптичної системи, існує внаслідок наявності дисперсії у оптичних середовищах ока. Ці середовища мають значення показників заломлення в інтервалі 1,3...1,4 з коефіцієнтом дисперсії  $\nu_e \cong 50 \dots 60$ . Ці значення дуже наближені до значень показника заломлення та дисперсії води. Тому оптична система ока має хроматичну аберацію, подібну до хроматичній аберації сферичної поверхні, яка розділяє середовища – повітря і воду.

Відомо, що сітківка реагує на світлове випромінювання в спектральному діапазоні  $\lambda \cong 0,4 \dots 0,7$  мкм з її максимальною чутливістю до світлових хвиль з довжиною  $\lambda \cong 0,55$  мкм. В такому невеликому спектральному діапазоні показники заломлення оптичних середовищ ока  $n = n(\lambda)$  мають дуже незначні зміни. Тому для визначення залежності  $W = W(\lambda)$  достатньо провести аберометрію ока у трьох точках спектрального діапазону  $\lambda$  і, далі на основі отриманих даних знаходити вирази інтерполяційних коефіцієнтів. В якості таких точок відповідно існуючим стандартам використовуються  $\lambda_1 = 0,48$  мкм,  $\lambda_0 = 0,546$  мкм та  $\lambda_2 = 0,64$  мкм.

Насправді існуючі лазери, зокрема напівпровідникові, мають трохи інші довжини хвиль випромінювання. Наприклад, існуючі в цей час лазерні діоди випромінюють світло з  $\lambda = 0,405$  мкм,  $\lambda = 0,532$  мкм та  $\lambda = 0,63 \dots 0,67$  мкм. Як видно з порівнянь, вони дозволяють перекрити вище вказаний спектральний діапазон чутливості сітківки та забезпечити тим самим коректне вимірювання хроматичних аберацій оптичної системи ока.

Таким чином для здійснення апроксимації функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta, a, \lambda)$  потрібно виконати вимірювання монохроматичної хвильової аберації для



кожної з вище приведених довжин хвиль та знайти окремі інтерполяційні вирази за параметром  $\lambda$  для коефіцієнтів  $CC_{nm}^{nlml} A_{ia}$ ,  $SC_{nm}^{nlml} A_{ia}$ ,  $CS_{nm}^{nlml} A_{ia}$ .

У формі Лагранжа:

$$CC_{nm}^{nlml} A_{ia}(\lambda) = \sum_{i\lambda=0}^{i\lambda=2} CC_{nm}^{nlml} A_{ia} L_{i\lambda} \cdot CCA_{ia} L_{ia}^{nlml}(\lambda), \quad (4.7)$$

де  $CC_{nm}^{nlml} A_{ia} L_{i\lambda}$  – апроксимаційний коефіцієнт,

$$CCA_{ia} L_{0nm}^{nlml}(\lambda) = \frac{(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_0)(\lambda_0 - \lambda_2)}; \quad CCA_{ia} L_{1nm}^{nlml}(\lambda) = \frac{(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_2)}{(\lambda_1 - \lambda_0)(\lambda_1 - \lambda_2)};$$

$$CCA_{ia} L_{2nm}^{nlml}(\lambda) = \frac{(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)}{(\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Практикою доведено, що апроксимація хроматичних аберацій методом інтерполяції квадратним трьохчленом є достатньою з точки зору забезпечення високої точності математичного опису цієї аберації у видимому діапазоні  $\lambda$ .

**Апроксимація  $W(t)$ .** Апроксимацію функції  $W = W(t)$ , де  $t$  – момент часу вимірювання аберацій оптичної системи ока, можна здійснювати для таких комбінацій аргументів:

1)  $W = W(\rho, \varphi, l, \theta, t)$  – монохроматична, як функція часу, при фіксованому стані акомодатії;

2)  $W = W(\rho, \varphi, l, \theta, a, t)$  – монохроматична, як функція акомодатії і часу;

3)  $W = W(\rho, \varphi, l, \theta, a, \lambda, t)$  – поліхроматична, як функція акомодатії і часу.

Для здійснення апроксимації за параметром  $t$  необхідно отримати значення відповідних коефіцієнтів апроксимації, приведених вище, для кожного фіксованого моменту часу –  $t_{it}$ , де  $i_t = 0 \dots T$ ,  $T$  – порядковий номер моменту часу, а потім на цій основі знайти вирази інтерполяції кожного апроксимаційного коефіцієнта у формі Лагранжа чи Ньютона, як це було показано вище.

## 4.2. Відтворення коефіцієнтів апроксимації функції $W$ за результатами аберометрії оптичної системи ока

У відповідності з викладеним в підрозділі 4.1. загальна формула глобальної апроксимації функції хвильової аберації оптичної системи ока має вигляд:

$$W(Arg) = \sum_n \sum_m \sum_{n_l} \sum_{m_l} \sum_{i_a} \sum_{i_\lambda} \sum_{i_t} \sum_{j=1}^{j=4} C^{j_{n m n_l m_l i_a i_\lambda i_t}} \cdot F_q(Arg), \quad (4.8)$$

де  $Arg = [\rho, \varphi, l, \theta, a, \lambda, t]$  – сукупність аргументів функції глобальної апроксимації;

$F_q(Arg)$  – функції базису апроксимації,  $q$  – порядковий номер базисної функції;

$C^{j_{n m n_l m_l i_a i_\lambda i_t}}$  – коефіцієнти глобальної апроксимації (в узагальненому вигляді), які були визначені у попередніх розділах та формулах, причому  $C_{j=1...4}$  означає один з чотирьох типів апроксимаційних коефіцієнтів  $CC, CS, SC, SS$ .

Вочевидь, для забезпечення вихідної інформації, яка дозволить визначати всі потрібні офтальмологам коефіцієнти глобальної апроксимації, необхідно здійснювати вимірювання поперечних аберацій променів на сітківці в певній кількості вимірювальних точок на зіниці та при певній кількості ракурсів аберометрії по відношенню до візуальної осі ока. До того ж такі вимірювання потрібно здійснювати у різних спектральних діапазонах, з різним акомодаційним станом ока та у різні фіксовані моменти часу.

Відомі на цей час методи аберометрії ока не дозволяють вимірювати безпосередньо величини хвильової аберації у різних точках зіниці. Реалізувати фізично вдається лише вимірювання лінійних або кутових поперечних аберацій вузьких світлових трубок в площині сітківки чи в просторі об'єктів. Детально методи аберометрії ока викладені у розділі 8.

Для відтворення апроксимаційних коефіцієнтів за результатами фізичної аберометрії ока використовують апроксимацію функції відомими методами регресії [6, 14].

Вимірювання поперечних аберацій світлових трубок завжди здійснюється з похибками. Тому для зменшення впливу цих похибок на похибки відтворення апроксимаційних коефіцієнтів кількість вимірювальних точок на зіниці повинна у декілька разів перевищувати кількість апроксимаційних коефіцієнтів чи кількість абераційних мод потрібних для аналізу і діагностики.

Виміряні значення поперечних аберацій кожного променя (вузької світлової трубки) знаходяться у правій частина рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial W(Arg)}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{\partial W(Arg)}{\partial \varphi} \cdot \frac{\sin \varphi}{\rho} \right] &= \Delta'_x(Arg), \\ \frac{1}{A} \left[ \frac{\partial W(Arg)}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{\partial W(Arg)}{\partial \varphi} \cdot \frac{\cos \varphi}{\rho} \right] &= \Delta'_y(Arg) \end{aligned} \quad (4.9)$$

де  $A = n' \sin \sigma'_A$  – числова апертура оптичної системи ока, що визначається відносно зони аберометрії;

$n' \cong 1,337$  – показник заломлення оптичного середовища перед сітківкою (скловидного тіла);

$\sigma'_A$  – задній апертурний кут оптичної системи ока, який визначається нахилом до візуальної осі променя перед сітківкою, що надходить в зіницю через край зони аберометрії на зіниці;

$\Delta'_y(Arg)$ ,  $\Delta'_x(Arg)$  – проєкції поперечної аберації світлової трубки на меридіональну та сагітальну площини оптичної системи ока відповідно (згідно офтальмологічній традиції у формулах (4.9) кут  $\varphi$  відліковується проти часової стрілки від горизонтальної осі  $O'X'$ , на якій знаходиться проєкція  $\Delta'_x(Arg)$ ).

У лівій частині рівнянь (4.9) невідомими, які повинні бути визначеними, є апроксимаційні коефіцієнти (амплітуди абераційних мод). Похідні по  $\rho$  та  $\varphi$  у кожному доданку апроксимаційної функції  $W(Arg)$  мають конкретні числові значення, розраховані за координатними даними  $(\rho, \varphi)$  кожної конкретної вимірювальної точки в зоні зіниці, тому в рівняннях (4.9) похідні присутні як числові коефіцієнти.

Якщо кількість вимірювальних точок на зіниці ока дорівнює числу  $N$ , то кількість рівнянь системи, що використовуються для пошуку апроксимаційних коефіцієнтів, згідно (4.9), дорівнює  $2N$ .

Складена із виразів (4.9) для  $N$  вимірювальних точок система лінійних рівнянь, в яких апроксимаційні коефіцієнти є невідомими, дає можливість знайти значення цих коефіцієнтів. Якщо кількість апроксимаційних коефіцієнтів дорівнює  $2N$ , тобто кількості рівнянь системи, то апроксимаційні коефіцієнти є коренями системи лінійних рівнянь, а функція хвильової аберації при цьому інтерполює дані аберометрії. Але дані, отримані з вимірювань, завжди містять похибки вимірювань. Щоб збільшити точність опису хвильової аберації кількість вимірювальних точок на зіниці істотно збільшують. Тоді

апроксимація інтерполяцією замінюється апроксимацією методом регресії. Похибки апроксимації регресією наближаються до мінімальних, якщо кількість рівнянь системи у чотири-п'ять разів перевищує кількість невідомих апроксимаційних коефіцієнтів.

Система рівнянь, в якій кількість рівнянь перевищує кількість невідомих, не має рішення, але має таку єдину комбінацію значень цих невідомих, які роблять мінімальною суму квадратів нев'язок всіх рівнянь системи. Нев'язкою називають алгебраїчну різницю значень правої та лівої частини рівняння при підстановці в нього конкретних значень невідомих. Пошук такої комбінації значень невідомих знайшов Гаус, тому метод отримав назву гаусів метод найменших квадратів (МНК).

Знаходження коефіцієнтів апроксимації методом найменших квадратів здійснюється за допомогою формули [6]:

$$C = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot X, \quad (4.10)$$

або

$$C = (A^T \cdot E \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot E \cdot X \quad (4.11)$$

де  $C$  – матриця-стовпець, елементи якої є шукані коефіцієнти апроксимації  $C_{j_n m n_l m_l i_a i_\lambda i_t}$ ;

$A$  – конструкційна прямокутна матриця, складена із значень числових значень коефіцієнтів при невідомих;

$A^T$  – транспонована матриця  $A$ ;

$X$  – матриця-стовпець, що складається з елементів правої частини рівнянь (4.9);

$E$  – діагональна матриця вагових коефіцієнтів, яка застосовується у випадку необхідності здійснення більш точного визначення тих чи інших конкретних коефіцієнтів апроксимації.

Пошук елементів матриці  $C$  також може бути здійсненим за допомогою сингулярного розкладу матриці  $A$  за формулою [6]:

$$C = U \cdot S^{-1} \cdot V^T \cdot X, \quad (4.12)$$

де матриці  $U, S, V$  є матрицями сингулярного розкладу матриці  $A$ :

$$A = V \cdot S \cdot U^T, \quad (4.13)$$

$S$  – діагональна матриця сингулярних чисел матриці  $A$ ,  $V$  та  $U$  – ортогональні матриці повороту.

Методика та алгоритми обчислень елементів матриць  $U, S, V$  приводяться у літературі, окрім того також існують комп'ютерні програми виконання матричних процедур сингулярного розкладу.

Розрахунки коефіцієнтів апроксимації за формулою (4.12) має декілька дуже істотних переваг. По-перше, відсутня необхідність у процедурі обертання матриці  $(A^T \cdot A)$ , яка є дуже трудомісткою навіть для комп'ютера і, яка породжує похибки відновлення елементів матриці  $S$ , пов'язані з округленням чисел. По-друге, аналіз елементів діагональної матриці  $S$  дає можливість відкинути ті корні системи рівнянь, тобто елементи матриці  $S$ , які майже не впливають на значення й поведінку функції  $W$ , але можуть мати при цьому дуже неточно визначені власні значення.

Фактором, що серйозно впливає на точність та трудомісткість матричних перетворень за формулами (4.10–4.13) є розмір матриці  $A$ . За умов глобальної апроксимації він вимагає обов'язкового попереднього аналізу. Такий аналіз доцільно зробити на розгляді прикладу, в якому визначається сукупність аберацій оптичної системи ока, що є типовим для офтальмологічних потреб.

Нехай за вимогою лікаря-офтальмолога необхідно виявити в оптичній системі ока пацієнта монохроматичні аберації, що визначаються для трьох довжин хвиль ( $q_\lambda = 3$ ) – з першої до п'ятої степені степеневого розкладу за знічними координатами поперечних аберацій ( $n_{\max} = 6$ ) та з першої до третьої степені розкладу поперечних аберацій за об'єктними координатами ( $n_{l_{\max}} = 4$ ), для трьох станів акомодатії ( $q_a = 3$ ). Всі вимірювання потрібно здійснити у три різні моменти часу, наприклад, вранці, вдень та ввечері ( $q_t = 3$ ).

Загальна кількість одночленів у правій частині виразу (4.8), які присутні також і у формулах (4.9), тобто загальна кількість  $q$  коефіцієнтів апроксимації або, що теж саме, кількість елементів рядка матриці  $A$ , розраховується за формулами:

$$q = q_{n,m} \cdot q_{n_l, m_l} \cdot q_a \cdot q_\lambda \cdot q_t, \quad (4.14)$$

де

$$q_{n,m} = \frac{2n \cdot m - m^2 + 2(n+m) + Z_{nm}}{2} - z_{onm}, \quad (4.15)$$

$$q_{n_l, m_l} = \frac{2n_l \cdot m_l - m_l^2 + 2(n_l + m_l) + Z_{n_l m_l}}{2} - z_{on_l m_l} \quad (4.16)$$

Значення параметрів, що входять у формули (4.15)...(4.16), визначаються так:

- 1)  $n = n_{\max}$ ,  $m = m_{\max}$ ,  $n_l = n_{l \max}$ ,  $m_l = m_{l \max}$ ;
- 2) якщо  $n, m, n_l, m_l$  – парні, то згідно вищенаведених вихідних даних  $z_{nm} = 4$ ,  $z_{n_l m_l} = 4$ ;
- 3) якщо  $n, m, n_l, m_l$  – непарні, або  $n, n_l$  – парні, а  $m, m_l$  – непарні, то  $z_{nm} = 3$ ,  $z_{n_l m_l} = 3$ ;
- 4) якщо  $n, n_l$  – непарні, а  $m, m_l$  – парні, то  $z_{nm} = 2$ ,  $z_{n_l m_l} = 2$ ;
- 5) якщо  $n, n_l$  – парні, то  $z_{onm} = \frac{n+4}{2}$ ,  $z_{on_l m_l} = \frac{n_l+4}{2}$ ;
- 6) якщо  $n, n_l$  – непарні, то  $z_{onm} = \frac{n+3}{2}$ ,  $z_{on_l m_l} = \frac{n_l+3}{2}$ .

Враховуючи той факт, що у відповідності з властивостями поліномів Церніке числа  $m_{\max}$  та  $m_{l \max}$  не можуть бути більшими ніж  $n_{\max}$  і  $n_{l \max}$  відповідно, визначаємо  $m_{\max} = 6$  та  $m_{l \max} = 4$ . Після підстановки значень всіх цих чисел у (4.15), (4.16) маємо для нашого прикладу  $q_{n,m} = 27$ ,  $q_{n_l, m_l} = 14$ , тоді у відповідності з (4.14)  $q = 10206$ .

Згідно приведеного розрахунку рядок матриці **A** повинен налічувати 10206 елементів, тобто ця матриця повинна мати 10206 стовпчиків.

Для забезпечення наближеної до граничної точності апроксимації методом найменших квадратів потрібно, щоб кількість рядків  $k$  у матриці **A** була не менш ніж у три рази більшою кількості стовпчиків  $q$ , [15]. Звідси кількість рядків матриці **A** становить  $k = 3q = 30618$ . При цьому матриця **A** повинна мати  $k \times q = 312.487.308$  елементів.

Безумовно така гігантська матриця, матричні перетворення і арифметичні дії над якою у відповідності з (4.10–4.13) вимагають колосальної кількості елементарних операцій, надзвичайно великої пам'яті комп'ютера та багато часу на виконання комп'ютерної програми матричних перетворень. Проблема-тичним при цьому також є питання забезпечення точності матричних перетворень, яка має тенденцію до погіршення при зростанні формату матриці  $\mathbf{A}$ . У зв'язку з цим доцільним вважається інший алгоритм глобальної апроксимації функції  $W$  суть якого полягає у проведенні окремої апроксимації по різних групах аргументів із всієї множини аргументів ( $Arg$ ). Для цього пропонується наступна послідовність дій:

1. Для кожної точки простору об'єктів з координатами  $[l, \theta]$  здійснюється абераметрія ока із застосуванням всіх вимірювальних точок зіниці; для кожної такої точки за формулами (4.9), (4.10), (4.11) або (4.9), (4.12), (4.13) відтворюються значення коефіцієнтів апроксимації, що входять у вираз (4.2). При цьому матриця  $\mathbf{A}$ , за умов вище приведеного прикладу, буде мати лише  $q_{nm} = 27$  стовпчиків та втричі більше рядків – 81. Число  $81/2 \approx 41$  вказує на потрібну кількість вимірювальних точок на зіниці, тому що кожна з них дає два рівняння (4.9). Кількість елементів матриці  $\mathbf{A}$  у даному випадку дорівнює 2187, що приблизно у  $1,5 \cdot 10^6$  менше ніж потрібно при одномоментній апроксимації функції  $W$  за всіма її аргументами ( $Arg$ ).

2. Процедура за п.1, у відповідності з вихідними умовами прикладу, виконується у  $3 \times q_{n_l, m_l}$  точках простору предметів, де число 3 взято з умови відтворення коефіцієнтів апроксимації  $C_{nm}(l, \theta), S_{nm}(l, \theta)$  з точністю, наближеною до максимальної. За умов наведеного прикладу  $q_{n_l, m_l} = 14$ , тому точок простору об'єктів повинно бути 42.

3. За відтвореними згідно п.1 та п.2 значеннями апроксимаційних коефіцієнтів  $C_{nm}(l, \theta), S_{nm}(l, \theta)$  для кожної із 42 точок простору об'єктів у відповідності з (4.2), (4.3), (4.4) та (4.9) складаються нові системи рівнянь, з яких знову методом найменших квадратів знаходять коефіцієнти апроксимації  $CC_{nm}^{n_l m_l}, SC_{nm}^{n_l m_l}, CS_{nm}^{n_l m_l}, SS_{nm}^{n_l m_l}$ . Кожна з вище визначених систем буде мати конструкційну матрицю розміром  $14 \times 42$  елементів. Всього таких систем буде  $q_{nm} = 27$ . Тому в результаті буде знайдено  $q_{nm} \times q_{n_l, m_l} = 27 \times 14 = 378$

коефіцієнтів подвійної церніковської апроксимації монохроматичних аберацій оптичної системи ока.

4. При необхідності мати акомодаційну або поліхроматичну апроксимацію функції хвильової аберації потрібно для кожного акомодаційного стану ока або для кожного з декількох кольорів випромінювання лазера виконати дії за п.п. 1)...3). Потім до кожного з “монохроматичних” коефіцієнтів подвійної церніківської апроксимації застосувати інтерполяцію у формі Ньютона чи у формі Лагранжа у відповідності з (4.5), (4.6), (4.7).

Такий алгоритм дозволяє за рахунок послідовної апроксимації коефіцієнтів монохроматичних аберацій здійснювати глобальну апроксимацію при істотно менших форматах конструкційних матриць, менших витрат часу та з нижчими вимогами до ресурсу обчислювального пристрою аберометра. До того ж, цей алгоритм є більш гнучким і здатним до адаптації під конкретні практичні задачі, пов’язані з аналізом та діагностикою абераційного стану ока пацієнта



## **РОЗДІЛ 5**

### **МОНОХРОМАТИЧНІ АБЕРАЦІЇ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА**

Базовими в абераційній моделі оптичної системи ока є монохроматичні аберації, тому що саме вони погіршують зір людини і потребують корекції тими чи іншими засобами. Розглянемо ці аберації з використанням моделі, запропонованої в розділі 4.

Оптична система ока, як відомо, фактично є просторовою, тому і на візуальній осі ока і на його оптичній осі діють не тільки осьові, але й польові аберації.

Оптична система ока теоретично має монохроматичні аберації всіх існуючих типів та степеневих порядків. Проте аберометрія ока не дозволяє виявляти моди всіх степеневих порядків хоча б тому, що амплітуди мод мають тенденцію до зменшення з ростом степеневих порядку і є межа технічних можливостей відтворювати їх навіть з мінімальною допустимою точністю. Тому виникає питання про граничний степеневий порядок аберометрії і необхідну точність її виконання. Детальний аналіз цього питання буде здійснено у розділі 9.

Накоплений за цей час практичний досвід свідчить про те, що найбільший внесок у хвильову аберацію ока мають абераційні моди нижчих степеневих порядків, які іноді називають макроабераціями ока. Вони обмежуються четвертим степеневим порядком мод хвильової аберації або третім степеневим порядком мод поперечних аберацій променів у площині зображення на сітківці. В зв'язку з цим переважна більшість моноракурсних аберометрів, а саме такими є по суті всі відомі на цей час серійні прилади, відтворюють моди до шостого степеневих порядку мод хвильової аберації. На це існують наступні причини. По-перше, моди сьомого та вищих порядків відтворюються з такими похибками, які не дозволяють використовувати їх для надійної діагностики. По-друге, для забезпечення достатньої точності відтворення мод з першого по четвертий порядок включно у процедуру відтворення амплітуд мод методом найменших квадратів чи методом сингулярного розкладу додають ще один-два степеневих порядків мод.

Монохроматичні польові аберації, що виникають внаслідок нахилу під деяким кутом до візуальної осі пучків променів, також необхідно аналізувати, хоча б тому, що візуальна вісь ніколи не може бути визначеною абсолютно точно. Такий аналіз треба здійснювати, як мінімум, в куті центрального зору

ока, що обумовлюється розмірами жовтої плями і складає в просторі об'єктів кут біля  $3,5^0-4^0$ . В межах такого кута степеневий і модальний розклад функції  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  за координатою  $l$  є достатнім до степеневих порядків  $n_{l_{\max}} = 4$  і  $m_{l_{\max}} = 4$ .

При вище вказаних і обґрунтованих обмеженнях функція  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$ , монохроматичних аберацій згідно (4.2–4.4), набуває вигляду :

$$W(\rho, \varphi, l, \theta) = \sum_{n=0}^{n=6} \sum_{m=0}^{m=6} [C_{nm}(l, \theta) \cos(m\varphi) + S_{nm}(l, \theta) \sin(m\varphi)] R_n^m(\rho), \quad (5.1)$$

$$C_{nm}(l, \theta) = \sum_{n_l=0}^{n_l=4} \sum_{m_l=0}^{m_l=4} \left[ CC_{nm}^{n_l m_l} \cos(m_l \theta) + SC_{nm}^{n_l m_l} \sin(m_l \theta) \right] R_{n_l}^{m_l}(l); \quad (5.2)$$

$$S_{nm}(l, \theta) = \sum_{n_l=0}^{n_l=4} \sum_{m_l=0}^{m_l=4} \left[ CS_{nm}^{n_l m_l} \cos(m_l \theta) + SS_{nm}^{n_l m_l} \sin(m_l \theta) \right] R_{n_l}^{m_l}(l). \quad (5.3)$$

В площині сітківки проекції поперечної аберації променя на горизонтальну та вертикальну осі  $X'OY'$  визначаються формулами (4.9). Степеневі порядки поперечної аберації променя на сітківці можна виявити підстановкою в формулу (4.9) виразів (5.1–5.3) з наступним виділенням в окремі групи одночленів  $\rho^{n_l n}$  однакових степеневих порядків  $(n + n_l)$ . В такий спосіб були знайдені вирази для аберації 1-го, 2-го та 3-го степеневих порядків, які приведені нижче.

### 5.1. Поперечні аберації 1-го степеневого порядку

Поперечні аберації 1-го степеневого порядку в зоні сітківки у відповідності з (4.9), (5.1– 5.3) представляються виразами:

$$\Delta X'_I \cdot A = (A_{c1} \cos \theta + A_{s1} \sin \theta)l + 2[(C_1 + D_1) \cos \varphi + E_1 \sin \varphi] \rho; \quad (5.4)$$

$$\Delta Y'_I \cdot A = (B_{c1} \cos \theta + B_{s1} \sin \theta)l + 2[(C_1 - D_1) \sin \varphi + E_1 \cos \varphi] \rho, \quad (5.5)$$

де

$$A_{c1} = CC_{11}^{11} - 2CC_{11}^{31} - 2CC_{31}^{11} + 4CC_{31}^{31} + 3CC_{51}^{11} - 6CC_{51}^{31}; \quad (5.6)$$

$$A_{s1} = SC_{11}^{11} - 2SC_{11}^{31} - 2SC_{31}^{11} + 4SC_{31}^{31} + 3SC_{51}^{11} - 6SC_{51}^{31};$$

$$B_{c1} = CS_{11}^{11} - 2CS_{11}^{31} - 2CS_{31}^{11} + 4CS_{31}^{31} + 3CS_{51}^{11} - 6CS_{51}^{31};$$

$$\begin{aligned}
 B_{s1} &= SS_{11}^{11} - 2SS_{11}^{31} - 2SS_{31}^{11} + 4SS_{31}^{31} + 3SS_{51}^{11} - 6SS_{51}^{31}; \\
 C_1 &= 2CC_{20}^{00} - 2CC_{20}^{20} + 2CC_{20}^{40} - 6CC_{40}^{00} + 6CC_{40}^{20} - 6CC_{40}^{40} + \\
 &+ 12CC_{60}^{00} - 12CC_{60}^{20} + 12CC_{60}^{40}; \\
 D_1 &= CC_{22}^{00} - CC_{22}^{20} + CC_{22}^{40} - 3CC_{42}^{00} + 3CC_{42}^{20} - 3CC_{42}^{40} + 6CC_{62}^{00} - \\
 &- 6CC_{62}^{20} + 6CC_{62}^{40}; \\
 E_1 &= CS_{22}^{00} - CS_{22}^{20} + CS_{22}^{40} - 3CS_{42}^{00} + 3CS_{42}^{20} - 3CS_{42}^{40} + 6CS_{62}^{00} - \\
 &- 6CS_{62}^{20} + 6CS_{62}^{40},
 \end{aligned}$$

де  $CC_{nm}^{nlml}$ ,  $SC_{nm}^{nlml}$ ,  $CS_{nm}^{nlml}$ ,  $SS_{nm}^{nlml}$  – коефіцієнти подвійної церніківської апроксимації, методика визначення яких детально викладена у розділі 2.1.

Вирази (5.4–5.6) показують, що ОС ока може мати наступні типи аберації 1-го порядку, а саме: дисторсію, дефокусування зображення та первинний астигматизм.

**Дисторсія 1-го степеневого порядку** обумовлена наявністю коефіцієнтів  $A_{c1}$ ,  $A_{s1}$ ,  $B_{c1}$ ,  $B_{s1}$ , і має вирази:

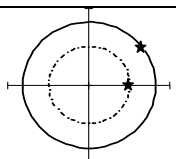
$$\Delta X'_{ID} = A^{-1}(A_{c1} \cos \theta + A_{s1} \sin \theta)l; \quad \Delta Y'_{ID} = A^{-1}(B_{c1} \cos \theta + B_{s1} \sin \theta)l. \quad (5.7)$$

Ця аберация, як видно з (5.7), не порушує гомоцентричності пучків променів, що проходять через ОС ока, тому що вона не залежить від знічних координат  $\rho, \varphi$ . Але в загальному випадку вона порушує геометричну подібність між об'єктом та його зображенням на сітківці, а також може викликати поворот зображення на деякий кут навколо оптичної осі (табл. 5.1), в якій штриховою лінією показано безаберацийне, а суцільною – аберацийне зображення на сітківці об'єкту у вигляді кола. Значення апроксимаційних коефіцієнтів є довільними, взяті такими лише для демонстрації дії аберації. Зірочками показано розташування точки на об'єкті та на його зображенні у випадках наявності та відсутності аберації.

У випадку, коли  $A_{c1} = B_{s1} \neq 0$ , і ці коефіцієнти є різними у правого та лівого ока пацієнта, аберация може розцінюватися офтальмологом як анізейконія (порушення рівності оптичних сил, або фокусних відстаней, правого та лівого ока), при цьому кожне око (праве та ліве) буде бачити вказаний об'єкт у вигляді кола з різними діаметрами.

Таблиця 5.1

**Дисторсія першого степеневого порядку**

1	2	3	4
			
$A_{c1}=0,3$ $A_{s1}=0$ $B_{c1}=0$ $B_{s1}=0,3$	$A_{c1}=0,3$ $A_{s1}=-1$ $B_{c1}=1$ $B_{s1}=0,3$	$A_{c1}=0,7$ $A_{s1}=0$ $B_{c1}=0$ $B_{s1}=0,3$	$A_{c1}=0,3$ $A_{s1}=1$ $B_{c1}=1$ $B_{s1}=0,3$

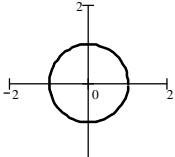
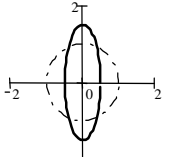
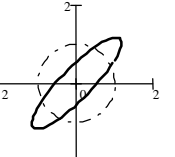
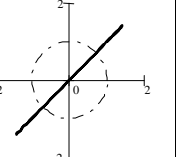
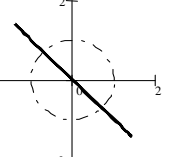
**Дефокусування зображення**, яке ототожнюється з аметропією ока, визначається коефіцієнтом  $C_1$ . Дійсно, якщо всі інші коефіцієнти у (5.4), (5.5) дорівнюють нулю, то

$$\Delta X'_I = 2A^{-1}C_1\rho \cos \varphi, \quad \Delta Y'_I = 2A^{-1}C_1\rho \sin \varphi, \quad (5.8)$$

що підтверджує наявність характерної для аберації дефокусування круглої форми абераційної плями, діаметр якої пропорційний  $\rho$  та коефіцієнту дефокусування  $C_1$ , графік 1, табл. 5.2.

Таблиця 5.2

**Дефокус і первинний астигматизм**

1	2	3	4	5
				
$C_1=0,5$ $D_1=0,0$ $E_1=0,0$	$C_1=0,5$ $D_1=0,25$ $E_1=0,0$	$C_1=0,5$ $D_1=0,0$ $E_1=0,3$	$C_1=0,5$ $D_1=0,0$ $E_1=0,5$	$C_1=-0,5$ $D_1=0,0$ $E_1=0,5$

Коефіцієнти при церніківських поліномах сферичних аберацій –  $CC_{40}^{00}, CC_{60}^{00}$ , що входять до складу  $C_1$ , свідчать про вплив на величину аметропії ока існуючої у ока сферичної аберації 3-го, 5-го та всіх інших порядків, які мають місце на оптичній осі (осі аберометрії). А це означає, що знайдена за допомогою коефіцієнта  $C_1$  аметропія визначається по положенню площини найкращого фокусування зображення з урахуванням наявності у ока сферичної аберації всіх степеневих порядків. Величина аметропії ока  $A_R$ , яка у

відповідності з [17] є величиною зворотною відстані у метрах між передньою головною площиною ока та найвіддаленішою точкою ясного зору, можна розрахувати через коефіцієнт  $C_1$  за формулою:

$$A_R[\text{дптр}] = 2000C_1r_{\max}^{-2}, \quad (5.9)$$

в якій  $r_{\max}$ ,  $C_1$  мають розмірність [мм].

**Астигматизм 1-го степеневого порядку**, який ще має назву первинного, існує, коли хоча б один з коефіцієнтів  $D_1$  або  $E_1$  відрізняється від нуля. При цій умові пляма на сітківці з круглої перетворюється на еліптичну. Якщо  $D_1 \neq 0$ ,  $E_1 = 0$  осі еліпса зорієнтовані уздовж вертикальної та горизонтальної осей (осей  $X'OY'$ ), графік 2, табл. 5.2. Якщо ж  $D_1 = 0$ ,  $E_1 \neq 0$  осі еліпса зорієнтовані під кутом  $45^\circ$  до вказаних осей, графік 3. В іншому випадку осі еліпсу повернуті відносно осей  $X'OY'$  на кут

$$\alpha_I = 0,5 \arcsin \left[ E_1 (D_1^2 + E_1^2)^{-0,5} \right]. \quad (5.10)$$

Варіації значень коефіцієнта дефокусування  $C_1$  в (5.4), (5.5) дозволяють знайти такі положення площини зображень, в яких еліптична пляма вироджується у взаємно перпендикулярні так звані астигматичні відрізки, графіки 4, 5, табл. 5.2.

У відповідності з [17] астигматизм ока визначається як різниця аметропії у головних перетинах ока – двох перетинів, в яких оптична сила ока є найбільшою і найменшою відповідно. Згідно цього визначення

$$A_{S1}[\text{дптр}] = |A_{R \max} - A_{R \min}| = 4000r_{\max}^{-2} \sqrt{D_1^2 + E_1^2}, \quad (5.11)$$

де всі параметри мають розмірність [мм]. Ці перетини співпадають з осями еліптичної плями, тому кут  $\alpha_I$  за формулою (5.10) вказує також нахил до горизонтальної осі перетину з найбільшою оптичною силою ОС ока.

Найбільш вірогідною причиною появи такого астигматизму у ока є циліндричність оптичних поверхонь рогівки або кришталіка.

Згідно (5.10), (5.11) величина і орієнтація осей астигматичної плями на сітківці не залежать від координат об'єктної точки, до того ж вона має місце і на оптичній або візуальній осі. Ця особливість первинного астигматизму дає можливість використовувати її як ознаку циліндричності оптичних поверхонь ока.

## 5.2. Поперечні аберації 2-го степеневого порядку

Об'єднання одночленів другої степені відносно аргументів  $\rho, l$ , після підстановки в (4.9) виразів (5.1–5.3), дозволяє знайти математичні вирази меридіональної та сагітальної складових аберації 2-го степеневого порядку :

$$\begin{aligned} A \cdot \Delta X'_{II} = & (C_2 + D_2 \cos 2\theta + E_2 \sin 2\theta)l^2 + \\ & + 2\{[(I_2 + K_2)\cos\theta + (J_2 + L_2)\sin\theta]\cos\varphi + (M_2 \cos\theta + N_2 \sin\theta)\sin\varphi\}l\rho + \\ & + [2O_2 + (O_2 + 3Q_2)\cos 2\varphi + (P_2 + 3R_2)\sin 2\varphi]\rho^2; \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} A \cdot \Delta Y'_{II} = & (F_2 + G_2 \cos 2\theta + H_2 \sin 2\theta)l^2 + \\ & + 2\{[(I_2 - K_2)\cos\theta + (J_2 - L_2)\sin\theta]\sin\varphi + (M_2 \cos\theta + N_2 \sin\theta)\cos\varphi\}l\rho + \\ & + [2P_2 + (3R_2 - P_2)\cos 2\varphi + (O_2 - 3Q_2)\sin 2\varphi]\rho^2, \end{aligned} \quad (5.13)$$

де

$$\begin{aligned} C_2 = & 2CC_{11}^{20} - 6CC_{11}^{40} - 4CC_{31}^{20} + 12CC_{31}^{40} + 6CC_{51}^{20} - 18CC_{51}^{40}; \\ D_2 = & CC_{11}^{22} - 3CC_{11}^{42} - 2CC_{31}^{22} + 6CC_{31}^{42} + 3CC_{51}^{22} - 9CC_{51}^{42}; \\ E_2 = & SC_{11}^{22} - 3SC_{11}^{42} - 2SC_{31}^{22} + 6SC_{31}^{42} + 3SC_{51}^{22} - 9SC_{51}^{42}; \\ F_2 = & 2CS_{11}^{20} - 6CS_{11}^{40} - 4CS_{31}^{20} + 12CS_{31}^{40} + 6CS_{51}^{20} - 18CS_{51}^{40}; \\ G_2 = & CS_{11}^{22} - 3CS_{11}^{42} - 2CS_{31}^{22} + 6CS_{31}^{42} + 3CS_{51}^{22} - 9CS_{51}^{42}; \\ H_2 = & SS_{11}^{22} - 3SS_{11}^{42} - 2SS_{31}^{22} + 6SS_{31}^{42} + 3SS_{51}^{22} - 9SS_{51}^{42}; \\ I_2 = & 2CC_{20}^{11} - 4CC_{20}^{31} - 6CC_{40}^{11} + 12CC_{40}^{31} + 12CC_{60}^{11} - 24CC_{60}^{31}; \\ J_2 = & 2SC_{20}^{11} - 4SC_{20}^{31} - 6SC_{40}^{11} + 12SC_{40}^{31} + 12SC_{60}^{11} - 24SC_{60}^{31}; \\ K_2 = & CC_{22}^{11} - 2CC_{22}^{31} - 3CC_{42}^{11} + 6CC_{42}^{31} + 6CC_{62}^{11} - 12CC_{62}^{31}; \\ L_2 = & SC_{22}^{11} - 2SC_{22}^{31} - 3SC_{42}^{11} + 6SC_{42}^{31} + 6SC_{62}^{11} - 12SC_{62}^{31}; \\ M_2 = & CS_{22}^{11} - 2CS_{22}^{31} - 3CS_{42}^{11} + 6CS_{42}^{31} + 6CS_{62}^{11} - 12CS_{62}^{31}; \\ N_2 = & SS_{22}^{11} - 2SS_{22}^{31} - 3SS_{42}^{11} + 6SS_{42}^{31} + 6SS_{62}^{11} - 12SS_{62}^{31}; \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$O_2 = 3CC_{31}^{00} - 3CC_{31}^{20} + 3CC_{31}^{40} - 12CC_{51}^{00} + 12CC_{51}^{20} - 12CC_{51}^{40};$$

$$P_2 = 3CS_{31}^{00} - 3CS_{31}^{20} + 3CS_{31}^{40} - 12CS_{51}^{00} + 12CS_{51}^{20} - 12CS_{51}^{40};$$

$$Q_2 = CC_{33}^{00} - CC_{33}^{20} + CC_{33}^{40} - 4CC_{53}^{00} + 4CC_{53}^{20} - 4CC_{53}^{40};$$

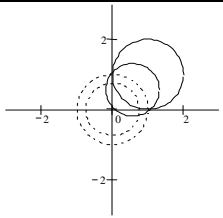
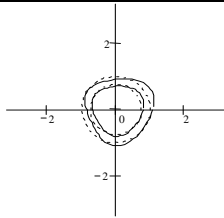
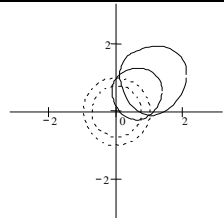
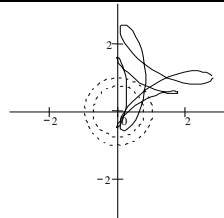
$$R_2 = CS_{33}^{00} - CS_{33}^{20} + CS_{33}^{40} - 4CS_{53}^{00} + 4CS_{53}^{20} - 4CS_{53}^{40}.$$

Попередній аналіз правих частин виразів (5.12), (5.13) вказує на те, що другий порядок складається з таких аберации як дисторсія, нахил площини стигматичного зображення, астигматизм та кома.

**Дисторсія 2-го степеневого порядку** представлена одночленами, що містять  $l^2$ . Як і дисторсія 1-го порядку, ця дисторсія не порушує гомоцентричності пучків променів, що заповнюють весь отвір зіниці ока. Але вона також відсутня на оптичній осі. Але вона переміщує у площині сітківки зображення точок і тим самим спотворює вигляд зображень (метаморфопсія). На графіку 1, табл. 5.3 штриховими лініями показані безабераційні зображення двох концентричних кіл ( $l_1 = 0,7$  та  $l_2 = 1,0$ ) з центром на оптичній осі.

Таблиця 5.3

Дисторсія 2-го степеневого порядку

1	2	3	4
			
$C_2=1,0 \quad F_2=1,0$ $D_2=0,0 \quad G_2=0,0$ $E_2=0,0 \quad H_2=0,0$	$C_2=0,0 \quad F_2=0,0$ $D_2=0,1 \quad G_2=0,1$ $E_2=0,1 \quad H_2=0,1$	$C_2=1,0 \quad F_2=1,0$ $D_2=0,1 \quad G_2=0,0$ $E_2=0,0 \quad H_2=0,1$	$C_2=1,0 \quad F_2=1,0$ $D_2=0,8 \quad G_2=0,0$ $E_2=0,0 \quad H_2=-0,8$

Безперервними лініями показані їх зображення у випадках, коли відповідні коефіцієнти апроксимації відрізняються від нуля. Якщо всі коефіцієнти крім  $C_2, F_2$  дорівнюють нулю, то геометрична подібність між об'єктом – колом та його зображенням не порушується, але відбувається зсув зображення від свого безабераційного положення на величину  $\Delta = l^2 R_0 (C_2^2 + F_2^2)^{1/2}$  у напрямку, що визначається азимутальним кутом  $\zeta = \arctg(F_2 / C_2)$ . Зрозуміло, що це призводить до істотного спотворення

зображення. Хоча б для часткової компенсації такого спотворення око буде намагатися змінити своє кутове положення. А це буде викликати перенапруження м'яз, що рухають око. Таке тривале перенапруження може викликати головну біль, аналогічну тієї, яка виникає при тривалому спостереженні, наприклад, у бінокль з непаралельними оптичним осями правого та лівого монокулярів.

Якщо  $C_2 = F_2 = 0$ , то переміщення центрів кіл не спостерігається, але має місце геометричне спотворення їх зображень, графік 2, табл. 5.3. Сумісна дія вказаних коефіцієнтів призводить до переміщення та геометричного спотворення периферійних фрагментів зображень, причому тим більших, чим більше вказані коефіцієнти відрізняються від нуля, графіки 3,4.

**Нахил площини стигматичного зображення** представлений тими одночленами виразів (5.12), (5.13), які містять добуток  $lr$ . Нахил площини стигматичного зображення до площини сітківки навколо осей  $OY'$  та  $OX'$  залежить від величин коефіцієнтів  $I_2, J_2$  відповідно та пропорційний їм. Про це свідчить вигляд абераційної плями та характер зміни її форми в залежності від дефокусування площини зображення за допомогою коефіцієнта  $C_1$ .

Нахил площини стигматичного зображення може бути наслідком природного несуміщення оптичної та візуальної осей ока. Максимальна різниця значень локальної аметропії (дефокусу) на сітківці в протилежних точках поля зору, що викликана нахилом площини зображень, обчислюється за формулою:

$$A_{R \max} [\text{дптр}] = 4000lr_{\max}^{-2} \left( I_2^2 + J_2^2 \right)^{1/2}. \quad (5.15)$$

**Астигматизм 2-го степеневого порядку** оптичної системи ока представлений коефіцієнтами  $K_2, L_2, M_2, N_2$ , від значень яких залежить не тільки його величина, але й характер його поведінки у полі зору ока (залежність орієнтації осей еліптичної плями від  $\theta$ ). Так коефіцієнти  $K_2, L_2$  характеризують астигматизм, у якого розташування осей еліптичної плями при всіх значеннях  $\theta$  залишається паралельним осям  $X'OY'$ . Але розмір цієї плями, на відміну від астигматизму 1-го порядку, вже залежить від координати  $\theta$ .

Коефіцієнти  $M_2, N_2$  також обумовлюють астигматизм із аналогічною залежністю його величини від  $\theta$  та сталою орієнтацією осей еліптичної плями, але уздовж осей, повернутих до  $X'OY'$  на кут  $45^\circ$ . Разом вказані коефіцієнти утворюють астигматизм, характер поведінки якого більш складно залежить від співвідношень між цими коефіцієнтами.



Офтальмологічні параметри астигматизму 2-го порядку можна обчислити за формулами:

$$A_{S2}[\text{дптр}] = 4000lr_{\max}^{-2} [a_2 + b_2 \cos(\varepsilon_2 - 2\theta)]^{1/2}, \quad (5.16)$$

де

$$a_2 = 0,5(K_2^2 + M_2^2 + L_2^2 + N_2^2);$$

$$\varepsilon_2 = \arcsin [(K_2 L_2 + M_2 N_2) / b_2];$$

$$b_2 = \left[ \begin{array}{l} 0,25(K_2^4 + M_2^4 + L_2^4 + N_2^4) + 0,5(K_2^2 - L_2^2)(M_2^2 - N_2^2) + 0,5(K_2^2 L_2^2 + M_2^2 N_2^2) + \\ + 2K_2 L_2 M_2 N_2 \end{array} \right]^{1/2}$$

Із виразу (5.16) випливає, що  $A_{S2}$  має максимальне значення при  $\theta = \varepsilon/2 + \pi k$ ,  $k = 0, \pm 1, \dots$  Орієнтація осей еліптичної плями визначається кутом їх повороту  $\alpha_{m2}$  відносно координатних осей  $X'OY'$ , який розраховується за формулою:

$$\alpha_{m2} = 0,5 \arccos [(K_2 \cos \theta + L_2 \sin \theta) d^{-1/2}], \quad (5.17)$$

де  $d = [a_2 + 0,5(K_2^2 - L_2^2 + M_2^2 - N_2^2) \cos 2\theta + (K_2 L_2 + M_2 N_2) \sin 2\theta]^{1/2}$ .

Формула (5.17) дозволяє також виявляти причини появи в оптичній системі ока астигматизму 2-го порядку. Так, якщо кут  $\alpha_{m2}$  не змінюється при змінах величини  $\theta$ , інакше, орієнтація осей еліпсу є сталою для всіх предметних точок, то ясно, що такий астигматизм породжено циліндричністю хоча б однієї із оптичних поверхонь ока. Дійсно, при  $K_2 = L_2$  та  $M_2 = N_2$  формула (5.17) перетворюється до вигляду

$$\alpha_{m2} = 0,5 \arccos [K_2 (2K_2^2 + 2M_2^2)^{-1/2}],$$

який свідчить про незалежність  $\alpha_{m2}$  від  $\theta$  (табл. 5.4, строка 1). До того ж ці графіки демонструють і сталий розмір плями.

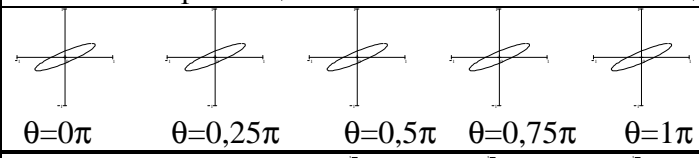
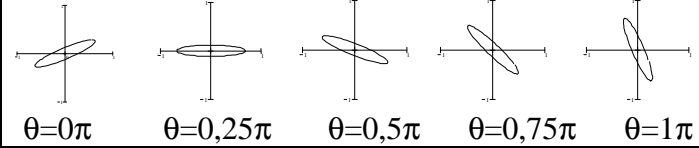
Якщо  $K_2 = L_2 = M_2$  та  $M_2 = -N_2$ , то вираз (5.17) буде мати вигляд  $\alpha_{m2} = \theta/2 - \pi/8$ .

При цьому еліптична пляма також не змінюється у розмірах, але повертається на кут вдвоє менший за азимутальний кут  $\theta$  предметної точки (табл. 5.4, строка 2). В роботі [18] доведено, що таке відбувається, коли оптична система складена із поверхонь з осьовою симетрією, але має децентрування або нахил до оптичної осі хоча б однієї з них. У випадку, коли  $|M_2| \neq |N_2|$  та

$K_2 \neq M_2$ , має місце об'єднання дії обох вищевказаних факторів появи астигматизму.

Таблиця 5.4

Астигматизм 2-го степеневого порядку

№	$I_2$	$J_2$	$K_2$	$L_2$	$M_3$	$N_2$	Орієнтація еліптичної плями на сітківці
1	0	0	0,1	0,1	0,1	0,1	 $\theta=0\pi$ $\theta=0,25\pi$ $\theta=0,5\pi$ $\theta=0,75\pi$ $\theta=1\pi$
2	0	0	0,1	0,1	0,1	-0,1	 $\theta=0\pi$ $\theta=0,25\pi$ $\theta=0,5\pi$ $\theta=0,75\pi$ $\theta=1\pi$

При цьому між величиною астигматизму та величинами  $\alpha_{m2}$  і  $\theta$  спостерігається більш складна залежність, відмінна від попередніх. Таким чином, аналіз значень коефіцієнтів  $K_2, L_2, M_2, N_2$  також дає можливість діагностування причин появи у ока астигматизму 2-го порядку.

**Кома 2-го степеневого порядку** представлена одночленами у виразах (5.12), (5.13), які містять  $\rho^2$ . Ці одночлени існують, якщо хоча б один з коефіцієнтів  $O_2, Q_2, P_2, R_2$  не дорівнює нулю. Характерно, що ці одночлени не залежать від координати  $\theta$  точки простору об'єктів. Тому орієнтація абераційної плями є сталою по всій площині зображень, пляма коми присутня і на оптичній, і на візуальній осі ОС ока. Змінюється лише її розмір, що пропорційний діаметру зіниці.

Для аналізу форми абераційної плями у площині сітківки були знайдені положення точок перетину променів, які належать п'яти різним пучкам. Кожний із пучків, складений із паралельних променів, що надходять у зіницю через коло, концентричне оптичній осі. Радіуси  $\rho$  цих кіл вказані в таблиці 5.5.

Якщо  $O_2 \neq 0$ , а всі інші коефіцієнти дорівнюють нулю, то точки перетину сітківки променями кожного пучка утворюють кола, розміри яких і взаємне розташування є характерним для аберації коми, графік 1, табл. 5.5. Головний промінь з координатою  $\rho = 0$  не має аберації, тому він співпадає з початком координат.

Вісь симетрії плями співпадає з віссю  $OX'$ . Аналогічний вигляд має пляма, коли  $P_2 \neq 0$ , а всі інші коефіцієнти дорівнюють нулю. Але “хвіст” коми при цьому витягується уздовж осі  $OY'$ , графік 2 в табл 5.5.

Комбінація значень коефіцієнтів  $O_2, P_2$  може надавати будь яку іншу орієнтацію цієї плями, графік 3, табл. 5.5.

Дослідження, проведені в роботі [18], вказують на те, що такий характер має кома в неапланатичній центрованій системі при децентруванні чи нахилі однієї чи групи її поверхонь відносно оптичної осі. Напрямок орієнтації “хвоста” коми при цьому вказує орієнтацію площини, в якій децентрована оптична поверхня чи група поверхонь.

Форма ліній, з яких складається пляма, може змінюватися і перетворюватися з кіл у еліпси та навіть вироджуватися у відрізки, в залежності від значень коефіцієнтів  $Q_2$  і  $R_2$ , графіки 4–6, табл. 5.5. Так при  $Q_2 = -0,333$  пляма приймає форму трикутника.

Таблиця 5.5

Кома 2-го степеневого порядку

Графік №	$O_2$	$P_2$	$Q_2$	$R_2$	Контури відповідають значенням $\rho = 1,0; 0,86; 0,71; 0,5; 0,3$	графік №	$O_2$	$P_2$	$Q_2$	$R_2$	Контури відповідають значенням $\rho = 1,0; 0,86; 0,71; 0,5; 0,3$
1	1	0	0	0		5*	1	0	1	0	
						5**	0	1	0	1	
2	0	1	0	0		6	1	1	0	1	
3	1	1	0	0		7	0	0	0	1	
4	1	0	*	0		8	0	0	1	0	

Коефіцієнти  $Q_2$  і  $R_2$  крім того встановлюють взаємне розташування

ліній, з яких складається пляма. У випадку, коли  $Q_2 \neq 0$  або  $R_2 \neq 0$ , а всі інші коефіцієнти дорівнюють нулю, децентрованість кіл у плямі зникає і пляма приймає центральну симетрію, характерну для аберації дефокусування або аметропії, ліві графіки 7, 8, табл. 5.5.

Перевірка форми таких плям штучним розфокусуванням зображення за допомогою коефіцієнта  $C_1$ , показує, що на різницю від аметропічної плями, ця пляма при розфокуванні перетворюється не в коло, а у трилисник, праві графіки 7, 8, табл. 5.5. А це означає, що вона не може бути зменшеною за розмірами акомодациєю ока або окулярами чи контактними лінзами. У зв'язку з тим, що ця аберація має місце на оптичній і на візуальній осях, негативним наслідком її дії є зменшення гостроти зору.

### 5.3. Поперечні аберації 3-го степеневого порядку

У відповідності з (4.9), (5.1–5.3) сагітальна та меридіональна складові поперечної аберації 3-го степеневого порядку відносно координат  $\rho, l$  мають вирази:

$$\begin{aligned} \Delta X'_{III} \cdot A = & (B_3 \cos \theta + C_3 \sin \theta + BB_3 \cos 3\theta + CC_3 \sin 3\theta) l^3 + \\ & + 2 \left\{ \left[ (F_3 + I_3) + (G_3 + J_3) \cos 2\theta + (H_3 + K_3) \sin 2\theta \right] \cos \varphi + \right. \\ & \left. + \left[ L_3 + M_3 \cos 2\theta + N_3 \sin 2\theta \right] \sin \varphi \right\} l^2 \rho + \\ & + \{ 2(O_3 \cos \theta + P_4 \sin \theta) + [(O_3 + 3S_3) \cos \theta + (P_3 + 3T_3) \sin \theta] \cos 2\varphi + \\ & + [(Q_3 + 3U_3) \cos \theta + (R_3 + 3W_3) \sin \theta] \sin 2\varphi \} l \rho^2 + \\ & + \left[ 4X_3 \cos \varphi + 4Y_3 \cos^3 \varphi + 2Z_3 (3 \cos^2 \varphi \sin \varphi + \sin^3 \varphi) + 4YY_3 \cos 3\varphi + \right. \\ & \left. + 4ZZ_3 \sin 3\varphi \right] \rho^3; \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \Delta Y'_{III} \cdot A = & (D_3 \cos \theta + E_3 \sin \theta + DD_3 \cos 3\theta + EE_3 \sin 3\theta) l^3 + \\ & + 2 \left\{ \left[ L_3 + M_3 \cos 2\theta + N_3 \sin 2\theta \right] \cos \varphi + \left[ \begin{array}{l} (F_3 - I_3) + (G_3 - J_3) \cos 2\theta + \\ + (H_3 - K_3) \sin 2\theta \end{array} \right] \sin \varphi \right\} l^2 \rho + \\ & + \{ 2(O_3 \cos \theta + R_4 \sin \theta) + [(3U_4 - Q_3) \cos \theta + (3W_3 - R_3) \sin \theta] \cos 2\varphi + \\ & + [(O_3 - 3S_3) \cos \theta + (P_3 - 3T_3) \sin \theta] \sin 2\varphi \} l \rho^2 + \\ & + \left[ 4X_3 \sin \varphi - 4Y_3 \sin^3 \varphi + 2Z_3 (3 \sin^2 \varphi \cos \varphi + \cos^3 \varphi) - 4YY_3 \sin 3\varphi + \right. \\ & \left. + 4ZZ_3 \cos 3\varphi \right] \rho^3, \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
 \text{де } B_3 &= 3CC_{11}^{31} - 6CC_{31}^{31} + 9CC_{51}^{31}; \\
 BB_3 &= CC_{11}^{31} - 2CC_{31}^{31} + 3CC_{51}^{31}; \\
 C_3 &= 3SC_{11}^{31} - 6SC_{31}^{31} + 9SC_{51}^{31}; \\
 CC_3 &= SC_{11}^{31} - 2SC_{31}^{31} + 3SC_{51}^{31}; \\
 D_3 &= 3CS_{11}^{31} - 6CS_{31}^{31} + 9CS_{51}^{31}; \\
 DD_3 &= CS_{11}^{31} - 2CS_{31}^{31} + 3CS_{51}^{31}; \\
 E_3 &= 3SS_{11}^{31} - 6SS_{31}^{31} + 9SS_{51}^{31}; \\
 EE_3 &= SS_{11}^{31} - 2SS_{31}^{31} + 3SS_{51}^{31}; \\
 F_3 &= 4CC_{20}^{20} - 12CC_{20}^{40} - 12CC_{40}^{20} + 36CC_{40}^{40} + 24CC_{60}^{20} - 72CC_{60}^{40}; \\
 G_3 &= 2CC_{20}^{22} - 6CC_{40}^{22} + 12CC_{60}^{22} - 6CC_{20}^{42} + 18CC_{40}^{42} - 36CC_{60}^{42}; \\
 H_3 &= 2SC_{20}^{22} - 6SC_{40}^{22} + 12SC_{60}^{22} - 6SC_{20}^{42} + 18SC_{40}^{42} - 36SC_{60}^{42}; \\
 I_3 &= 2CC_{22}^{20} - 6CC_{22}^{40} - 6CC_{42}^{20} + 18CC_{42}^{40} + 12CC_{62}^{20} - 36CC_{62}^{40}; \\
 J_3 &= CC_{22}^{22} - 3CC_{42}^{22} - 3CC_{22}^{42} + 9CC_{42}^{42} + 6CC_{62}^{22} - 18CC_{62}^{42}; \\
 K_3 &= SC_{22}^{22} - 3SC_{42}^{22} - 3SC_{22}^{42} + 9SC_{42}^{42} + 6SC_{62}^{22} - 18SC_{62}^{42}; \\
 L_3 &= 2CS_{22}^{20} - 6CS_{22}^{40} - 6CS_{42}^{20} + 18CS_{42}^{40} + 12CS_{62}^{20} - 36CS_{62}^{40}; \\
 M_3 &= CS_{22}^{22} - 3CS_{42}^{22} - 3CS_{22}^{42} + 9CS_{42}^{42} + 6CS_{62}^{22} - 18CS_{62}^{42}; \\
 N_3 &= SS_{22}^{22} - 3SS_{42}^{22} - 3SS_{22}^{42} + 9SS_{42}^{42} + 6SS_{62}^{22} - 18SS_{62}^{42}; \\
 O_3 &= 3CC_{31}^{11} - 6CC_{31}^{31} - 12CC_{51}^{11} + 24CC_{51}^{31}; \\
 P_3 &= 3SC_{31}^{11} - 6SC_{31}^{31} - 12SC_{51}^{11} + 24SC_{51}^{31}; \\
 Q_3 &= 3CS_{31}^{11} - 6CS_{31}^{31} - 12CS_{51}^{11} + 24CS_{51}^{31}; \\
 R_3 &= 3SS_{31}^{11} - 6SS_{31}^{31} - 12SS_{51}^{11} + 24SS_{51}^{31}; \\
 S_3 &= CC_{33}^{11} - 2CC_{33}^{31} - 4CC_{53}^{11} + 8CC_{53}^{31}; \\
 T_3 &= SC_{33}^{11} - 2SC_{33}^{31} - 4SC_{53}^{11} + 8SC_{53}^{31};
 \end{aligned}$$

$$U_3 = CS_{33}^{11} - 2CS_{33}^{31} - 4CS_{53}^{11} + 8CS_{53}^{31};$$

$$W_3 = SS_{33}^{11} - 2SS_{33}^{31} - 4SS_{53}^{11} + 8SS_{53}^{31};$$

$$X_3 = 6CC_{40}^{00} - 6CC_{40}^{22} + 6CC_{40}^{40} - 30CC_{60}^{00} + 30CC_{60}^{20} - 30CC_{60}^{40};$$

$$Y_3 = 4CC_{42}^{00} - 4CC_{42}^{20} + 4CC_{42}^{40} - 20CC_{62}^{00} + 20CC_{62}^{20} - 20CC_{62}^{40};$$

$$Z_3 = 4CS_{42}^{00} - 4CS_{42}^{20} + 4CS_{42}^{40} - 20CS_{62}^{00} + 20CS_{62}^{20} - 20CS_{62}^{40};$$

$$YY_3 = CC_{44}^{00} - CC_{44}^{20} + CC_{44}^{40} - 5CC_{64}^{00} + 5CC_{64}^{20} - 5CC_{64}^{40};$$

$$ZZ_3 = CS_{44}^{00} - CS_{44}^{20} + CS_{44}^{40} - 5CS_{64}^{00} + 5CS_{64}^{20} - 5CS_{64}^{40}.$$

Із попереднього аналізу виразів (5.18), (5.19) випливає, що 3-й порядок складається з п'яти типів аберацій – дисторсії, астигматизму, кривизни поверхні зображення, коми та сферичної.

**Дисторсія 3-го степеневого порядку** існує завдяки коефіцієнтам  $B_3, C_3, BB_3, CC_3, D_3, DD_3, E_3, EE_3$ , коли хоча б один з них відрізняється від нуля. Коефіцієнти  $B_3, C_3, D_3, E_3$ , при умові  $B_3^2 + D_3^2 = C_3^2 + E_3^2$  та  $B_3C_3 + D_3E_3 = 0$ , утворюють дисторсію, тотожну класичній, що незалежить від координати  $\theta$ , котра властива системам з осьовою симетрією. Якщо вказані умови не виконуються, то це свідчить про відсутність осьової симетрії у оптичної системи ока. Інші коефіцієнти вказують на існування ще однієї різновидності дисторсії 3-го порядку, якої нема у систем з осьовою симетрією. Ця дисторсія має втричі більшу частоту зміни в залежності від кута  $\theta$ . Але й ця залежність зникає, коли виконуються умови, аналогічні попереднім:  $BB_3^2 + DD_3^2 = CC_3^2 + EE_3^2$  та  $BB_3 \cdot CC_3 + DD_3 \cdot EE_3 = 0$ .

Таким чином виконання чи не виконання цих умов разом з попередніми слугують підтвердженням наявності чи відсутності відповідно у оптичної системи ока осьової симетрії.

**Астигматизм 3-го степеневого порядку** представлений одночленами у виразах (5.18), (5.19), які містять  $l^2\rho$ . Детальний аналіз цих одночленів показує, що астигматизм 3-го порядку складається з двох складових. Перша складова обумовлена наявністю коефіцієнтів  $I_3$  та  $L_3$ . Ця складова за своєю величиною і розташуванням осей еліптичної плями, котрі також вказують положення площин найбільшої та найменшої оптичної сили оптичної системи

ока, є сталими і незалежними від  $\theta$ . Причиною існування такого астигматизму у ока може бути стала циліндричність його оптичних поверхонь. Величина цього астигматизму обчислюється за формулою:

$$A_{S3.1}[\text{дптр}] = 4000r_{\max}^{-2}l^2(I_3 + L_3)^{1/2}, \quad (5.20)$$

а орієнтація осей еліпсу визначається кутами:

$$\alpha_{m3.1} = 0,5 \arcsin(L_3 / \sqrt{I_3^2 + L_3^2}) + 0,5\pi k, \text{ де } k = 0; 1. \quad (5.21)$$

Друга складова астигматизму обумовлена наявністю коефіцієнтів  $J_3, K_3, M_3, N_3$ . Від співвідношення між цими коефіцієнтами залежить величина і орієнтація осей астигматизму. Величину такого астигматизму можна визначити за формулами

$$A_{S3.2}[\text{дптр}] = 4000l^2r_{\max}^{-2} [a_3 + b_3 \cos(\varepsilon - 4\theta)]^{1/2}, \quad (5.22)$$

$$\text{де } a_3 = 0,5(J_3^2 + K_3^2 + M_3^2 + N_3^2);$$

$$\varepsilon_3 = \arcsin[(J_3K_3 + M_3N_3)/b_2];$$

$$b_3 = \left[ \begin{array}{l} 0,25(J_3^4 + K_3^4 + M_3^4 + N_3^4) + 0,5(J_3^2 - K_3^2)(M_3^2 - N_3^2) + 0,5(J_3^2K_3^2 + M_3^2N_3^2) + \\ + 2J_3K_3M_3N_3 \end{array} \right]^{1/2}$$

Із формули (5.22) видно, що величина  $A_{S3.2}$  в інтервалі  $\theta = 0 \dots 2\pi$  має чотири максимуми та чотири мінімуми. А це означає, що даний астигматизм має пару взаємно перпендикулярних площин максимального та пару взаємно перпендикулярних площин мінімального астигматизму, які повернуті одна до одної на кут  $45^\circ$ . Кут  $\theta_{\max}$ , що вказує розташування відносно осей  $X'OY'$  першої пари площин, обчислюється за формулою  $\theta_{\max} = \varepsilon_3 / 4 + 0,5\pi k, k = 0; 1$ .

Якщо  $b_3 = 0$ , то величина  $A_{S3.2}$  не залежить від кута  $\theta$ . Це може бути, коли  $J_3^2 = K_3^2 = M_3^2 = N_3^2$ , але  $J_3K_3M_3N_3 < 0$ .

При  $J_3 = M_3$  осі еліптичної плями астигматизму повертаються відносно осей  $X'OY'$  на кут  $\alpha_{m3.2} = \theta - 3\pi/8 + 0,5\pi k, k = 0; 1$ . При  $J_3 = -M_3$  ті ж самі

осі повертаються в протилежному напрямку на кут  $\alpha_{m3.2} = -\theta - 3\pi/8 + 0,5\pi k$ ,  $k = 0; 1$ .

Незалежність величини астигматизму від координати  $\theta$  та прямо пропорційна залежність між  $\alpha_{m3.2}$  і  $\theta$  є характерними для класичного астигматизму 3-го порядку ОС із осью симетрією. Таким чином, якщо  $b_3 \neq 0$ , то це вказує на відсутність вказаної симетрії у ОС ока, пов'язаного, наприклад, із децентруванням оптичних поверхонь ока.

**Кривизна поверхні зображень 3-го степеневого порядку** подібно до астигматизму також має дві складові. Перша обумовлена наявністю коефіцієнта  $F_3$ , друга – коефіцієнтів  $G_3$  та  $H_3$ . Перша складова представляє поверхню-параболоїд стигматичного зображення, яка відповідає умові Петцваля, рис. 5.1, графік 1, і яка властива стигматичним оптичним системам з осью симетрією, [4, 7]. Неосьова аметропія ока при цьому може бути обчислена за формулою:

$$A_{\pi 1}[\text{дптр}] = -2000l^2 r_{\max}^{-2} F_3. \quad (5.23)$$

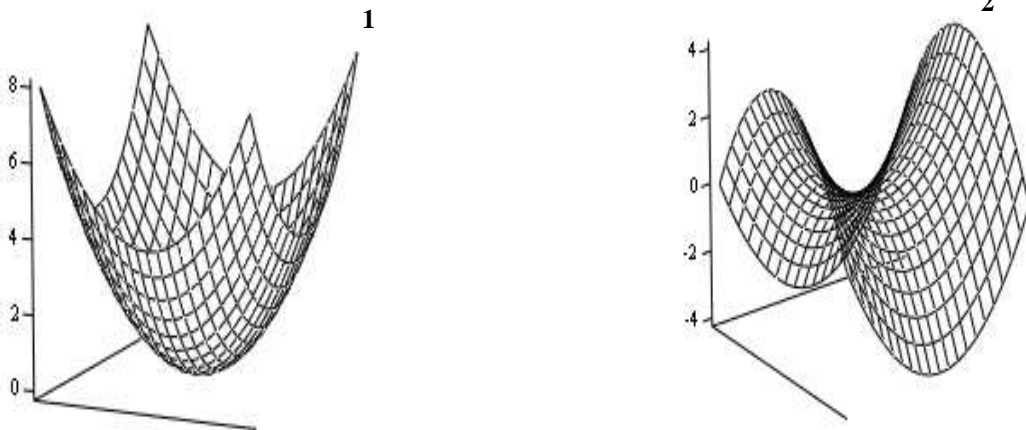


Рис. 5.1. Графіки аберації 3-го степеневого порядку викривлення поверхні зображень

При наявності астигматизму ця поверхня є поверхнею найкращого фокусування (ПНФ) зображення площини об'єктів, що перпендикулярна до оптичної осі.



Друга складова, на відміну від попередньої, утворює поверхню ПНФ у вигляді сідла, рис. 5.1, графік 2. Відповідно до неї неосьова аметропія має вираз:

$$A_{\pi 2}(l, \theta)[\text{дптр}] = -2000l^2 r_{\max}^{-2} (G_3 \cos 2\theta + H_3 \sin 2\theta),$$

з якого видно, що аметропія відсутня, тобто  $A_{\pi 2}(l, \theta) = 0$ , лише на бісектрисах кутів, утворених осями симетрії приведеної функції. У всіх інших місцях сітківки спостерігається або міопія, або гіперметропія, а вказані бісектриси розмежовують ці зони. Найбільша різниця між оптичними силами ОС ока у цих зонах досягає величини:

$$|A_{\pi 2 \max} - A_{\pi 2 \min}|[\text{дптр}] = 4000l^2 r_{\max}^{-2} (G_3 + H_3)^{1/2}. \quad (5.24)$$

Осі симетрії функції (2.40) можуть бути повернуті до осей  $X'OY'$  на кут  $\gamma = \arcsin H_3 / (G_3^2 + H_3^2)^{1/2}$ .

**Кома 3-го степеневого порядку** обумовлена наявністю у виразах (5.3), (5.4) одночленів  $l\rho^2$ , існування яких забезпечується ненульовими значеннями коефіцієнтів  $O_3, P_3, S_3, T_3, Q_3, U_3, R_3, W_3$ . Зовнішній вигляд абераційної плями, котрий залежить від значень перелічених коефіцієнтів, дозволяє стверджувати про ідентичність вигляду абераційних плям коми 2-го та 3-го степеневих порядків. Але у коми 3-го порядку відмінною є залежність орієнтації “хвоста” плями та її розмірів від координати  $\theta$ . Аналіз цих відмінностей дозволяє виділити три типа коми 3-го порядку.

*Перший тип.* Форма плями – класична, орієнтація “хвоста” – стала (незалежна від  $\theta$ ), розмір плями і напрямок, в якому витягнутий “хвіст”, залежить від значень групи коефіцієнтів  $O_3, P_3, Q_3, R_3$ , її розмір також залежить від  $\theta$ . Перша пара коефіцієнтів, при умові що всі інші дорівнюють нулю, дає горизонтальну орієнтацію “хвоста”, друга при аналогічній умові – вертикальну, разом – проміжну між першою і другою. Така поведінка плями може бути наслідком децентрованості або нахилу оптичних поверхонь ока до його оптичної осі.

*Другий тип.* Форма плями теж класична. Розмір плями є залежним від  $O_3, P_3, Q_3, R_3$ , але є незалежним від  $\theta$ . Орієнтація “хвоста” завжди направлена від оптичної осі. Цей випадок має місце, коли  $|O_3| = |R_3|$  або  $|P_3| = |Q_3|$  при

умові, що всі інші коефіцієнти дорівнюють нулю. Цей випадок належить до класичної коми 3-го степеневого порядку оптичних систем з осьовою симетрією.

*Третій тип.* Форма плями круга з переходом в трилисник при штучному розфокуванні зображення. Існує за умови, що всі коефіцієнти, окрім  $S_3, T_3, U_3, W_3$ , дорівнюють нулю.

У загальному випадку форма плями, а також залежність її величини і орієнтації від  $\theta$ , має більш складний характер.

Таким чином результати цього аналізу надають ознаки, необхідні для виявлення децентрованості оптичних поверхонь ока, а також наявності або відсутності осьової симетрії оптичної системи ока.

**Сферична аберація 3-го степеневого порядку** представлена у виразах (5.18), (5.19) одночленами, які містять  $\rho^3$ . Ця аберація існує, коли хоча б один з коефіцієнтів  $X_3, Y_3, Z_3, YU_3, ZZ_3$  буде відрізнятися від нуля. Першою характерною властивістю цієї аберації є те, що вона не залежить від координат об'єктної точки, а тому має однакову форму абераційної плями по всій площині зображень, в тому числі і на оптичній осі. Ця властивість має назву ізопланатичність.

Форма плями є круглою, в тому числі і при дефокуванні її зображення, якщо один з коефіцієнтів  $X_3, YU_3, ZZ_3$  не дорівнює нулю, а всі інші – дорівнюють – графік 1, табл. 5.6.

Таблиця 5.6

Сферична аберація 3-го степеневого порядку

Графік №	1	2	3	4
$X_3$	1 0 0	0	0	0,5
$Y_3$	0 0 0	1	0	0,5
$Z_3$	0 0 0	0	1	0
$YU_3$	0 1 0	0	0	0
$ZZ_3$	0 0 1	0	0	0
Форма границь плями:				

Але комбінація цих коефіцієнтів надає плямі зовсім іншу форму, графіки 2, 3, а разом з коефіцієнтом  $X_3$  – форму птери, графік 4, [19, 20].

Сам коефіцієнт  $X_3$  утворює класичну аберацію 3-го степеневого порядку оптичної системи з осьовою симетрією. Інші коефіцієнти, вочевидь, є наслідком асиметрії оптичних систем інших типів, які утворюються, наприклад, при децентруванні однієї оптичної поверхні або компонента (кришталіка) відносно оптичної осі центрованої системи ока. Причиною також може бути циліндричність поверхонь.

У зв'язку з тим, що дефокусування зображення не дозволяє звести до точки абераційну пляму сферичної аберації, її негативним наслідком є погіршення гостроти зору ока обернено пропорційно розміру цієї плями.

Додаткові матеріали до розділу наведені у працях [7, 21].

## РОЗДІЛ 6

### ВІДТВОРЕННЯ АБЕРАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗОРУ ЛЮДИНИ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ АБЕРОМЕТРІЇ ТА АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЇ ХВИЛЬНОЇ АБЕРАЦІЇ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА

Метою аберометрії оптичної системи ока та відтворення функції її хвильової аберації  $W(\rho, \varphi, l, \theta)$  є визначення параметрів і характеристик вад зору, які використовуються в офтальмології. До них в першу чергу відносять величину аметропії, параметри астигматизму, абераційну складову рефракції ОС ока як функцію зіничних координат. В зв'язку з цим виникають питання про те, як і при яких умовах можна коректно визначити вищезазначені характеристики, використовуючи для цього коефіцієнти подвійної церніковської апроксимації функції  $W$ . Пошук відповідей на ці питання є головною задачею даного розділу.

#### **6.1. Відтворення карти абераційної складової рефракції оптичної системи ока**

Абераційною складовою рефракції називають залежне від координат на вхідній зіниці відхилення реальної оптичної сили ока відносно її середньої величини, яка інтегрально характеризує оптичну силу еметропічного ока. В роботі [21] запропоновано абераційну рефракцію визначати за результатами вимірювань поперечних аберацій променів на сітківці, що надходять в око паралельно візуальній осі. Але застосування такого методу вимагає точного визначення фокусної відстані еметропічного ока та абсолютних величин вказаних аберацій. Тому нижче обґрунтовується інший підхід до вирішення такої задачі, при якому не потрібно мати абсолютні значення вище вказаних параметрів.

Кількісною мірою абераційної складової рефракції у будь-якій точці зіниці є величина локальної аметропії  $A_R$ , яка відповідно [17] обчислюється за формулою:  $A_R [\text{дптр}] = 1000 \cdot a^{-1}$ , де  $a$  [мм] – відстань між передньою головною точкою  $H$  оптичної системи ока та площиною простору об'єктів, в якій знаходиться точка  $B$  ясного зору (рис. 6.1). Ця точка оптично спряжена з точкою  $B'$  на сітківці, де її перетинає промінь, що надходить у око паралельно візуальній осі. Точка  $B$  знаходиться на перетині променів, один з яких повертається із ока по траєкторії вхідного променя, а другий проходить через

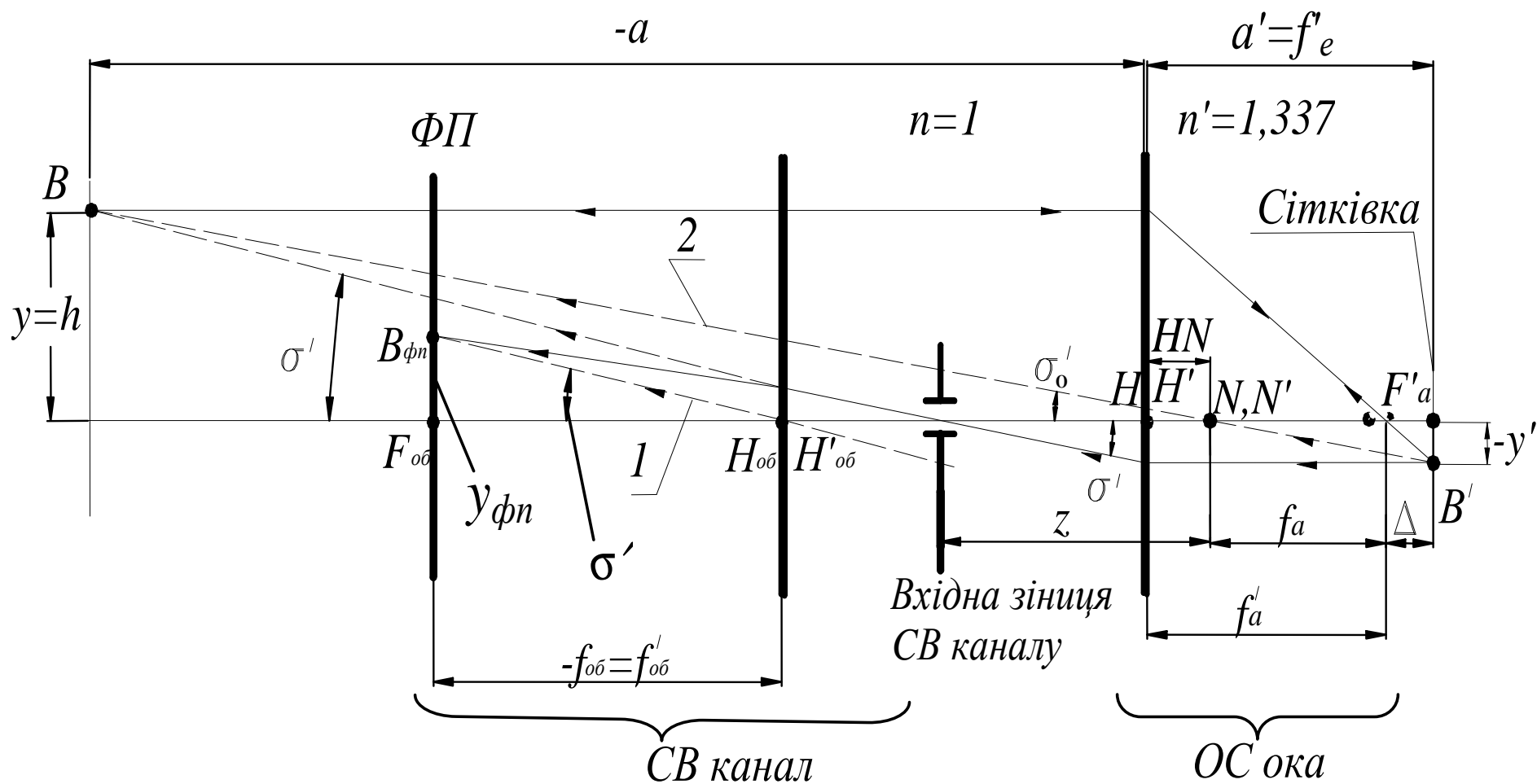


Рис. 6.1. До виводу формули (6.1): 1, 2 – допоміжні промені; СВ канал – світловимірювальний канал; ФП – світлочутлива поверхня фотоприймача зображень;  $H_{об}H'_{об}$  – головні площини об'єктиву світловимірювального каналу; ОС ока – оптична система ока

вузлові точки  $NN'$  оптичної системи ока (рис. 6.1). Якщо вказані промені внаслідок абераций ОС ока не перетинаються, то відрізок  $a$  визначається по віддаленню від точки  $H$  такої площини, перпендикулярної візуальній осі, в якій ці промені мають між собою мінімальну відстань, [21]. В такому випадку для повної характеристики абераційної рефракції треба вказувати напрямок її дії відносно площини через яку промінь надходить в око. Це свідчить про те, що абераційна рефракція є **векторною** величиною, а не скалярною, як її традиційно не зовсім коректно представляють в офтальмологічній літературі. Величини  $A_R$ , знайдені в такій спосіб для кожної фіксованої точки зіниці, використовують потім для складання абераційно-рефракційної карти ока в зіничних координатах [21, 22].

Довжина відрізка  $a$  може бути знайдена із співвідношення (рис. 6.1):

$$\frac{h}{-a + HN} = \operatorname{tg} \sigma'_0, \quad (6.1)$$

де  $h$  – відстань між променем, що сканує ОС ока і його візуальною віссю;  $HN$  – відстань між відповідними головними і вузловими точками, яка в ока дорослої людини має величину приблизно 5...6 мм, звідки

$$A_R = \frac{1000}{a} = \frac{1000}{HN - \frac{h}{\operatorname{tg} \sigma'_0}}. \quad (6.2)$$

В зв'язку з тим, що  $HN \ll a$ , співвідношення (6.1) із невеликою похибкою можна представити у вигляді  $\frac{h}{a} = -\operatorname{tg} \sigma'_0$ . Тоді (6.2) має вигляд:

$$A_R[\text{дптр}] \cong \frac{-1000 \operatorname{tg} \sigma'_0}{h}.$$

Величину  $\operatorname{tg} \sigma'_0$  можна знайти за допомогою фотоелектричного вимірювача координат світлової плями (точки  $B$ ) на світлочутливій поверхні фотоприймача, утвореної від світлової плями на сітківці  $B'$ . Точка  $B_{\text{ФП}}$  належить головному променю пучка, що виходить з ока і потрапляє через СВ канал на фотоприймач (ФП). Тому ця точка на поверхні фотоприймача є центральною у світловій плямі, яка виникає від вказаного пучка променів. Її координата  $y_{\text{ФП}}$  визначається за формулою  $y_{\text{ФП}} = f'_{\text{об}} \operatorname{tg} \sigma'$ , де  $f'_{\text{об}}$  – фокусна відстань об'єктива СВ-каналу,  $\sigma'$  – кут нахилу головного променя пучка до оптичної осі об'єктива.

У випадку, коли осьова (центральна) точка вхідної зіниці СВ-каналу співпадає з вузловою точкою  $N$  оптичної системи ока кут  $\sigma' = \sigma_0'$ , тоді

$$tg \sigma' = tg \sigma_0' = \frac{y_{\Phi\Pi}}{f'_{об}}, \text{ звідки: } A_R = \frac{1000}{HN - \frac{hf'_{об}}{y_{\Phi\Pi}}} \cong \frac{-1000 y_{\Phi\Pi}}{f'_{об} h}. \quad (6.3)$$

Із виразу (6.3) видно, що для визначення величини  $A_R$  не потрібні дані про фокусні відстані оптичної системи ока і абсолютні значення поперечних абераций променя на сітківці, які є недоступними для безпосередніх вимірювань.

У відповідності з виразом (6.3) алгоритм визначення величини  $A_R$  складається із наступних процедур:

- 1) суміщення осової точки вхідної зіниці СВ-каналу із передньою вузловою точкою ОС ока;
- 2) розташування променя, що сканує око, у точці на зіниці з наперед відомими координатами і величиною  $h$ ;
- 3) визначення за допомогою фотоприймача координати  $y_{\Phi\Pi}$  світлової плями у фокусній площині об'єктива СВ-каналу;
- 4) обчислення за допомогою формули (6.3) величини  $A_R$  як аберацийної складової рефракції ОС ока у фіксованій точці на зіниці.

У зв'язку з тим, що вузлові точки ОС ока знаходяться від передньої поверхні рогівки на відстані 6...8 мм, для суміщення центру зіниці СВ-каналу із точкою  $N$  в оптичній системі СВ-каналу потрібна додаткова оптична система. Такою з успіхом може слугувати система Бадаля (рис. 6.2), яка по суті є телескопічною системою Кеплера.

Система Бадаля від звичайної системи Кеплера відрізняється тим, що її апертурна діафрагма розміщується у задньому фокусі другого компонента. При цьому вхідна зіниця системи Бадаля знаходиться у передньому фокусі її першого компонента. Це дозволяє здійснювати суміщення вхідної зіниці вказаної системи із передньою вузловою точкою оптичної системи ока. До того ж апертурна діафрагма системи Бадаля може водночас слугувати апертурною діафрагмою об'єктива СВ-каналу. При застосуванні системи Бадаля величина  $A_R$  повинна обчислюватись за формулою:

$$A_R = \frac{1000 \gamma}{HN - \frac{hf'_{об}}{y_{\Phi\Pi}}} \cong \frac{-1000 y_{\Phi\Pi} \gamma}{f'_{об} h}, \quad (6.4)$$

де  $\gamma$  – кутове збільшення системи Бадаля (як правило, системи Бадаля мають кутове збільшення  $\gamma = -1$ ).

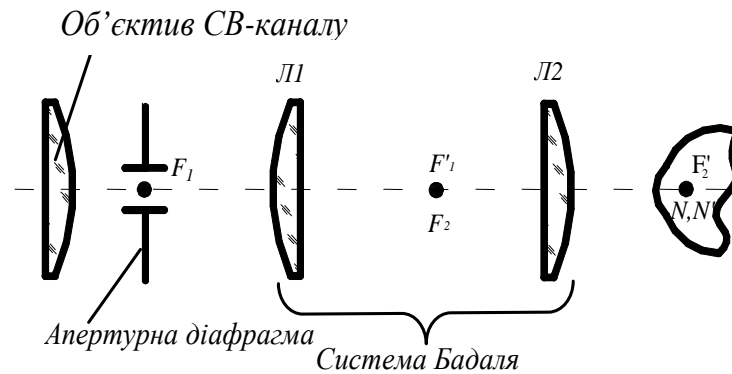


Рис. 6.2. Система Бадаля для здійснення оптичного спряження вхідної зіниці СВ-каналу і вузлової точки ОС ока

Система Бадаля повинна бути доповнена пристроєм, який би дозволяв контролювати момент суміщення її вхідної зіниці з передньою вузловою точкою оптичної системи ока, тобто виконання умови пункту 1) алгоритму приведеного вище алгоритму.

Величина  $A_R$  визначається для декількох десятків і навіть сотень окремих точок зіниці ока. Координатами цих точок  $(\rho, \varphi)$  є координати точки перетину із площиною зіниці ока променя, який надходить в око паралельно оптичній осі (рис.6.1).

За даними про величини  $A_R(\rho, \varphi)$  відомими методами інтерполяції знаходять аналітичний вигляд інтерполяційної функції  $A_R(\rho, \varphi)$ , топографічний графік якої є картою абераційної рефракції ока. Приклад такої карти наведений на рис. 6.3. Карта абераційної складової рефракції ока показує наявність в оптичній системі моделі ока астигматизму. виявлений астигматизм має головну площину з максимальною рефракційною силою в горизонтальній площині, а з мінімальною – у вертикальній площині. Величина астигматизму, як видно із графіку на рис. 6.3, становить  $-1,89 - (1,6) = -3,49$  дптр.





### Карта рефракції

Пациент: EXAM GENERATED BY FRAMESDB (SESSION 567)  
 Дата рожд.: 1/08/2004; Тест: 1/08/2004 14:27:32; Диам. зрачка: 6 мм; Правый

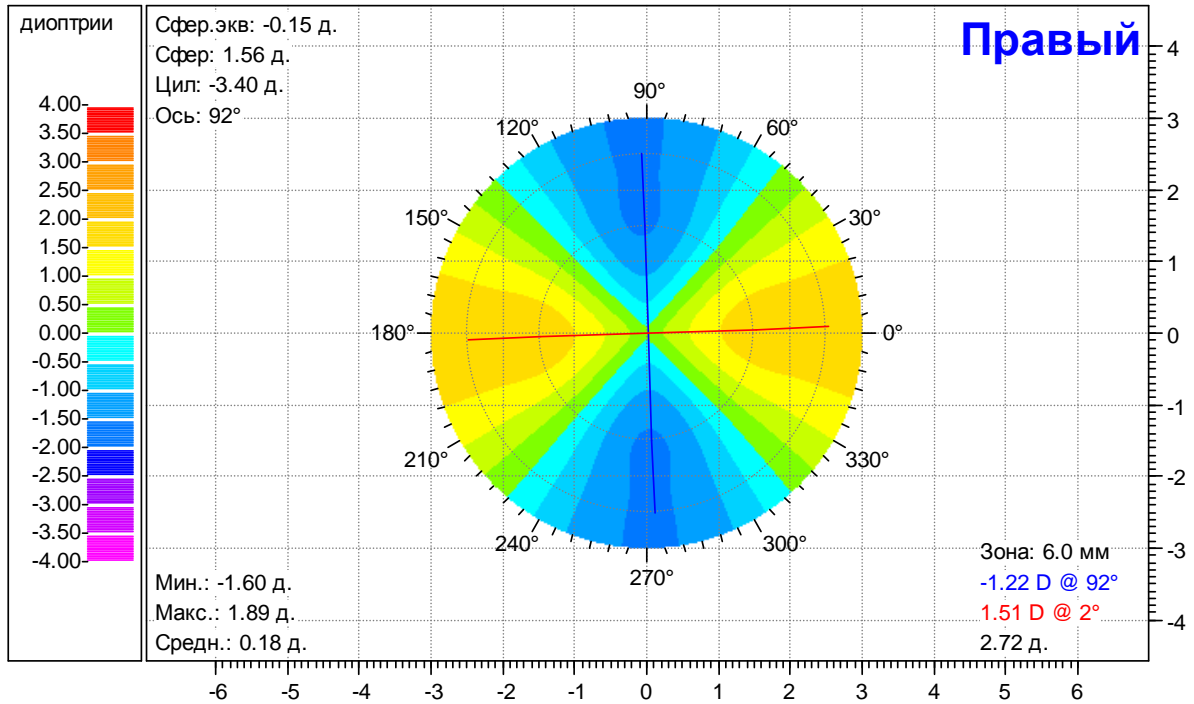


Рис. 6.3. Карта абераційної рефракції ока, створена комп'ютерною програмою «Офта» за результатами aberометрії моделі оптичної системи ока з штучно введеним астигматизмом

## 6.2. Визначення аметропії за результатами aberометрії ока

Для визначення величини аметропії ока –  $A_R$  використовують значення амплітуди дефокусу  $C_2^0$  моноракурсної aberометрії або коефіцієнт  $C_2$  мультиракурсної aberометрії при подвійній черніківській апроксимації функції хвильової аберації, див. (3.4), (5.9). У випадках присутності у зображенні на сітківці точки інших осьових абераций такий підхід може бути некоректним із наступних причин. По-перше, вище вказані амплітуди характеризують тільки аберацію дефокусування зображення відносно сітківки. При цьому  $A_R$  визначається з використанням площини зображення, де пляма змінюється до найменших розмірів, обумовлених наявністю інших абераций. Мінімальним стає СКВ хвильової аберації. По-друге, такий метод ігнорує властивість зорової системи рефлекторно здійснювати акомодацию по фактору найбільшої концентрації світла в зоні зображення точки. При цьому не враховується, що положення площини з таким зображенням залежить від розподілу щільності

світлового потоку в плямі, яка залежить від діаметру зіниці. У зв'язку з цим головною задачею даного підрозділу є розробка методики визначення величини аметропії за коефіцієнтами апроксимації функції хвильової аберації, яка б була вільною від вищезазначених недоліків.

Існує чимало критеріїв визначення площини найбільш чіткого зображення, які базуються на використанні різних параметрів або характеристик якості зображень, а саме: 1) розмірів абераційної плями у площині зображення; 2) роздільної здатності оптичної системи; 3) середньоквадратичного відхилення хвильового фронту від сфери відліку; 4) числа Штреля; 5) граничної просторової частоти, яка присутня у просторовому спектрі зображення лінії або точки; 6) контрасту зображення амплітудної синусоїдальної ґратки з визначеною просторовою частотою; 7) модуляційної передавальної функції оптичної системи ока та інших.

Якщо для визначення площини найкращого зображення використовувати критерій мінімального поперечного розміру абераційної плями у цій площині, то в такому випадку не враховується характер розподілу просторової щільності світлового потоку у зоні абераційної плями, від якого істотно залежить контраст зображень середніх та дрібних за розмірами елементів простору предметів.

Застосування роздільної здатності ОС ока потребує наявності інформації про пороговий контраст зображення на сітківці, який, як правило, є невідомим у даного ока. Це вимагає оцінки цього параметру для кожного конкретного ока або використання його середньостатистичного значення.

Критерії мінімуму середньоквадратичного відхилення хвильового фронту від сфери відліку, центр якої вказує на положення площини найкращого зображення, або критерій максимуму величини Штреля, дають задовільний результат, якщо якість зображення на сітківці наближена до ідеальної, дифракційно-обмеженої. Але не існує ока з ідеальною оптичною системою. Тому їх використання невиправдано.

Останні характеристики потребують визначення МПФ оптичної системи ока, яка може математично відтворюватися за допомогою функції хвильової аберації. Але гранична просторова частота у МПФ залежить не стільки від характеру абераційного розподілу освітленості у зображенні точки, скільки від числової апертури ОС ока, яка визначається діаметром зіниці ока.

Відомо, що аберації мають найбільший вплив на значення МПФ середніх просторових частотах  $\cong 0,5$  від граничної частоти, рис. 6.4. Тому знаходження

площини найкращого зображення зводиться до пошуку такого дефокусування площини гаусового зображення відносно сітківки, при якому на цій просторовій частоті ( $\omega \cong 0,5 \omega_{ep}$ ) МПФ має найбільшу величину.

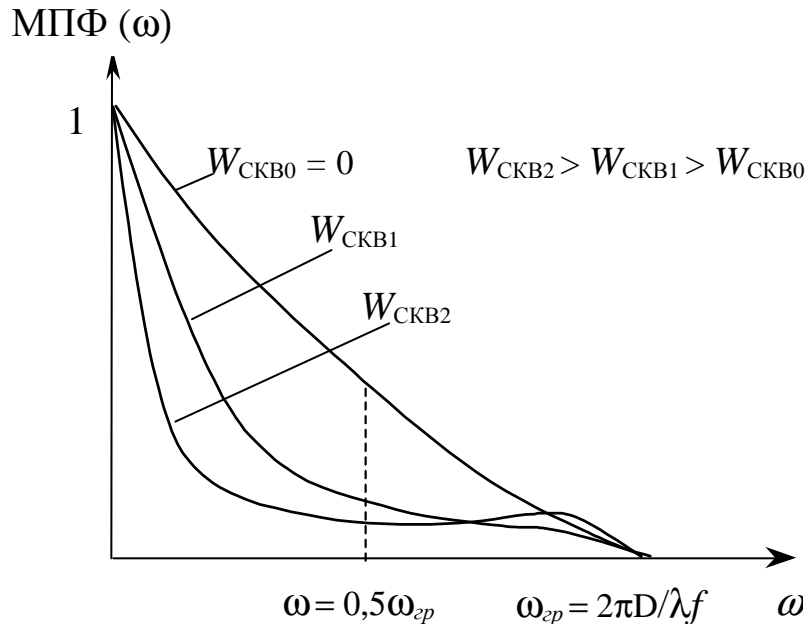


Рис. 6.4. Графіки МПФ оптичної системи ока:  $W_{СКВ}$  – середньоквадратичне відхилення хвильового фронту від сфери порівняння,  $\omega$  – циклічна просторова частота у площині сітківки,  $D$  – діаметр зіниці під час спостережень,  $\lambda$  – довжина хвилі,  $f$  – абсолютна величина передньої фокусної відстані оптичної системи ока

Як показує практичний досвід, такий підхід при проектуванні ОС візуальних оптичних приладів забезпечує високу суб'єктивну якість зображення, що сприймається спостерігачем. Недоліком методу є лише порівняно великий обсяг математичних перетворень та розрахунків, які потрібні для його реалізації.

У зв'язку з вищевикладеним пропонується використання іншого методу, який за результатами практично ідентичний попередньому, але має істотну перевагу відносно потрібної кількості розрахунків. І, найголовніше, він дозволяє використовувати апроксимаційні коефіцієнти функції  $W$ , що відтворюються за результатами aberометрії.

Відомо, що у діапазоні  $\omega \leq 0,5 \omega_{ep}$  МПФ можна представляти формулою [23]:

$$\text{МПФ}(\omega) \cong 1 - 0,25 \bar{\rho}^2 \omega^2, \quad (6.5)$$

$$\text{де } \bar{\rho}^2 = \frac{1}{A^2} \frac{\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho=1} \tau^2(\rho) \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \rho \, d\rho \, d\varphi}{2\pi \int_0^1 \tau^2(\rho) \rho \, d\rho}, \quad (6.6)$$

$A = n' \sin \sigma'_a \cong n' \frac{D}{2f'} = \frac{D}{2|f|}$  – числова апертура ОС ока. Параметр  $\bar{\rho}$  є радіусом

«світлової інерції», яким визначають другий гаусовий момент функції розподілу освітленості в аберацийній плямі. За своєю суттю він аналогічний відомому в механіці радіусу, який входить у формулу розрахунку полярного моменту інерції тіла з відомою масою. В нашому випадку аналогом маси є світловий потік, що формує зображення точки. Чим меншим є радіус  $\bar{\rho}$ , тим щільніше розподіляється світловий потік навколо «центру ваги» світлової плями, тим більшими, згідно (6.5), будуть значення МПФ у першій половині діапазону просторових частот, де визначається МПФ. Це означає, що для пошуку величини аметропії ока треба знаходити таке положення площини зображення (або таке значення коефіцієнту дефокусу) при якому досягається мінімальне значення параметру  $\bar{\rho}^2$ . Значення коефіцієнту дефокусу, яке забезпечує виконання умову  $\bar{\rho}^2 \Rightarrow \min$ , дозволяє визначати параметр  $A_R$  із урахуванням дії всіх відповідних абераций ОС ока та діаметру зіниці, при якому око здійснює спостереження.

Згідно (5.6), (5.9) величина аметропії ока визначається через коефіцієнт  $C_1$  подвійної церніковської апроксимації функції  $W = W(\rho, \varphi, l, \theta)$ , який враховує вплив відповідних осьових абераций ОС ока на величину дефокусування гаусової площини зображення. Коректність визначення величини аметропії за допомогою коефіцієнта  $C_1$  обґрунтовується тим, що із спостережень авторів роботи [24] об'єктивна та суб'єктивна оцінки дефокусування площини зображення відносно сітківки – збігаються. Якщо у функцію апроксимації  $W$  замість  $C_1$  підставити  $\Delta_c$  і знайти значення  $\Delta_c$ , яке забезпечує мінімальне значення  $\bar{\rho}^2$ , то це дозволить розрахувати аметропію за іншою формулою:

$$A_R = 2000 \Delta_c r_m^{-2}, \quad (6.7)$$

яка враховує оптимальне дефокусування площини зображення за вище запропонованим критерієм.

Величину  $\Delta_c$  можна знайти як корінь рівняння  $\frac{\partial \bar{\rho}^2(\Delta_c)}{\partial \Delta_c} = 0$ , зробивши при цьому припущення, що коефіцієнт світлопропускання у зоні зіниці  $\tau(\rho) \equiv \tau$  – константа, а також взявши до уваги, що  $W = W(\Delta_c)$ .

З урахуванням (6.6) попереднє рівняння можна перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}^2(\Delta_c)}{\partial \Delta_c} &= \frac{\partial}{\partial \Delta_c} \int_0^{\rho^*} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \phi} \right)^2 \right] \rho \, d\rho \, d\phi = \\ &= 2 \int_0^{\rho^*} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \rho} \left( \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \rho} \right)'_{\Delta_c} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \phi} \left( \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \phi} \right)'_{\Delta_c} \right] \rho \, d\rho \, d\phi = 0, \end{aligned} \quad (6.8)$$

в якому символ  $(\dots)'_{\Delta_c}$  означає частинну похідну за  $\Delta_c$ , а  $\rho^* = \frac{r}{r_m}$ ,  $2r$  – діаметр

зіниці ока під час спостережень.

Відомо, що апроксимація функції хвильової абератії за базисом ортогональних функцій (таких як поліноми Церніке) дозволяє представити  $W$  у вигляді  $W = W_0 + W_I + W_{II} + W_{III} + \dots$ , де права частина складається з хвильових абератій відповідних степеневих порядків відносно координат  $[\rho, \phi, l, \theta]$ . Також відомо, що лише другий степеневий порядок –  $W_{II}$  утримує коефіцієнт  $C_1$ . Тому

$$\left( \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \rho} \right)'_{\Delta_c} = \left( \frac{\partial W_{II}(\Delta_c)}{\partial \rho} \right)'_{\Delta_c}, \quad \left( \frac{\partial W(\Delta_c)}{\partial \phi} \right)'_{\Delta_c} = \left( \frac{\partial W_{II}(\Delta_c)}{\partial \phi} \right)'_{\Delta_c}.$$

При апроксимації  $W(\rho, \phi, l, \theta)$  подвійним церніківським розкладом вказані похідні мають вирази:

$$\frac{\partial W_{II}}{\partial \rho} = l (A_1 \cos \phi + B_1 \sin \phi) + 2\rho (C_1 + D_1 \cos 2\phi + E_1 \sin 2\phi); \quad (6.9)$$

$$\frac{\partial W_{II}}{\partial \phi} = l (-A_1 \sin \phi + B_1 \cos \phi) + \rho^2 (-2D_1 \sin 2\phi + 2E_1 \cos 2\phi), \quad (6.10)$$

де  $A_1, B_1, C_1, D_1$  – константи, що представляються лінійною комбінацією

відповідних коефіцієнтів подвійної церніківської апроксимації, вирази яких приведені у 5.

Із виразу (6.9) випливає, що при підстановці до нього  $\Delta_c$  замість  $C_1$ , похідна  $\left(\frac{\partial W}{\partial \rho}\right)'_{\Delta_c} = 2\rho$ , а похідна  $\left(\frac{\partial W}{\partial \phi}\right)'_{\Delta_c} \equiv 0$ , тому що у виразі (6.10) коефіцієнт  $C_1$ , а, значить, і  $\Delta_c$  – відсутні. При цьому рівняння (6.8) набуває

$$\text{вигляду:} \quad \int_0^{\rho^*} \int_0^{2\pi} \left(2\rho\Delta_c + \frac{\partial W}{\partial \rho}\right) \rho^2 d\rho d\phi = 0. \quad (6.11)$$

Рівняння (6.11) дозволяє отримати формулу розрахунку  $\Delta_c$ , при якому  $\bar{\rho}^2$  досягає мінімуму:

$$\Delta_c = -\frac{1}{\pi \rho^{*4}} \int_0^{\rho^*} \int_0^{2\pi} \frac{\partial W}{\partial \rho} \rho^2 d\rho d\phi. \quad (6.12)$$

Отже, щоб знайти величину аметропії ока за критерієм мінімуму  $\bar{\rho}^2$  потрібно:

- 1) виміряти аберації ОС ока відносно площини предметів, що знаходиться на нескінченності;
- 2) визначити всі коефіцієнти апроксимації функції  $W(\rho, \phi, l, \theta)$ ;
- 3) знайти похідну по  $\rho$  від  $W(\rho, \phi, l, \theta)$  при  $l=0$ , якщо  $\Delta_c$  відшукується для зони на сітківці – фовеа;
- 4) обчислити  $\Delta_c$  за формулою (6.12) з подальшою підстановкою результату у формулу (6.7) для розрахунку аметропії за вказаним критерієм.

### **6.3. Визначення астигматизму за результатами аберометрії ока**

Відомо, що астигматизм оптичної системи ока – аберация, яка погіршує гостроту зору. Тому астигматизм необхідно виправляти. Результат корекції астигматизму істотно залежить від точності попереднього вимірювання офтальмологічних параметрів астигматизму, а саме:  $A_S$  – різниці аметропії у головних перетинах ока, та кутів  $\alpha_{\max}$ ,  $\alpha_{\min}$  нахилу площин цих перетинів до площини горизонтального перетину ока. В розділі 5 показано, що астигматизм у макулярній зоні сітківки складається з окремих його степеневих порядків.

Кожний з них має свої значення  $A_S$ ,  $\alpha_{\max}$ ,  $\alpha_{\min}$  і свою природу походження, що викликає питання про метод коректної оцінки загального астигматизму ока. В зв'язку з цим головною задачею даного підрозділу є більш детальний аналіз властивостей астигматизму ОС ока та створення на цій основі методики оцінки загальних параметрів астигматизму, яка на практиці повинна сприяти підвищенню коректності оцінки і точності виправлення цієї аберації.

### **6.3.1. Астигматизм ока при наявності 1-го, 2-го та 3-го степеневих порядків цієї аберації**

Як показано в розділі 5, апроксимація функції  $W$  за координатами простору об'єктів та координатами зіниці дозволяє встановити всі степеневі порядки астигматизму, починаючи з первинного. Розглянемо тільки перші три порядки. Таке обмеження є виправданим тому, що макулярна зона сітківки оптично спряжена з тією частиною простору об'єктів, яка, по-перше, належить до параксіальної, а, по-друге, знаходиться на невеликій (приблизно 5 градусів) кутовій відстані від оптичної осі ОС ока. Тому більш високими порядками астигматизму, які проявляються при істотно більших кутових відстанях, можна знехтувати з огляду на їх малість. Проте, як буде показано нижче, властивості загального астигматизму ока можна виявити та прогнозувати і не включаючи до розгляду більш високі порядки цієї аберації.

У відповідності з виразами (5.4–5.6), (5.12–5.14), (5.18–5.19) поперечні аберації променя на сітківці  $\Delta x'$ ,  $\Delta y'$  при наявності астигматизму тільки 1-го, 2-го та 3-го степеневих порядків, мають математичні вирази:

$$\Delta x' = 2A^{-1}(a \cos \varphi + b \sin \varphi)\rho, \quad \Delta y' = 2A^{-1}(-a \sin \varphi + b \cos \varphi)\rho, \quad (6.13)$$

де  $a = d_1 + d_2 l + d_3 l^2$ ;  $b = e_1 + e_2 l + e_3 l^2$ ;  $d_1 = D_1$ ;  $d_2 = K_2 \cos \theta + L_2 \sin \theta$ ;  
 $d_3 = I_3 + J_3 \cos 2\theta + K_3 \sin 2\theta$ ;  $e_1 = E_1$ ;  $e_2 = M_2 \cos \theta + N_2 \sin \theta$ ;  
 $e_3 = L_3 + M_3 \cos 2\theta + N_3 \sin 2\theta$ .

Формули коефіцієнтів  $D_1, E_1 \dots N_3$  приведені в розділі 5. Вирази (6.13) дозволяють знайти формули розрахунків параметрів  $A_S$ ,  $\alpha_{\max}$ ,  $\alpha_{\min}$  загального астигматизму ока як суми дії астигматизму 1-го, 2-го та 3-го порядків. Для цього треба до правої частини рівняння  $\Delta x'$  додати доданок дефокусу  $C_1 \cos \varphi$ , а до правої частини рівняння  $\Delta y'$  – доданок  $C_1 \sin \varphi$ , що дозволяє при зміні коефіцієнта дефокусу  $C_1$  спостерігати еволюцію форми абераційної плями на сітківці при штучному дефокусуванні відносно неї абераційного зображення

точки і знаходити за допомогою цього вирази параметрів загального астигматизму. При таких умовах:

$$\Delta x' = 2A^{-1}[(C_1 + a)\cos\varphi + b\sin\varphi]\rho; \quad \Delta y' = 2A^{-1}[(C_1 - a)\sin\varphi + b\cos\varphi]\rho. \quad (6.14)$$

Згідно (6.14) промінь з координатами  $[l, \theta, \rho, \varphi]$  має на сітківці поперечну аберацію:

$$\Delta(\rho, \varphi) = \sqrt{\Delta X'^2 + \Delta Y'^2} = 2R_0\rho\sqrt{C_1^2 + a^2 + b^2 + 2C_1\sqrt{a^2 + b^2}\sin(\varepsilon + 2\varphi)}, \quad (6.15)$$

$$\text{де } \varepsilon = \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Від'ємні значення  $C_1$  означають дефокусування зображення від сітківки у напрямку до зіниці, що відповідає більш сильній рефракції ОС ока. Вираз (6.15) при  $C_1 \neq 0$  є рівнянням еліпсу. Цей еліпс при двох значеннях  $C_1$  вироджується у відповідні астигматичні відрізки із взаємно перпендикулярною орієнтацією, які ще називають астигматичними фокусами. Осьова відстань між ними є кількісною мірою астигматизму.

Перший астигматичний фокус, що розташований ближче до зіниці, спостерігається при  $C_1 < 0$ ,  $\sin(\varepsilon + 2\varphi) = 1$  та  $C_1^2 + a^2 + b^2 + 2C_1\sqrt{a^2 + b^2} = 0$ , звідки  $[C_1]_{\max \varphi} = -\sqrt{a^2 + b^2}$ . Пошук другого астигматичний фокуса, що зсунутий відносно першого у напрямку від зіниці, здійснюється аналогічно. Він має місце при  $[C_1]_{\min \varphi} = +\sqrt{a^2 + b^2}$ . Згідно формули (5.11), параметр сумарного астигматизму

$$A_{S\Sigma} = 2000 r_m^{-2} \{ [C_1]_{\min \varphi} - [C_1]_{\max \varphi} \} = 4000 r_m^{-2} \sqrt{a^2 + b^2} \quad [\text{дптр}], \quad (6.16)$$

де  $r_m, a, b$  мають розмірність [мм].

Азимутальний кут головного перетину ОС ока, в якому оптична сила ОС ока досягає найбільшої величини, відліковується від горизонтальної площини і обчислюється за формулою:

$$\alpha_{\max \Sigma} = \frac{\pi}{4} - \frac{\varepsilon}{2}, \quad (6.17)$$

де  $\varepsilon = \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ , якщо  $b \geq 0$ ;  $\varepsilon = \pi - \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  якщо  $b < 0$ .

При цьому кут  $\alpha_{\min \Sigma}$  відрізняється від  $\alpha_{\max \Sigma}$  на величину  $\pi/2$ , що вказує на взаємно перпендикулярне розміщення головних перетинів сумарного астигма-



тизму ока.

Якщо  $C_1 = 0$ , то у відповідності з (6.15)  $\Delta(\rho, \varphi) = 2A^{-1}\rho\sqrt{a^2 + b^2}$ , що свідчить про круглу форму абераційної плями на сітківці і суміщення сітківки з площиною найкращого зображення точки, [4].

Більш детальний аналіз виразів (5.16), (5.17) зробимо шляхом розрахунків на прикладі оптичної системи ока, якій властиві всі порядки астигматизму. Нехай перший порядок астигматизму цієї системи має коефіцієнти апроксимації  $D_1 = 0,0021345$  мм;  $E_1 = -0,0007115$  мм. Другий порядок –  $K_2 = L_2 = -0,0100623$  мм;  $M_2 = -N_2 = 0,0201246$  мм. Третій порядок –  $J_3 = K_3 = -0,225$  мм;  $M_3 = N_3 = 0$ . Значення всіх коефіцієнтів підібрані так, щоб:

- 1) кожний порядок астигматизму мав однакову величину параметра  $A_S$ , еквівалентну, наприклад, одній діоптрії;
- 2) другий порядок астигматизму був пов'язаний з децентруванням оптичних елементів ока;
- 3) третій порядок астигматизму був пов'язаний з неосьовим розташуванням предметної точки, зображення якої аналізується на сітківці.

Кути нахилу головних перетинів кожного окремого порядку астигматизму приведені на рис. 6.5, в якому також показано окремо абераційні плями на сітківці від астигматизму кожного з вказаних порядків, при зображенні точки простору об'єктів з координатами  $l = 1; \theta = 0$ .

Міопію введено в оптичну систему ока штучно для того, щоб викликаний цим зсув поверхні найкращого зображення точки відносно сітківки дозволяв мати на сітківці еліптичну абераційну пляму, бачити її розмір та орієнтацію осей.

Аналіз виразів (6.16), (6.17) дозволяє зробити наступні висновки:

- 1) кожний степеневий порядок астигматизму має власний коноїд Штурма і на сітківці утворює свою абераційну еліптичну пляму, яка при відповідному дефокусуванні вироджується у астигматичні фокуси з властивою лише цьому порядку відстанню між ними і кутовою орієнтацією астигматичних фокусних відрізків;
- 2) сумарний астигматизм теж має власний коноїд Штурма і також має пляму у вигляді еліпсу відповідної орієнтації з виродженням її у астигматичні фокуси, причому параметри сумарного астигматизму  $A_{S\Sigma}$ ,  $\alpha_{\max\Sigma}$ ,  $\alpha_{\min\Sigma}$  є залежними від аналогічних параметрів складових степеневих порядків і є результатом векторного складання астигматизму окремих степеневих порядків;

3) незалежно від співвідношень між коефіцієнтами апроксимації, що характеризують відповідні степеневі порядки астигматизму, площини головних перетинів ока завжди є перпендикулярними одне до одного, до того ж значення параметрів  $A_{S\Sigma}$ ,  $\alpha_{\max\Sigma}$ ,  $\alpha_{\min\Sigma}$  є незмінними по всьому отвору зіниці;

4) внаслідок природного не суміщення візуальної та оптичної осей ока на візуальній осі завжди виконується нерівність  $l \neq 0$ , тому у макулярній зоні сітківки може спостерігатися астигматизм всіх степеневих порядків;

5) параметр  $A_{S\Sigma}$ , як модуль сумарного вектора астигматизму, може приймати нульове значення, що свідчить про можливість взаємної компенсації астигматизму різних степеневих порядків;

6) якщо у макулярній зоні сітківки взаємна компенсація степеневих порядків не спостерігається, то вона може виникнути у інших зонах сітківки при відповідних значеннях координат  $l, \theta$ .

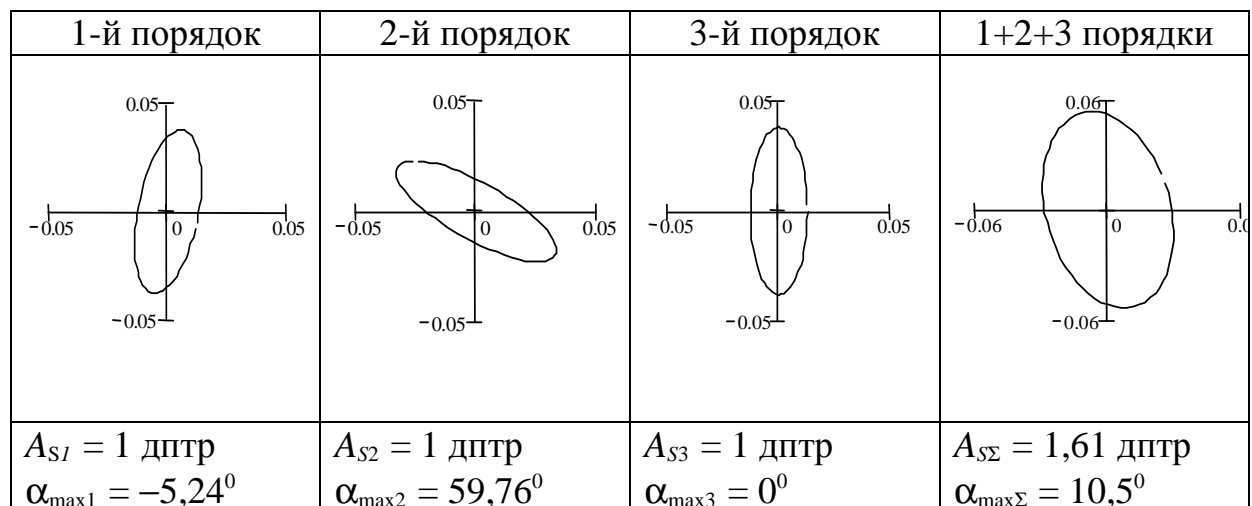


Рис. 6.5. Аберацийні плями на сітківці при наявності астигматизму 1-го, 2-го, 3-го порядків та суми цих порядків. Розмірність координатних осей [мм],  $r_m = 3$  мм,  $|f| = 17$  мм,  $C_1 = -0,001125$  мм (міопія – 0,5 дптр)

Викладене в п.6) підтверджується графіками, показаними на рис. 6.6.

Ці графіки у якості демонстраційного прикладу отримані для довільної оптичної системи ока, коефіцієнти апроксимації якої приведені вище. Як видно з цих графіків, при деяких значеннях координат  $l, \theta$  величина  $A_{S\Sigma}$  дійсно зменшується до нуля, а в зображенні деяких інших точок простору предметів (в

інших точках сітківки) величина  $A_{\Sigma}$  навпаки збільшується до максимального значення 3 дптр. Це значення є скалярною сумою астигматизму всіх розглянутих у прикладі степеневих порядків або максимально можливою величиною їх векторної суми.

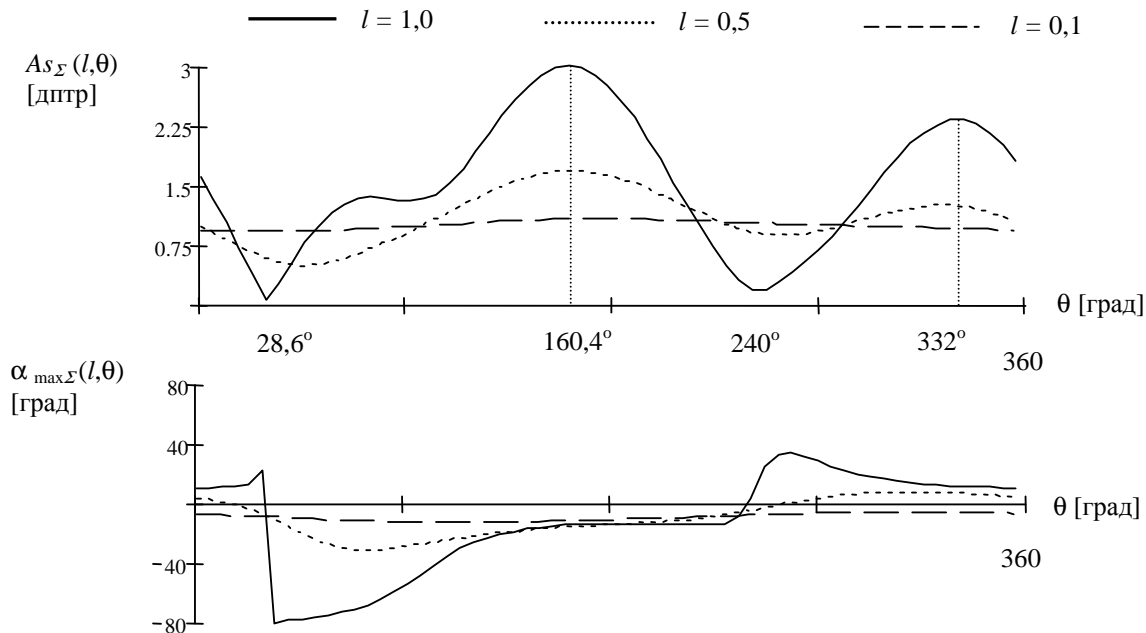


Рис. 6.6. Графіки залежностей величини сумарного астигматизму та кута нахилу головного перетину від координат предметної точки  $l, \theta$

Орієнтація головних перетинів сумарного астигматизму також не є сталою відносно різних точок простору предметів. Про це на рис. 6.6 переконливо свідчить графік функції  $\alpha_{\max \Sigma}(\theta)$ . Але при наближенні предметної точки до оптичної осі (зменшенні величини  $l$ ) діапазон зміни функцій  $A_{\Sigma}(l, \theta)$  та  $\alpha_{\max \Sigma}(\theta)$  істотно зменшується. При цьому значення параметрів сумарного астигматизму наближуються до відповідних значень первинного астигматизму – астигматизму першого порядку.

Виявлені на цьому прикладі закономірності і властивості сумарного астигматизму дають можливість критично ставитися до деяких результатів рефрактометричних досліджень ока. Так, наприклад, не перпендикулярність головних перетинів ока, яку інколи можна спостерігати на рефракційних картах, вочевидь, не може бути проявленням звичайного астигматизму. Скоріш

за все це є результат некоректної методики обробки результатів вимірювання рефракції, або пов'язано з похибками вимірювання рефракції.

Ще один важливий висновок полягає в тому, що перед вимірюваннями астигматизму ока необхідно ретельно поєднувати візуальну вісь ока та оптичну вісь aberометра. Як видно з графіків на рис. 6.6, астигматизм поза макулярною зоною може бути істотно іншим за величиною і орієнтацією його головних перетинів ніж в макулярній зоні. Але він, при неточному поєднанні вищевказаних осей, може бути прийнятим саме за астигматизм макулярної зони. Така помилка може призвести до похибки корекції астигматизму ока.

### **6.3.2. Сфероастигматизм оптичної системи ока**

Клінічні рефрактометричні дослідження астигматизму ока виявляють аномальну поведінку цієї аберації. Аномалія полягає в тому, що на відміну від встановлених у попередньому розділі властивостей звичайного астигматизму, трапляється, що реальний у макулярній зоні астигматизм, по-перше, не має сталих значень параметрів  $A_{\Sigma\Sigma}$ ,  $\alpha_{\max\Sigma}$ ,  $\alpha_{\min\Sigma}$  у зоні зіниці. По-друге, спостерігається детермінована залежність вказаних параметрів від відстані до осьової точки на зіниці (залежність від координати  $\rho$ ), а саме, величина  $A_{\Sigma\Sigma}$  – зростає або зменшується з ростом величини  $\rho$ , а зональні головні перетини – повертаються на деякий кут відносно перетинів осьової зони.

Такий атиповий характер поведінки астигматизму явно суперечить фактам, викладеним у попередньому підрозділі, що примусило шукати причину цього феномену. Вона була знайдена при більш детальному аналізі виразів сферичної аберації 3-го порядку. Виявилось, що оптичній системі ока, якщо вона просторова, властивою є аберация, котра за своїми ознаками нагадує і сферичну аберацию і астигматизм. Дійсно, така аберация має місце не тільки по полю, але й на оптичній осі. Вона є ізопланатичною – незалежною від координат  $l, \theta$ , що є характерним для сферичної аберации 3-го порядку. Але з іншого боку аберацияна пляма за виглядом і еволюцією форми при дефокусуванні зображення відносно сітківки поводить себе як астигматизм. Тому такому типу аберации було дано назву сфероастигматизму.

Кількісний аналіз сфероастигматизму зроблено за допомогою формул, котрі представлені в розділі 5 для сферичної аберации 3-го степеневого порядку. Якщо у цих формулах степеневі тригонометричні функції представити через тригонометричні функції кратних аргументів, то тоді вони набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= A^{-1} [4X_3 \cos \varphi + 3(Y_3 \cos \varphi + Z_3 \sin \varphi) + (Y_3 + 4YY_3) \cos 3\varphi + (Z_3 + 4ZZ_3) \sin 3\varphi] \rho^3, \\ \Delta y' &= A^{-1} [4X_3 \sin \varphi - 3(Y_3 \sin \varphi - Z_3 \cos \varphi) + (Y_3 - 4YY_3) \sin 3\varphi - (Z_3 - 4ZZ_3) \cos 3\varphi] \rho^3 \end{aligned} \quad (6.18)$$

Одночлени в (6.18), які містять коефіцієнт  $X_3$ , представляють класичну сферичну аберацію 3-го порядку центрованих оптичних систем. А коефіцієнти  $Y_3, Z_3$  належать до одночленів, які відповідають саме за сфероастигматизм просторових систем.

З індексів коефіцієнтів, які входять до складу  $Y_3, Z_3$ , видно, що вони пов'язані з існуванням в оптичній системі ока астигматизму п'ятого порядку. На рис. 6.7 показано вигляд абераційної плями на сітківці при  $X_3 = 0, Y_3 \neq 0, Z_3 \neq 0, YY_3 = 0, ZZ_3 = 0$  та при дефокусуванні зображення відносно сітківки:

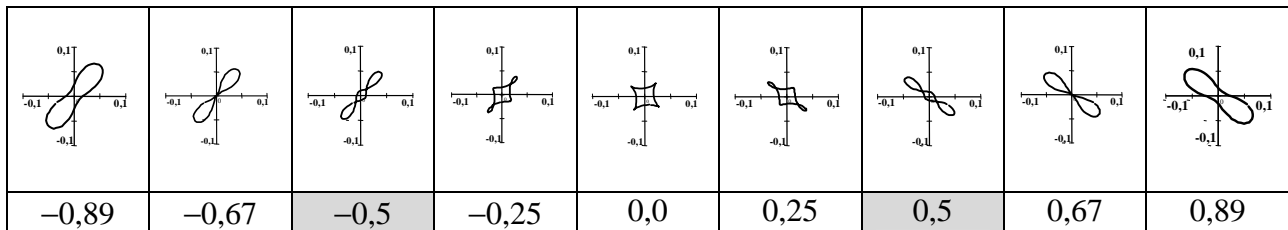


Рис. 6.7. Форма абераційної плями на сітківці при наявності сфероастигматизму:  $A_{Scf} = 1$  дптр,  $\alpha_{\max} = -38^\circ$ ; розмірність координатних осей [мм]

Дефокусування на рис. 6.7, вказано в діоптріях під кожним графіком. Воно штучно введено для того, щоб продемонструвати еволюцію форми абераційної плями у площині сітківки при дефокусуванні відносно неї абераційного зображення предметної точки.

Як видно з рис. 6.7, у площині найкращого зображення (дефокус дорівнює нулю) форма плями на відміну від класичного астигматизму має не круглу форму, а форму подушки. Астигматичні фокуси не мають форми прямих відрізків, характерної для звичайного астигматизму. Проте вони мають специфічну форму, що нагадує пропелер (виділено при дефокусі  $-0,5$  дптр та  $+0,5$  дптр).

При значеннях коефіцієнтів  $X_3, Y_3, Z_3, YY_3, ZZ_3$ , наведених на рис. 6.7, вирази (6.18) перетворюються до вигляду:

$$\begin{aligned} \Delta x' &= A^{-1} [(4X_3 + 3Y_3) \cos \varphi + 3Z_3 \sin \varphi] \rho^3, \\ \Delta y' &= A^{-1} [(4X_3 - 3Y_3) \sin \varphi + 3Z_3 \cos \varphi] \rho^3. \end{aligned}$$

Якщо ж до правих частин цих рівнянь ще додати одночлени дефокусування  $2C_1\rho \cos \varphi$  та  $2C_1\rho \sin \varphi$  відповідно, то вони отримують вигляд:

$$\Delta x' = 2A^{-1}[(C + \check{A})\cos \varphi + B\sin \varphi]\rho, \quad \Delta y' = 2A^{-1}[(C - \check{A})\sin \varphi + B\cos \varphi]\rho, \quad (6.19)$$

де  $\check{A} = 3Y_3\rho^3$ ;  $B = 3Z_3\rho^3$ ;  $C = 4X_3\rho^3 + 2C_1\rho$ .

Неважко помітити, що вирази (6.19) аналогічні виразам (6.14), а тому поперечна аберация променя у площині сітківки

$$\Delta_{III} = 2A^{-1}\sqrt{\check{A}^2 + B^2 + C^2 + 2C\sqrt{\check{A}^2 + B^2} \sin(\gamma + 2\varphi)}, \quad (6.20)$$

Де  $\gamma = \arcsin \frac{\check{A}}{\sqrt{\check{A}^2 + B^2}}$  при  $B \geq 0$ , та  $\gamma = \pi - \arcsin \frac{\check{A}}{\sqrt{\check{A}^2 + B^2}}$  при  $B < 0$ .

Вираз (6.20) дозволяє знайти положення сфероастигматичних фокусів. Так один з них, що відповідає більшій оптичній силі ока, має місце при  $C < 0$ ,  $\sin(\gamma + 2\varphi) = 1$ , та  $\Delta_{III} = 0$ , звідки  $C = -\sqrt{\check{A}^2 + B^2}$ . Інший астигматичний фокус має місце при  $C = +\sqrt{\check{A}^2 + B^2}$ . В такий спосіб були знайдені сфероастигматичні фокуси, графіки яких виділені на рис. 6.7 сірим фоном.

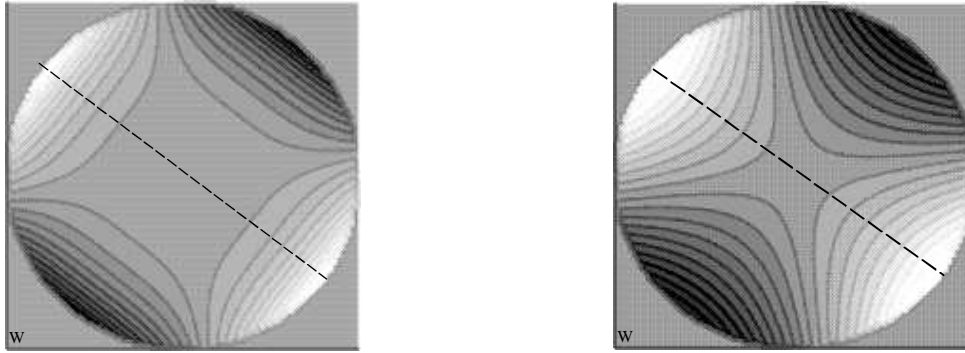
Величина відстані між сфероастигматичними фокусами дозволяє обчислити офтальмологічні параметр сфероастигматизму за формулами:

$$A_{S,C\varphi} = 6000\sqrt{Y_3^2 + Z_3^2} \rho^2 r_m^{-2}, \quad \alpha_{\max S} = \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} + \pi k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (6.21)$$

де  $\rho = \frac{r}{r_m}$ ,  $r$  – абсолютна полярна координата точки на зіниці.

Із (6.21) випливає, що на відміну від параметра  $A_S$ , параметр  $A_{S,C\varphi}$  залежить від  $\rho$ , що й спостерігається на рефракційних картах ока деяких пацієнтів. Але у даному випадку параметр  $\alpha_{\max S}$  все ж є незалежним від  $\rho$ .

Щоб продемонструвати різницю у розподілі аберацийної рефракції ока при звичайному астигматизмі і сфероастигматизмі, на рис. 6.8 для порівняння приведені контурні карти функції хвильової аберации ока із передньою фокусною відстанню  $|f| = 17$  мм, які відповідають цим типам астигматизму. Зона зіниці, в якій визначається хвильова аберация, має діаметр 6 мм. Штрихова лінія на картах показує положення головного перетину, де оптична сила ока – найбільша. Величини  $\max W$  та  $\min W$  показують найбільше (світла зона) та найменше (темна зона) значення хвильової аберации на зіниці.



а)  
 $Y_3 = 0,0003638 \text{ мм}; Z_3 = -0,0014552 \text{ мм};$   
 $\max W = 1,5 \text{ мкм};$   
 $\min W = -1,5 \text{ мкм}; A_{S,cf} = 1 \text{ дптр};$   
 $\alpha_{\max} = -37,2^{\circ}.$

б)  
 $D_1 = 0,0005457 \text{ мм};$   
 $E_1 = -0,0021828 \text{ мм}; \max W = 2,25 \text{ мкм};$   
 $\min W = -2,25 \text{ мкм}; A_S = 1 \text{ дптр};$   
 $\alpha_{\max} = -37,2^{\circ}.$

Рис. 6.8. Контурні графіки функції хвильової аберації у площині зіниці: а – при наявності сфероастигматизму, б – при наявності звичайного астигматизму першого порядку (первинного астигматизму)

З приведених графіків видно, що сфероастигматизм, який на краю зіниці має таку ж величину  $A_{S,cf}$ , що і звичайний астигматизм, а також однакову з ним орієнтацію головних перетинів, властивий істотно інший характер деформації хвильового фронту або інша карта рефракції. Так, сфероастигматизм менше деформує хвильовий фронт у центральній зоні зіниці, але він більш швидко змінює  $W$  у периферійній зоні зіниці. Як видно з порівняння графіків, сфероастигматизму також властива менша величина хвильової аберації, що впливає із значень  $\max W$  та  $\min W$ , приведених на рис. 6.8 а, б.

Отже, наведений приклад показує, що залежність величини астигматизму від координати  $\rho$ , є наслідком існування сфероастигматизму. Але цей приклад не виявляє причини залежності величини  $\alpha_{\max}$  від тієї ж координати. Тому розглянемо астигматизм ока, у випадку, коли його оптична система має звичайний астигматизм і сфероастигматизм.

### 6.3.3. Астигматизм ока при наявності сфероастигматизму і астигматизму першого та інших степеневих порядків

У даному випадку проекції поперечної аберації променя на координатні осі у площині сітківки з урахуванням аберації дефокусування та відповідно

виразам (6.13), (6.19), обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned}\Delta x'_\Sigma &= A^{-1}[(C_\Sigma + A_\Sigma)\cos\varphi + B_\Sigma \sin\varphi]\rho; \\ \Delta y'_\Sigma &= A^{-1}[(C_\Sigma - A_\Sigma)\sin\varphi + B_\Sigma \cos\varphi]\rho,\end{aligned}\quad (6.22)$$

де  $C_\Sigma = 2\rho C_1 + 4\rho^3 X_3$ ,  $A_\Sigma = 2\rho a + 3\rho^3 Y_3$ ,  $B_\Sigma = 2\rho b + 3\rho^3 Z_3$ .

Аналогічно виразу (6.20) поперечна аберация променя :

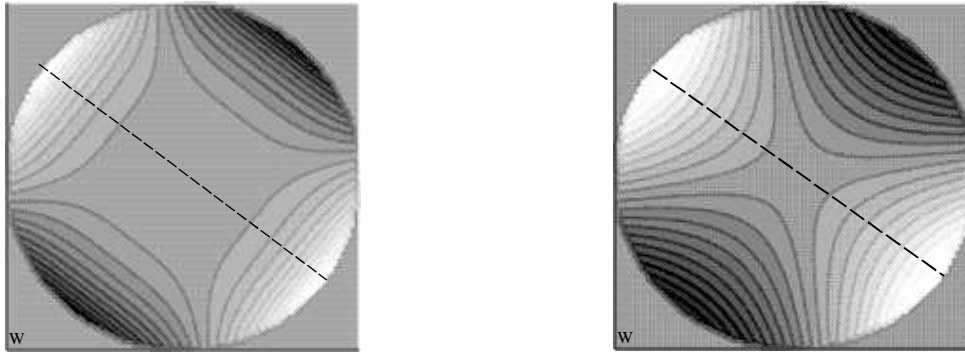
$$\Delta_\Sigma = A^{-1}\sqrt{A_\Sigma^2 + B_\Sigma^2 + C_\Sigma^2 + 2C_\Sigma\sqrt{A_\Sigma^2 + B_\Sigma^2}\sin(\gamma_\Sigma + 2\varphi)},\quad (6.23)$$

де  $\gamma_\Sigma = \arcsin\frac{A_\Sigma}{\sqrt{A_\Sigma^2 + B_\Sigma^2}}$ , якщо  $B_\Sigma \geq 0$ , та  $\gamma_\Sigma = \pi - \arcsin\frac{A_\Sigma}{\sqrt{A_\Sigma^2 + B_\Sigma^2}}$ , якщо  $B_\Sigma < 0$ .

Звідси офтальмологічні параметри сумарного астигматизму :

$$\begin{aligned}A_{S\Sigma}[\text{дптр}] &= 2000 r_m^{-2} \sqrt{(2a + 3Y_3 \rho^2)^2 + (2b + 3Z_3 \rho^2)^2}, \quad \alpha_{\max\Sigma} = \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma_\Sigma}{2} + \pi \cdot k, \\ k &= 0, 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (6.24)$$

Вирази (6.24) свідчать про те, що на відміну від попередньо розглянутих типів астигматизму, при поєднанні звичайного астигматизму та сфероастигматизму вже не тільки величина  $A_{S\Sigma}$ , але й кут  $\alpha_{\max\Sigma}$  також є залежним від координати  $\rho$ . На рис. 6.9 показано результат сумарної дії звичайного астигматизму та сфероастигматизму.



а)  
 $Y_3 = 0,0003638$  мм;  
 $Z_3 = -0,0014552$  мм;  $\max W = 1,5$  мкм;  
 $\min W = -1,5$  мкм;  $A_{S,сф} = 1$  дптр;  
 $\alpha_{\max} = -37,2^0$ .

б)  
 $D_1 = 0,0005457$  мм;  
 $E_1 = -0,0021828$  мм;  $\max W = 2,25$  мкм;  
 $\min W = -2,25$  мкм;  $A_S = 1$  дптр;  
 $\alpha_{\max} = -37,2^0$ .

Рис. 6.9. Контурні графіки функції хвильової аберации у площині зіниці:  
 а – при наявності сфероастигматизму, б – при наявності звичайного астигматизму першого порядку (первинного астигматизму)



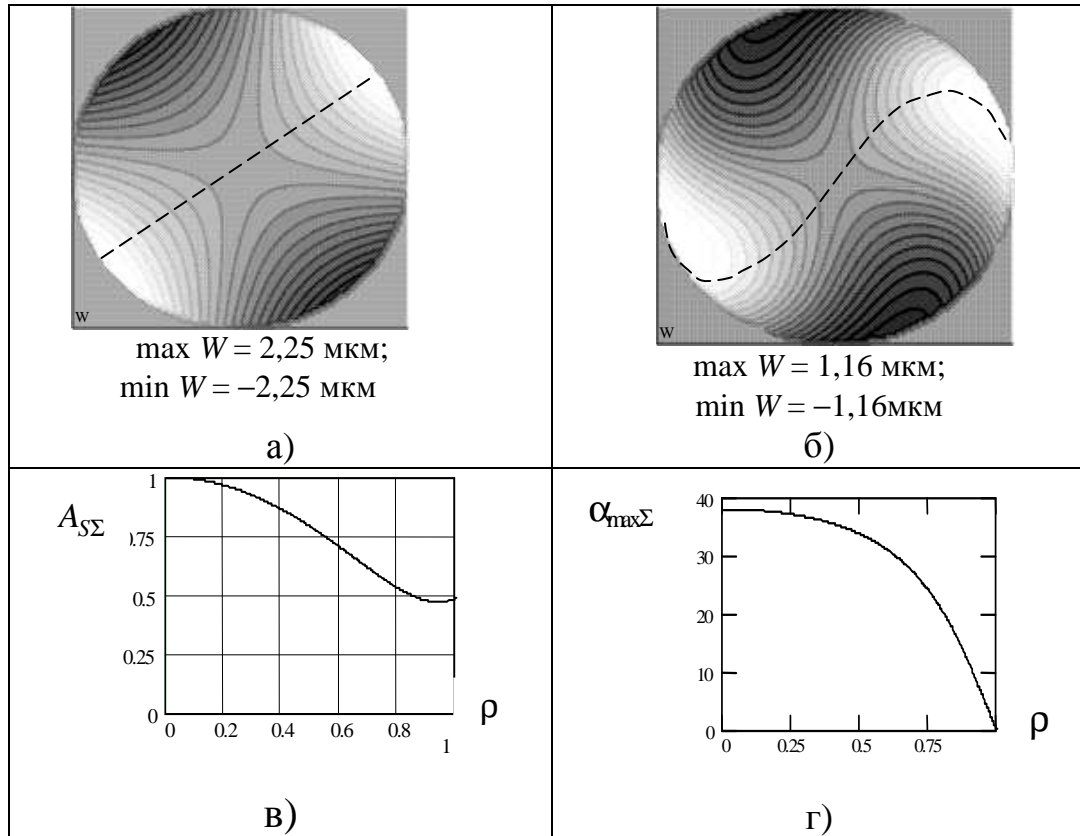


Рис.6.10. Графіки хвильової аберації ока до аналізу поєднання первинного астигматизму та сфероастигматизму: а – контурний графік хвильової аберації на зіниці ока з первинним астигматизмом; б – до первинного астигматизму додано сфероастигматизм; в – графік функції  $A_{S\Sigma}(\rho)$ , що відповідає графіку б); г – графік функції  $\alpha_{\max\Sigma}(\rho)$ , що відповідає графіку б)

Звичайний астигматизм (рис. 6.10, а) представлено лише першим степеневим порядком. Його параметри та коефіцієнти апроксимації при  $r_m = 3$  мм мають значення:  $D_1 = 0,0005457$  мм;  $E_1 = 0,0021828$  мм. При цих параметрах  $A_S = 1$  дптр,  $\alpha_{\max\Sigma} = 37,2^\circ$ . Сфероастигматизм (рис. 6.10, б) має ті ж самі параметри і коефіцієнти, що й звичайний. Штриховими лініями показано положення головних перетинів.

Як видно з графіків показаних на рис. 6.10 в, г, на яких  $A_{S\Sigma}(\rho)$  представлено у діоптріях, а  $\alpha_{\max\Sigma}(\rho)$  – у градусах, поєднання звичайного первинного астигматизму та сфероастигматизму призводить до того, що величина астигматизму змінюється по зіниці. Теж саме спостерігається і з величиною кута  $\alpha_{\max\Sigma}$ . Тому у кожній радіальній зоні зіниці, залежно від величини  $\rho$ , має місце своя величина астигматизму й своє кутове положення

головного астигматичного перетину ока, внаслідок чого цей головний перетин має вигляд кривої лінії (див. рис. 6.10, б).

Отже нетипова поведінка астигматизму ока може бути пояснена наявністю поєднання звичайного та сферичного астигматизму.

Аналіз функцій  $A_{S\Sigma}(\rho)$ ,  $\alpha_{\max\Sigma}(\rho)$  показав також, що у окремих випадках поєднання сфероастигматизму і звичайного астигматизму може давати й пряму площину головного перетину. На рис. 6.11 показано графік хвильової аберації у випадку, коли сфероастигматизм має ті ж самі параметри, що й на рис. 6.10 а, а звичайний астигматизм представлено первинним астигматизмом з коефіцієнтами  $D_1 = -0,0005457\text{мм}$ ;  $E_1 = 0,0021828\text{ мм}$  та параметрами  $A_{Sc\phi} = 1\text{ дптр}$ ,  $\alpha_{\max\Sigma} = 52,3^\circ$ .

Характерним у даному випадку є те, що сумарний астигматизм на краю зіниці зменшується до нуля (див. рис. 6.11, в) тобто на краю зіниці виникає

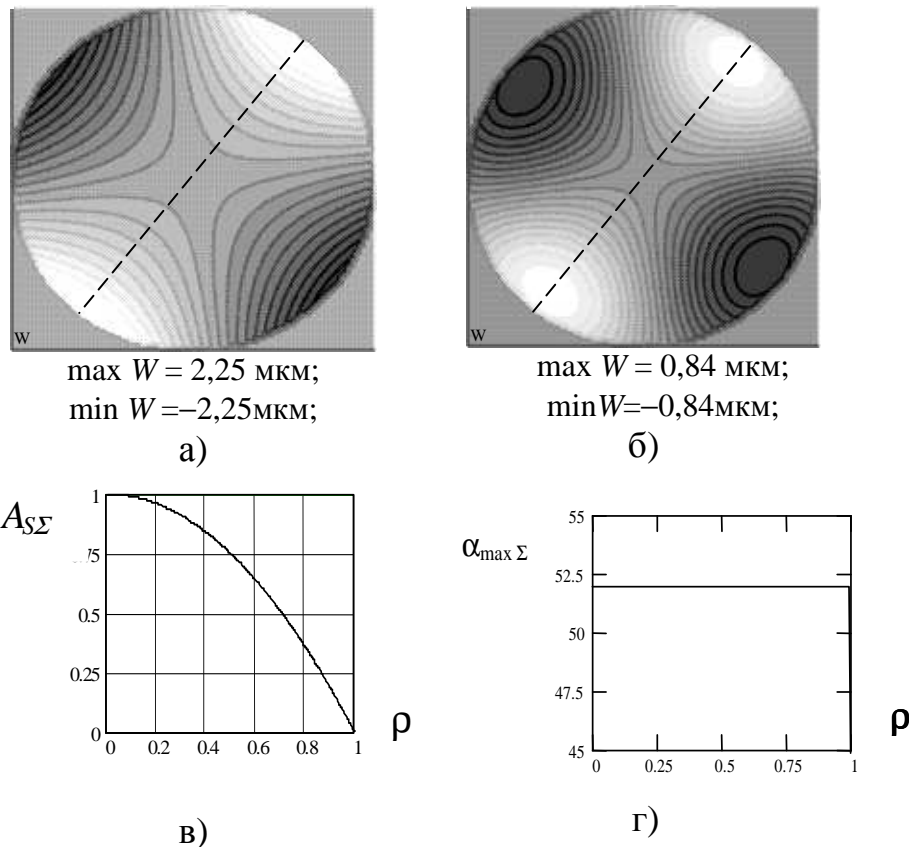


Рис. 6.11. Графіки хвильової аберації ока: а – контурний графік хвильової аберації на зіниці ока з первинним астигматизмом; б – теж саме при поєднанні первинного астигматизму та сфероастигматизму; в – графік функції  $A_{S\Sigma}(\rho)$ , що відповідає графіку б); г – графік функції  $\alpha_{\max\Sigma}(\rho)$ , що відповідає графіку б)

повне виправлення астигматизму. А кутова орієнтація головного перетину не змінюється і відповідає кутовій орієнтації первинного астигматизму.

Проведений аналіз дозволяє зробити наступні висновки:

1. Астигматизм оптичної системи ока будь-якого типу та степеневих порядку може вважатися векторною величиною, модуль якого представляється параметром  $A_S$ , а напрямок – кутом  $\alpha_{\max}$ . При цьому результат дії в оптичній системі ока різних типів та порядків астигматизму треба визначати як векторну суму всіх наявних складових астигматизму.

2. Виявлення астигматизму оптичної системи ока відносно однієї об'єктної точки, тобто моноракурсною aberометрією, дає змогу встановити лише сумарний астигматизм на цій осі і не дозволяє виявити його складові. Для виявлення складових астигматизму aberометрію треба здійснювати з декількох точок поля зору ока, тобто здійснювати мультикурсну aberометрію.

3. Визначення характеристик степеневих порядків астигматизму за результатами мультикурсної aberометрії дозволить уточнювати положення візуальної осі ока в площині зіниці, що разом із інформацією про степеневі порядки астигматизму буде сприятиме підвищенню точності хірургічної корекції цієї аберації.

4. Наявність сфероастигматизму на осі aberометрії є свідченням відсутності в оптичній системі ока осової симетрії відносно цієї осі, а тому коефіцієнти сфероастигматизму можуть слугувати оцінкою міри асиметрії оптичної системи ока відносно вказаної осі.

#### **6.4. Визначення СКВ хвильової аберації ока**

Інтегральним параметром, через який можна оцінювати вплив всіх аберацийних мод на якість зображень на сітківці, є середньоквадратичне відхилення (СКВ<sub>W</sub>) деформованого аберациями хвильового фронту відносно сфери порівняння. Стандартну величину СКВ визначають за відомою формулою:

$$\text{СКВ}_W = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=q} (W_i - \bar{W})^2}{q}},$$

де  $W_i$  – значення хвильової аберації в точці зіниці з номером  $i$ ;

$q$  – кількість точок в зоні зіниці, в яких визначаються значення хвильової аберації  $W_i$  оптичної системи ока;

$\bar{W}$  – середнє арифметичне значення хвильової аберації в зоні визначення хвильової аберації.

Значення  $СКВ_W$  можна розрахувати, використовуючи стандартизовані (нормовані згідно [11]) амплітуди абераційних мод, визначені через поліноми Церніке. Формула розрахунку СКВ при цьому має вигляд:

$$СКВ_W = \sqrt{\sum_{n=2}^{n=n_{\max}} \sum_{m=0}^{m_{\max}} (C_n^{\pm m})^2}, \quad (6.24)$$

де  $n_{\max}$ ,  $m_{\max}$  – найбільші значення індексів  $n$  та  $m$  поліномів Церніке, якими визначаються абераційні моди найвищого степеневого порядку в поліноміальному розкладі функції хвильової аберації оптичної системи ока.

У формулі (6.24) відсутні амплітуди мод  $C_0^0$ ,  $C_1^{-1}$ ,  $C_1^1$  через те, що вони не пов'язані з порушенням гомоцентричності пучка променів, які формують на сітківці зображення точки, а тому не впливають на якість її зображення.

Формула (6.24) свідчить про те, що зростання амплітуди будь-якої абераційної моди викликає збільшення значення  $СКВ_W$ , а також неможливим є зменшення  $СКВ_W$  за рахунок взаємної компенсації окремих абераційних мод.

При малих величинах хвильової аберації значення  $СКВ_W$  дозволяє розрахувати число Штреля (див. формулу (2.4)).

Додаткові матеріали до розділу викладені у працях [7, 25–28, 123].

## **РОЗДІЛ 7**

### **ВІДТВОРЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЯКОСТІ ЗОБРАЖЕННЯ НА СІТКІВЦІ ТА ГЛИБИНИ ФОКУСНОЇ ОБЛАСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ АБЕРОМЕТРІЇ ОКА**

Здійснений в попередніх розділах аналіз показав, що всі наявні аберації, крім дефокусу, не змінюються і не усуваються внаслідок дії акомодативної функції ока. Тому вони своєю присутністю погіршують якість зображення на сітківці і тим самим зменшують гостроту зору – один з найголовніших параметрів якості функціонування зорової системи. Від наявності тих чи інших аберацій залежить також глибина фокусної області, яка обумовлює глибину простору, яке око бачить без зміни акомодативної функції з однаковою «різкістю». Цю глибину, у відповідності з [29, 30], будемо називати далі обсягом псевдоакомодативної області.

Відомо, що найбільш інформативною характеристикою якості зображень, які формує оптична система, вважається оптична передавальна функція (ОПФ). Оптична передавальна функція є комплексною. Її модуль це модуляційна передавальна функція (МПФ), розглянута у розділі 2. Аргумент ОПФ – фазова передавальна функція (ФПФ).

МПФ вказує залежність від просторової частоти відношення контрасту зображення просторової гармоніки об'єкту – амплітудної синусоїдної ґратки до контрасту яскравості цієї ґратки.

ФПФ встановлює залежність від просторової частоти фази зсуву зображення ґратки відносно його положення в безаберативній системі. Такий зсув обумовлюється дією деяких польових аберацій.

В зв'язку з тим, що параметри якості зображень на сітківці встановлюються для невеликої зони поля зору ока, кутові розміри якої обумовлюються розмірами жовтої плями, головною характеристикою якості зображень є МПФ. ФПФ в такій зоні має практично нульові значення і тому не викликає практичного інтересу у лікарів-офтальмологів.

Існують питання щодо використання МПФ для оцінки гостроти зору з урахуванням того, що гострота зору є оцінкою дії не тільки ОС ока, але й нейронного апарату центрального зору.

Велике практичне значення в останній час набуває оцінка обсягу псевдоакомодативної області, що пов'язана з глибиною фокусної області, яку потрібно враховувати при корекції зору пацієнтів існуючими методами.

Знаходження обґрунтованих відповідей на сформульовані питання є головною метою даного розділу. Конкретні задачі пов'язуються з розробкою методу відтворення характеристик якості зображення на сітківці за результатами aberометрії.

### **7.1. Визначення МПФ оптичної системи ока за допомогою радіусів “інерції”, що стосуються других гаусових моментів функції розсіювання точки**

При оцінці якості зображення на сітківці було б дуже зручно, якби МПФ мала аналітичний вигляд з явною присутністю у математичних виразах апроксимаційних коефіцієнтів функції  $W$ . Це б давало змогу виявляти вплив тієї чи іншої аберації на вигляд МПФ і на якість зображення та приймати більш коректні рішення щодо зміни форми рогівки, підбору інтраокулярних лінз, і усунення тих аберацій, які істотно псують гостроту зору ока. Огляд літератури стосовно цього питання показує, що лише для деяких окремих параметрів якості зображень – середнього квадратичного відхилення (СКВ)  $W$  та для числа Штреля – знайдені формули, в яких апроксимаційні коефіцієнти  $W$  присутні у явному вигляді. Але вказані параметри якості зображень, особливо число Штреля, є ефективними лише при аналізі тих оптичних систем, які наближені до дифракційно-обмежених, тобто майже безаберацийних. До цих оптичних систем система реального ока не належить.

Математичні методики відновлення ОПФ, з якої потім знаходять МПФ, передбачають або пошук автокореляційної функції від знічної функції, або здійснення двомірного інтегрального Фур'є перетворення функції розсіювання точки (ФРТ). Вказані операції, за дуже обмеженою кількістю виключень, виконуються лише чисельними методами і тому МПФ, за дуже рідкими виключеннями, не мають аналітичних виразів.

В 1962-63 роках з'явилася праця [23], в якій було показано, що для оцінки МПФ в її нижньому частотному діапазоні можна використовувати радіуси “інерції”, що стосуються других гаусових моментів, розрахованих за розподілом світла в зображені точки – ФРТ (в механіці гаусові моменти називають полярними або осьовими).

З теорії і практики синтезу технічних оптичних систем добре відомо, що поведінка МПФ саме в цьому діапазоні в найбільшій мірі визначає якість зображення. В праці [23] було також доведено, що розрахунки радіусів до оптичних аналогів полярного та осьових моментів інерції від ФРТ, здійснені

при умові представлення функції  $W$  спеціальними поліномами, сконструйованими із церніківських, далі будемо їх називати поліномами Лукоша (автора роботи [23]), хоча і використовують похідні по  $\rho$  від поліномів Церніке, які внаслідок диференціювання втрачають ортогональність, але все ж в спеціальній комбінації забезпечують кінцевий результат у ортогональних поліномах. Завдяки цьому радіус полярного моменту інерції складається з суми квадратів апроксимаційних коефіцієнтів при поліномах Лукоша.

В такий спосіб було знайдено новий параметр якості зображення, який по суті використовує елементи тензорного аналізу “світлових моментів інерції” ФРТ, і дозволяє оцінювати в аналітичному вигляді із застосуванням апроксимаційних коефіцієнтів функції  $W$  якість зображення в оптичних системах, що не є дифракційно-обмеженими, до яких належить і оптична система ока.

Викладені в [23] матеріали, на жаль, мають ряд обмежень, або є недостатніми для розрахунків ряду важливих параметрів якості зображень. По-перше, представлені в [23] формули радіусів полярного моменту придатні для розрахунків лише оптичних систем з осьовою симетрією, до яких оптичну систему ока навряд чи можна віднести. По-друге, в [23] відсутні формули розрахунків інших, так званих центробіжних моментів, які дають повне уявлення про тензор “світлового моменту інерції” ФРТ. За допомогою центробіжних моментів можна знаходити положення головних осей моментів, тобто просторове положення тих площин, в яких оптична система ока має найширшу і, відповідно, найвужчу ефективну смугу пропускання просторових частот, що є важливим при повному аналізі гостроти зору ока.

В роботі [23] не показано також зв'язку між апроксимаційними коефіцієнтами поліномів Церніке і Лукоша, якщо вони представляють одну й ту ж саму функцію  $W(\rho, \varphi)$ . Без уявлення про такий зв'язок неможливо аналізувати вплив на МПФ тих чи інших типів аберацій та їх степеневих порядків, присутніх в оптичній системі ока. В зв'язку з вищевикладеним головними задачами даного підрозділу слід вважати пошук формул:

- 1) центробіжного та головних осьових моментів, кутів азимута головних осей моментів від розподілу освітленості в зображенні точки на сітківці;
- 2) радіуса “інерції” полярного моменту ФРТ для оптичних систем без осьової симетрії;
- 3) зв'язку між коефіцієнтами церніківських та лукошевських поліномів;

4) МПФ, визначених апроксимацією через радіуси “інерції” полярного та інших моментів.

Згідно [23] на нижніх просторових частотах смуги пропускання оптичної системи:

$$\text{МПФ}(v, \psi) = 1 - \frac{(2\pi v)^2}{2!} r^2(\psi) + \dots \quad (7.1)$$

де  $v$  – просторова частота у площині зображень,

$\psi$  – кут між координатною віссю  $X$  і віссю, що проходить через «світловий центр ваги» світлової плями (зображення точки) перпендикулярно до лінії зображення синусоїдної просторової ґратки з частотою  $v$  в тій самій площині;

$r(\psi)$  – радіус “інерції” (оптичний аналог радіусу механічної інерції маси тіла) визначеного відносно вищевказаної осі:

$$I(\psi) = \int_{\Omega} r^2 E(\rho, \varphi, \psi) d\Omega, \quad (7.2)$$

з якого:

$$r^2(\psi) = \frac{I(\psi)}{\Phi} = \frac{\int_{\Omega} r^2 E(\rho, \varphi, \psi) d\Omega}{\int_{\Omega} E(\rho, \varphi, \psi) d\Omega}, \quad (7.3)$$

де  $\Omega$  – зона визначеності ФРТ,

$E(\rho, \varphi, \psi)$  – функція розподілу освітленості в зображенні точки – ФРТ,

$E(\rho, \varphi, \psi) d\Omega = d\Phi(\rho, \varphi, \psi)$  – елементарний світловий потік, сконцентрований на елементарній площадці  $d\Omega$ , яка віддалена на відстань  $r$  від осі з кутом нахилу  $\psi$ ,

$\Phi$  – повний світловий потік, що утворює зображення точки.

Відомо, що підвищення контрасту в середній частині смуги просторових частот, де визначена  $\text{МПФ}(N, \psi)$ , призводить до підвищення якості зображення.

З (7.1–7.3) видно, що чим меншою є величина  $r^2(\psi)$ , тим менший нахил до осі частот має графік  $\text{МПФ}(v, \psi)$  на початку частотної осі, і тим кращий контраст зображень можна очікувати на нижніх та середніх просторових частотах смуги пропускання ОС.



У випадку, коли відсутня осьова симетрія ФРТ функція  $r(\psi)$ , вочевидь, має екстремуми –  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$ , що стосуються так званих головних моментів  $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$ .

Для їх пошуку достатньо проаналізувати на екстремуми функцію:

$$I(\psi) = I_x \cos^2 \psi + I_y \sin^2 \psi - I_{xy} \sin 2\psi, \quad (7.4)$$

в котрій  $I_x, I_y$  – осьові моменти,  $I_{xy}$  – відцентровий момент

$$I_x = \int_{\Omega} Y^2 d\Phi; \quad (7.5)$$

$$I_y = \int_{\Omega} X^2 d\Phi; \quad (7.6)$$

$$I_{xy} = \int_{\Omega} XY d\Phi, \quad (7.7)$$

де  $X, Y$  – віддалення елементарної площадки  $d\Omega$  від осей  $OX, OY$  відповідно.

Із (7.4) знаходимо:

$$\psi_{\max} = -\frac{I_{xy}}{|I_{xy}|} \arccos \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}; \quad (7.8)$$

$$\psi_{\min} = \psi_{\max} + 90^0; \quad (7.9)$$

$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \sqrt{\frac{(I_x - I_y)^2}{4} + I_{xy}^2}; \quad (7.10)$$

$$I_{\min} = \frac{I_x + I_y}{2} - \sqrt{\frac{(I_x - I_y)^2}{4} + I_{xy}^2}; \quad (7.11)$$

$$r_{\max}^2 = \frac{I_{\max}}{\Phi}; \quad r_{\min}^2 = \frac{I_{\min}}{\Phi}. \quad (7.12)$$

Якщо ФРТ – має осьову симетрію, то  $I_x = I_y, I_{xy} = 0, r_x^2 = r_y^2$ . В такому випадку використовують полярний момент і радіус полярного моменту:

$$I_0 = \int_{\Omega} (X^2 + Y^2) d\Phi = \int_{\Omega} r^2 d\Phi = I_x + I_y, \quad (7.13)$$

Звідки радіус  $\bar{\rho}$  “інерції” полярного моменту:

$$\bar{\rho}^2 = \frac{I_0}{\Phi} = r_x^2 + r_y^2, \quad (7.14)$$

при цьому

$$\text{МПФ}(v) = 1 - (\pi v)^2 \bar{\rho}^2 + \dots \quad (7.15)$$

Використання радіусів відповідних гаусових моментів для апроксимації МПФ( $v, \psi$ ) потребує даних про їх залежність від церніківських коефіцієнтів.

В роботі [23] доведено, що гаусові моменти доцільно інтегрувати в площині зіниці – в межах її отвору  $Q$ , а не в площині зображення точки – в зоні  $\Omega$ . Отвір зіниці  $Q$  для цього розділяється на елементарні площадки  $dQ$ , кожна з яких пропускає через себе елементарний світловий потік  $d\Phi$ . Внаслідок дії аберацій елементарний потік  $d\Phi$  потрапляє в площину зображень – зону  $\Omega$  на елементарну площадку  $d\Omega$ , яка віддалена від початку координат, пов'язаних з ФРТ, на відстані  $X = \Delta x'$ ,  $Y = \Delta y'$ , де  $\Delta x', \Delta y'$  – поперечні аберації нескінченно тонкої світлової трубки, що розповсюджується в оптичній системі від  $dQ$  до  $d\Omega$ .

Вказані поперечні аберації можна розрахувати за допомогою функції  $W(\rho, \varphi)$  шляхом її диференціювання по  $\rho, \varphi$ . При нормуванні радіуса отвору зіниці до одиниці, яке є обов'язковим при застосуванні в  $W(\rho, \varphi)$  поліномів Церніке, радіус полярного моменту [23]:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}^2 = r_x^2 + r_y^2 &= \frac{1}{A^2} \frac{\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \tau^2(x, y) \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right] dy dx}{\int_{x^2+y^2 \leq 1} \tau^2(x, y) dy dx} = \\ &= \frac{1}{A^2} \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^1 \tau^2(\rho) \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \rho d\rho d\varphi}{2\pi \int_0^1 \tau^2(\rho) \rho d\rho}, \end{aligned} \quad (7.16)$$

де  $\tau(x, y), \tau(\rho, \varphi)$  – зінична функція пропускання світла оптичною системою,

$x, y$  і  $\rho, \varphi$  – нормовані декартові і полярні координати відповідної елементарної площадки  $dQ$  у площині зіниці,

$A = n' \sin \sigma'_a$  – числова апертура оптичної системи,

$n', \sigma'_a$  – показник заломлення і половина заднього апертурного кута оптичної системи у просторі зображень відповідно.

Якщо функцію хвильової аберації оптичної системи представити у вигляді:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{m=0,1..}^{\infty} [W_m^c \cos m\varphi + W_m^s(\rho, \varphi) \sin m\varphi], \quad (7.17)$$

де  $W_m^c = \sum_{n=0,1..}^{\infty} C_{n,m} P_n^m(\rho)$ ,  $W_m^s = \sum_{n=0,1..}^{\infty} S_{n,m} P_n^m(\rho)$ ,

$C_{n,m}, S_{n,m}$  – апроксимаційні коефіцієнти,

$P_n^m(\rho)$  – ортогональні поліноми у межах кола, та припустивши, що  $\tau(\rho) = 1$ , після інтегрування по  $\varphi$  в (7.16) з підстановкою (7.17), в кінцевому результаті маємо:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}^2 &= \frac{1}{A_2} \sum_{m=0,1..}^{\infty} \int_0^1 \left\{ \left[ \frac{\partial W_m^c}{\partial \rho} \right]^2 + \left[ \frac{m}{\rho} W_m^c \right]^2 + \left[ \frac{\partial W_m^s}{\partial \rho} \right]^2 + \left[ \frac{m}{\rho} W_m^s \right]^2 \right\} \rho d\rho = \\ &= \frac{1}{2A^2} \sum_{m=0,1..}^{\infty} \int_0^1 \left\{ \left[ \frac{\partial W_m^c}{\partial \rho} + \frac{m}{\rho} W_m^c \right]^2 + \left[ \frac{\partial W_m^c}{\partial \rho} - \frac{m}{\rho} W_m^c \right]^2 \right\} \rho d\rho + \\ &+ \frac{1}{2A^2} \sum_{m=0,1..}^{\infty} \int_0^1 \left\{ \left[ \frac{\partial W_m^s}{\partial \rho} + \frac{m}{\rho} W_m^s \right]^2 + \left[ \frac{\partial W_m^s}{\partial \rho} - \frac{m}{\rho} W_m^s \right]^2 \right\} \rho d\rho. \end{aligned} \quad (7.18)$$

Підстановка (7.18) в (7.17), з використанням  $P_n^m(\rho) = R_n^m(\rho)$  – поліномів Церніке, призводить після диференціювання по  $\rho$  до втрати ортогональності диференційованих поліномів. Наслідок – таке ускладнення кінцевої формули  $\bar{\rho}^2$  – (7.18), при якому вона становиться непридатною для практичного використання. Але ж, якщо в (7.17) і (7.18) замість поліномів Церніке застосувати поліноми Лукоша, як комбінацію поліномів Церніке [23]:

$$P_n^m(\rho) = L_{n=2k+m}^m(\rho) = R_{2k+m}^m(\rho) - R_{2k+m-2}^m(\rho),$$

де  $k = 0, 1, \dots$ , то зникає проблема втрати ортогональності, тому що в цьому випадку математичні дії, які здійснюються у квадратних скобках виразу (7.18), знову приводять до ортогональних поліномів Церніке [23]:

$$\frac{\partial L_{2k+m}^m(\rho)}{\partial \rho} \pm \frac{m}{\rho} L_{2k+m}^m(\rho) = 2(2k+m) R_{2k+m-1}^{m \mp 1}(\rho). \quad (7.19)$$

Представимо  $W(\rho, \varphi)$  поліномами Лукоша у вигляді:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{k=0,1,\dots}^{\infty} \frac{\alpha_{2k,0}^c}{\sqrt{2}} [R_{2k}^0(\rho) - R_{2k-2}^0(\rho)] + \quad (7.20)$$

$$+ \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \sum_{k=0,1,\dots}^{\infty} (\alpha_{2k+m,m}^c \cos m\varphi + \alpha_{2k+m,m}^s \sin m\varphi) L_{2k+m}^m(\rho).$$

Підстановка (7.20) у (7.18) з урахуванням (7.19) і наступним інтегруванням по  $\rho$  дозволяє отримати вираз:

$$\bar{\rho}^2 = \frac{2}{A^2} \sum_{m=0,1,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{m}{2} \left[ (\alpha_{m,m}^c)^2 + (\alpha_{m,m}^s)^2 \right] + \sum_{k=1,2,\dots}^{\infty} (2k+m) \left[ (\alpha_{2k+m,m}^c)^2 + (\alpha_{2k+m,m}^s)^2 \right] \right\}. \quad (7.21)$$

У відповідності з виразами (7.3), (7.14), (7.10–7.13)

$$r^2(\psi) = \frac{1}{2} [\bar{\rho}^2 + (r_x^2 - r_y^2) \cos 2\psi - r_{xy}^2 \sin 2\psi]; \quad (7.22)$$

$$r_{\max}^2 = \frac{1}{2} \bar{\rho}^2 + \sqrt{\frac{(r_x^2 - r_y^2)^2}{4} + r_{xy}^4}; \quad (7.23)$$

$$r_{\min}^2 = \frac{1}{2} \bar{\rho}^2 - \sqrt{\frac{(r_x^2 - r_y^2)^2}{4} + r_{xy}^4}; \quad (4.24)$$

$$r_x^2 = \frac{1}{2} \bar{\rho}^2 + \frac{r_x^2 - r_y^2}{2}; \quad (7.25)$$

$$r_y^2 = \frac{1}{2} \bar{\rho}^2 - \frac{r_x^2 - r_y^2}{2}; \quad (7.26)$$

$$\psi_{\max} = - \left( \frac{I_{xy}}{2|I_{xy}|} \right) \arccos \frac{r_x^2 - r_y^2}{\sqrt{(r_x^2 - r_y^2)^2 + 4r_{xy}^4}}, \quad (7.27)$$

де

$$r_x^2 - r_y^2 = \frac{I_x - I_y}{\Phi} = \frac{1}{2\pi A^2} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left[ \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial \rho} \right)^2 - \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right)^2 \right] \cos 2\varphi - \left[ -2 \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho} \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right) \sin 2\varphi \right] \right] \rho d\rho d\varphi, \quad (7.28)$$

$$r_{xy}^2 = \frac{I_{xy}}{\Phi} = \frac{1}{2\pi A^2} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \left[ \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial \rho} \right)^2 - \frac{1}{\rho^2} \left( \frac{\partial W}{\partial \phi} \right)^2 \right] \sin 2\phi + 2 \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial W}{\partial \rho} \frac{\partial W}{\partial \phi} \right) \cos 2\phi \right] \rho d\rho d\phi. \quad (7.29)$$

Інтегрування в (7.28), (7.29) та відповідні перетворення приводять в кінцевому результаті к виразам, аналогічним (7.18), які за допомогою поліномів Лукоша і рівняння (7.19) дозволяють представити  $r_x^2 - r_y^2$  та  $r_{xy}^2$  у вигляді сум квадратів від апроксимаційних коефіцієнтів. Якщо обмежитися виразом  $W(\rho, \phi)$  через поліноми аберацій: дефокусу, первинної дисторсії, сферичної, коми та астигматизму не вище 5-го степеневого порядку, то при цьому відповідно (7.28), (7.29) отримаємо:

$$r_x^2 - r_y^2 = \frac{2}{A^2} \left\{ \frac{4}{\sqrt{2}} (\alpha_{2,0}^c \alpha_{2,2}^c + 2\alpha_{4,0}^c \alpha_{4,2}^c + 3\alpha_{6,0}^c \alpha_{6,2}^c + \dots) + \frac{1}{2} [(\alpha_{1,1}^c)^2 - (\alpha_{1,1}^s)^2] + \frac{3}{2} [(\alpha_{3,1}^c)^2 - (\alpha_{3,1}^s)^2] + \frac{5}{2} [(\alpha_{5,1}^c)^2 - (\alpha_{5,1}^s)^2 + \dots] \right\}, \quad (7.30)$$

$$r_{xy}^2 = \frac{1}{A^2} \left[ \frac{4}{\sqrt{2}} (\alpha_{2,0}^c \alpha_{2,2}^s + 2\alpha_{4,0}^c \alpha_{4,2}^s + 3\alpha_{6,0}^c \alpha_{6,2}^s + \dots) + \alpha_{1,1}^c \alpha_{1,1}^s + 3\alpha_{3,1}^c \alpha_{3,1}^s + 5\alpha_{5,1}^c \alpha_{5,1}^s + \dots \right]. \quad (7.31)$$

Місце в цих виразах коефіцієнтів абераційних мод більш високих степеневих порядків можна знайти застосуванням до (7.30), (7.31) методу математичної індукції, використовуючи для цього спостережуваний порядок формування числових коефіцієнтів при одночленах.

Проаналізуємо вплив вищевказаних аберацій оптичної системи на відповідні радіуси гаусових моментів, з урахуванням зв'язку між лукошевськими апроксимаційними коефіцієнтами, присутніми у формулах (7.30), (7.31), та апроксимаційними коефіцієнтами церніківських поліномів типових аберації оптичної системи ока.

Функція  $W(\rho, \phi)$  через поліноми Церніке представляється у вигляді:

$$W(\rho, \phi) = \sum_{n=0,1..m=0,1..}^{\infty} \sum_{n=0,1..m=0,1..}^{\infty} p_n^m R_n^m(\rho) [C_{n,m} \cos m\phi + S_{n,m} \sin m\phi], \quad (7.32)$$

а у формі Лукоша:

$$W(\rho, \varphi) = \sum_{m=0,1..k}^{\infty} \sum_{k=0,1..}^{\infty} p_{2k+m}^m \left[ R_{2k+m}^m(\rho) - R_{2k+m-2}^m(\rho) \right] \times \\ \times \left[ \alpha_{2k+m,m}^C \cos m\varphi + \alpha_{2k+m,m}^S \sin m\varphi \right], \quad (7.33)$$

Де  $p_n^m, p_{2k+m}^m = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & m = 0; \\ 1, & m \neq 0. \end{cases}$

В обох виразах присутні поліноми Церніке. Це дозволяє знайти зв'язки між  $C_{n,m}$  та  $\alpha_{2k+m,m}^C$ , а також між  $S_{n,m}$  та  $\alpha_{2k+m,m}^S$ . Для цього потрібно розгорнути суми в (7.32), (7.33) і прирівняти коефіцієнти перед однаковими церніківськими поліномами першого та другого виразу. В результаті для косинусних коефіцієнтів отримуємо:

$$\begin{array}{lll} C_{0,0} = \alpha_{0,0}^C - \alpha_{2,0}^C; & C_{1,1} = \alpha_{1,1}^C - \alpha_{3,1}^C; & C_{2,2} = \alpha_{2,2}^C - \alpha_{4,2}^C; \\ C_{2,0} = \alpha_{2,0}^C - \alpha_{4,0}^C; & C_{3,1} = \alpha_{3,1}^C - \alpha_{5,1}^C; & C_{4,2} = \alpha_{4,2}^C - \alpha_{6,2}^C; \\ C_{4,0} = \alpha_{4,0}^C - \alpha_{6,0}^C; & C_{5,1} = \alpha_{5,1}^C - \alpha_{7,1}^C; & C_{6,2} = \alpha_{6,2}^C - \alpha_{8,2}^C; \\ \dots & \dots & \dots \end{array}$$

Аналогічний вигляд мають рівняння для синусних коефіцієнтів. Якщо скласти ліві і праві частини відповідних рівнянь, то в результаті будемо мати:

$$\begin{aligned} C_{0,0} + C_{2,0} + C_{4,0} + \dots &= \alpha_{0,0}^C - \alpha_{\infty,0}^C; \\ C_{1,1} + C_{3,1} + C_{5,1} + \dots &= \alpha_{1,1}^C - \alpha_{\infty,1}^C; \\ C_{2,2} + C_{4,2} + C_{6,2} + \dots &= \alpha_{2,2}^C - \alpha_{\infty,2}^C. \end{aligned}$$

При значеннях індексів  $2k+m = \infty$  коефіцієнти апроксимації  $\alpha_{2k+m,m}^C, \alpha_{2k+m,m}^S$  становляться рівними нулю, тому:

$$\begin{aligned} \alpha_{0,0}^C &= C_{0,0} + C_{2,0} + C_{4,0} + \dots + C_{\infty,0}; \\ \alpha_{1,1}^C &= C_{1,1} + C_{3,1} + C_{5,1} + \dots + C_{\infty,1}; \\ \alpha_{2,2}^C &= C_{2,2} + C_{4,2} + C_{6,2} + \dots + C_{\infty,2}. \end{aligned}$$

Формули всіх інших коефіцієнтів знайдемо аналогічно. У загальному випадку вони мають вигляд:

$$\alpha_{2k+m,m}^C = \sum_{k=\frac{n-m}{2}}^{\infty} C_{2k+m,m}, \quad \alpha_{2k+m,m}^S = \sum_{k=\frac{n-m}{2}}^{\infty} S_{2k+m,m} \quad (7.34)$$

Отже, лукошевські апроксимаційні коефіцієнти кожної моди  $m$  потребують дані про величини всіх значущих церніківських апроксимаційних коефіцієнтів, які належать одночленам різних степеневих порядків моди  $m$ .

Виявлений в такій спосіб зв'язок між церніківськими і лукошевськими апроксимаційними коефіцієнтами доводить, що лукошевські коефіцієнти складаються із церніківських тієї ж моди (числа  $m$ ) всіх степеневих порядків, починаючи з степеневого порядку лукошевського, а тому вони представляють складові окремих типів класичних абераций.

Виведення формул (7.21), (7.30) та (7.31) супроводжувалося складними і надзвичайно громіздкими математичними перетвореннями, при яких можуть з'являтися помилки, тому виникла необхідність їх протестувати. Для цього застосовувались два різних методи.

В першому методі тестування використовувалася функція хвильової аберации  $W(\rho, \varphi)$ , яка мала заданий склад класичних абераций, а саме дефокус, поперечний зсув зображення, сферичну, кому та астигматизм. Величини вказаних абераций регулювалися коефіцієнтами при відповідних поліномах Церніке. За допомогою формул (7.34) здійснювався перехід від церніківських до лукошевських коефіцієнтів, а потім за формулами (7.21), (7.30) та (7.31) розраховувалися радіуси других гаусових моментів.

Ті ж самі радіуси розраховувалися за формулами (7.3), (7.12) та (7.14) прямим інтегруванням других гаусових моментів. Замість координат  $X, Y$  в ці формули підставлялися визначені в площині зображень (в зоні визначення ФРТ) значення відповідних поперечних абераций променя, точніше світлової трубки, яка проходить на зіниці через елементарну площадку  $dQ$  і несе в собі елементарний світловий потік  $d\Phi$ . Вказані поперечні аберации розраховувалися за формулами, які пов'язують поперечні аберации з хвильовими. Інтегрування велося чисельними методами за допомогою Mathcad по площадках  $dQ$  в межах отвору зіниці.

Розрахунки всіх радіусів першим та другим способом показали повний збіг результатів при всіх комбінаціях вказаних вище типів абераций. Розбіжності спостерігалися лише в п'ятому шостому знаку значущих цифр, що радше свідчило про обмеженість точності чисельних методів інтегрування

гаусових моментів за формулами (7.3), (7.12) та (7.14). Цим була доведена математична коректність формул (7.21), (7.30) та (7.31).

Другий метод тестування здійснювався на прикладах використання конкретних оптичних систем. Із використанням відомих комп'ютерних програм ОПАЛ та Zemax для цих систем розраховувалися церніківські коефіцієнти апроксимації  $C_n^m, S_n^m$ , а також функції  $W(\rho, \varphi)$  та МПФ( $N$ ). Церніківські коефіцієнти за формулами (7.34) переводилися в лукошевські, за допомогою яких потім розраховувалися відповідні радіуси моментів і знаходилися апроксимаційні вирази МПФ( $N$ ), що аналогічні (7.1). Порівняння графіків МПФ( $N$ ), що були отримані першим чи другим способом, давали можливість перевірити коректність приведених в даній роботі математичних виразів і формул. До того ж результати такого тестування дозволили визначити зв'язок між значеннями радіусів “інерції” та просторовою частотою, яку практично можна вважати граничною для кожної конкретної оптичної системи.

За результатами тестування великої кількості оптичних систем, що мали різні типи та степеневі порядки абераций, було встановлено, що МПФ( $v$ ) цих систем апроксимуються за допомогою наступної формули із точністю значно вищою за (7.1) та (7.15):

$$\text{МПФ}(v) = \left\{ 1 - \left( \frac{v}{v_{zp}} \right)^{K_1} \exp \left[ 1 - \left( \frac{v}{\beta v_{zp}} \right)^{K_1} \right] \right\}^{K_2}, \quad (7.35)$$

де

$$v_{zp} = \frac{K_3}{\sqrt{0,5\rho^2}}, \quad v_{\min} = \frac{K_3}{\sqrt{r_{\max}^2}}, \quad v_{\max} = \frac{K_3}{\sqrt{r_{\min}^2}}, \quad (7.36)$$

де  $K_1, K_2, K_3$  – емпірично знайдені коефіцієнти, які мають сталі значення, залежні від наявності в оптичній системі тих чи інших абераций, див. табл. 7.1,

$v_{zp}, v_{\max}, v_{\min}$  – граничні просторові частоти МПФ, що відповідають радіусам полярного та головним осьовим гаусовим моментам від ФРТ.

Таблиця 7.1

Емпіричні коефіцієнти до апроксимації МПФ

Наявні аберации	$K_1$	$K_2$	$K_3$
Переважають дефокус, астигматизм	1,65	0,6	0,328
Переважають сферична, кома	1,2	1,0	0,71



Точність, з якою здійснюється апроксимація МПФ( $v$ ) за формулами (7.35), (7.36) можна продемонструвати на прикладі відомої стандартної моделі оптичної системи ока, яка має конструктивні параметри:

Рогівка:	$r_1 = 7,98$	$d_1 = 1,15$	$n_1 = 1$
	$r_2 = 6,22$		$n_2 = 1,376$
Водяниста волога		$d_2 = 2,39$	$n_3 = 1,336$
Кришталік	$r_3 = 10,2$	$d_3 = 4,06$	$n_4 = 1,42$
	$r_4 = -6,17$		
Скловидне тіло			$n_5 = 1,337$

Потрібний склад та величини аберації цієї системи моделювалися такими способами: аметропія – зміною радіусів кришталіка, як, наприклад, це відбувається при акомодатії живого ока або дефокусуванням площини зображень відносно сітківки. Діаметр зіниці зменшувався до величини 2,0 мм, при якій сферична аберация становилася мізерною. Сферична аберация регулювалася збільшенням діаметру зіниці до 4–6 мм. Астигматизм – розміщенням впритул до передньої поверхні рогівки циліндричної нескінченно тонкої опукло-плоскої лінзи з радіусом поверхні рогівки 200–100 мм, яка імітує циліндричну деформацію передньої поверхні рогівки. Кома – децентруванням або нахилом кришталіка відносно оптичної осі моделі.

Розрахунки радіусів полярного та головного осьових моментів проводилися при умові, що  $\tau(\rho) = 1$ .

Церніківські коефіцієнти знаходилися за допомогою програми ОПАЛ. В зв'язку з тим, що у вказаній програмі церніківські коефіцієнти автоматично нормуються за довжиною світлової хвилі –  $\lambda$ , їх абсолютні значення обчислювалися при  $\lambda = 0,55$  мкм, що відповідає максимальній світловій чутливості сітківки.

Лукошевські коефіцієнти апроксимації хвильової аберации оптичної системи, що аналізувалася, розраховувалися відповідно (7.34) за формулами:

$$\begin{aligned} \alpha_{1,1}^c &= C_{1,1} + C_{3,1} + C_{5,1}; & \alpha_{1,1}^s &= S_{1,1} + S_{3,1} + S_{5,1}; \\ \alpha_{3,1}^c &= C_{3,1} + C_{5,1}; & \alpha_{3,1}^s &= S_{3,1} + S_{5,1}; \\ \alpha_{5,1}^c &= C_{5,1}; & \alpha_{5,1}^s &= S_{5,1}; \\ \alpha_{7,1}^c, \dots &= 0; & \alpha_{7,1}^s, \dots &= 0; \end{aligned}$$

Розділ 7 Відтворення характеристик якості зображення на сітківці  
та глибини фокусної області за результатами aberометрії ока

$$\alpha_{2,0}^c = C_{2,0} + C_{4,0} + C_{6,0} + C_{8,0}; \quad \alpha_{2,2}^c = C_{2,2} + C_{4,2} + C_{6,2} + C_{8,2};$$

$$\alpha_{4,0}^c = C_{4,0} + C_{6,0} + C_{8,0}; \quad \alpha_{4,2}^c = C_{4,2} + C_{6,2} + C_{8,2};$$

$$\alpha_{6,0}^c = C_{6,0} + C_{8,0}; \quad \alpha_{6,2}^c = C_{6,2} + C_{8,2};$$

$$\alpha_{8,0}^c = C_{8,0}; \quad \alpha_{8,2}^c = C_{8,2};$$

$$\alpha_{10,0,\dots}^c = 0. \quad \alpha_{10,2,\dots}^c = 0.$$

$$\alpha_{2,2}^s = S_{2,2} + S_{4,2} + S_{6,2} + S_{8,2};$$

$$\alpha_{4,2}^s = S_{4,2} + S_{6,2} + S_{8,2};$$

$$\alpha_{6,2}^s = S_{6,2} + S_{8,2};$$

$$\alpha_{8,2}^s = S_{8,2};$$

$$\alpha_{10,2,\dots}^s = 0.$$

В приведених формулах враховано те, що у даної ОС церніківські коефіцієнти при поліномах відповідних старших степеневих порядків аберацийних мод мають настільки малі величини, що такими модами можна знехтувати без втрати потрібної точності апроксимації  $W$ , й тим самим обмежити кількість складових у формулах лукошевських коефіцієнтів. З тих самих причин не приводяться формули апроксимаційних коефіцієнтів інших поліномів, які мають незначний вклад у функцію хвильової аберації оптичної системи, яка аналізується.

В табл. 7.2 приведені графіки МПФ( $\nu$ ), що отримані за допомогою програми ОПАЛ – суцільні лінії та графіки МПФ( $\nu$ ), що побудовані за апроксимаційною формулою (7.35) – штрихові лінії з перехрестями, які відповідають різним станам абераций оптичної системи моделі ока. Дані про параметри, які розраховані програмою ОПАЛ, показані поряд з відповідними графіками. Індексом  $m$  і  $s$  позначені графіки МПФ, що належать меридіональній та сагітальній площинам відповідно. До того ж в цих площинах знаходяться осі головних гаусових осьових моментів.

Як видно зведеного в табл. 7.2, збіг між відповідними значеннями  $\nu_{2p}$ ,  $\nu_{\max}$ ,  $\nu_{\min}$ , знайденими за формулами даної роботи та розрахованими в ОПАЛ, а також висока точність збігу між апроксимаційними графіками МПФ( $\nu$ ), побудованими за формулою (7.35) з використанням других гаусових моментів і графіками МПФ( $\nu$ ), знайденими суттєво іншими методами також за допомогою ОПАЛ, свідчать про коректність формули (7.35) та (7.36), формул

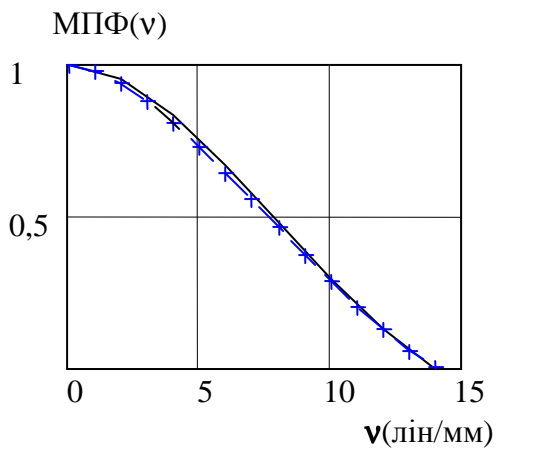
Розділ 7 Відтворення характеристик якості зображення на сітківці  
та глибини фокусної області за результатами aberометрії ока

радіусів до гаусових моментів (7.24–7.31) і формул переходу від церніківських до лукошевських коефіцієнтів.

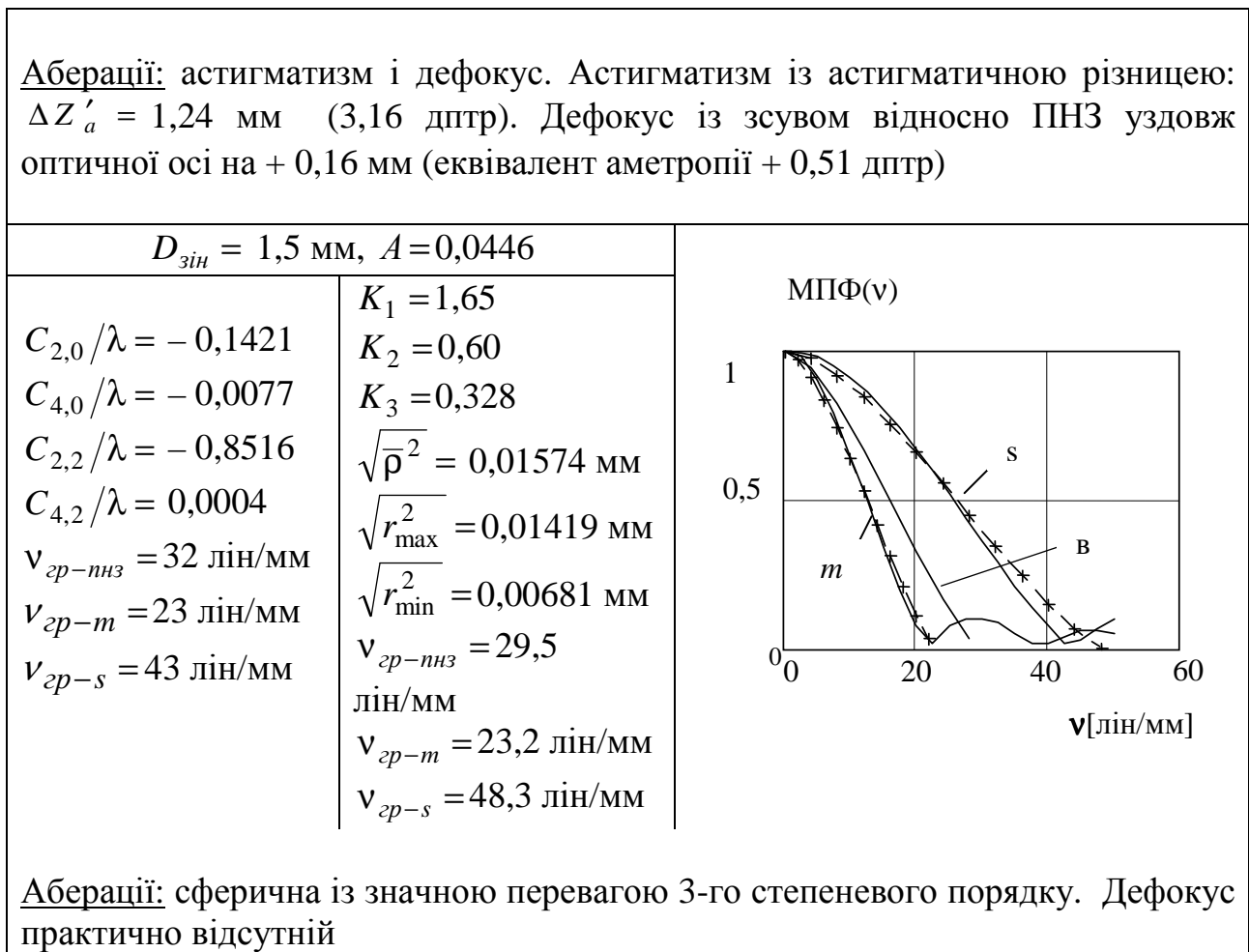
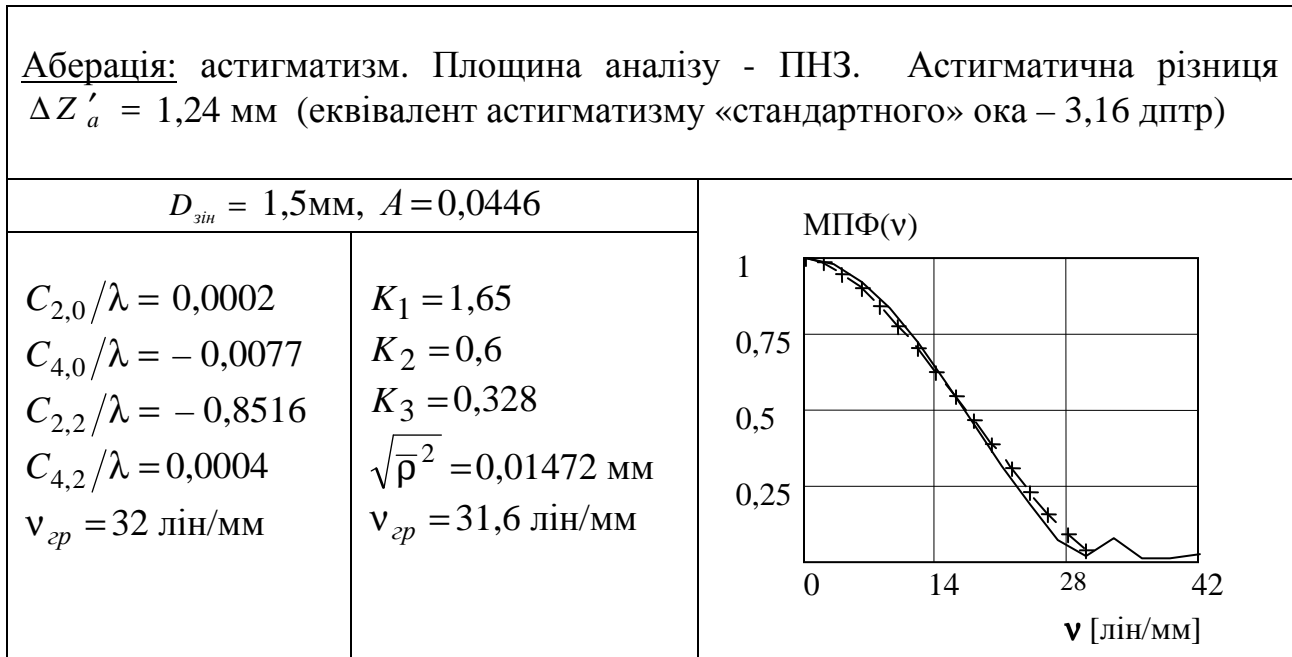
Схожість графіків МПФ( $\nu$ ) у випадку наявності в оптичній системі окремих споріднених типів аберацій, а саме: дефокусу і первинного астигматизму або сферичної аберації і коми рівних степеневих порядків, що підтверджується сталістю значень відповідних коефіцієнтів  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , вказує на однаковий кількісний вплив цих аберацій на якість зображень. Це, вочевидь, дає можливість використовувати одні й ті ж значення  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  при апроксимації МПФ( $\nu$ ) оптичних систем, в яких переважає не тільки один тип таких аберацій, але й їх поєднання, наприклад, дефокусу з астигматизмом. Вказана особливість буде мати важливе значення при оцінці гостроти зору ока людини за допомогою МПФ( $\nu$ ), в якому аметропія (теж саме, що й дефокус) і астигматизм є типовими абераціями.

Таблиця 7.2

До тестування формул (7.21–7.36)

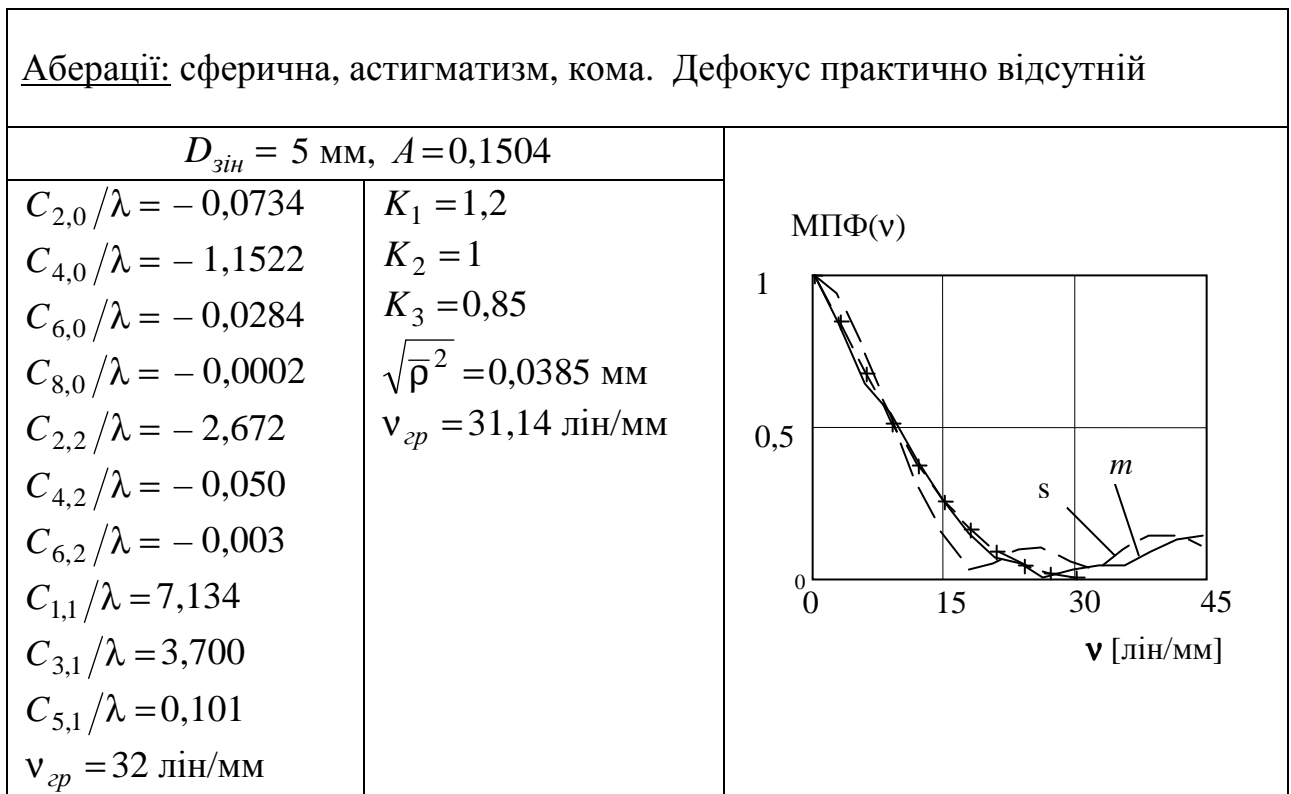
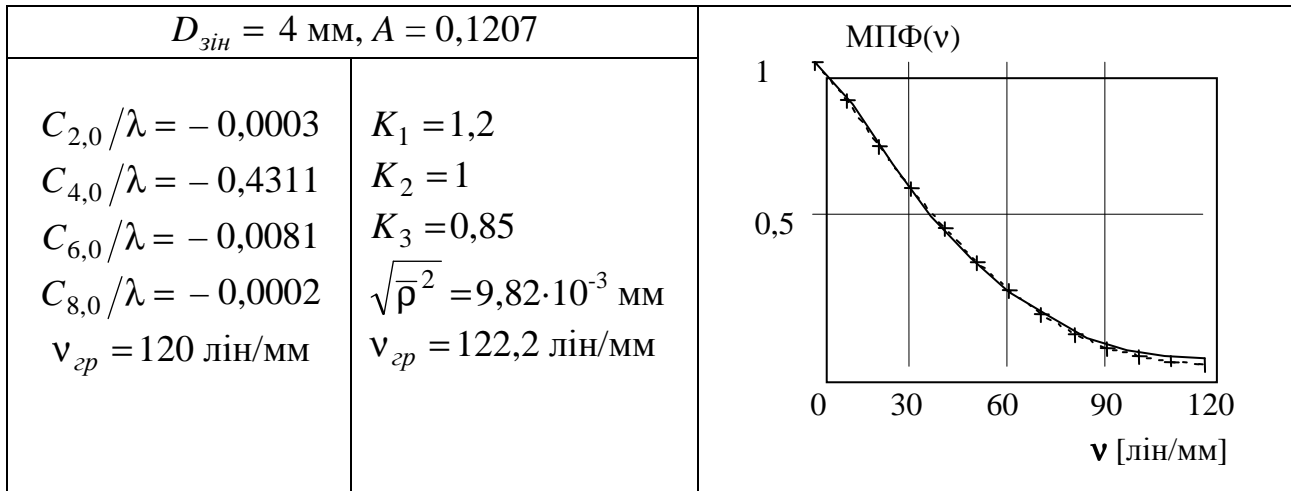
Результати розрахунків в програмі ОПАЛ	Результати розрахунків за формулами (4.21–4.36)	Графіки МПФ( $\nu$ ): ————— <b>ОПАЛ-РС</b> *-*-* *-*-* з формул (4.35),
<b>Аберація:</b> дефокус із зсувом площини аналізу відносно площини найкращого зображення (ПНЗ) уздовж оптичної осі на -1,1098 мм (для «стандартного» ока еквівалент гіперметропії 3 дптр)		
$D_{зін} = 2$ мм, $A = 0,059$		
$C_{2,0}/\lambda = 1,2727$ $C_{4,0}/\lambda = -0,0236$ $\nu_{zp} = 14$ ліній/мм	$K_1 = 1,65$ $K_2 = 0,60$ $K_3 = 0,328$ $\sqrt{\bar{\rho}^2} = 0,033$ мм $\nu_{zp} = 14,08$ ліній/мм	

продовження табл. 7.2



Розділ 7 Відтворення характеристик якості зображення на сітківці та глибини фокусної області за результатами aberометрії ока

продовження табл. 7.2



Звертає на себе увагу те, що квадрати радіусів других гаусових моментів, від яких залежать  $\nu_{зр}$ ,  $\nu_{max}$ ,  $\nu_{min}$ , складаються з одночленів другого степеневому порядку від лукошевських апроксимаційних коефіцієнтів. Це вказує на однакову степеневу залежність вказаних параметрів від лукошевських і церніківських апроксимаційних коефіцієнтів аберацій всіх типів та степеневих порядків. Тому при оцінці якості зображень, що формує оптична система ока, не можна нехтувати ні одним із типів чи степеневих порядків аберацій, якщо

вони мають істотний вклад хоча б в один з компонентів тензора “моменту інерції” світлової плями.

Знайдені аналітичні вирази МПФ( $\nu$ ), завдяки присутності в них компонентів тензора “моменту інерції” світлової плями, дозволяють через всі значущі церніківські коефіцієнти аналізувати якість зображень в будь-якій площині та в будь-якому перетині оптичної системи. При цьому оптична система може не мати осьової симетрії. Але з огляду на те, що дія дифракції світла ніяк не відображається в радіусах світлових “моментів інерції”, знайдені вирази МПФ( $\nu$ ) коректно застосовувати лише при дослідженнях оптичних систем, якість зображень яких, як і в оптичній системі ока, обмежується аберациями.

## **7.2. Визначення просторової роздільної здатності оптичної системи ока через радіуси “інерції” других гаусових моментів від функції розсіювання точки**

Відомо, що просторова роздільна здатність центрального зору є більшою ніж просторова роздільна здатність реальної оптичної системи ока, і більшою ніж роздільна здатність нерухомої мозаїчної системи фоторецепторів, [31]. В роботі [32, 33] підкреслюється, що межа просторової роздільної здатності нейронного апарату зорового аналізатора зображень здатна забезпечувати оку гостроту зору 3–4 одиниці (20–15 кутових секунд), яка є значно вищою, ніж та, що спостерігається у нормального ока (1–1,5 одиниці, тобто 60–40 кутових секунд). Існують дані про те, що деякі люди мали здатність спостерігати кратери і гори на Луні неозброєним оком. Феномен дуже високої гостроти зору пояснюється:

1) просторовою фільтруючою дією мозаїчного розміщення фоторецепторів і їх геометричною формою (рис. 1.8),

2) проходженням світла в сітківці між фоторецепторами із зберіганням структури зображення, сформованого ОС ока, і попаданням світла у волоски-світловоди паличок і ковбочок лише після його відбиття від пігментного шару (рис. 1.5), що супроводжуються ефектом Стайлса-Кроуфорда, який знижує негативну дію абераций променів, що заломлюються на краях зіниці з великим діаметром;

3) скануванням зображення – хаотичними мікрорухами ока (тремором) та мікрофлуктуаціями акомодатії, що викликають швидкі переміщення зображення відносно фоторецепторів у напрямку трьох координатних осей (двох у площині сітківки і однієї вздовж візуальної осі) чим досягається просторова фільтруюча дія мозаїчної системи апертур фоторецепторів.

Все це призводить до такої попередньої обробки світлового поля, яка при наявності на сітківці високоякісного зображення може забезпечити зоровому органу надзвичайно високу роздільну здатність.

Проте, гострота зору все ж безпосередньо пов'язана з просторовою роздільною здатністю оптичної системи ока і залежить від неї. Тому головними задачами даного підрозділу є:

1) пошук методики визначення просторово-роздільної здатності оптичної системи ока за допомогою апроксимаційних коефіцієнтів функції  $W$  ;

2) пошук кореляційного співвідношення між просторовою роздільною здатністю оптичної системи ока та гостротою зору, що дозволить прогнозувати гостроту зору за результатами aberометрії.

Головними факторами, що погіршують просторову роздільну здатність оптичної системи ока, вважають явища, до яких відносять:

- 1) дифракцію світла на краях отвору зіниці (дифракція Фраунгофера);
- 2) геометричні абератії центрованої оптичної системи ока;
- 3) абератії, що пов'язані з деформацією оптичних поверхонь та не співвісним розміщенням рогівки і кришталика;
- 4) оптичні неоднорідності оптичних середовищ ока.

Як показують офтальмологічні дослідження, якість зображення на сітківці еметропічного ока головним чином обумовлюється наявністю оптичної неоднорідності та часточковою структурою кришталика [1]. Не виключається істотна дія дифракції при відносно малих діаметрах зіниці. У аметропічного ока якість зображення в першу чергу погіршується через аметропію – дефокусування зображення на сітківці та через первинний астигматизм, який виникає внаслідок асиметрії оптичної системи ока або деформації передньої поверхні рогівки. Тому дослідження впливу вад оптичної системи ока на гостроту зору треба розпочинати саме з аналізу дії цих абератій.

Найбільш повною характеристикою якості оптичного зображення є комплексна оптична передавальна функція, модуль якої – МПФ дозволяє об'єктивно визначити обмеження гостроти зору оптичною системою ока. Для

знаходження межі просторової роздільної здатності оптичної системи ока  $\nu_{zp}$  треба розв'язати рівняння  $\text{МПФ}(\nu) = k_{nop}(\nu)$  відносно просторової частоти  $\nu$  у площині сітківки, де  $k_{nop}(\nu)$  – значення порогового контрасту зорової системи [31]. Хоча функція  $k_{nop}(\nu)$  залежить від яскравості фону, форми об'єкту та індивідуальних особливостей людини, тим не менш її усереднені значення в умовах природної яскравості простору об'єктів навіть на частотах 150–200 лін/мм дають підставу використовувати її значення в діапазоні  $k_{nop} = 0,02–0,05$ , [31, 32].

Корінь  $\nu_{zp}$  рівняння вказує на величину граничної просторової частоти, яка має місце в просторовому спектрі зображення на сітківці і на яку ще реагує зоровий апарат.

Якщо гострота зору  $\theta$  визначається як величина, зворотна куту просторового розділення ока, представленого у кутових хвилинах, то оптична кутова просторова роздільна здатність ОС ока –  $\theta_{os}$  може бути визначеною аналогічно за формулою:

$$\theta_{os} [\text{лін/кут.хв}] = 2,9 \cdot 10^{-4} \nu_{zp} |f|, \quad (7.37)$$

де  $|f|$  в [мм] – модуль передньої фокусної відстані ока,  $\nu_{zp}$  – в [лін/мм].

Із приведеної формули у ока з гостротою зору  $\theta = 1$  та “стандартною” фокусною відстанню  $|f| = 17,13$  мм на сітківці значення  $\nu_{zp} = 201,3$  лін/мм (у просторі об'єктів –  $\nu_{zp} = 60$  лін/град).

Для досліджень впливу вищезазначених первинних аберацій оптичної системи ока на величини  $\nu_{zp}$  і  $\theta_{os}$  була використана стандартна модель оптичної системи схематичного ока, конструктивні параметри якої приведені в підрозділі 7.1. Розрахунки  $\text{МПФ}(\nu)$  для більшої вірності отриманих результатів проводилися паралельно за допомогою комп'ютерних програм аналізу оптичних систем – російської “ОПАЛ” та американської програми “ZEMAX”, які дозволяють знаходити точні значення  $\text{МПФ}(\nu)$  ока як з дифракційною, так і з абераційною обмеженістю якості зображення. Вказана модель ока дуже наближена до моделі Коймана [34]. Характерним для неї є те, що при діаметрі зіниці 2 мм вона має дуже малу сферичну аберацію, і тому якість зображення на осі у площині сітківки обумовлюється практично тільки дифракцією (див. графік оптичної передавальної функції (ОПФ) на рис. 7.2, а для еметропічного



ока). На цьому рисунку показано саме ОПФ( $N$ ), тому, що при дефокусуванні ця функція дає можливість показати інверсію контрасту на деяких просторових частотах графіків, чого не можна зробити за допомогою МПФ( $N$ ).

В даному випадку модель має  $\nu_{zp} \approx 200$  лін/мм, що відповідає оптичній роздільній здатності  $\theta_{os} \cong 1$ . При більших діаметрах зіниці в цій моделі з'являється помітна сферична аберація, але її усунення, при необхідності, легко досягається асферизацією передньої поверхні рогівки, яку треба замінити на поверхню другого порядку з тим же радіусом та з квадратом ексцентриситету 0,938. Величина ексцентриситету вказує на еліпсоїдну форму поверхні рогівки, яка по формі є дуже наближеною до параболоїдної, що підтверджується топографією поверхонь рогівки [1].

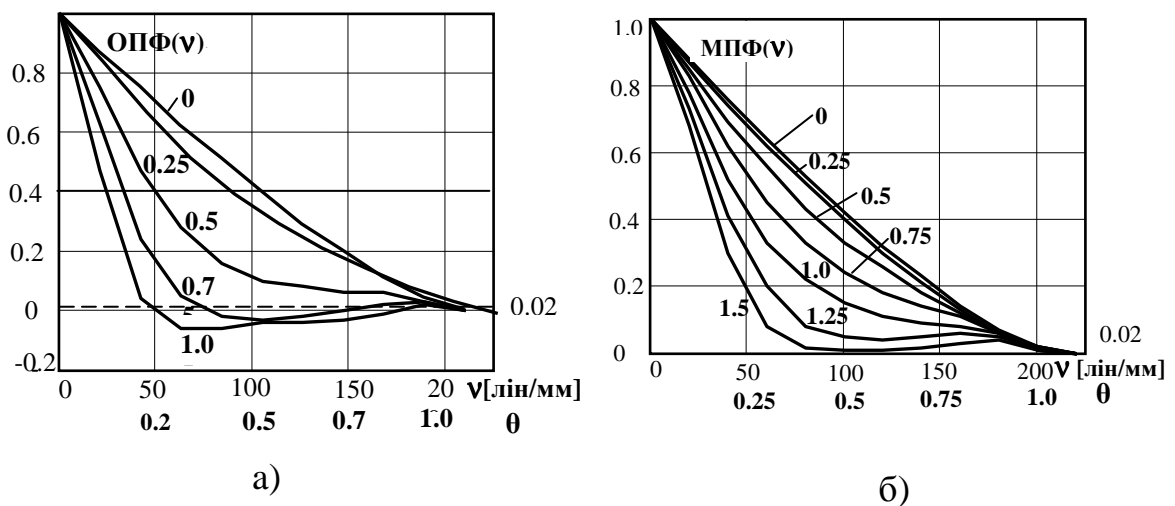


Рис. 7.2. Графіки ОПФ, МПФ моделі оптичної системи ока: а – з аметропією (міопією), [дптр]; б – з астигматизмом, [дптр]

Моделювання аметропії здійснювалося варіацією радіусів поверхонь кришталіка, як це відбувається при акомодатції в живому оці. Астигматизм моделювався наданням передній поверхні рогівки додаткової циліндричності. При такому моделюванні аметропії і астигматизму площа аналізу (площина сітківки) завжди залишалася у задньому фокусі еметропічного ока, акомодованного на нескінченність, що забезпечувало можливість порівнювати просторові частоти  $\nu_{zp}$  при різних значеннях аметропії без масштабування. Величини аметропії та астигматизму моделі встановлювалися у відповідності із офтальмологічним стандартом [17].

В моделі свідомо не враховувався ефект Стейлса-Кроуфорда з огляду на те, що в діапазоні діаметрів зіниці до 4.0 мм (в якому заплановано здійснювати дослідження) його вплив на МПФ( $N$ ), як показали попередні розрахунки в ZEMAX, є мало помітним. Для оцінки якості зображень на сітківці розраховувалося також число Штреля. Результати розрахунків  $\theta_{os}$  та числа Штреля при діаметрі зіниці 2 мм представлені на рис.7.3.

Розв'язання рівняння контрасту проводилося при значенні  $k_{nop} = 0,02$ . Із аналізу графіків МПФ( $N$ ),  $\theta_{os}$  та числа Штреля можна зробити наступні висновки.

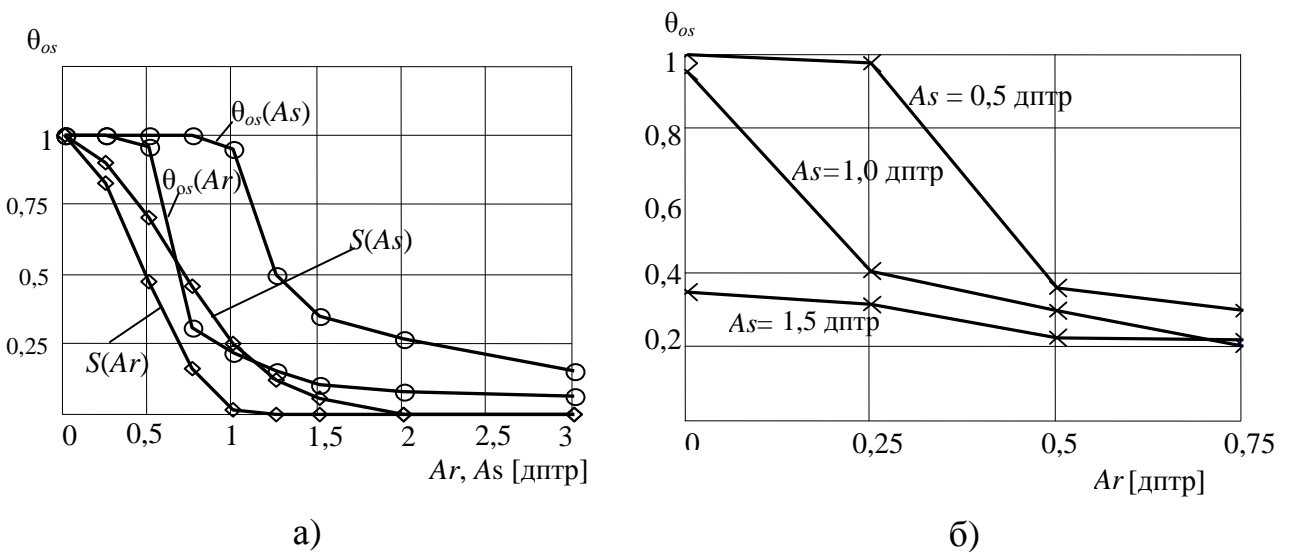


Рис. 7.3. Графіки залежності просторової роздільної здатності  $\theta_{os}$  та числа Штреля  $S$  від: а – аметропії окремо і астигматизму окремо; б – поєднання аметропії і астигматизму

1. При варіаціях значень аметропії від нуля до 0,5–0,6 дптр і астигматизму – від нуля до 1 дптр величина  $\theta_{os}$  залишається майже сталою, хоча передача контрасту на середніх просторових частотах (50–100 лін/мм на сітківці) істотно погіршується (див. рис. 7.2). Подальше збільшення аметропії або астигматизму призводить до різкого зменшення величини  $\theta_{os}$  з її наступним асимптотичним наближенням до нульового значення (рис. 7.3). При рівних (у діоптріях) значеннях аметропії і астигматизму перша вада ока, порівняльно з другою майже у два рази більше зменшує величину параметру  $\theta_{os}$ .

2. Число Штреля  $S$  (рис. 7.3, а) зменшується від одиниці практично до нуля в діапазоні аметропії від нуля до 1 дптр і діапазоні астигматизму – від нуля до 2 дптр відповідно. Це ще раз дає підставу вважати його корисним параметром якості зображення лише при малих аберациях, але мало придатним для практичного застосування при великих аберациях ОС ока.

3. Поєднання аметропії і астигматизму призводить до втрати центральної симетрії в розподілі освітленості в дифракційному зображенні точки, рис. 7.4, що може пояснювати появу монокулярної диплопії. В деяких випадках у вказаному розподілі з'являються два максимуми (див. рис. 7.4). Цей факт взагалі робить некоректним використання числа Штреля. При наявності поєднання аметропії і астигматизму графіки МПФ( $\nu$ ) мають різний вигляд у різних площинах, наприклад, вертикальній і горизонтальній. З порівнянь графіків на рис. 7.2 а, б можна зробити висновок про мультиплікативний характер впливу окремих типів аберации ока на величину  $\theta_{OS}$ .

4. Результати моделювання корелюють з результатами клінічних досліджень залежності гостроти зору від величини аметропії і астигматизму, проведених на великій кількості пацієнтів і викладених в роботах [35 – 37].

Хоча зроблені висновки стосуються випадку, коли зіниця ока має діаметр 2 мм, вони лишаються коректними і для інших діаметрів зіниць, з перерахунком вказаних вище величин аметропії і астигматизму методом їх перемноження з числом  $q = 2/D_{zin}$ , де  $D_{zin}$  – діаметр зіниці.

Проведений аналіз показує, що використання МПФ( $\nu$ ) для визначення параметру  $\theta_{OS}$  є ефективним. Проте розрахунки МПФ( $\nu$ ) до цього часу здійснюються чисельними методами. При цьому втрачається можливість мати параметр  $\theta_{OS}$  у аналітичному вигляді з явною присутністю у його виразах аберацийних церніківських чи інших коефіцієнтів. Тому оцінка параметру  $\theta_{OS}$  за результатами фізичної aberометрії ока з безпосереднім залученням аберацийних коефіцієнтів потребує використання іншого методу визначення МПФ( $\nu$ ).

В підрозділі 7.1 доведено, що МПФ( $\nu$ ) аберацийно-обмежених оптичних систем можна достатньо точно апроксимувати за допомогою радіусів полярного та головних осьових  $r_{max}$ ,  $r_{min}$  “світлових моментів інерції”, знайдених з розподілу освітленості в зображенні точки, формули (7.21–7.31), (7.35, 7.36). Зауважимо, що при використанні формул радіусів полярного і

Розділ 7 Відтворення характеристик якості зображення на сітківці  
та глибини фокусної області за результатами aberметрії ока

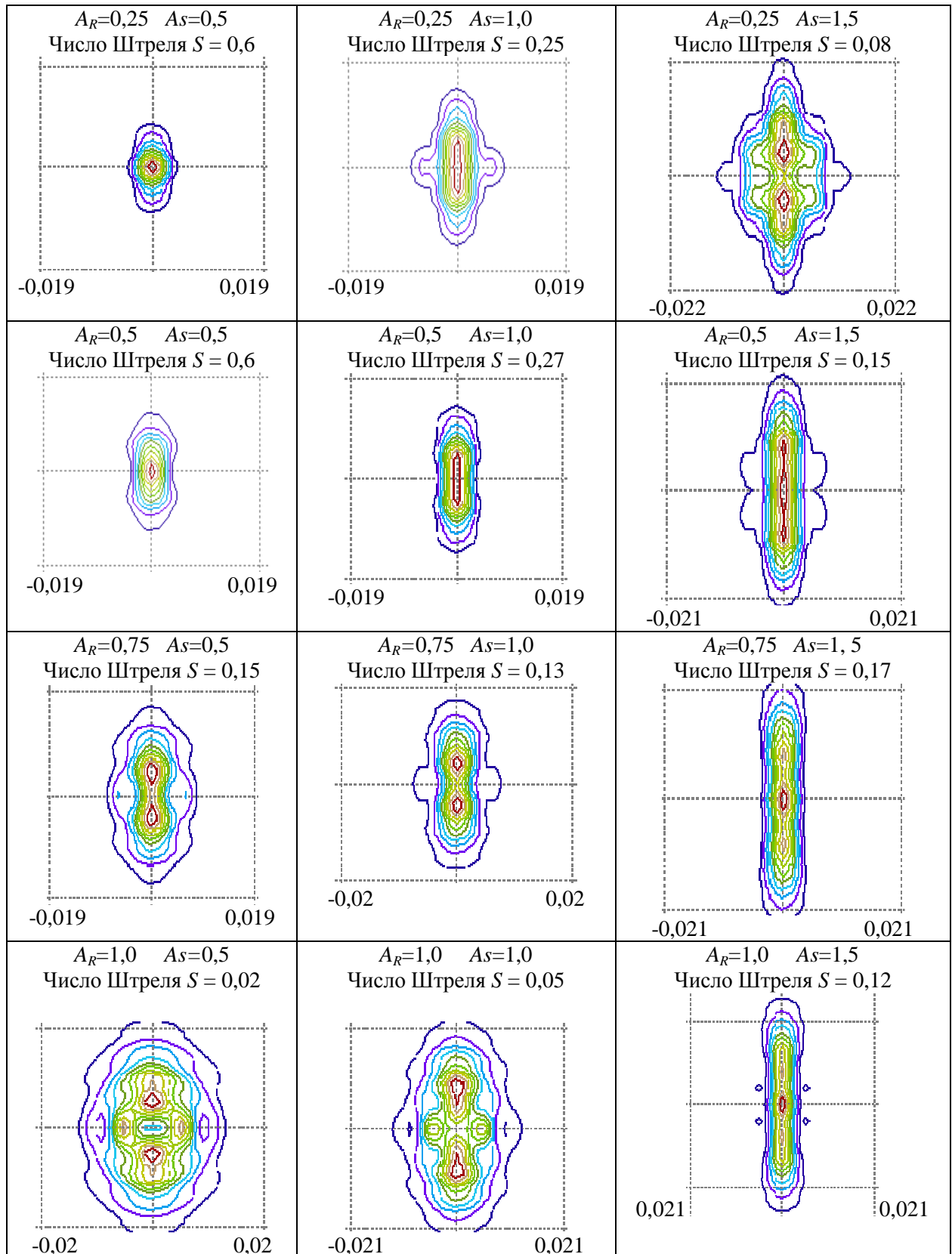


Рис. 7.4. Графіки ізофот в дифракційному зображенні точки на сітківці при наявності у оптичній системи ока аметропії ( $A_R$ ) та астигматизму ( $A_S$ ) на графіках вказано в діоптріях

осьових моментів під знаками сум доцільно виключати складові з коефіцієнтами дисторсії, тобто виконувати умову  $\alpha_{1,1}^C = 0$ ,  $\alpha_{1,1}^S = 0$ , що виключає необхідність у пошуку “світлового центру ваги” плями.

Вказані формули вказують на можливість мати апроксимацію МПФ і формули граничної просторової частоти  $\nu_{zp}$  з явною присутністю в них коефіцієнтів абераций оптичної системи ока. Це дозволяє, використовуючи (7.37), детально аналізувати залежність роздільної здатності  $\theta_{os}$  від апроксимаційних коефіцієнтів, отриманих за результатами aberометрії. Проте коректне використання на практиці приведених формул потребує попереднього виявлення в оптичній системі дифракційної або аберацийної обмеженості якості зображень на сітківці.

Дійсно, при відсутності абераций величини радіусів моментів інерції, розраховані через коефіцієнти при поліномах Церніке  $C_{2k+m,m}, S_{2k+m,m}$ , будуть дорівнювати нулю, а величина  $\nu_{zp}$  формально буде сягати нескінченності. В такому випадку оптична система ока фактично є дифракційно-обмеженою, а її МПФ( $\nu$ ), згідно (7.35), можна обчислювати за емпіричною формулою:

$$\text{МПФ}(\nu) = \left\{ 1 - \left( \frac{\nu}{\nu_{zp}} \right)^{1,1} \exp \left[ 1 - \left( \frac{\nu}{\nu_{zp}} \right)^{1,1} \right] \right\}^{0,6}, \quad (7.38)$$

де

$$\nu_{zp} = \frac{2A}{\lambda} \cong \frac{1,337D_{zin}}{\lambda f'}, \quad (7.39)$$

$\lambda$  – довжина світлової хвилі,

$f'$  – задня фокусна відстань ока,

$D_{zin}$  – діаметр зіниці ока.

Зауважимо, що значення МПФ( $\nu$ ) за формулою (7.38) на всьому діапазоні просторових частот  $\nu$  – від нуля до  $\nu_{zp}$  відрізняються від точних аналітичних значень цієї функції (2.5) не більш як на 1%.

З (7.38) та аналізу впливу на МПФ( $\nu$ ) значень  $\bar{r}^2$ , а також радіусів до інших моментів “інерції”, можна зробити наступні висновки:

1) якщо  $\sqrt{\bar{\rho}^2} < \frac{0,16\lambda}{A}$ , оптична система ока практично є безабераційною, а

її МПФ( $\nu$ ) можна представляти виразами (7.38), (7.39);

2) при  $\frac{0,16\lambda}{A} \leq \sqrt{\bar{\rho}^2} \leq \frac{0,8\lambda}{A}$  ОС ока має аберації, які погіршують передачу контрасту на середніх просторових частотах, але практично не впливають на величину  $\nu_{zp}$ ;

3) коли  $\sqrt{\bar{\rho}^2} \leq \frac{0,8\lambda}{A}$ , для розрахунку  $\theta_{os}$  за формулою (7.37) величину  $N_{zp}$  можна визначати або із рівняння контрастів МПФ( $\nu_{zp}$ ) = 0,02...0,04 або з деякою невеликою похибкою за формулою (7.39);

4) при значеннях  $\sqrt{\bar{\rho}^2} > \frac{0,8\lambda}{A}$  з'являється тенденція до явної обернено пропорційної залежності між  $\nu_{zp}$  та  $\bar{\rho}$ , тому в даному діапазоні значень  $\bar{\rho}$  розрахунки  $\nu_{zp}$  можна здійснювати за формулою  $\nu_{zp} = \frac{K_3}{\sqrt{0,5\bar{\rho}^2}}$ .

Зміст п.1)...4) розповсюджується також на випадки визначення  $\nu_{zp}$  в головних перетинах ОС ока, в яких роздільна здатність є екстремальною.

Перевірку коректності положень п.4) було здійснено розрахунками величини  $\nu_{zp}$  двома незалежними один від одного методами: першим – за допомогою програми ОПАЛ, в якій використовувався алгоритм розрахунків автокореляції знічної функції, котрий забезпечує досить точне визначення МПФ навіть з урахуванням дії дифракції, та другим – за допомогою формул підрозділу 7.1. На рис. 7.5 показані графіки  $\nu_{zp}$  як функції величин аметропії і астигматизму оптичної системи ока. Оцінка  $\nu_{zp}$  проводилася у астигматичного ока в площині найкращого зображення, в якому світлова пляма має круглу форму. Тому розрахунки  $\nu_{zp}$  у чисто міопічного (рис. 7.5, а) та у чисто астигматичного ока (рис. 7.5, б) здійснювалися за допомогою формул (7.21), (7.35) та (7.36) при  $K_3 = 0,328$ .

У випадку поєднання аметропії та астигматизму (рис. 7.5, в) світлова пляма має еліпсоїдальну форму, витягнуту уздовж вертикальної осі, тому в даному випадку розрахунок  $\nu_{zp}$  виконувався за формулою (7.36) при

$K_3 = 0,328$ , але з підстановкою замість радіуса полярного моменту радіуса осевого моменту  $r_{\max}$ , обчисленого за формулою (7.23). Значення  $v_{zp}$ , знайдені за формулами (7.21), (7.34), (7.36), (7.23) при вказаних величинах аметропії і астигматизму, позначені на графіках перехрестями.

Приведені графіки підтверджують коректність змісту п. 4), а також той факт, що із збільшенням аметропії і астигматизму величина  $v_{zp}$ , знайдена за допомогою радіусів до других гаусових моментів, наближається до точних значень  $v_{zp}$ , розрахованих в ОПАЛ. При діаметрі зіниці 4 мм графіки достатньо точно збігаються практично на всьому діапазоні аметропії і астигматизму. Розбіжності між графіками, при діаметрі зіниці 2 мм, обумовлюються відсутністю можливості урахування в апроксимаційних коефіцієнтах поліномів  $W(\rho, \varphi)$  дії дифракції, яка є істотною при малих абераціях оптичної системи ока та малих ( $\leq 2$  мм) діаметрах зіниці.

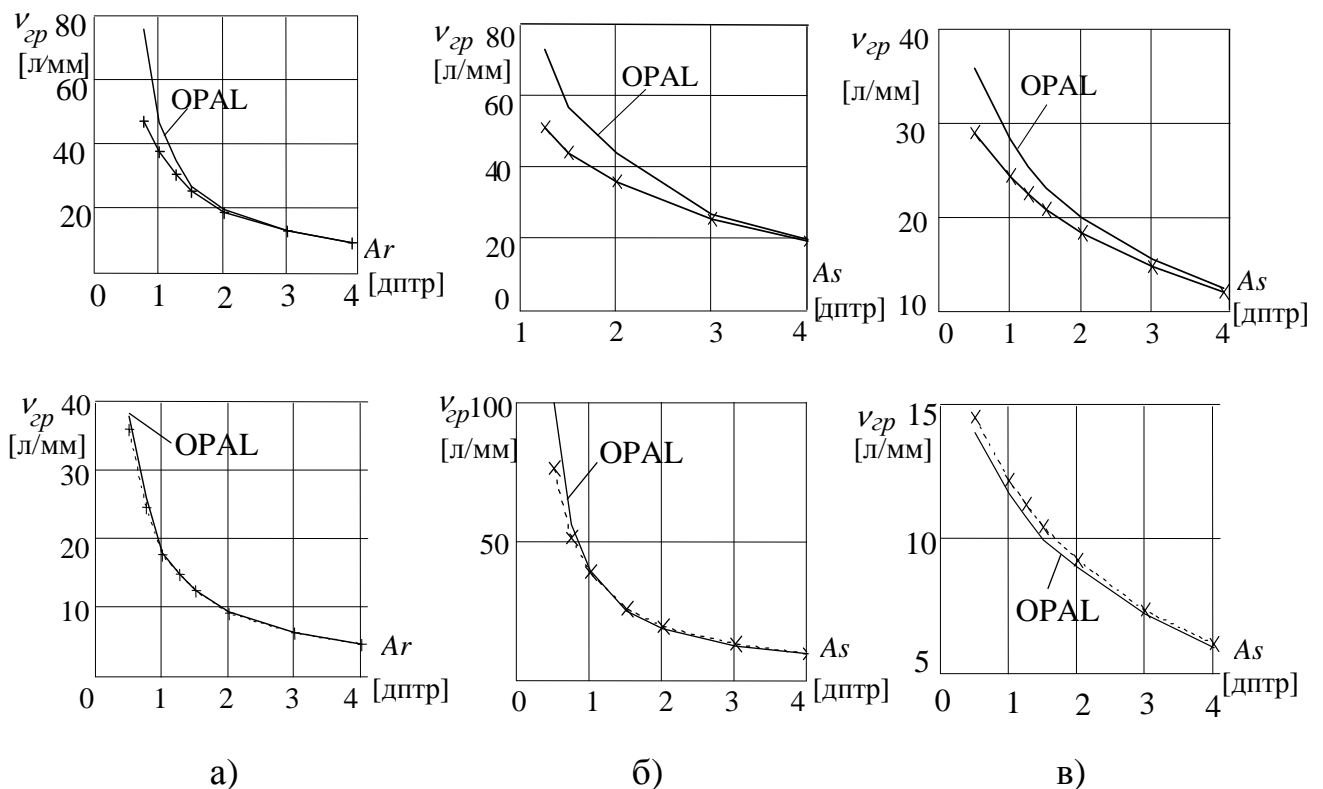


Рис.7.5. Графіки залежності  $v_{zp}$  від аметропії і астигматизму ОС ока:

а – міопічне око ( $A_R$ ); б – астигматичне око ( $A_S$ ); в – астигматичне око з міопією 1 дптр. Діаметр зіниці – 2 мм (верхня строка таблиці) та 4 мм (нижній рядок),  $\lambda = 0,55$  мкм

Отже, за винятком випадку дифракційно-обмеженої оптичної системи ока просторова роздільна здатність ( $\theta_{os}$ ) може бути знайденою за формулою (7.37) з використанням величин  $\nu_{zp}$ , яка визначається через радіуси  $\bar{r}, r_{\max}, r_{\min}$ , а останні – через апроксимаційні коефіцієнти функції  $W$ , що і є вирішенням поставленої задачі.

При визначенні  $\theta_{os}$  треба враховувати той факт, що радіуси  $\bar{r}, r_{\max}, r_{\min}$  мають екстремум (мінімум), залежний від величини апроксимаційного коефіцієнта  $\alpha_{2,0}^C$ , який в свою чергу залежить від аберації дефокусування зображення, тобто від церніківського коефіцієнту  $C_{2,0}$  та інших коефіцієнтів моди  $m=0$ . Якщо ОС ока не має сферичної аберації, тобто  $C_{4,0} = C_{6,0} = \dots = 0$ , то згідно з (7.34)  $\alpha_{2,0}^C = C_{2,0}$ , і радіус  $\bar{r}$  стає мінімальним при  $\alpha_{2,0}^C = C_{2,0} = 0$ .

При наявності сферичної аберації різних степеневих порядків величини  $\bar{r}, r_{\max}, r_{\min}$  мають мінімальні значення, якщо  $C_{2,0}$  дорівнює з протилежним знаком алгебраїчній сумі всіх апроксимаційних коефіцієнтів нульової моди, тобто сферичних аберацій всіх степеневих порядків. Саме при такому значенні  $C_{2,0}$  треба визначати просторово-роздільну здатність ОС ока (загальну чи в головних перетинах), тому що тільки в даному випадку вона буде найбільшою. При такому значенні  $C_{2,0}$  повинна визначатися й аметропія ока.

Вигляд формул радіусів  $\bar{r}, r_{\max}, r_{\min}$  вказує й на те, що окремі наявні в структурі  $W(\rho, \varphi)$  моди поліномів, які визначають відповідні типи аберацій ока, лише погіршують гостроту зору і не можуть бути компенсованими одна одною. Зменшення величин вказаних радіусів з метою збільшення просторово роздільної здатності ОС ока можливе лише при зменшенні величини апроксимаційних лукошевських коефіцієнтів  $\alpha_{2k+m,m}^C, \alpha_{2k+m,m}^S$  за рахунок взаємної компенсації аберацій, належних тільки одній моді, як це й було пояснено вище на прикладі моди  $m=0$  (моди осьових аберацій – дефокусу і сферичних всіх степеневих порядків). Зменшення радіусів “інерції” гаусових моментів треба здійснювати лише до величин, вказаних в п.1), 2) вище викладених висновків, тому що далі на величину  $\nu_{zp}$  в подальшому впливає хвильова природа світла внаслідок дифракції.



### 7.3. Гострота зору і просторово-роздільна здатність оптичної системи ока

Порівняння гостроти зору і просторової роздільної здатності ОС ока має важливе значення. По-перше, воно дозволяє зробити кількісну оцінку ступеню впливу на якість центрального зору попередньої просторової фільтрації зображення на сітківці та дії мозку, що має загальне наукове значення. По-друге, з такого порівняння можна знайти методику об'єктивного прогнозування гостроти зору, використовуючи для цього результати aberометрії ока.

Порівняння здійснювалося із залученням матеріалів роботи, [36]. В цій праці приведені результати досліджень гостроти зору великої кількості пацієнтів при фіксованих діаметрах зіниці, котрі мали ту чи іншу величину аметропії. На рис. 7.6 показані графіки залежностей гостроти зору від аметропії, адаптовані до шкали гостроти зору, яка є звичною для офтальмологів країн СНГ і України.

**Залежність гостроти зору від аметропії**

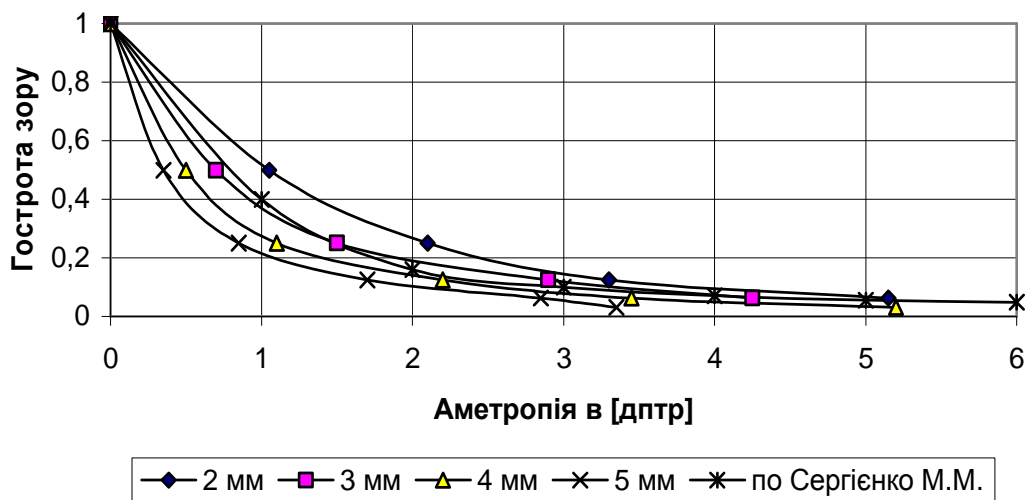


Рис. 7.6. Графіки залежності гостроти зору від некомпенсованої аметропії. Клінічні дослідження проведені на 10000 пацієнтах, [37]. Цифрами вказаний діаметр зіниці.

Просторова роздільна здатність оптичної системи ока, яка порівнювалася в рівних умовах з гостротою зору, розраховувалася за формулою (7.37) при відповідних значеннях аметропії і діаметру зіниці. На рис. 7.7 представлені

для порівняння графіки  $\theta(A_R)$  та  $\theta_{os}(A_R)$ , з яких можна спостерігати явну кореляцію між величинами  $\theta$  і  $\theta_{os}$ .

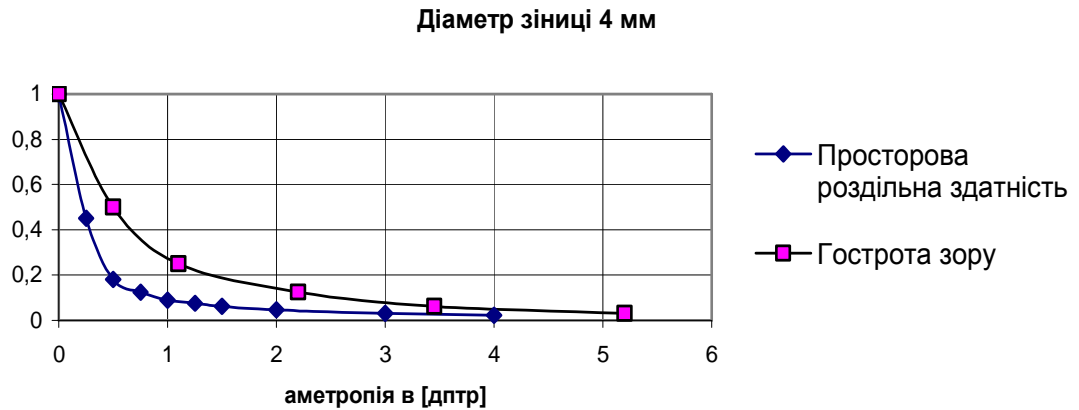


Рис.7.7. Графіки відносної просторової роздільної здатності ОС ока та гостроти зору ока

Як видно з графіків рис. 7.7 в діапазоні аметропії до 6 дптр, в якому проводилися дослідження, співвідношення величин  $\theta$  і  $\theta_{os}$  має величину  $\theta/\theta_{os} \approx 2$ . Те, що гострота зору людини перевищує розрахункову просторову здатність оптичної системи ока свідчить про великий внесок центральної ланки нервової системи в роботу зорового органу.

Визначення просторової роздільної здатності ОС ока за результатами об'єктивної aberометрії, вочевидь, дозволить прогнозувати гостроту зору, яка досі визначається суб'єктивно, хоча цей висновок, безумовно, ще потребує експериментального підтвердження клінічними дослідженнями.

#### 7.4. Зв'язок між просторовою роздільною здатністю і глибиною фокусної області ОС ока

Фокусною областю є сукупність зображень точок простору об'єктів, які в зоні сітківки уздовж візуальної осі утворюють абераційні плями приблизно однакового розміру. Внаслідок цього око бачить ці точки без змінювання акомодатції майже з однаковою "різкістю", [35]. Кількісною мірою глибини фокусної області вважають обсяг псевдоакомодатції, який в офтальмології прийнято визначати через різницю представлених в діоптріях відстаней між точками простору об'єктів, оптично спряжених з краями фокусної області, [17].

Фокусна область головним чином обумовлена наявністю астигматизму, а також сферичної аберації. Область, яку вона займає біля сітківки уздовж візуальної осі, називають коноїдом Штурма. Проте й інші аберації типу первинної коми та сфероастигматизму різних степеневих порядків також можуть викликати наявність аналогічної, розтягнутої уздовж візуальної осі світлової плями.

Для визначення глибини фокусної області або глибини псевдоакомодації можна використовувати радіуси “інерції” других гаусових моментів від ФРТ. Доведемо це: нехай оптична система має деякі аберації. Переміщення будь-якої об’єктної точки уздовж візуальної осі ока призводить до зміни розмірів і розподілу світла в її зображенні – світловій плямі на сітківці а, відповідно, і до зміни радіусів других гаусових моментів. Будь-які точки простору об’єктів будемо вважати однаково сфокусованими, якщо радіуси полярного моменту від їх абераційних плям на сітківці мають однакову величину, або відрізняються на величину, що практично не змінює гостроти зору. Сукупність всіх таких точок і обумовлює обсяг псевдоакомодації ока.

Серед світлових плям, що належать вказаним точкам, обов’язково повинна знаходитися й та, зображення якої має ФРТ з найменшим радіусом  $\bar{\rho}^2$ , тобто належить площині найкращого зображення.

При пошуку глибини фокусної області в такий спосіб основне питання полягає в тому, як визначити те змінювання абераційного перерозподілу освітленості в світловій плямі (з відповідною зміною радіусу  $\bar{\rho}^2$  полярного моменту інерції в світловій плямі), яке око практично не відчуває. Зрозуміло, що простої відповіді на це питання не існує, тому що зоровий апарат має властивість пристосовуватися до умов спостережень. Як наслідок, в кожному окремому випадку глибина фокусної області може бути різною. Тому при визначенні глибини фокусної області потрібно обов’язково мати обґрунтований критерій, за яким вона оцінюється.

Глибину фокусної області доцільно встановлювати з урахуванням типу обмеженості (дифракційної або абераційної) роздільної здатності ОС ока. При умові  $\bar{\rho} < \frac{0,8\lambda}{A}$  (див. 7.1.), коли величина  $\nu_{zp}$  обумовлюється дифракцією (рис. 7.2, а), дефокусування зображення на сітківці в міопічному та гіперметропічному напрямку на величину приблизно  $\pm 0,65$  дптр не призводить до зміни величини  $\nu_{zp}$ , встановленої за пороговим контрастом 0,02. Такий діапазон

Розділ 7 Відтворення характеристик якості зображення на сітківці  
та глибини фокусної області за результатами aberометрії ока

дефокусування обумовлює глибину фокусної області –  $A_{\Phi O}$ , котра дорівнює  $2 \cdot 0,65 = 1,3$  дптр. Вказана величина  $A_{\Phi O}$  (згідно рис. 7.2) є коректною при діаметрі зіниці 2 мм. Для інших діаметрів зіниці, виходячи з факту зворотно пропорційної залежності  $\nu_{zp}$  від діаметра зіниці  $D_{zin}$ , глибина фокусної відстані обчислюється за емпіричною формулою  $A_{\Phi O} = 2,6D_{zin}^{-1}$ , [дптр], де  $D_{zin}$  має розмірність [мм].

В табл. 7.3 для різних значень діаметрів зіниці показані значення  $A_{\Phi O}$ , знайдені за приведеною формулою. Розрахунки здійснено при  $\lambda = 0,55$  мкм та передній фокусній відстані схематичного ока –17,12 мм.

Як видно з табл. 7.3, розрахункові величини  $A_{\Phi O}$  (другий рядок) добре корелюють з тими, що знаходяться в третьому рядку, які знайдені експериментально вимірюваннями на еметропічних очах людини.

Таблиця 7.3

Зв'язок між діаметром зіниці та величиною  $A_{\Phi O}$

$D_{zin}$ [мм]	2	3	4	5	6
$A_{\Phi O}$ [дптр]	1,3	0,87	0,65	0,52	0,43
$A_{\Phi O}$ [дптр], [35]	0,88–1	0,6	–	0,4–0,6	0,36

При  $\bar{\rho} > \frac{0,8\lambda}{A}$ , тобто при наявності у ОС ока абераційної обмеженості якості зображень на сітківці, глибину фокусної області пропонується визначати з допустимого збільшення радіусу  $\bar{\rho}$ . Це збільшення не повинне бути більшим за те, при якому еквівалентна зміна гостроти зору перевищує половини діапазону прийнятої в офтальмології градації гостроти зору  $\theta$ : 1,0; 0,9; ... ; 0,2; 0,1, в яку попадає око з відповідною оптичною кутовою роздільною здатністю. Вказана роздільна здатність визначається з використанням (7.37), (7.36), (7.23 –7.31). Згідно цього правила величина коефіцієнту  $K_{\bar{\rho}}$  допустимого збільшення радіусу  $\bar{\rho}$  обчислюється за формулою:  $K_{\bar{\rho}} = \frac{\theta(\bar{\rho})}{\theta(\bar{\rho}) - 0,05}$ , а діапазон допустимого дефокусування зображення відносно сітківки знаходиться із вирішення рівняння (7.40) відносно черніківського коефіцієнта дефокусування  $C_{2,0}$ :

$$\frac{\bar{\rho}(C_{2,0})}{\bar{\rho}_{\min}} = K_{\rho}, \quad (7.40)$$

де  $\bar{\rho}_{\min}$  – найменше значення  $\bar{\rho}$ , що відповідає значенню лукошевського коефіцієнта  $\alpha_{2,0}^C = 0$ .

Завдяки міопічній або гіпермітропічній зміні дефокусу рівняння (7.40) має два корені –  $C_{2,0}^{\min}$  та  $C_{2,0}^{\max}$ . В зв'язку з цим, максимальна глибина фокусної області  $A_{\Phi O}$  обчислюється за формулою (7.41), яка трансформована із (3.3) та пристосована до прийнятого нормування коефіцієнтів Церніке у виразах  $W(\rho, \varphi)$ , [11]:

$$A_{\Phi O}[\text{дптр}] = \frac{4000(C_{2,0}^{\max} - C_{2,0}^{\min})}{\sqrt{2}r_{\max}^2}, \quad r_{\max} = 0,5D_{\text{зін}}. \quad (7.41)$$

Формула (7.41) повинна використовуватися з урахуванням того, що глибина фокусної області може утворюватися зображеннями лише тих точок простору, які знаходяться перед оком.

Опробування викладеної вище методики здійснено шляхом оцінювання глибини фокусної області (обсягу псевдоакомодації) ОС ока з конструктивними параметрами моделі, яка використовувалася в підрозділі 4.1. Модель була еметропічною, з невеликою сферичною аберациєю, астигматизмом в 1 дптр і невеликою комою. Такий аберацийний склад може мати оптична система ока при діаметрі зіниці 4 мм і нахилі світлового пучка до оптичної осі під кутом в декілька градусів. Відповідно розрахунковому реїтресингу, здійсненому за допомогою програми ОПАЛ, оптична система ока мала такі коефіцієнти:

- 1) дефокусування:  $C_{2,0} = 0$ ;
- 2) сферичної аберациї 3-го степеневого порядку:  $C_{4,0} = -0,00257$ , 5-го порядку –  $C_{6,0} = -0,0035$ ;
- 3) первинного астигматизму міопічного типу:  $C_{2,2} = -1,033$ ; астигматизму 3-го степеневого порядку:  $C_{4,2} = 0,0027$ ;
- 4) первинної коми:  $C_{3,1} = 0,15$ ; коми 3-го порядку:  $C_{5,1} = 0,0003$ .

Всі ці коефіцієнти мають розмірність [мкм] і нормовані. Інші коефіцієнти, з огляду на їх дуже малі значення, були відкинуті. Коефіцієнт дисторсії  $C_{1,1}$ ,

якій входить до класичної коми, також було відкинуто з метою розміщення “центру ваги” світлової плями на головному промені світлового пучка.

Лукошевські коефіцієнти, які потрібні в даному випадку для підстановки в формулі (7.21), згідно (7.24) мають вирази:

$$\alpha_{4,2}^C = C_{4,2}; \quad \alpha_{3,1}^C = C_{3,1} + C_{5,1}; \quad \alpha_{5,1}^C = C_{5,1}.$$

При діаметрі зіниці 4 мм  $A = 0,11391$ , тому згідно формулі (7.21):

$$\bar{\rho} = \frac{\sqrt{2}}{A} \left[ 2(\alpha_{2,0}^C)^2 + 4(\alpha_{4,0}^C)^2 + 6(\alpha_{6,0}^C)^2 + (\alpha_{2,2}^C)^2 + 4(\alpha_{4,2}^C)^2 + \right. \\ \left. + 6(\alpha_{6,2}^C)^2 + 3(\alpha_{3,1}^C)^2 + 5(\alpha_{5,1}^C)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0,0132 \text{ мм.}$$

Радіус  $\bar{\rho}$  має мінімальне значення при дефокусуванні площини зображення відносно сітківки на величину, яка забезпечує виконання умови:  $\alpha_{2,0}^C = 0$ , тобто при  $C_{2,0} = -(C_{4,0} + C_{6,0}) = 0,00607$  мм. Тоді значення  $\bar{\rho}$ , внаслідок наявності невеликої сферичної аберації, трохи змінюється і складає величину  $\bar{\rho}_{\min} = 0,013198$  мм. Гранична частота, при якій МПФ( $\nu$ ) отримує перше нульове значення відповідно (7.36) при  $K_3 = 0,328$  має величину  $\nu_{cp} = 35,15$  [лін/мм] (точний розрахунок в OPAL дає  $\nu_{cp} = 40$  [лін/мм]). При цьому згідно (7.37)  $\theta_{oc} = 0,1745$ , а допустиме збільшення знайденої величини  $\theta_{oc}$ :

$$K_{\bar{\rho}} = \frac{0,1745}{0,1745 - 0,05} = 1,402.$$

Величина  $K_{\bar{\rho}}$  дозволяє знайти допустиме збільшення величини  $\bar{\rho}_{\min}$ , обумовлене дефокусуванням зображення в сторону сітківки та від неї, тобто визначити те значення  $C_{2,0}$ , при якому радіус  $\bar{\rho}$  збільшується від мінімального значення  $\bar{\rho}_{\min}$  до величини  $\bar{\rho}_{\min} K_{\bar{\rho}} = 0,013198 \cdot 1,402 = 0,01825$  мм.

На рис. 7.10 представлено графіки залежності  $\bar{\rho}[A_R(C_{2,0})]$ . Для зручності аналізу на горизонтальній осі графіків приведені в [дптр] величини аметропії  $A_R$ , що залежать від дефокусування, і які пропорційні  $C_{2,0}$ , при умові нормування церніківських коефіцієнтів нульової моди розраховуються за формулою:

$$A_R(C_{2,0}) = \frac{4000C_{2,0}}{\sqrt{2}r_{\max}^2}.$$

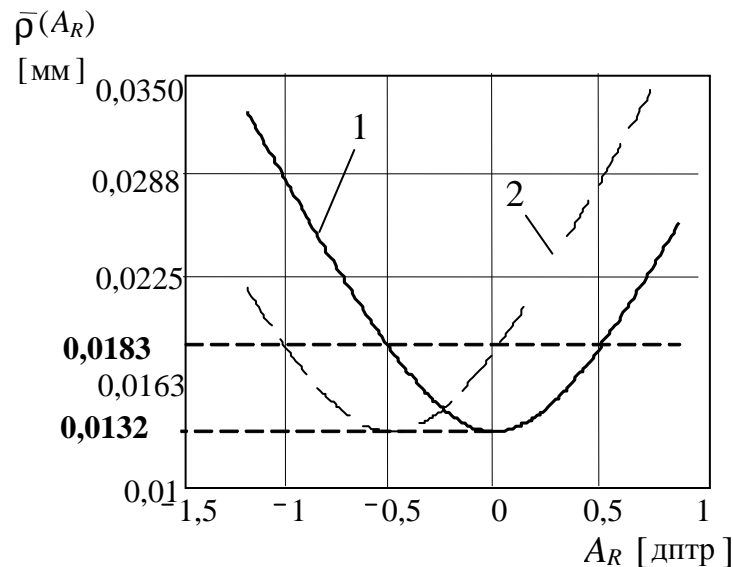


Рис. 7.10. До визначення глибини фокусної області: 1 – акомодация ока на нескінченність, 2 – акомодация ока на віддаль 2 м

При сталій акомодации еметропічного ока на нескінченність допустиме дефокусування зображення, що визначає глибину фокусної області, можна знайти за допомогою графіка 1 на рис. 7.10. Так при умові  $\bar{\rho} \leq 0,01825$  мм фокусна область належить діапазону відстаней до осьових точок простору об'єктів  $[-0,5 \dots 0]$  дптр, тому величина  $A_{\phi O} \cong 0,5$  дптр. Тут враховано те, що акомодоване на нескінченність еметропічне око фізично не може створювати перед сітківкою зображення тих об'єктів, що знаходяться в просторі перед оком, а тому гіперметропічна частина  $A_R$  відкинута.

Якщо ж око має міопію – 0,5 дптр або сталу акомодацию на відстань 2 м (0,5 дптр), то графік 1 переміщується вліво на 0,5 дптр (його нове положення показано на графіку 2, рис. 7.10). Тоді дійсна глибина фокусної області відповідає відстаням до об'єктів  $[-1 \dots 0]$  дптр. При цьому глибина фокусної області складає величину  $A_{\phi O} \approx 1$  дптр, а око бачить простір з однаковою “різкістю” від 1 м до нескінченності.

В діапазоні фокусної області, встановленої вище, світлова пляма має еволюцію, показану на рис. 7.11. Через перевагу астигматизму над іншими аберациями, розподіл освітленості в зоні фокусної області утворює так званий

Розділ 7 Відтворення характеристик якості зображення на сітківці  
та глибини фокусної області за результатами aberометрії ока

коноїд Штурма [30, 35]. Параметр  $\bar{\rho}$  в цій зоні не виходить за межі (0,013198–0,01825) мм. Спот-діаграми цих плям побудовано за допомогою програми OPAL.

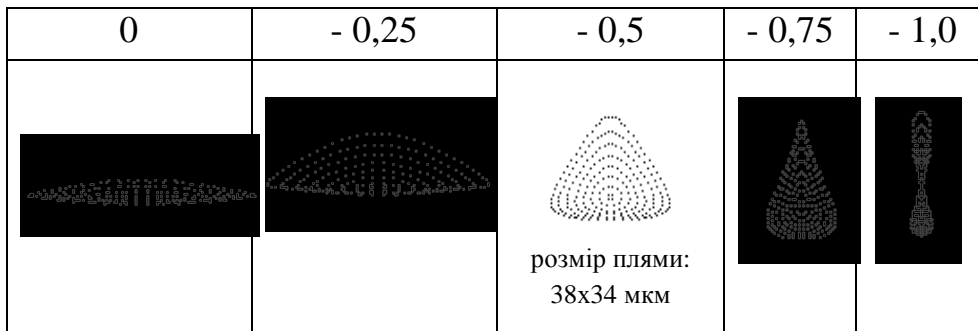


Рис. 7.11. Еволюція спот-діаграми зображення точки простору об'єктів на сітківці: око акомодоване на віддаль 2 м (0,5 дптр), віддаль від ока до точки простору об'єктів дана в діоптріях

Приведений приклад використання для визначення обсягу псевдо-акомодації (глибини фокусної області) компонентів тензора другого гаусового моменту від розподілу освітленості в абераційній плямі показав, що знайдений в такий спосіб порядок обсяг псевдоакомодації ока узгоджується з результатами клінічних досліджень цього ж параметру [30, 35].



## РОЗДІЛ 8

### АПАРАТНІ ЗАСОБИ ВИМІРЮВАННЯ АБЕРАЦІЙ ОПТИЧНОЇ СИСТЕМИ ОКА

Для корекції абераційних недоліків зору необхідно мати точну та повну інформацію про абераційний стан оптичної системи ока. Первинну інформацію до недавнього часу отримували суб'єктивними методами, а також за допомогою рефрактометрів.

Проте суб'єктивні методи (тобто ті, що потребують участі пацієнта у проведенні вимірювань) не дають можливості виявляти аберації у «чистому вигляді», оскільки такими методами по суті аналізується робота всього зорового органу. В результатах таких вимірювань складно відокремити внесок вад оптики ока, тобто вад функціонування периферійної ланки, від вад функціонування провідникової та центральної ланок зорового органу.

Рефрактометри об'єктивно вимірюють лише первинні аберації ока – дефокус (аметропію) та астигматизм. Хоча ці аберації і є найбільшими за величиною, але дані про них не є достатніми для правильного уявлення про реальний абераційний стан оптичної системи ока.

Найбільшу інформацію дають офтальмологічні аберометри. Вони дозволяють виявляти і вимірювати не тільки первинні аберації, але й аберації вищих порядків, такі як кома, сферична аберация, трейфойл, тетрафойл тощо. У поєднанні з кератотопограферами вони дають можливість об'єктивно оцінювати сумарну аберацию оптичної системи ока та абераційні складові привнесені рогівкою та кришталиком. Тому такі аберометри стають все більш незамінними при виправленні абераційних недоліків ока сучасними методами, до яких належать фоторефрактивна кератектомія (PRK), LASIK, імплантація штучних кришталиків та лінз передньої камери з асферичними поверхнями, які компенсують аберації рогівки і коригують якість зображень на сітківці.

Відомо, що хвильову аберацию, як локальний зсув фази в конкретній зоні світлової хвилі, можна вимірювати безпосередньо. Для цього використовують різного роду інтерферометричні методи, в тому числі і когерентну світлову томографію. Проте реалізувати ці методи в аберометрії ока надто складно через високу рухомість ока і великі обмеження часу проведення сеансу вимірювань. Тому відомі на цей час офтальмологічні аберометри застосовують опосередковані вимірювання хвильової аберации через вимірювання поперечних

аберацій променів – лінійних у площині, оптично спряженій з сітківкою, або кутових – у просторі перед оком.

Поперечні аберації променя, як нормалі к фронту світлової хвилі, пропорційні похідним функції хвильової аберації за знічними координатами. Це відображено у рівняннях (4.9), в яких у правій частині знаходяться виміряні значення поперечної аберації променя, а у лівій – похідні функції хвильової аберації, представленої у полярних знічних координатах.

На цей час відомо більш десятка серійних офтальмологічних аберометрів, що виробляються провідними фірмами світу. В них закладені різні методи та апаратні засоби вимірювання поперечних аберацій ока і математичні методики відтворення функції хвильової аберації. Але фактично всі вони засновані на використанні первинного методу вимірювань поперечних лінійних чи кутових аберацій променів, що йдуть через оптичні середовища ока від рогівки до сітківки або у зворотному напрямку, який був запропонований Шейнером майже 400 років тому. Короткий історичний нарис розвитку офтальмологічної аберометрії, викладений нижче, дозволить краще розуміти принципи дії сучасних аберометрів.

### **8.1 Історичний нарис розвитку аберометрії ока**

Кристофер Шейнер (1575-1650) – математик, фізик і астроном, який працював в університетах Австрії, відомий як винахідник пантографа, відкривач плям на Сонці, виробник телескопів.



Кристофер Шейнер

У 1619 році К. Шейнер опублікував наукову працю присвячену оку людини: *Oculus, hos est: Fundamental opticum...* Другу частину цієї праці він присвятив рефракції світлових променів на елементах ока, аналізуючи проходження променя через всі його оптичні поверхні. Шейнер зробив опис експерименту, який можна вважати попередником експерименту Хартмана. Він розглядав процес сходження променів при їх фокусуванні оптичною системою ока. Хоча ці питання стосуються рефракції променів в оптичних середовищах ока, експеримент Шейнера можна вважати першим кроком до створення майбутніх офтальмологічних абераметрів. Абераційна складова рефракції променів при їх фокусуванні може бути виявлена за К. Шейнером у такій спосіб:

*«Зробіть за допомогою тонкої голки у шматку картону декілька отворів розміщених один відносно одного на відстані не більш як діаметр зіниці ока. Дивиться на будь-який об'єкт через ці отвори одним оком, заплющивши друге. Ви будете бачити стільки зображень цього об'єкту, скільки отворів у картоні вміщуються в отвір зіниці ока».*

Зрозуміло, що ефект спостереження декількох зображень одного й того ж – об'єкта – точкового джерела світла, пояснюється тим, що промені, які пройшли через мікроотвори у картоні, не збігаються в одну точку на сітківці через дію аберацій в оптичній системі ока.

На рис. 8.1, 8.2 показаний варіант експерименту Шейнера з двома отворами, зроблені у непрозорому диску, який може обертатися навколо осі, суміщеною з візуальною віссю ока. Один з отворів знаходиться на осі обертання диску, а другий – на відстані, що не перевищує радіуса зіниці ока. Точкове джерело знаходиться на нескінченності, тому всі промені, що надходять від нього, є паралельними. Через отвір у диску в око вони прямують також паралельно один до одного. Якщо оптична система ока має абераційні вади, то промені після проходження всіх оптичних середовищ ока, не збігаються в одну точку на сітківці. Вони утворюють на сітківці дві світлові плями, тому людина бачить два точкових джерела.

При наявності у ока короткозорості (міопії) промені, що показані на рис. 8.1, перетинаються перед сітківкою. Якщо око гіперметропічне (далекозоре), то вказані промені уявно перетинаються за сітківкою (рис. 8.2).

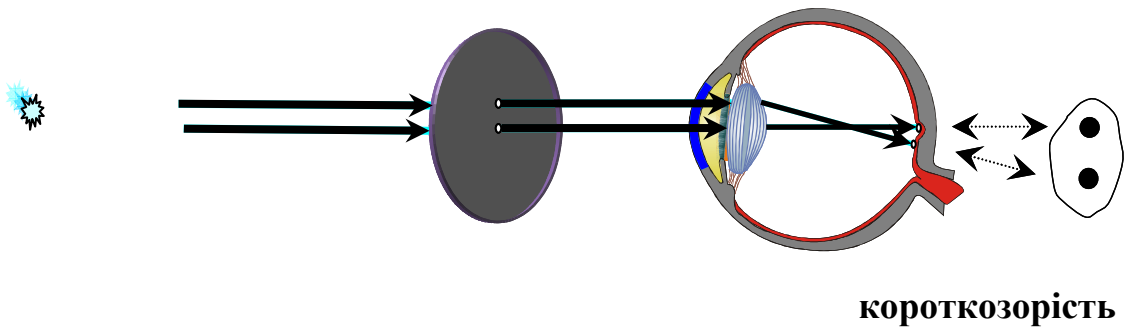
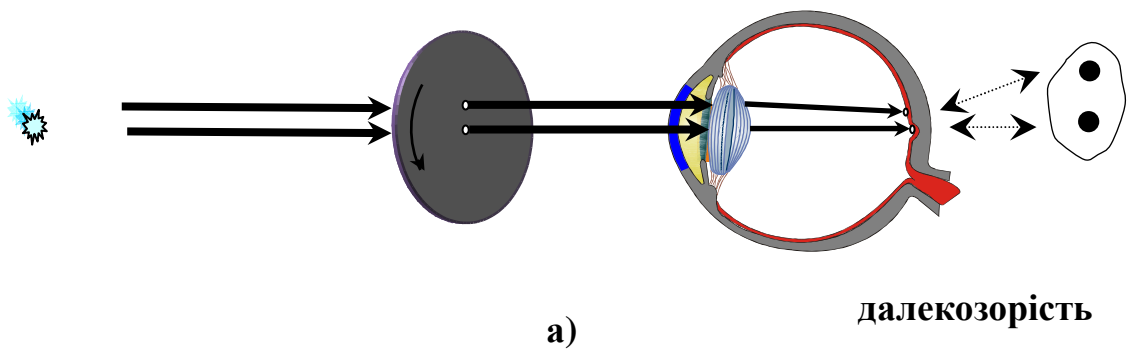


Рис. 8.1 Схеми експерименту Шейнера, око – міопічне



аметропія



аметропія та астигматизм

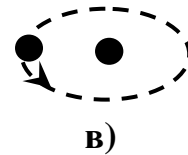


Рис. 8.2 Схеми експерименту Шейнера: а – око гіперметропічне; б – траекторія руху другого зображення точки на сітківці при чистій аметропії; в – траекторія руху другого зображення точки на сітківці при поєднанні аметропії та астигматизму

При швидкому обертанні диску зображення точкового джерела, що знаходиться на візуальній осі, буде нерухомим, а друге зображення буде обертатися навколо осі і око буде бачити його як світлову окружність. Чим більшою є аметропія (короткозорість чи далекозорість) тим більшим за діаметром буде вказане коло, рис. 8.2, б).

У тому випадку, коли в оці крім аметропії має місце астигматизм, що проявляється як залежність величини рефракції другого променя від кутового положення диску, то око буде бачити друге зображення точки у вигляді

світлового еліпсу, рис. 8.2, в). При наявності в оці інших типів аберацій цей еліпс буде спотворюватися за формою залежно від типів і величин цих аберацій.

В першому приладі, що був прилаштований для цілеспрямованого спостереження дії аберацій ока, відомий як абероскоп Чернінга (1894), використовувався принцип Шейнера, [38]. Цей оптичний прилад формував всередині ока сильно дефокусоване зображення віддаленого джерела світла так, щоб на сітківці утворювалася освітлена зона у формі кола. На вхідну зіницю ока накладалася непрозора сітка, проекція якої на сітківці у вигляді тіні буде геометрично подібною вказаній сітці, якщо око не має аберацій. При існуванні в оці аберацій втрачається геометрична подібність між тінню від сітки на сітківці та самою сіткою, що можна спостерігати за допомогою абероскопа і, що може бути не тільки якісною, але й кількісною мірою наявних аберацій.

Абероскоп Чернінга представляє собою лінзу + 4 дптр, на поверхню якої наносяться непрозорі лінії у вигляді квадратної сітки, рис. 8.3.

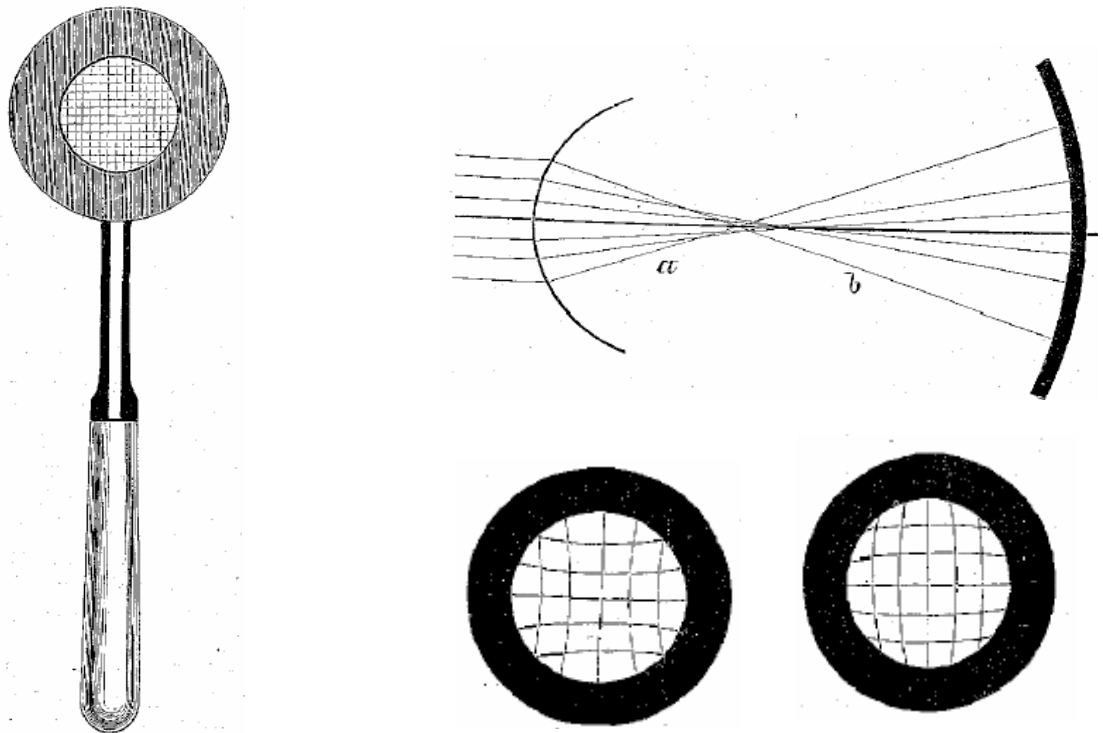


Рис. 8.3. Абероскоп Чернінга

Через цю лінзу з сіткою досліджуваний пацієнт дивиться на віддалене точкове джерело світла, наприклад на зірку. Зрозуміло, що лінза перед оком суттєво дефокусує зображення точкового джерела і око пацієнта бачить світлову пляму у вигляді світлого кола, але з тінями на ньому від непрозорих елементів сітки. Пацієнт сам робить рисунок сітки таким, якою він її бачить, зберігаючи при цьому всі її геометричні спотворення. Зареєстроване в такій спосіб зображення сітки на сітківці дає інформацію про аберації променів в тих місцях зіниці, від яких утворюються спотворення.

Проте робота Чернінга не була підтримана Гульстрандом і була надовго забутою. Лише у 70-ті роки минулого століття ідею Чернінга розвинули Н.С.Howland, В.Н. Howland, [39] а потім вже у 1997 р. Р. Mirdel та інші повідомили про створення приладу на принципі Чернінга, [40].

Подальші кроки у дослідженні абераційних властивостей ока були зроблені Томасом Юнгом (1801). Він виявив у оці астигматизм і одну з причин астигматизму – циліндричність передньої поверхні рогівки, тобто «неправильність» її кривизни. Відкриття Юнга підштовхнуло англійського астронома G. Airy до першої в історії спроби коригування астигматизму ока методом нейтралізації заломлюючої властивості рогівки. Для цього до ока притулялася коротка трубки повністю наповнена водою, вхідний торець якої був герметично закритий двоякоопуклою лінзою. Вода дотикалася рогівки. Через те, що вода і тіло рогівки мають майже однаковий коефіцієнт заломлення, рогівка втрачала рефракційну силу тим самим нейтралізувалася абераційна дія її несиметричної поверхні. Рефракційну дію рогівки брала на себе лінза, встановлена з другого кінця трубки.

В сорокові роки минулого століття з'явилося декілька наукових статей, які свідчили про відродження інтересу до аберацій оптичної системи ока людини. В них йшлося про вимірювання хроматичних аберацій та сферичної аберації ока. Одна з перших була стаття Іванова [41], на яку часто посилаються і в наш час. В цій статті представлені результати досліджень сферичної аберації ока. Автор досліджував монохроматичні аберації ока, пропускаючи по чергово два пучки світла через симетричні точки горизонтального перетину зіниці. Кожен пучок давав на сітківці зображення вертикального штриха. Вимірювався кут між цими пучками у стані, коли око пацієнта бачило ці штрихи суміщеними. Так визначалася абераційна складова рефракції ока.

Треба підкреслити, що в цій роботі була виявлена незвичайна поведінка сферичної аберації оптичної системи ока, яка мала протилежний знак у порівнянні із сферичною аберациєю лінзи у повітрі.

Характерною рисою робіт того часу була відсутність досліджень хвильової аберації ока через технічні проблеми здійснення її вимірювань. Примітивність відомих на той час процедур проведення вимірювань аберацій ока стимулювали пошук більш ефективних методів та досконалого інструментарію в офтальмологічній аберометрії. Перший успіх в цьому напрямку належить радянському фізику Смирнову М.С., рис. 8.4, [42]. Йому вдалося створити і у 1961 році опублікувати оригінальний спосіб вимірювань аберацій ока.

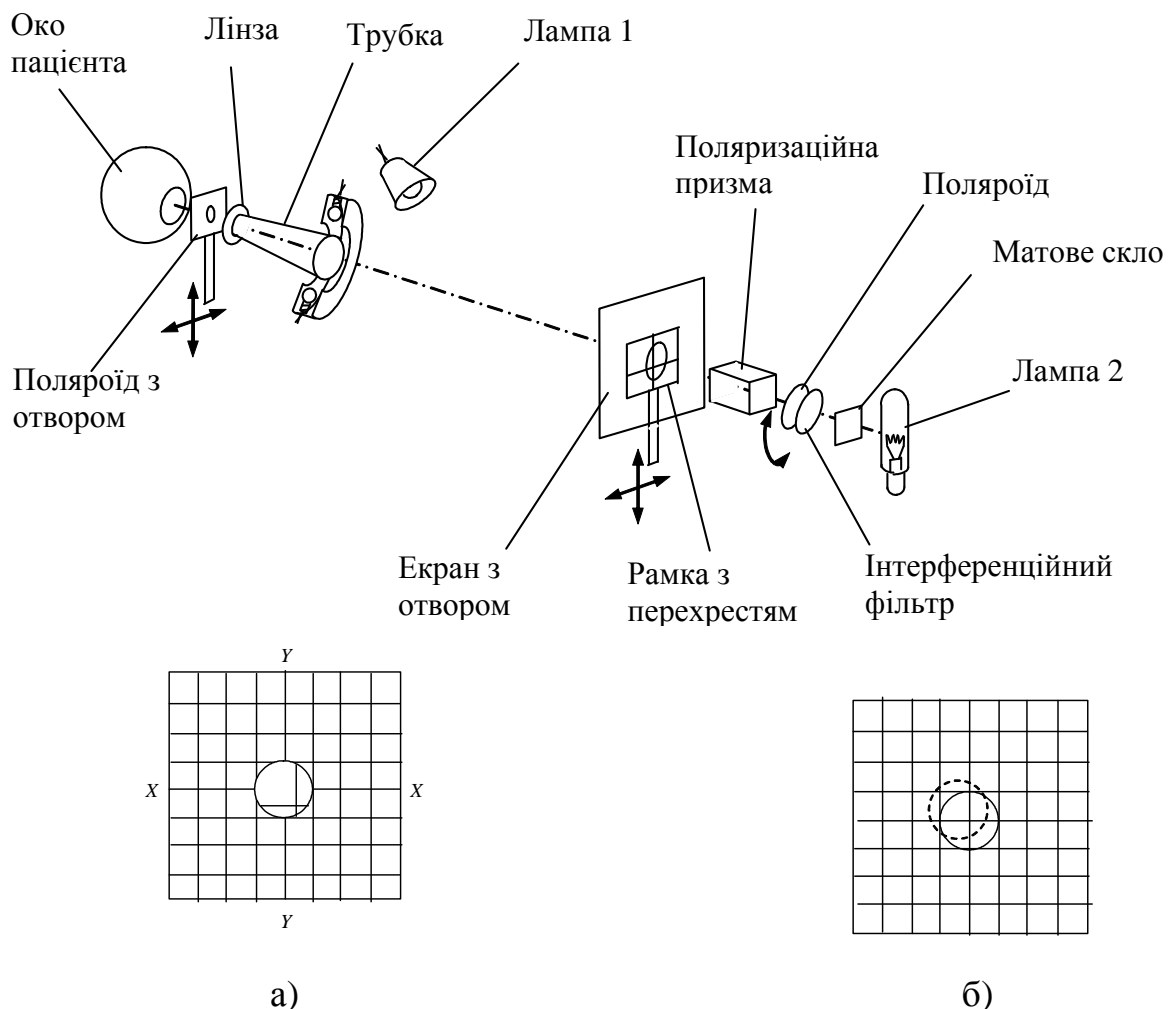


Рис. 8.4. Аберометрична установка М.С. Смирнова

Вражає винахідливість автора у створенні оптичної системи, яка розділяє два світлових потоки на зіниці, один з яких повністю заповнює її отвір і

формує на сітківці ока пацієнта зображення опорної сітки, а другий світловий потік несе в собі зображення центрального рухомого фрагменту тієї ж сітки і потрапляє в око через мікрозону зіниці ока.

Установка по ходу від ока має в своєму складі: поляроїд з отвором  $\varnothing$  0,4 мм, центрувальну трубку, лампу 1, що освітлює екран з отвором  $\varnothing$  10 мм, рамку з перехрестям, яку можна переміщувати у двох напрямках вздовж осей ОХ та ОУ, поляризаційну призму, поляроїд, світлофільтр, матове скло та лампу 2. Поляроїд з отвором може пересуватися перпендикулярно до осі для розміщення отвору  $\varnothing$  0,4 мм проти потрібної точки у площині зіниці ока пацієнта. Екран з отвором на стороні, повернутої до ока, має на собі квадратну сітку. Поляризаційна призма і поляроїд з отвором схрещені, а тому світло від лампи 2, що прямує в око через отвір  $\varnothing$  10 мм, може потрапляти в око тільки через отвір  $\varnothing$  0,4 мм. Поляроїд, який знаходиться поруч з лампою 2, може обертатися навколо оптичної осі, тим самим, у відповідності з законом Малюса, регулювати величину світлового потоку, що надходить в око через отвори  $\varnothing$  0,4 мм та  $\varnothing$  10 мм. Через мікроотвір  $\varnothing$  0,4 мм око бачить перехрестя. Між вказаними отворами встановлена відстань 1 м.

Одночасно око спостерігає екран з квадратною сіткою. Світло лампи 1, розсіяне екраном, не є поляризованим, тому воно надходить у око, заповнюючи весь отвір зіниці, тому що поляроїд пропускає його через себе по всій його площині.

Центрувальна конічна трубка, товщина стінки якої 0,1 мм, встановлюється так, щоб її вісь співпадала з центральною точкою отвору в екрані, а твірна конічної поверхні проходила по межі зіниці ока. Зсередини вона пофарбована чорною фарбою, а ззовні – червоною. Зовнішня поверхня освітлена додатковими лампами, які розміщені навколо трубки. Якщо зіниця ока не центрована відносно осі симетрії трубки, то око бачить з якогось її краю червону зовнішню поверхню. Око тільки тоді центроване відносно осі установки, коли воно не бачить її зовнішньої червоної поверхні.

Вимірювання аберацій здійснюється у такий спосіб. Поворотом поляроїда, що розміщений біля лампи 1, встановлюється зручна яскравість зони перехрестя. Після центрування ока і фіксації голови пацієнта відносно установки мікроотвір  $\varnothing$  0,4 мм встановлюється у потрібну вимірювальну точку у площині зіниці ока. Пацієнт дивиться на опорну сітку і перехрестя. Якщо в зоні зіниці, напроти якої знаходиться мікроотвір, діє аберация оптичної системи



ока, то зображення перехрестя зсувається відносно сітки на екрані, див. рис. 8.4, а. Пацієнт сам переміщує перехрестя доти, поки воно не займе положення, показане на рис. 8.4 б. Значення зсуву перехрестя вздовж координатних осей ОХ та ОУ, поділені на відстань 1 м, дорівнюють проекціям кутової аберації променя відносно вказаних осей (за промінь умовно сприймається світлова трубка, яка утворюється отворами  $\varnothing 0,4$  мм та  $\varnothing 10$  мм).

Проекції кутових аберацій променів, знайдених для серії вимірювальних точок зіниці регулярно розташованих у зоні зіниці (кількість таких точок дорівнює декільком десяткам і навіть сотням), є даними для правої частини рівнянь (4.9), система яких дозволяє за допомогою методу найменших квадратів відтворити амплітуди  $C_n^{\pm m}$  мод функції хвильової аберації.

Така установка вже дозволяла пацієнту суб'єктивно вимірювати хвильову аберацію власного ока. Проте сам М.С. Смирнов скептично ставився до своєї розробки. Ось його слова відносно перспективи застосування лікарями офтальмологами його методу абераметрії:

«Метод, использованный в данной работе для определения волновых аберраций, является довольно трудным, так как измерения могут длиться 1-2 часа, вычисления отнимают 10-12 часов... поэтому не похоже, что настолько детальные измерения когда либо будут использоваться практикующими офтальмологами.»

І все ж абераметричну установку М.С. Смирнова можна вважати прообразом сучасних абераметрів.

Після публікації Смирнова М.С. на початку шістдесятих років минулого століття з'являються публікація Ван ден Брінка [43] та докторська дисертація М.М. Сергієнка (Україна), в яких представлені нові незалежні результати власних досліджень аберації ока.

Оригінальною є установка, розроблена М.М. Сергієнком, рис. 8.5, яку автор назвав астигмометром. Ця установка дозволяє вимірювати локальний розподіл рефракції у зоні зіниці і по відхиленням значень локальної рефракції від загальної середньої рефракції визначати її абераційну складову. Вимірювання здійснюється самим пацієнтом, тобто суб'єктивно. Для цього пацієнт дивиться через екран з двома мікроотворами на екран з однією щілиною. Остання освітлюється лампою і слугує тест-об'єктом.

Один з двох мікроотворів на другому екрані знаходиться на осі обертання, другий – периферійний отвір – на відстані, яка не перевищує радіус зіниці ока, що знаходиться у циклопічному стані. Оптичний клин, встановлений проти

периферійного мікроотвору, дозволяє зробити паралельними два пучки світла, що надходять у око через мікроотвори в екрані, якщо екран віддалений від ока на кінцеву номінальну відстань. Віддаляючи чи наближаючи до ока перший екран можна робити вказані два пучки світла розбіжними чи збіжними. Цим можна регулювати положення вздовж осі точки «ясного зору» (екрану зі щілиною), яку око пацієнта спостерігає через обидва мікроотвори, що потрібно для вимірювань міопічної або гіперметропічної локальної аметропії.

Згідно принципу Шейнера зображення щілини на сітківці у загальному випадку подвоюється, рис. 8.5, а. Наближаючи до ока чи віддаляючи від нього екран зі щілиною пацієнт досягає суміщення обох зображень, як показано на рис. 8.5, б. При знайденому в такий спосіб положенні першого екрану око дивиться у точку «ясного зору», а відстань від ока до екрану зі щілиною визначає локальну рефракцію в тій точці зіниці, напроти якої розташований периферійний мікроотвір. Обертання екрану з двома мікроотворами навколо осі центрального мікроотвору дозволяє встановлювати периферійний мікроотвір напроти потрібних точок зіниці і визначати для кожної з них локальну рефракцію ока.

У своїх експериментах М.М. Сергієнко використовував дві відстані між мікроотворами, а саме 1,5 та 2,5 мм. При цьому сканування зіниці ока здійснювалося по точках, які були розташовані на колах з діаметрами 3 та 5 мм

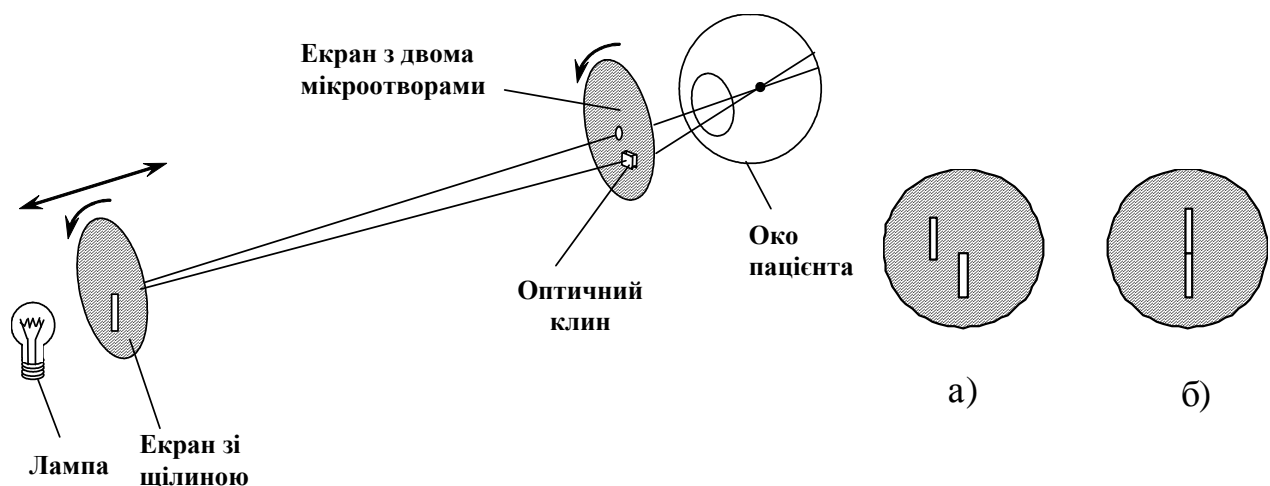


Рис. 8.5 Установка М.М. Сергієнка, [35]: а – зображення двох щілин в полі зору перед початком вимірювань, б – те ж саме в момент вимірювання локальної рефракції променя на зіниці

відповідно. В роботі [35] наведено карти рефракції, з яких видно, що на кожному з вказаних кіл знаходилося 8 точок, а це означає, що локальна рефрактометрія здійснювалася у 16 точках зіниці.

Підсумовуючи опис установки М.М. Сергієнка можна стверджувати, що вона по суті є рефрактометром із просторовою роздільною здатністю на зіниці, який дозволяє виявляти змінну складову рефракції ока, тобто її абераційну складову.

## **8.2. Про розвиток сучасної офтальмологічної аберометричної апаратури**

Наступний сплеск інтересу до аберометрії ока спостерігається у 90-ті роки минулого століття. Причин тому декілька. По-перше, з'являються новітні технології лазерної хірургічної роговкової корекції абераційних вад ока, які потребують точних вихідних даних про абераційний стан ока, що підлягає корекції. По-друге, достатньо високого розвитку набуває мікропроцесорна та комп'ютерна техніка, що дозволяє автоматизувати процес вимірювань аберацій, здійснювати сеанс вимірювань за дуже короткий проміжок часу, реєструвати та обробляти надзвичайно великий масив даних за результатами вимірювань. По-третє, вже існує велика кількість лазерних випромінювачів, яскравість випромінювання яких достатня для отримання після відбиття від сітківки потрібних за величиною фотоелектричних сигналів, а також має місце велика кількість багатоеlementних фотоприймачів з накопиченням фотоелектричних зарядів – ПЗЗ-камер, які є фотоприймачами зображень з надзвичайно високою фоточутливістю. Проте головною причиною були недоліки і недосконалість існуючих на той момент аберометричних методів та інструментарію. Вони дуже повільно вимірювали аберації ока. Сеанс аберометрії здійснювалася на протязі 30 – 60 хвилин і більше, потребувалася дія самого пацієнта, який за цей час стомлювався. До істотних похибок приводило нестабільне положення ока відносно оптичної осі установки через рухи голови пацієнта, який природно не міг забезпечувати повну нерухомість голови на протязі години і більше. На той час актуальною стала проблема розробки аберометричної апаратури, яка б сеанс аберометрії здійснювала за долі секунди, у автоматизованому режимі і без участі пацієнта. Тому останні роки минулого століття відзначилася створенням і налагодженням виробництва офтальмологічних аберометрів, що відповідають вище викладеним вимогам. Кількість відомих моделей цих

приладів зараз вже перевищує півтора десятка, але методів, закладених в основу їх дії, всього декілька, а саме:

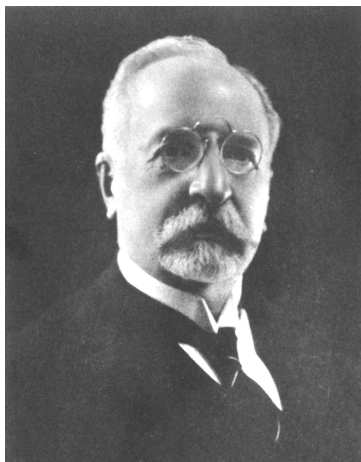
- метод Гармана з використанням датчика Гартмана-Шека,
- метод рейтресинга ока,
- метод Чернінга,
- скіаскопічний метод,
- метод адаптивної компенсації хвильової аберації,
- метод на основі використання ефекту Гальбота,
- метод Фуко.

Детальний розгляд перелічених методів, буде сприяти кращому розумінню принципів дії сучасних офтальмологічних аберометрів, які зараз представлені на світовому ринку офтальмологічної апаратури і широко використовуються у офтальмологічних клініках та офтальмологічних центрах всього світу.

### **8.2.1. Метод аберометрії ока з використанням датчика хвильового фронту Гартмана-Шека**

Перший автоматизований об'єктивний (що функціонує без дій пацієнта) офтальмологічний аберометр був створений в Німеччині у 1992 році, про що свідчить публікація, [44], а теоретичне обґрунтування використаного в ньому методу аберометрії було здійснено у роботі [45].

В цьому аберометрі для вимірювань хвильової аберації оптичної системи ока було використано датчик деформацій хвильового фронту Hartmann-Shack (Гартмана-Шека). Цікавою є історія розробки вказаного датчика.



Johannes Hartman (1856-1936)

Йоханес Гартман, німецький астрофізик, працюючи над вдосконаленням телескопа, призначеного для астрономічної спектроскопії, винайшов у 1900 році метод відтворення хвильової аберації об'єктиву цього телескопа, [46, 47].

Ідея метода полягала в наступному. Перед досліджуваним об'єктивом біля його вхідної зіниці (рис. 8.6) розміщується екран з системою регулярно розташованих отворів. Через ці отвори пропускаються пучки світла від точкового об'єкту (зірки), які фокусуються. Вузькі пучки умовно вважаються променями.

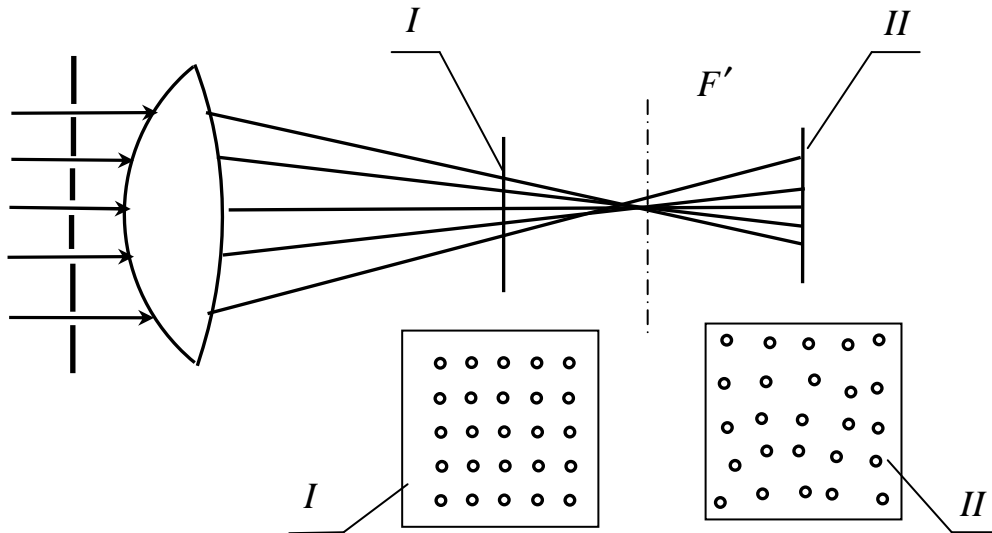


Рис. 8.6. Оптична схема тесту хвильової аберації об'єктиву методом Гартмана (пояснення у тексті)

Якщо об'єктив не має хвильової аберації, то він не порушує гомоцентричності променів і вони збігаються в одній точці, наприклад, у задньому фокусі  $F'$ . При наявності хвильової аберації гомоцентричність променів порушується, як це показано на рис. 8.6. Порушення гомоцентричності виявляється за допомогою фотографування пучків у двох площинах (на рис. 8.6 це площини  $I$  і  $II$ ), які розташовані симетрично відносно точки  $F'$ . Ознакою вказаного порушення є розбіжності між виглядом фотографій у площинах  $I$  і  $II$ , рис. 8.6, а також порушення геометричної подібності між системою розміщення отворів в екрані та системою розміщення світлових плям від променів на фото  $I$  і  $II$ . Абераційні зсуви кожної світлової плями вимірюються у площинах фотографій –  $I$  і  $II$ . За даними про зсуви розраховуються проекції кутової поперечної аберації кожного променя, а потім

за допомогою системи рівнянь (4.9) відтворюються амплітуди  $C_n^{\pm m}$  абераційних мод хвильової аберації об'єктива.

Метод Гартмана використовується і досі при тестуванні штучних оптичних систем. Проте він має один істотний недолік. Для підвищення точності вимірювання хвильової аберації необхідно збільшувати точність вимірювань поперечних аберацій променів. Це досягається зменшенням діаметрів отворів у екрані. Але при цьому зменшуються світлові потоки, що утворюють світлові плями у площинах  $I$  і  $II$ , відповідно зменшується освітленість в плямах, а це сприяє збільшенню випадкової складової похибок вимірювання їх координат. Через блокування перфорованим екраном значної частини світла, що надходить у оптичну систему, яка підлягає тестуванню, істотно зменшується її фізична світлосила. В багатьох випадках це є недопустимим.

Наступне вдосконалення методу Гартмана було пов'язано з необхідністю вирішення наприкінці 60-х років проблеми створення високоефективної системи спостережень за штучними супутниками Землі. У період холодної війни між США та СРСР, коли Радянський Союз розпочав інтенсивний запуск космічних апаратів, серед яких безумовно була велика кількість військових супутників, воєнні відомства США фінансували проект по створенню апаратури надійного виявлення радянських супутників та точного вимірювання параметрів їх орбіт. При цьому виникла проблема розробки супутникових телескопів, захищених від дії атмосферної турбулентності, яка істотно погіршувала якість зображень супутників, і зменшувала ефективність дії систем спостереження.

Астроном Еден Мейнелъ із аризонського університету (США) вперше запропонував спосіб боротьби із атмосферними аберациями. Ідея полягала в тому, щоб за допомогою амплітудного світлоділильника відвести світлові хвилі, які за допомогою об'єктива супутникового телескопу утворюють зображення зоряного неба, і далі направити їх на перфоровану пластину Гартмана та фотоприймачі для реєстрації світлових плям як це показано на рис. 8.6. Реєстрація зображення зоряного неба і картини світлових плям повинна здійснюватися одночасно. Відтворена методом Гартмана функція хвильової аберації, що обумовлена турбулентністю атмосфери, дозволяла математичними методами зробити корекцію зображення зоряного неба, виключаючи із його зображень спотворення, викликані дією атмосферних абераций. При цьому зображення супутників були істотно покращені.

Але в умовах істотного дефіциту світлового потоку, викликаного тим, що супутники відбивають мало світла, ефективність методу Гартмана була проблематичною, тим більш, що основна частина світлового потоку, захопленого об'єктивом телескопу, направлялася на реєстрацію зображення зоряного неба. У зв'язку з цим доктору Роланду Шеку, який працював у Центрі оптичних наук в університеті штату Аризона (США), була поставлена задача вдосконалення методу Гартмана з метою усунення вказаного недоліку.



Roland Shack

Через деякий час Р.Шек запропонував замість екрану з отворами використовувати лінзовий растр, який набагато збільшував світлосилу системи Гартмана і вирішував поставлену задачу. Ідея Р.Шака пояснюється оптичною схемою на рис. 8.7.

Лінзовий растр представляє собою сукупність однакових та регулярно укладених лінз. Кожна лінза формує зображення точкового джерела, на яке зорієнтований об'єктив телескопу. Якщо фронт світлової хвилі не деформований аберациями атмосфери, то із колімаційного об'єктиву виходить плоска хвиля. Кожна ділянка цієї хвилі є перпендикулярною до оптичних осей лінз растру. При цьому зображення точкового джерела, сформовані кожною лінзою растру, знаходяться в їх фокусах, а тому мають ту саму систему розміщення, що і лінзи. Деформований світловий фронт спричиняє різний нахил ділянок світлового фронту над лінзами растру, а тому зображення зсуваються і спотворюють регулярний порядок розташування зображень точки у фокальній площині лінзового растру, рис. 8.8. Зсуви вимірюються і використовуються для відтворення функції хвильової аберації хвильового фронту.

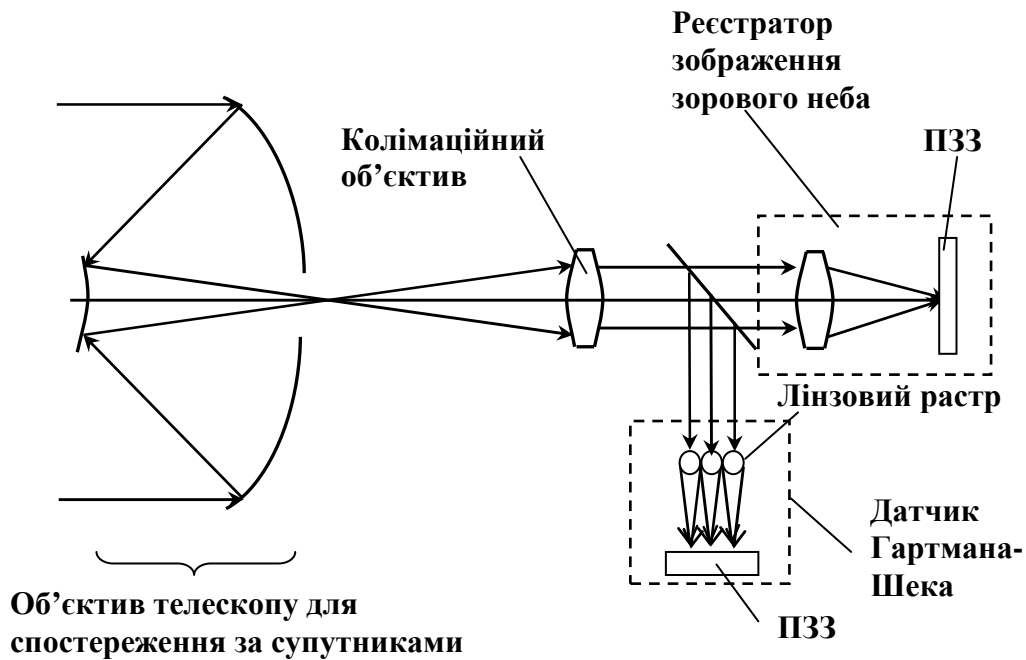


Рис. 8.7. Оптична схема телескопа для спостережень штучних супутників Землі з датчиком Гартмана-Шека

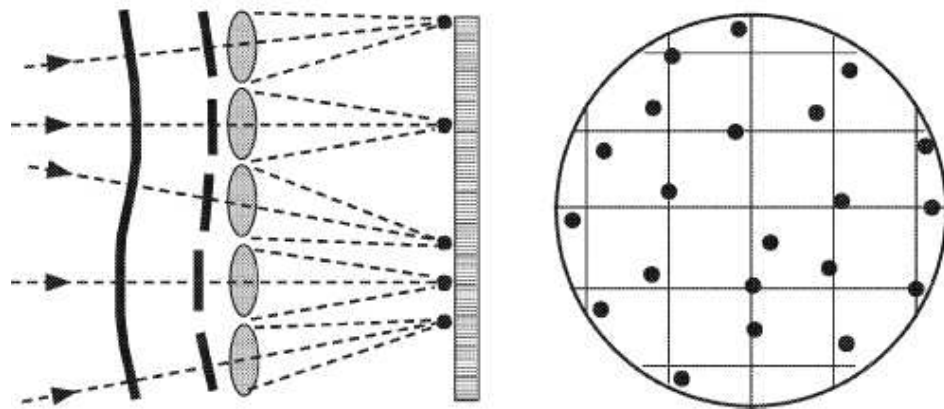


Рис. 8.8. Зсув зображень точок лінзами лінзового растру, що був викликаний деформацією хвильового фронту

Як видно з представленого на рис. 8.7 для виявлення спотворень форми хвильового фронту методом Гартмана вже не потрібно було затуляти вхідну зіницю об'єктиву телескопа екраном з мікроотворами, чим істотно збільшувався світловий потік, що надходить у канал реєстрації зоряного неба та



у канал реєстрацій спотворень хвильового фронту. Модифікований у вказаний спосіб пристрій для реєстрацій спотворень хвильового фронту отримав назву **датчика Гартмана-Шека**.

Задача створення потрібного за параметрами лінзового растру була доручена Бену Платту (аспіранту Центру оптичних наук в аризонському університеті), яку він успішно вирішив, [48]. А тому функціонування датчика Гартмана-Шека стало реальним.

В подальшому датчик Гартмана-Шека знайшов широке застосування у системах тестування лазерів, в об'єктивах з керованими адаптивними оптичними поверхнями, в астрономічній апаратурі, в офтальмологічній апаратурі для спостережень дна ока, в аберометрах та установках для хірургічної лазерної корекції форми рогівки і лазерного лікування відшарування сітківки.

В середині 1980-х років д-р Йозеф Білле за допомогою датчика Гартмана-Шека почав вимірювати геометричний профіль рогівки. У 1990 році на фізичному факультеті Гейдельбергського університету у Німеччині він першим застосував датчик Гартмана-Шека для вимірювання аберації ока. Ідея очної аберометрії базувалася на методі Гартмана. Її суть пояснюється за допомогою рис. 8.9. Якщо на сітківці ока утворити світлову мікропляму, наприклад за допомогою лазера, то у зворотному напрямку із ока вийде світлова хвиля (хвилі) фронт якої буде спотвореним абераціями оптичної системи цього ока.

У тому випадку, коли аберації відсутні, через першу від ока пластину з мікроотворами будуть виходити світлові пучки (промені) паралельні один до одного. Тому на другій пластині утворяться світлові плями, розташування яких буде точно повторювати розташування отворів на першій пластині, рис.8.9, а.

Якщо око короткозоре, то промені на другій пластині будуть збігатися, рис. 8.9, б. При наявності далекозорості промені на другій пластині навпаки будуть розбіжними, рис. 8.9, в.

Виміряні лінійні розбіжності між положеннями отворів та відповідних ним світлових плям дозволяють розрахувати значення кутових поперечних аберацій кожного променя, а за даними про них і за допомогою рівнянь (4.9) відтворити функцію хвильової аберації. Проте така схема аберометрії ока має ті самі недоліки методу Гартмана – дефіцит світлового потоку, що формує світлові плями. Дійсно, в око можна направляти лише такий світловий потік,

який є безпечним для сітківки, а він є дуже обмеженим. Якщо потік, що виходить з ока, блокувати непрозорими зонами пластини Гартмана, то це

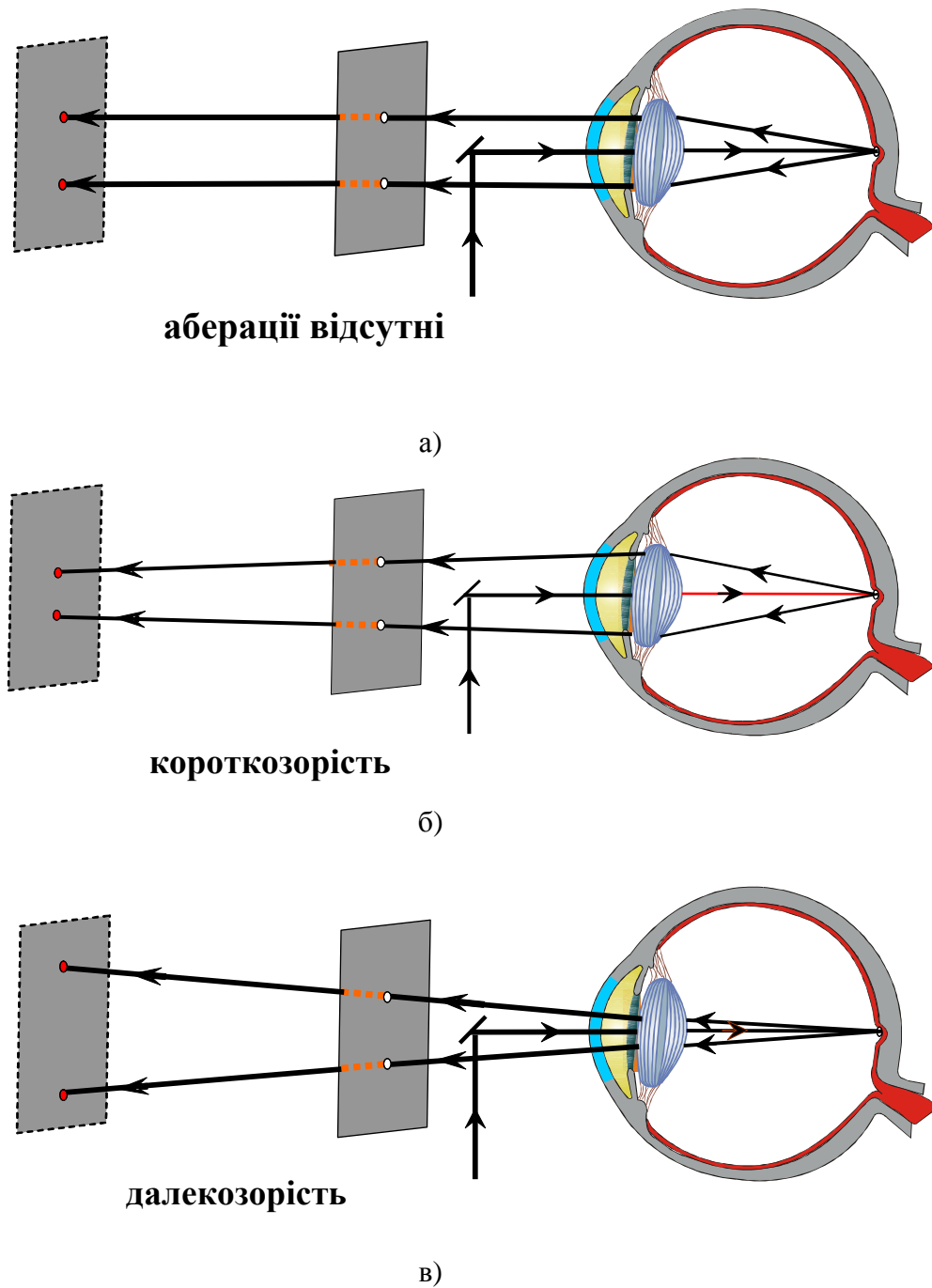


Рис. 8.9. Метод Гартмана в аберометрії ока

призводить до значних втрат цього потоку, що є дуже нераціональним. Усунути такий недолік можна використовувачи датчик Гартмана-Шека. На рис. 8.10 показана спрощена функціональна схема офтальмологічного аберометра з

таким датчиком. Система Бадаля в цій схемі оптично спрягає зіницю ока та лінзовий растр. Вона є телескопічною і добре абераційно коригованою системою, тому відтворює у площині растру ту саму форму хвильового фронту, який він має на виході з ока.

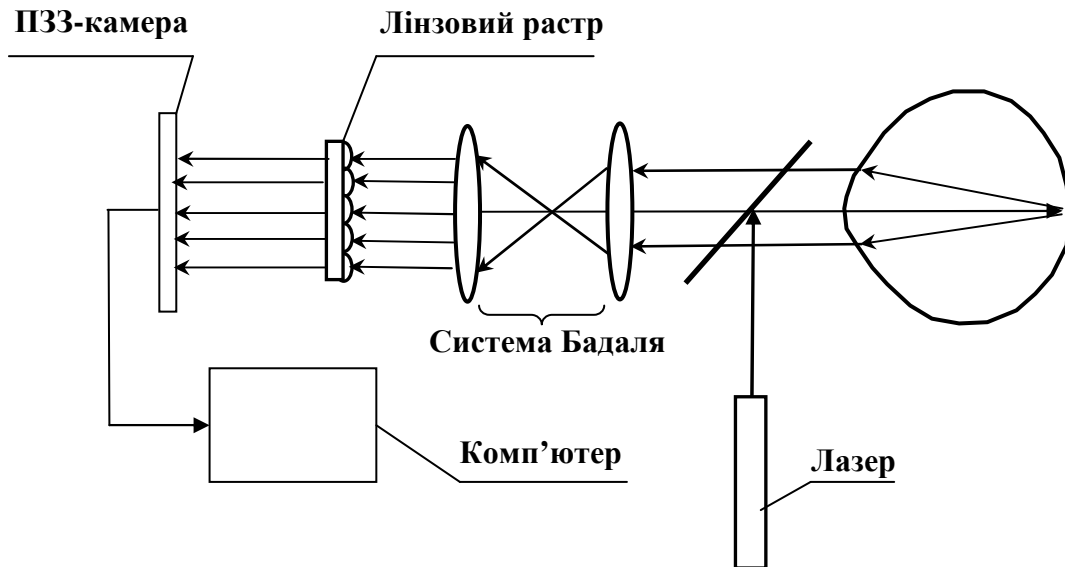
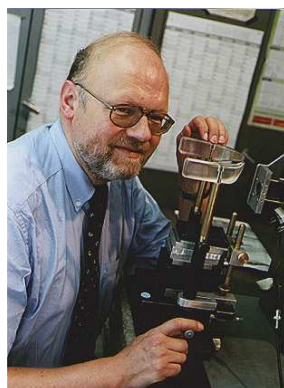
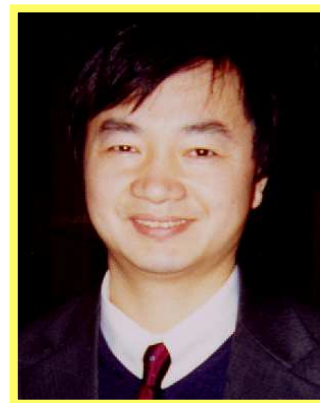


Рис. 8.10. Спрощена функціональна схема аберометра з датчиком Гартмана-Шека

За таким принципом дії функціонував перший автоматизований офтальмологічний аберометр, створений у 1994 році у Німеччині групою науковців на чолі з Дж.Ліангом, що був аспірантом Дж.Біллі, [45].



Josef Bille



Junzhong Lian

Вимірювання хвильових аберацій ока людини з використанням датчика Гармана-Шека почалися у 1994 році при підтримці Європейської південної обсерваторії, м.Гейдельберг.

У США вперше при вимірюваннях аберацій ока був використаний датчик Гартмана-Шека науковою групою Девіда Уільямса із університету м.Рочестер. Йому вдалося покращити зображення сітківки ока, використовуючи фундус-камеру з адаптивним дзеркалом, форма якого регулювалася за допомогою даних абераметра з датчиком Гартмана-Шека. [49]

Офтальмологічний абераметр з датчиком Гартмана-Шека добре задовольняв вимогам, які висувалися до вимірювача аберацій в складі апаратури для лазерної корекції рогівки. Характерні для вказаного абераметра дані про спотворення фронту хвилі, що в зворотному напрямку виходить з ока, забезпечують найбільш точну корекцію форми зовнішньої поверхні рогівки. Це надихнуло багатьох виробників офтальмологічної апаратури на створення серійних зразків абераметрів з датчиком Гартмана-Шека. Проте офтальмологічний абераметр з датчиком Гартмана-Шека, при всій своїх позитивних властивостях, раціональності, швидкодії, високій продуктивності і навіть схемотехнічній елегантності, все ж має ряд суттєвих недоліків. Вони полягають у наступному:

1) підвищення просторової роздільної здатності абераметра у площині зіниці потребує збільшення кількості лінз растру, які повинні уміщуватися в зоні отвору зіниці ока, а для цього потрібно зменшувати діаметр цих лінз і, відповідно, їх світлосилу;

2) збільшення кількості лінз растру зменшує розміри зони у світлочутливій площині ПЗЗ-камери, відведені для кожної окремої лінзи, тим самим зменшується діапазон величин вимірюваних аберацій;

3) підвищення чутливості датчика Гартмана-Шека до зсувів світлових плям у світлочутливій площині ПЗЗ-камери потребує збільшення фокусної відстані лінз растру, а це зменшує величину їх світлосили і, відповідно, освітленість зображень світлових плям у світлочутливій площині, що призводить до зменшення відношення сигнал-шум і збільшення випадкових похибок визначення координат світлових плям, кутових поперечних аберацій променів та відтворення функції хвильової аберації;

4) лінзовий растр має монолітну конструкцію, яка не дозволяє утворювати в зоні зіниці змінну систему вимірювальних точок, потрібну, наприклад, у випадках досліджень дії кератоконусу на рогівці;

5) перемішування світлових плям від сусідніх лінз растру, або «зліпання» плям не дозволяє правильно ідентифікувати їх приналежність відповідним лінзам, а це, в кінцевому результаті, призводить до суттєвих похибок відтворення функції хвильової аберації.

Наведене свідчить про те, що у датчика Гартмана-Шека такі параметри як робочий діапазон та чутливість або точність датчика знаходяться у протиріччі. Неможна одночасно збільшувати робочий діапазон і підвищувати точність вимірювань. Це є платня за переваги, які має вказаний датчик і це стимулювало до пошуку інших методів вимірювання хвильової аберації ока.

### **8.2.2. Аберометрія ока методом рейтресинга**

Наступним помітним кроком в створенні альтернативних методів офтальмологічної аберометрії став розвиток методу рейтресинга. Метод рейтресинга (однопроменевого трасування оптичної системи ока) був розроблений та випробуваний у 1996-1997 роках в Україні та Іспанії незалежними і непов'язаними між собою науковими групами, [50, 51]. У 1996 році в м.Києві Український науково-технологічний центр одержав грант на розробку приладу для вимірювань аберацій ока. Тематика гранту підтримувалася відомим грецьким офтальмологом, професором Янісом Палікарісом, медичне консультування в Україні здійснював професор, доктор медичних наук Сергієнко М.М., фінансування здійснювалося із-за кордону. Ініціатором тематики і керівником проекту №418 під вказаний грант був доктор технічних наук Молебний В.В., на той час заступник директора Науково-дослідницького інституту «Квант» у м.Києві. Він створив три підгрупи з науковців Київського національного університету України ім. Тараса Шевченка та з Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Одна підгрупа під Керівництвом доцента, кандидата фізико-математичних наук Смирнова Є.М. розробляла оригінальний метод аберометрії, заснований на вимірюваннях різниці фаз двох когерентних хвиль, які у вигляді тонких пучків світла, розташованих на відстані декількох мікрометрів один від одного, сканували оптичну систему ока з відтворенням фазового профілю відбитої від сітківки хвилі на виході з ока. Друга підгрупа під керівництвом доцента, кандидата фізико-математичних наук Курашова В.Н. працювала над варіантом аберометра типу Гартмана-Шека. Обидві підгрупи працювали на радіофізичному факультеті Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Третя підгрупа складалася з науковців

кафедри оптичних та оптико-електронних приладів приладобудівного факультету НТУУ «КПІ», керівником якої був доцент, кандидат технічних наук Чиж І.Г.

У 1998 році результати розробки нових aberометрів вперше були продемонстровані Я. Палікарісу в лабораторії університета на острові Крит. Експериментальний зразок aberометра, що функціонував за методом рейтресинга, який розробили Чиж І.Г. та його аспірант Сокурєнко В.М., не тільки підтвердив саму можливість здійснювати aberометрію ока методом променевого трасування його оптичної системи, але і продемонстрував достатньо високі потенційні можливості методу. Основні результати цієї розробки були опубліковані у [50–53], а устрій aberометра вперше запатентовано в Україні, а потім у США [54, 55].

На рис. 8.11, 8.12 показано зовнішній вигляд першого експериментального зразка aberометра. На рис. 8.13 показана спрощена функціональна схема рейтресингового aberометра. До складу aberометра входить лазер, двохкоординатний акусто-оптичний дефлектор, колімаційний об'єктив, об'єктив фотоприймального пристрою та фотоелектричний вимірювач координат світлової плями на сітківці. Канал рейтресингу утворюється лазером, дефлектором та колімаційним об'єктивом.



Рис. 8.11. Зовнішній вигляд першого експериментального зразка aberометру рейтресингового типу



Рис. 8.12. Розробники першого експериментального зразка aberометру рейтресингового типу, 1997 р. , Чиж І.Г– справа, Сокурєнко В.М. – зліва

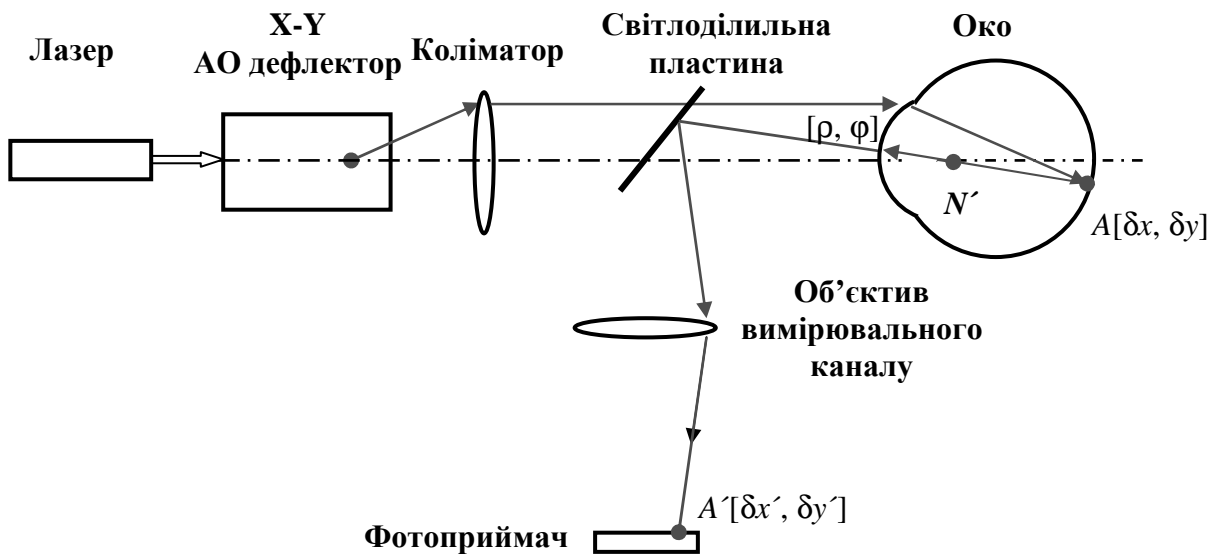


Рис. 8.13. Спрощена функціональна схема aberометру рейтресингового типу

Карти хвильової аберації ока, отримані на вищевказаному aberометрі, представлені на рис. 8.14.

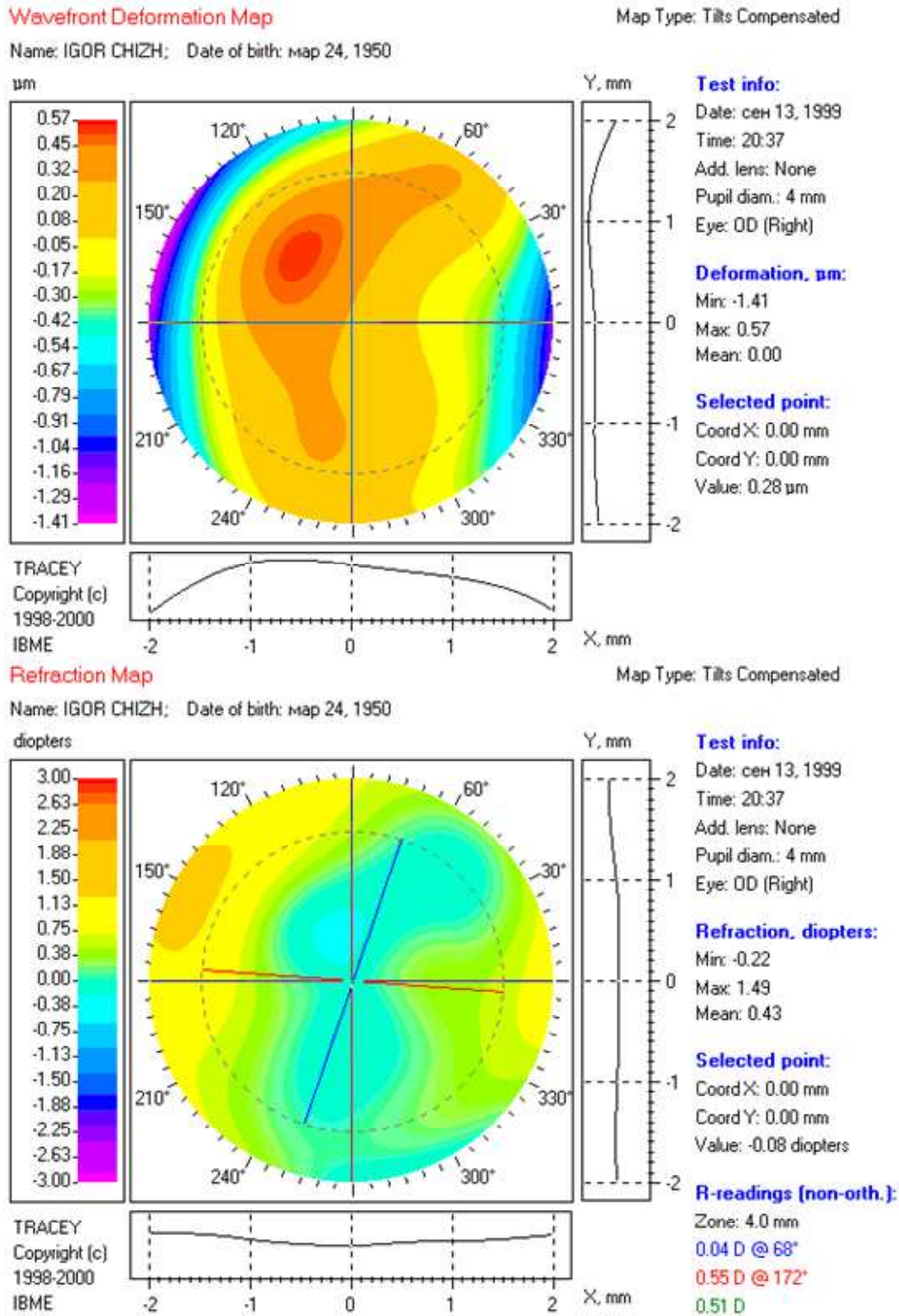


Рис. 8.14. Карта хвильової аберації (зверху) та карта рефракції ока (знизу), отримані за допомогою рейтресингового аберометра, показаного на рис. 8.12



Перед проведенням аберометрії системи аберометра точно позиціонується відносно ока пацієнта, що акомодоване на подальшу точку ясного зору, яка розміщена на оптичній осі приладу (система центрування приладу відносно ока та примусової фіксації погляду і акомодатії ока на рис. 8.14 не показані).

За допомогою комп'ютерного керування промінь лазера на виході акустооптичного дефлектора займає потрібне кутове положення. Точка на осі, відносно якої промінь змінює своє кутове положення, співпадає з переднім фокусом колімаційного об'єктиву, тому з об'єктиву промінь виходить паралельно оптичній осі і проходить крізь зіницю ока через вимірювальну точку з координатами  $[\rho, \varphi]$ .

Вузкий пучок променів, що проходить через оптичну систему ока, перетинає сітківку в точці  $A$ . Якщо око має абератії, то точка  $A$  переміщується на сітківці відносно оптичної осі, суміщеною з візуальною віссю ока, на відрізок з координатами  $[\delta x, \delta y]$ . Ці координати є поперечними абератіями променя на сітківці.

Після відбиття променя від сітківки він за допомогою об'єктива вимірювального каналу фокусується на світлочутливій поверхні фотоприймача ПЗЗ-камери. Ця поверхня є оптично спряженою з поверхнею сітківки. На рис. 8.14 для більшої наочності показано хід відбитого від сітківки променя, який у зворотному напрямку прямує через вузлову точку  $N'$ , при виході з ока такий промінь не змінює напрямку розповсюдження. Нахил цього променя до оптичної осі визначає нахил усього пучка на виході із зіниці.

В системі аберометра світловий потік, що приймається фотоприймачем, виходить з ока через малу центральну зону зіниці, тим самим забезпечуючи рівні умови проходження світла у зворотному напрямку від сітківки та прийому відбитого на сітківці світлового потоку фотоприймачем незалежно від положення променя на зіниці у прямому ході. Зроблено це з метою усунення абератійного впливу оптичної системи ока на похибки вимірювання координат світлової плями на сітківці при другому зворотному ході променя.

Зображення точки  $A$  на фотоприймачі (точка  $A'$ ) має координати  $[\delta x', \delta y']$ , які вимірюються фотоелектричним вимірювачем координат світлової точки.

Акусто-оптичний дефлектор разом з колімаційним об'єктивом послідовно виставляє промінь у вимірювальні точки зіниці ока, які регулярно заповнюють

отвір зіниці. При кожному новому положенні променя здійснюється вимірювання координат  $[\delta x', \delta y']$ , які зберігаються в пам'яті комп'ютера.

Дані про координати  $[\delta x', \delta y']$ , отримані для кожної вимірювальної точки зіниці з координатами  $[\rho, \varphi]$ , використовуються для відтворення функції хвильової аберації за допомогою рівнянь (4.9). При проведенні аберометрії ока та відтворенні амплітуд абераційних мод до шостого степеневого порядку включно мінімальна кількість вимірювальних точок на зіниці дорівнювала 64.

Хоча за методом рейтресинга вимірювання поперечних аберацій здійснюється неодноразово, як при методі Гартмана-Шека, а послідовно після кожного встановлення променя у чергову вимірювальну точку зіниці, тим не менш цей метод має свої суттєві переваги:

1) система вимірювальних точок на зіниці ока є гнучкою, рис. 8.15, тобто що регулюється комп'ютерною програмою, яка керує драйвером акусто-оптичного дефлектора, а тому може змінюватися до любого вигляду за бажанням користувача аберометра, концентруючи вимірювальні точки у проблемних зонах зіниці;

2) використання лише одного променя трасування ока і однієї світлової плями при вимірюваннях аберацій, не створює проблеми належності світлової плями на сітківці до конкретної субапертури, тому що вона автоматично прив'язана лише до конкретної вимірювальної точки на зіниці;

3) через використання при рейтресинговій аберометрії ока лише одного променя діапазон аберацій, що вимірюються, не обмежується окремою зоною світлочутливих елементів фотоприймача, як це має місце в датчику Гартмана-Шека, а тому діапазон аберацій може бути набагато ширше;

4) апертура приймального каналу рейтресингового аберометру не обмежується так, як вона обмежується у датчику Гартмана-Шека діаметром окремої лінзи растру, а тому світлосила такого каналу може бути набагато більшою ніж у вказаному датчику, чим забезпечується більші значення відношення сигнал/шум і створюються умови для більшої точності вимірювань поперечних аберацій променів на сітківці;

5) рейтресинговий аберометр відтворює характеристики якості зображення на сітківці у прямому ході променів – від рогівки до сітківки, а не у зворотному, як у аберометрі з датчиком Гартмана-Шека, а тому дані отримані рейтресинговим аберометром є більш достовірними щодо об'єктивної оцінки природного впливу оптичної системи ока на якість функціонування зорового апарату людини;

б) використання швидкодіючих акусто-оптичних дефлекторів дозволяє здійснювати сеанс aberометрії ока за десяти і навіть соті долі секунди, тобто за такий час, за який датчик Гартмана-Шека здійснює один знімок, а тому за швидкодією рейтресинговий aberометр може конкурувати з aberометром із датчиком Гартмана-Шека.

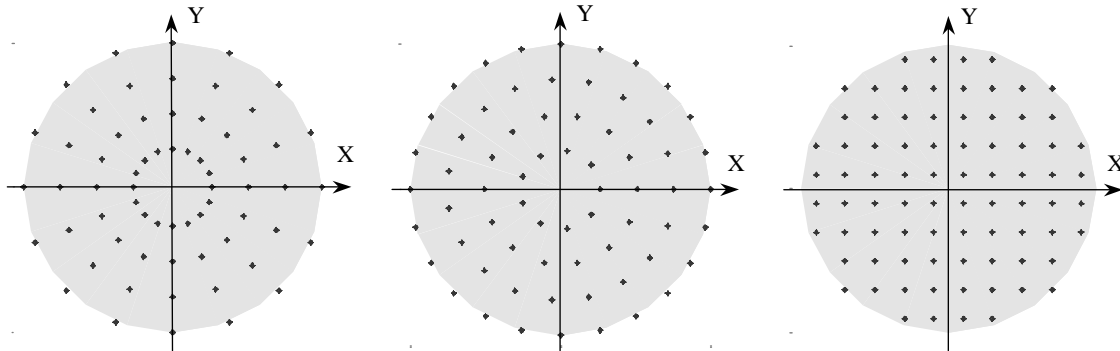


Рис. 8.15. Приклади систем вимірювальних точок у площині зіниці ока

Завдяки високій швидкості функціонування акусто-оптичного дефлектора перший експериментальний рейтресинговий aberометр створений у 1997-98 рр. і показаний на рис. 8.12, всього за 15 мілісекунд здійснював сеанс aberометрії у 64 точках зіниці ока по п'ять замірів із збереженням у пам'яті комп'ютера всіх даних замірів координат кожного положення світлової плями на сітківці. Велика заслуга в досягненні такої швидкості належить колективу розробників акусто-оптичного дефлектора із радіофізичного факультету Київського національного університету ім.Тараса Шевченка, зокрема, доценту Смирнову Є.М.

Треба відзначити, що іспанська aberометрична установка рейтресингового типу залишилася експериментальним зразком. Проте виробництво aberометра, створеного у Києві, було організовано і здійснено фірмою Tracey Technologies у м. Хьюстоні штату Техас США. Результати клінічного застосування цього aberометру відображені у публікації [124].

### 8.2.3. Aberометрія ока за методом Чернінга

Метод, ощо базується на використанні ідеї aberоскопа Чернінга, був реалізований Говардом Хоулендом, [56].

Для об'єктивної реєстрації тестової картини, утвореної на сітківці ока aberометром, Г.Хоуленд запропонував фотографувати її за допомогою фундус-камери.



Howard Howland

Ще один варіант реалізації методу Чернінга був розроблений авторами [40]. У цьому варіанті ґратка Чернінга замінюється пластиною з регулярною системою отворів – точковим растром. Після пластини колімований пучок розділяється на тонкі пучки світла (промені), які на сітківці ока утворюють систему світлових плям. Викривлене аберациями ока розташування світлових плям на сітківці реєструється за допомогою фундус-камери. По відхиленням кожної плями від її номінального положення визначаються фокальні поперечні зсуви кожного променя. Ця версія методу Чернінга використовується в аберометрі Wavelight AllegroAnalyzer фірми Wavefront Technology.

На рис. 8.16 представлено один з сучасних варіантів аберометру Чернінга, що реалізується в приладі ORK aberrometer. До його складу входить лазерний діод з коліматором, який утворює пучок паралельних променів, екран з отворами у вигляді точкового растру, об'єктив для формування на сітківці системи світлових мікроплям від кожного з отворів точкового растру. В каналі реєстрації використовується телевізійна камера з підвищеною світлочутливістю, що дозволяє фіксувати розподіл освітленості на сітківці. Друга телевізійна камера використовується для спостереження зображення рогівки і зіниці ока при позиціонуванні та центруванні приладу відносно ока перед початком сеансу аберометрії та під час його проведення.

Якщо оптична система ока немає аберацій, то система світлових мікроплям на сітківці є геометрично подібною до системи отворів на точковому растрі. Аберациями ока спотворюють вказану геометричну подібність. Порівнюючи спотворене зображення системи мікроплям на сітківці з системою точкового растру виявляють поперечні зсуви кожної світлової мікроплями. Дані про них використовують для розрахунку хвильової аберациями в кожній мікрозоні зіниці та для відтворення функцій хвильової аберациями в зіничних координатах.

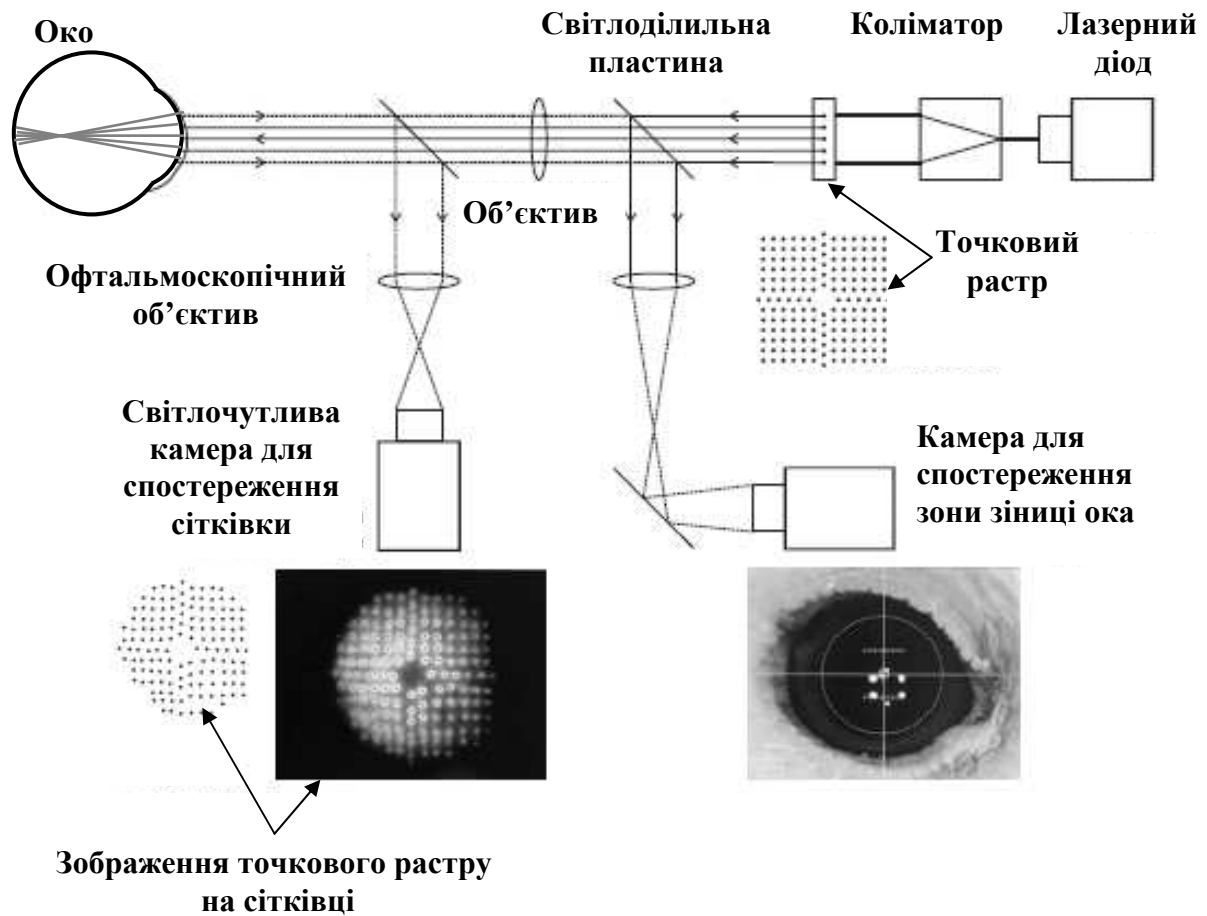


Рис. 8.16. До пояснення принципу дії аберометра ORK aberrometer фірми Schwind Eye Tech Solutions

Істотним недоліком об'єктивної аберометрії методом Чернінга є те, що розміщення світлових плям у вторинному їх зображенні у площині телевізійної камери спостереження сітківки може бути спотвореним і не подібним до їх розташування на сітківці через вплив аберацій ока при другому, зворотному проходженні світла від сітківки до рогівки ока. До того ж на мікроотворах точкового растру виникає дифракція Фраунгофера, яка може істотно розмивати на сітківці світлові плями, зменшуючи їх освітленість.

#### 8.2.4 Аберометрія ока методом автоматичної скіаскопії

Скіаскопічна аберометрія ока є автоматизованою версією ручного ретиноскопа, який використовується в щоденній практиці офтальмологів, [56, 57].

На рис. 8.17 на прикладі аберометра фірми Nidek пояснюється принцип дії скіаскопічного аберометра.

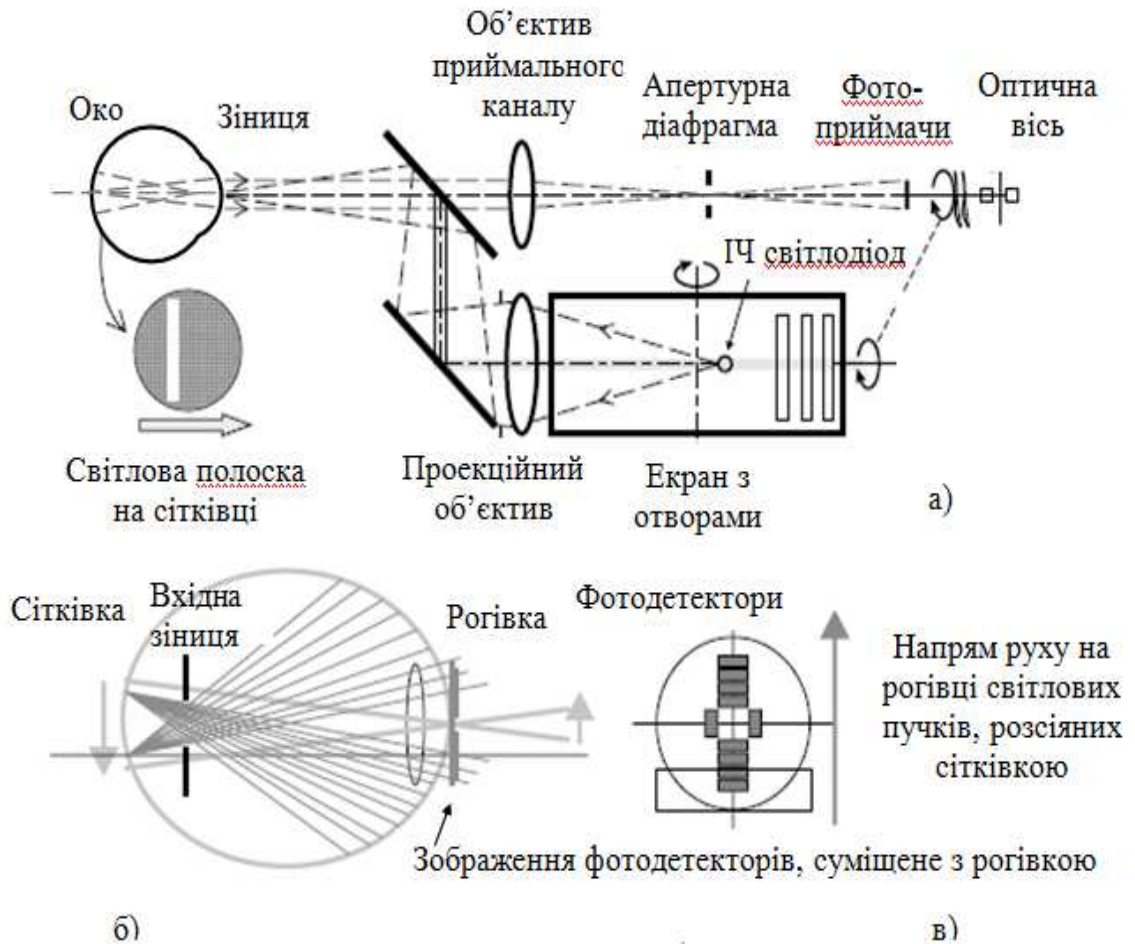


Рис. 8.17. До пояснення принципу дії скіаскопічного аберометру: а – схема скіаскопічного аберометру; б – до пояснення руху світлової зони в площині рогівки, обумовленого аберациями ока; в – розміщення елементів фотоприймача

Аберометр містить два канали: освітлювальний та приймальний, рис.8.17, а. До складу освітлювального каналу входить інфрачервоний випромінювач, екран з отворами, проекційний об'єктив, два перископічно розташованих дзеркала, де нижнє дзеркало «глухе», а верхнє – напівпрозоре. Останнє виконує роль світлоділильника. Отвори екрана у вигляді щілин почергово зображується в зоні сітківки ока пацієнта. Кожний отвір забезпечує наявність світлової смужки. Обертання екрана навколо осі перпендикулярної до оптичної осі призводить до переміщення отворів і відповідного переміщення світлової смужки по поверхні сітківки.

Приймальний канал складається з об'єктиву, апертурної діафрагми та фотоприймача. Фотоприймач має 8 фоточутливих елементів, що розташовані вздовж осі, яка паралельна вектору переміщення світлової смужки на сітківці, а також має ще 2 елементи вздовж осі, що розміщені перпендикулярно до осі 8 елементів. Апертурна діафрагма фотоприймального каналу оптично спрягається із зоною сітківки оптичною системою ока, а площа світлочутливої поверхні елементів фотоприймача об'єктивом цього ж каналу оптично спрягається із зоною рогівки. Якщо око пацієнта еметропічне, то зображення апертурної діафрагми розташовується безпосередньо на поверхні сітківки. А це означає, що вхідна зіниця, яка є зображенням апертурної діафрагми приймального каналу, співпадає із сітківкою.

У міопічного (короткозорого) ока вхідна зіниця приймального каналу розташовується в просторі між сітківкою та кришталиком, як показано на рис.8.17, б. У випадку гіперметропічного (далекозорого) ока вхідна зіниця уявно знаходиться за сітківкою. Відстань між сітківкою та вхідною зіницею пропорційна величині абераційної рефракції ока.

При переміщеннях екрану з отворами світлова смужка на сітківці рухається вздовж поверхні сітківки. Розсіяне і відбите від сітківки світло прямує у сторону рогівки і утворює на рогівці освітлену зону, яка теж переміщується. Але напрямком переміщення світлової зони на рогівці та швидкість її переміщення залежить від абераційних вад ока.

При міопічному (короткозорому) оці, (див. рис. 8.17, б), розсіяне на сітківці світло повертається у зворотному напрямку і проходить через вхідну зіницю приймального каналу, яка у такого ока знаходиться між сітківкою і рогівкою. При цьому у відбитих від сітківки променях освітлена зона рогівки рухається у протилежному напрямку по відношенню до переміщення світлової смужки на сітківці. Швидкість переміщення освітленої зони рогівки є тим більшою, чим далі від сітківки знаходиться вхідна зіниця приймального каналу, тобто чим більшою є абераційна складова рефракції ока. Напрямок, а також швидкість переміщення освітленої зони рогівки, фіксується за допомогою восьми елементів фотоприймача, що оптично спрягаються із рогівкою.

Якщо око гіперметропічне (далекозоре) то, завдяки розміщенню вхідної зіниці приймального каналу у такому оці за сітківкою, відбите і розсіяне на сітківці світло, що повертається до рогівки, буде сприйматися вісьма елементами фотоприймача як таке, що переміщується по рогівці у напрямку, що співпадає з напрямком руху світлової смужки на сітківці.

Коли око еметропічне, то опромінена зворотним світлом зона рогівки фотоприймачем сприймається як нерухома.

Для виявлення інших аберацій, наприклад астигматизму, таке сканування зіниці потрібно здійснювати у різних меридіональних напрямках. Для цього екран з отворами повертається навколо оптичної осі на фіксований кут. Щоб вісь 8-ми елементів фотоприймача співпадала з віссю системи отворів освітлювального каналу, його теж повертають на той самий кут навколо оптичної осі.

Аберометричні вимірювання здійснюються за допомогою точного вимірювання часового положення імпульсів, що утворюються всіма 10-ма елементами фотоприймача. Дані про часове положення сигналів від кожного елемента, накопичені при скануванні ока в декількох меридіональних площинах (в аберометрі OPD-scan використовується 360 таких площин) дає змогу математичними методами відтворити карту абераційної складової рефракції ока, а також функцію хвильової аберації в координатах його зіниці. За інформацією фірми-виробника аберометра хвильова аберация цим приладом відтворюється до 6-го степеневого порядку поліномів Церніке включно.

На цей час найбільш відомі прилади, що базуються на використанні методу скіаскопії – це OPD-Scan фірми NIDEK (Японія) та 3-D Wave Wavefront Aberrometer (США).

#### **8.2.5. Аберометрія ока з використанням методу адаптивної компенсації хвильової аберації**

Головна ідея методу полягає у використанні оптичного елемента, наприклад, дзеркала, яке здатне за допомогою керуючого пристрою змінювати свою форму. Якщо на таке дзеркало спрямувати деформований світловий фронт, а потім його викривити так, щоб воно повторювало форму деформацій хвильового фронту, але з протилежним знаком, то після такого дзеркала світлова хвиля буде мати «правильну» форму площини чи ідеальної сфери. Пристрій, що керує викривленням форми дзеркала, надає інформацію про параметри цього викривлення, які по своїй суті є параметрами деформації хвильового фронту. В такій системі обов'язковим елементом є датчик деформації хвильового фронту. Саме він надає попередню інформацію про деформацію світлової хвилі, яка потім використовується для керування формою адаптивного дзеркала. Цей датчик також свідчить про досягнення тієї форми дзеркала, при якому світловий фронт втрачає абераційну деформацію. Такий



метод вимірювань визначається як компенсаційний, або «нульовий», тому що процедура адаптації форми дзеркала до форми світлової хвилі завершується при досягненні нульової деформації фронту світлової хвилі. Тому цей метод отримав назву методу адаптивної компенсації.

В якості датчика деформації фронту світлової хвилі в офтальмологічному аберометрі був використаний датчик Гартмана-Шека. Потрібно відзначити, що метод адаптивної оптики був вперше запропонований в 1953 році Х. Бейкоком [58] для наземних телескопів при корекції динамічної деформації хвильового фронту, обумовленої турбулентністю атмосфери. Пізніше цей метод був успішно використаний в різних застосуваннях в астрономії [59–61]. В 1989 році А. Дрехер та інші [62] використали дзеркало, форму якого можна змінювати, для досліджень ока людини. Їм вдалося виправити астигматизм ока за даними, отриманими традиційним способом. Недавні розробка та розвиток датчика хвильового фронту Гартмана-Шека в застосуванні для офтальмології дозволили більш точно вимірювати аберації ока [38, 63].

В 1997 році Дж. Ліанг, Д. Уільямс та Д. Міллер об'єднали датчик хвильового фронту Гартмана-Шека з дзеркалом, яке може деформуватися, щоб виправити аберації ока та застосувати свій прилад для вивчення характеристик зору та ретинальних зображень [49]. Функціональна схема їх приладу показана на рис. 8.18. Як видно з рис. 8.18, прилад містить декілька підсистем: освітлювальну підсистему, підсистему адаптивної оптики, а також підсистему для вивчення контрастної чутливості ока та ретинального зображення. Зазначимо, що остання підсистема є допоміжною і слугує для розширення можливостей приладу. Очевидно, найбільш важливою в приладі є підсистема адаптивної оптики. Головними елементами в ній виступають дзеркало, форма якого деформується з метою корекції хвильової аберації ока та датчик хвильового фронту Гартмана-Шека.

Дзеркало представляє собою пластинку з рядом штирів штовкачів, розміщених під пластиною в певному порядку. У дзеркала фірми Xenetics, Inc. [49], наприклад, кількість штирів дорівнює 37, а переміщення окремого сегмента цього дзеркала складає  $\pm 2$  мкм, що дозволяє компенсувати зсув хвильового фронту у 8 мкм. При цьому загальний діапазон переміщень штирів розбитий на 4096 кроків (використовується 12-бітний пристрій переміщення штирями). Зараз широко розповсюджені біморфні дзеркала. Таке дзеркало виготовляється із п'єзоелектричного матеріалу у вигляді тонкої пластини, на

якій у певному порядку розміщені електроди. Пластина приєднується до підкладки, на передній поверхні якої сформована оптична поверхня – дзеркало.

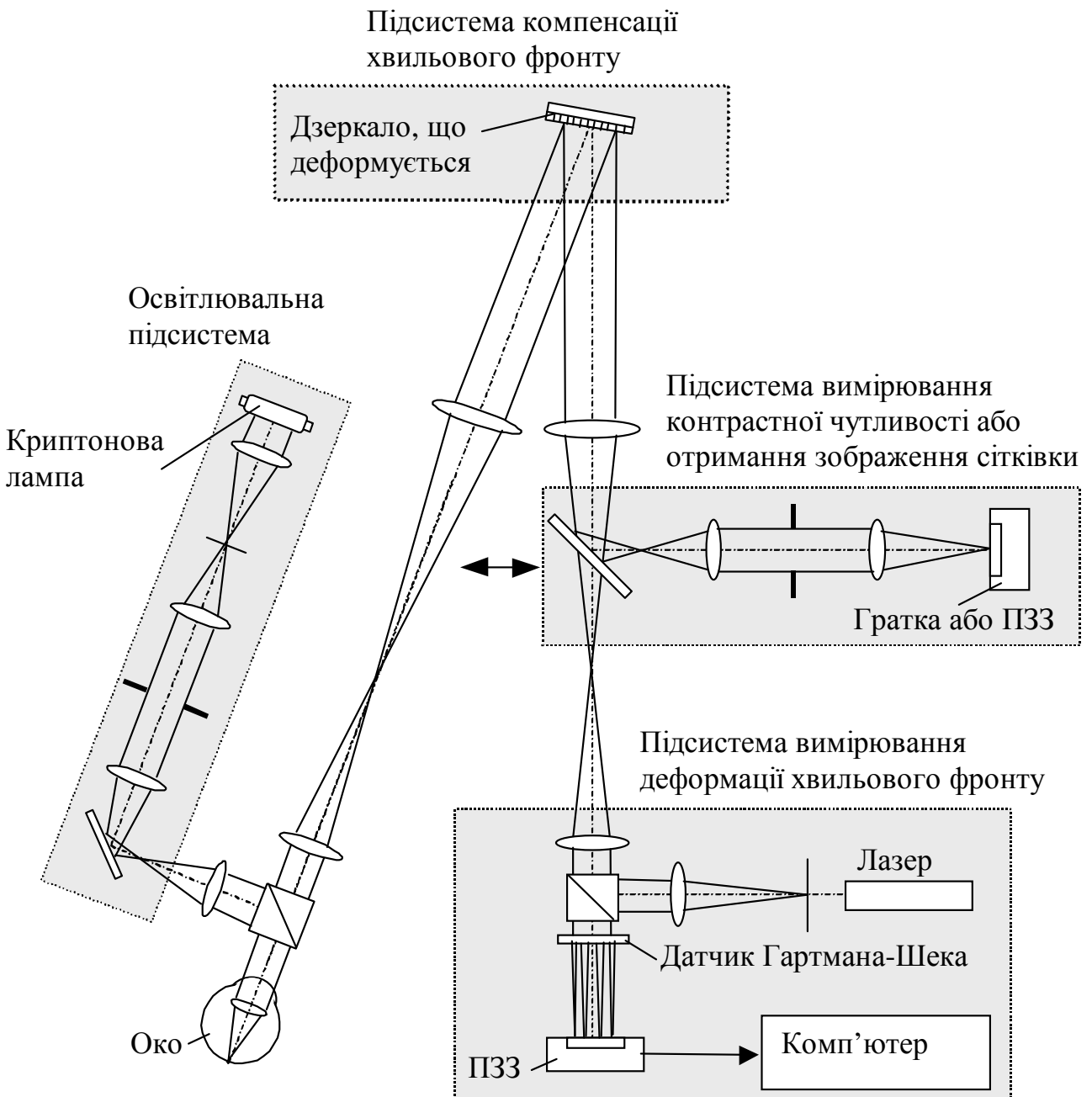


Рис. 8.18. Функціональна схема фундус-камери, що використовує адаптивну компенсацію хвильової аберації ока

При прикладенні напруги до електродів п'єзoeлектрична пластина стискається (або розширюються), що призводить до згону оптичної поверхні дзеркала і зміни його форми. Спеціальне просторове розташування електродів дозволяє утворювати складні рельєфи поверхні дзеркала. Швидкість цього

процесу дозволяє використовувати адаптивне дзеркало для компенсації навіть динамічних аберацій в режимі реального часу.

Система компенсації хвильової аберації ока реалізована у вигляді замкнутої системи із зворотним зв'язком. Згідно з методикою вимірювань [49], на кожному циклі проводиться по 6 вимірювань хвильового фронту, причому тривалість експозиції сітківки при кожному вимірюванні складає 0,3 секунди, а інтервал між ними – 0,4 секунди. Далі за цими вимірюваннями обчислюється хвильова аберация системи “око + дзеркало” і визначається нове положення штирів. На кожному циклі штирі коригують 10% помилки хвильового фронту (величина 10% вибрана авторами емпірично, оскільки вона призводить до швидкого збігання за критерієм мінімізації середньоквадратичного відхилення хвильової аберації). Цикли повторюються до тих пір, поки датчик Гартмана-Шека не вкаже на повне виправлення хвильової аберації ока. Як зазначають автори [49], типовий сеанс вимірювань вимагає 10–20 циклів. Отже час повного сеансу може складати десятки секунд.

Прикладами впровадження метода адаптивної компенсації в сучасну офтальмологічну aberометрію є MultiSpot Aberrometer фірми Візіоніка (Росія) та aberометр фірми Найт Н (Росія).

### 8.2.6. Aberометрія ока на основі використання ефекту Тальбота

Метод оснований на властивості ближнього поля дифракції без будь-яких складних апаратних засобів створювати зображення періодичної структури, ідентичної до структури дифракційної ґратки, що утворює ефект [64]. Це явище отримало назву по прізвищу англійського вченого Уільяма Генрі Фокса Тальбота, одного з винахідників фотографії, який першим у 1836 р. помітив феномен самовідображення періодичної структури при дифракції світла на цій структурі.

Якщо використати для демонстрації ефекту такий періодичний об'єкт, як ґратка Рончі (оптична пластина з рядом чорних ліній нанесених з деяким періодом  $d$ ) із дзеркалами по боках ґратки, розташованих паралельно одне до одного і перпендикулярно до площини ґратки, то при падінні на неї монохроматичної хвилі з довжиною хвилі  $\lambda$  на відстані  $Z_t$  від ґратки можна спостерігати розподіл освітленості, ідентичний (подібний) до структури цієї ґратки. Вказана відстань визначається за формулою Релея і має назву відстані Тальбота:

$$Z_t = 2d^2\lambda^{-1}.$$

На рис. 8.19 зображений оптичний ефект, отриманий у вище описаним способом, при опроміненні монохроматичним світлом екрану з чотирма щілинами. Фронт світлової хвилі має форму площини, паралельної до екрану. Картина розподілу освітленості за екраном на відстані  $Z_t$  має назву «ковдра Тальбота» [64, 65]. «Ковдра Тальбота» повторюється періодично вздовж осі з періодом  $Z_t$ .

Дзеркала можуть бути відсутніми, якщо ґратка Рончі має не чотири, а набагато більшу кількість отворів, тобто є нескінченною.

Якщо ж на ґратку Рончі падає деформований фронт світлової хвилі, то картина «ковдри Тальбота» викривляється відповідно до деформації фронту. Таке викривлення можна зареєструвати за допомогою ПЗЗ-камери, розшифрувати його математичними методами і відтворити на цій основі деформацію хвильового фронту.

На рис.8.20 показано спрощену систему аберометра, в якому використано ефект Тальбота.

Якщо дифракційна ґратка має вигляд квадратної сітки з періодом  $d$ , то перше саморепродуковане зображення ґратки знаходиться на відстані від цієї ґратки  $Z_n = \frac{d^2}{\lambda} q$ , де  $\lambda$  – довжина хвилі,  $q = 1, 2, 3 \dots$  – порядковий номер зображення. При наявності деформації хвильового фронту вказані зображення спотворюються як показано на рис. 8.20, б.

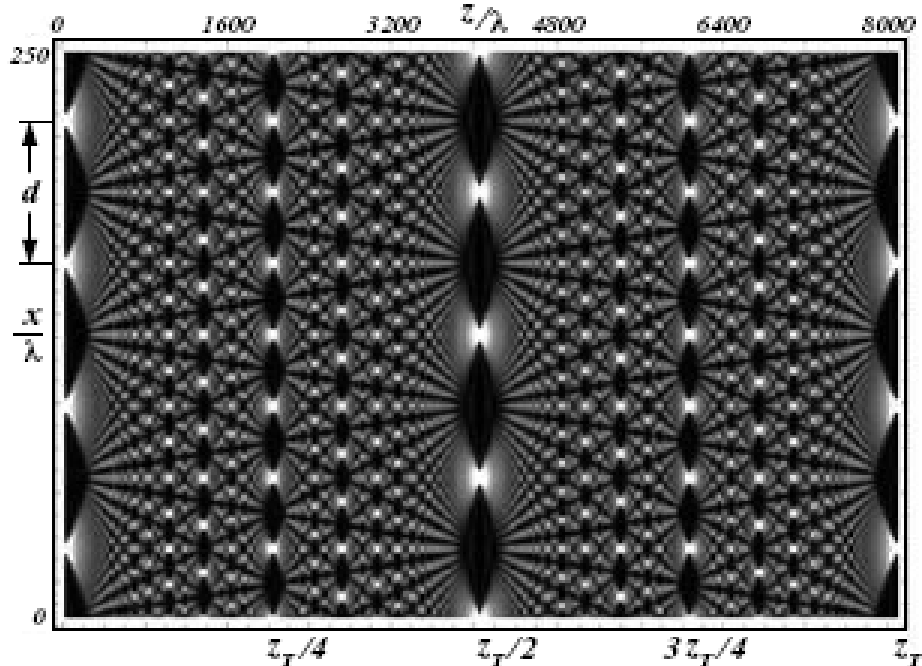


Рис. 8.19. Ковдра Тальбота

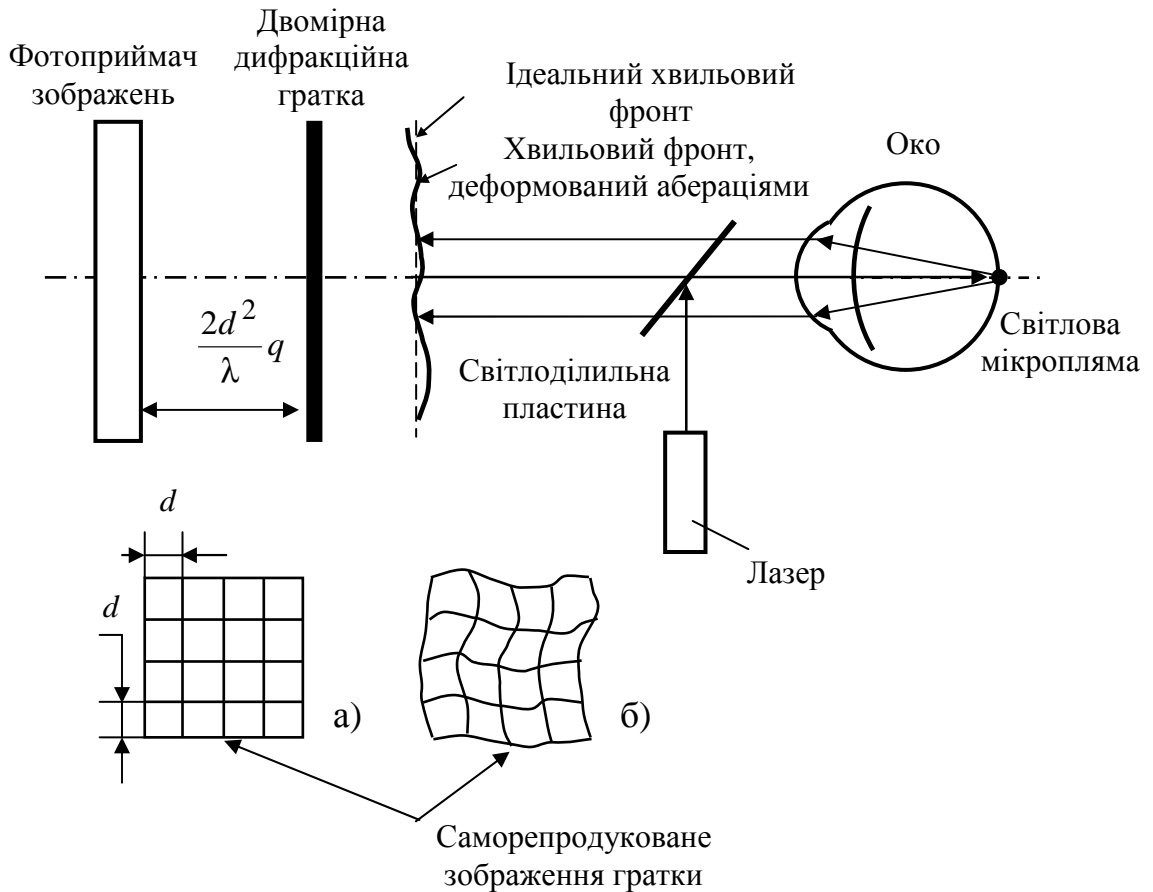


Рис. 8.20. Спрощена схема аберометра, в якому використовується ефект саморепродукування зображення дифракційної ґратки: а – вигляд зображення ґратки в площині фотоприймача при відсутності аберації ока; б – вигляд зображення ґратки в площині фотоприймача при наявності аберації ока

Саморепродуковане зображення ґратки реєструється фотоприймачем зображень. Порівнюючи зображення від плоского фронту (рис.8.20, а) із зображенням, яке виникло від спотвореного фронту (рис. 8.20, б) виявляють дисторсію спотвореного зображення. Кількісні параметри дисторсії, що зумовлюються абераціями ока, дозволяють відтворити функцію хвильової аберації.

На використанні ефекту Тальбота побудований аберометр «Z-View» фірми Orhtonics (США).

### 8.2.7 Аберометрія ока модифікованим методом Фуко

Метод розроблено у 1857 році Леоном Фуко (Jean Bernard Leon Foucault) для контролю відбиваючих поверхонь. У 1867 році Августом Теплером (Toepler

August Joseph Ignaz) цей тіньовий метод був застосований для виявлення оптичної неоднорідності прозорих заломлюючих середовищ, [66].

На рис. 8.21 показано спосіб отримання картини тіней на екрані від тих зон, де показник заломлення середовища має локальні відмінності. Прикладом можуть слугувати свілі в оптичному склі.

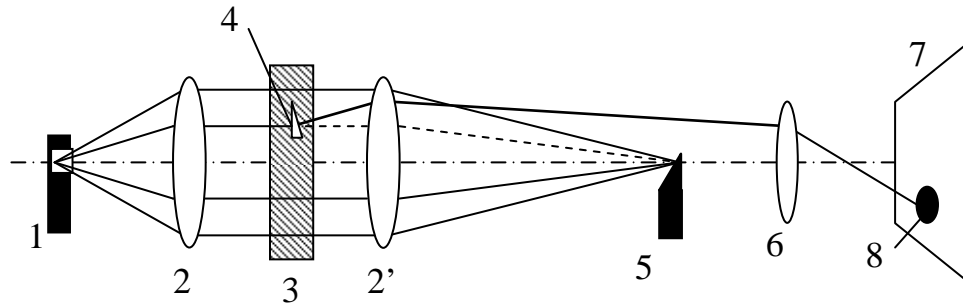


Рис. 8.21. Виникнення картини тіней на екрані (пояснення в тексті)

Пучок променів від точкового або щілинного джерела 1 за допомогою оптичної системи (2-2') направляється крізь оптично-однорідний об'єкт 3, який досліджується та фокусується на непрозорій пластині 5, що має гостру кромку («ніж Фуко»). Отже, зображення джерела проектується на лезі ножа. Якщо в досліджуваному об'єкті немає оптичної неоднорідності, то всі промені, які йдуть через об'єкт, затримуються лезом ножа Фуко. При наявності оптичної неоднорідності (4) промені будуть розсіюватися нею, і частина їх пройде вище леза. За допомогою об'єктива 6 на екрані 7 формується зображення неоднорідностей 8, присутніх у об'єкті.

Перша рефрактометрична установка, в якій використовувався метод ножа Фуко [67], була створена в 1972 р. Ф.Берні (F.Verny) та Ель Хейджем (El Hage). Спрощена оптична схема установки показана на рис. 8.22.

Установка складається з освітлювального та вимірювального каналів. Освітлювальний канал містить джерело випромінювання 1 та проєкційний об'єктив 6, що формує на сітківці світлову пляму у вигляді щілини. У вимірювальному каналі розміщені об'єктив 6', об'єктив 10 та ніж Фуко 9, а також фотоприймач для реєстрації зображення зіниці. У зоні леза ножа Фуко створюється повітряне зображення освітленої щілини на сітківці. Край леза ножа розміщується паралельно зображенню щілини. Внаслідок аберацій оптичної системи ока повітряне зображення сітківки формується променями, які перетинаються на різних відстанях від об'єктива 6' вздовж його оптичної осі. Тому переміщення ножа Фуко вздовж оптичної осі поступово перекриває

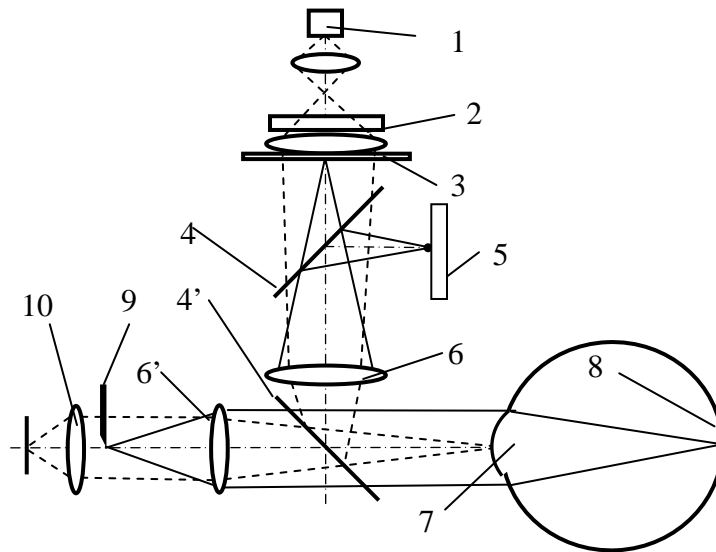


Рис. 8.22. Установка для аберометрії ока тіньовим методом Фуко: 1 – джерело випромінювання, 2 – фільтр, 3 – щілина, 4, 4` – напівпрозорі дзеркала-світлоділильники, 5 – тест-об`єкт (точка фіксації погляду ока), 6,6` – проекційні об`єктиви з однаковою оптичною силою, 7 – зіниця ока, 8 – сітківка, 9 – ніж Фуко, 10 – фотографічна лінза

хід частини променів, які сфокусовані у непрозорій площині леза ножа. При цьому на фотоприймачі формується освітлене зображення отвору зіниці з тінями від тих зон зіниці, від яких промені не приходять на фотоприймач зображень (фотопластину) через їх екранування лезом ножа. Картина тіней в зображенні зіниці представляють ізодіоптрійні зони ока (зони, для яких оптична сила є однаковою). Для отримання повної картини цих зон ніж Фуко окрім пересування уздовж осі потрібно до того ж обернути навколо цієї осі.

Отримані у такий спосіб ізодіоптрійні зони вказують розподіл рефракції в площині зіниці, а точніше її абераційну складову.

На жаль ніж Фуко не дуже зручний просторовий аналізатор ізодіоптрійних зон оптичної системи ока, яка не має точної осьової симетрії відносно візуальної осі. А тому метод Фуко в офтальмологічній аберометрії потребує відповідної модифікації. Така модифікація запропонована авторами публікацій, [68 –70].

Принцип дії аберометричної установки, де застосована ця модифікація, пояснюється схемою, що представлена на рис. 8.23. Модифікація полягає в

тому, що просторовий фільтр виконано у вигляді мікодіафрагми та зроблено рухомим вздовж оптичної вісі рефрактометра.

Вимірювач складається з освітлювальної та вимірювальної систем, оптичні осі яких поєднуються за допомогою світлоділильного елемента. Освітлювальна система містить джерело випромінювання (лазер) та оптичну систему для формування світлової мікроплями від лазерного випромінювання на сітківці ока (ОСФ). До складу вимірювальної системи входять: 1) об'єktiv для формування зображення освітленої ділянки сітківки ока в променях, які виходять з ока, 2) просторовий фільтр у вигляді круглої мікодіафрагми та 3) пристрій швидкісної телевізійної реєстрації зображення зіниці ока.

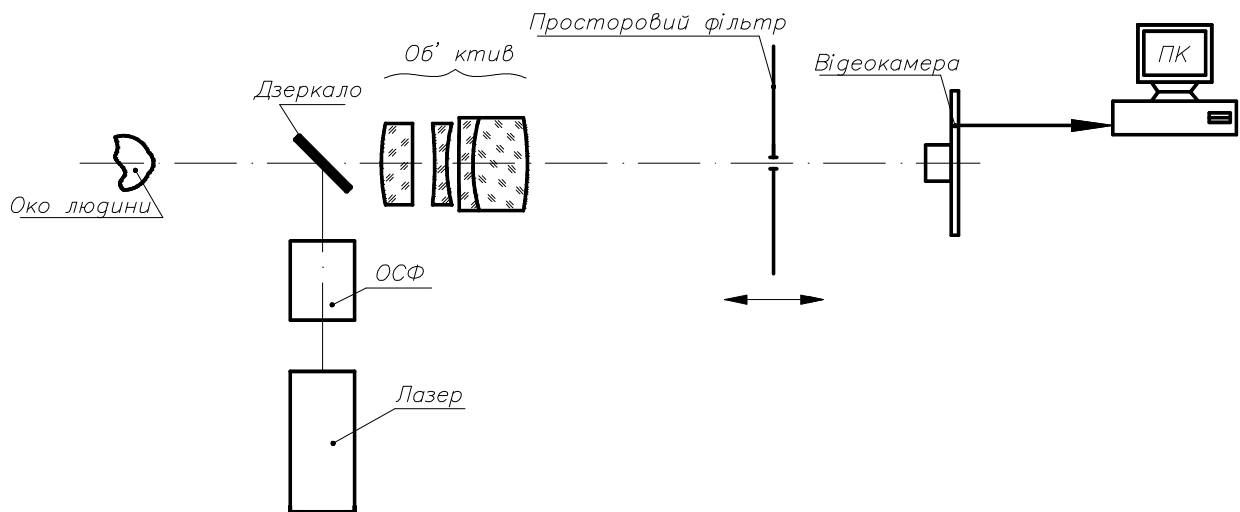


Рис. 8.23. Функціональна схема вимірювача абераційної рефракції ока з аналізатором ізодіоптрійних зон зіниці: ОСФ – оптична система формувача лазерного пучка

Світло, розсіяне на жовтій плямі, повністю заповнює зіницю ока і створює оптичною системою ока в зворотному напрямку «повітряне» зображення освітленої зони сітківки, яке, в свою чергу, вдруге формується об'єktivом в площині просторового фільтру. Внаслідок залежності рефракції променів від їх координат у площині зіниці ока, «повітряне» зображення розтягується вздовж візуальної осі. Тому його вторинне зображення, створене об'єktivом у зоні розміщення просторового фільтру, також буде розтягнутим вздовж оптичної осі і сформованим на різних відстанях від заднього фокуса цього об'єктива в залежності від абераційного розсіювання променів, що надходять від різних ділянок зіниці. Промені, які надходять від різних зон

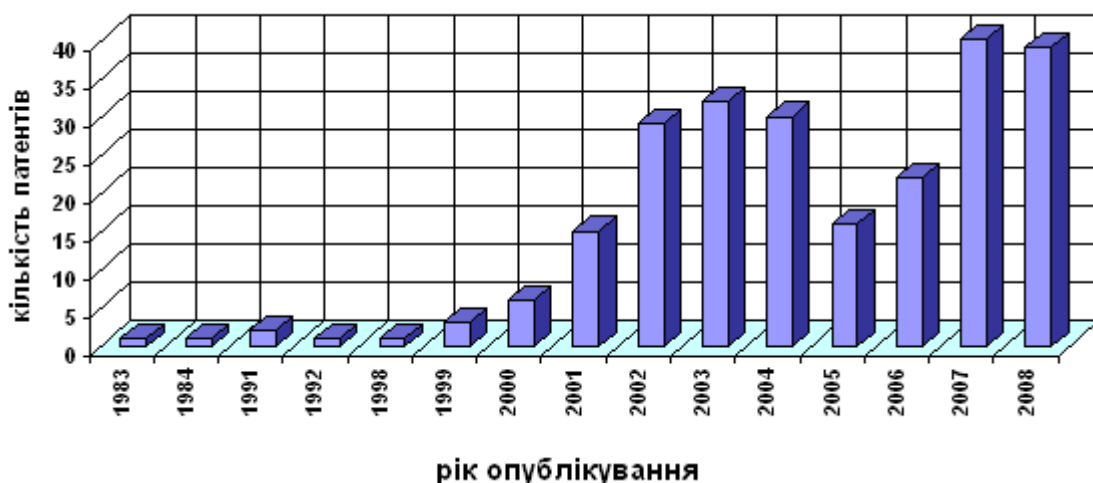


зіниці з однаковою рефракцією, фокусуються на однакових відстанях від об'єктива. Тому, при фіксованому положенні просторового фільтру (мікродіафрагми), через отвір проникають промені, які відповідають певній величині рефракції ока. При цьому на світлочутливій поверхні фотоприймача формуються освітлені ділянки, які у сукупності представляють собою контур на зіниці з однаковою рефракційною силою (ізодіоптрийну зону). При кожному новому положенні просторового фільтру вздовж оптичної осі рефрактометра, в площині фотоприймача будуть формуватися ізодіоптрийні зони, які мають іншу рефракційну силу. Ці зони реєструються в окремих 30-50 кадрах відеозапису за долі секунди та зберігаються в пам'яті комп'ютера для подальшої математичної обробки.

### 8.3. Сучасні моделі офтальмологічних аберометрів

Наприкінці 1990-х – початку 2000-х років в найбільш промислово-розвинутих країнах почався стрімкий ріст розробок та виробництва серійних аберометрів. Про це свідчить кількість наукових статей, а також патентів на винаходи, присвячених офтальмологічним аберометрам, рис. 8.25.

Розвиток сучасної офтальмологічної апаратури спостерігався у промислово і науково розвинутих країнах – Германії, США, Японії. Україна також приймала активну участь в цьому процесі і саме нам належить першість у розробці продуктивного і точного методу аберометрії – методу лазерного рейтресинга ока, [54, 55, 68, 71].



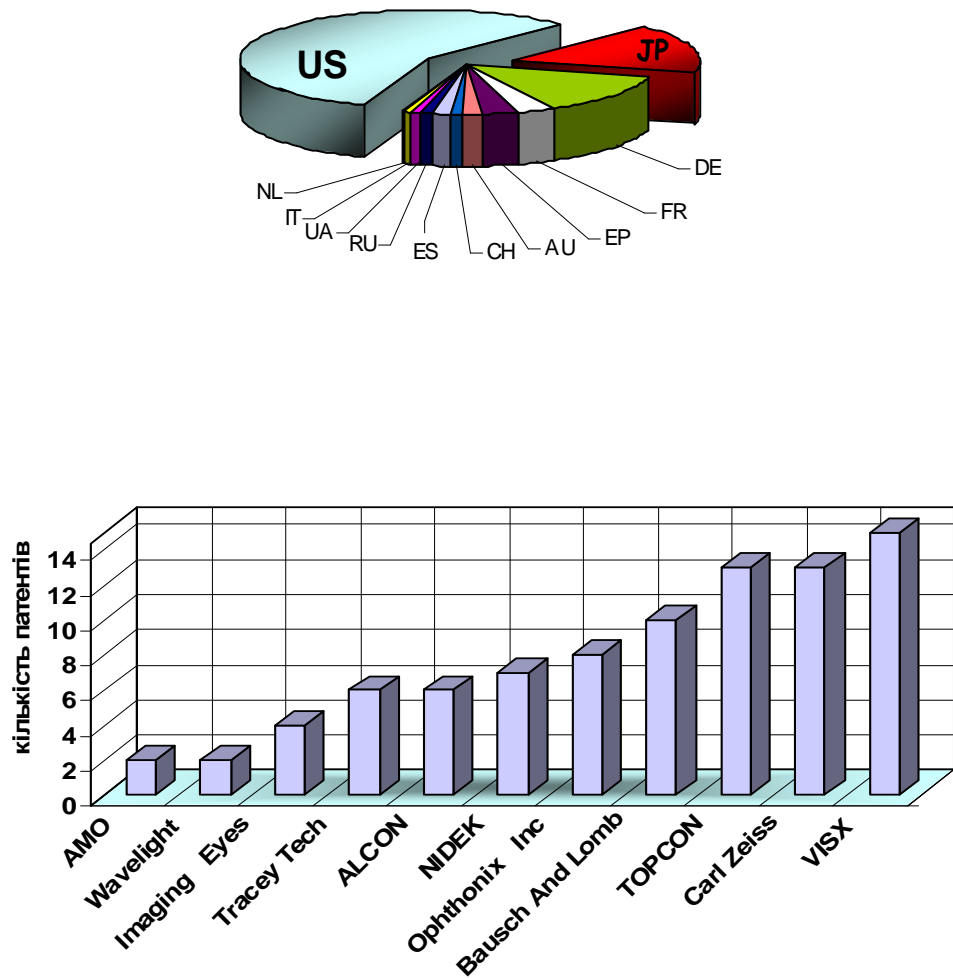


Рис. 8.25. Діаграма кількості патентів на винаходи в області апаратури для офтальмологічної аберометрії по роках, по країнах заявниках та по фірмах виробниках

Велика кількість моделей сучасних аберометрів побудована на використанні датчика Гартмана-Шека. Мотивація до створення таких аберометрів була досить проста. Система та конструкція аберометра з датчиком Гартмана-Шека не є надто складними, особливо це стосується оптичної системи приладу. Практичне використання датчика Гармана-Шека в інших галузях науки і техніки забезпечило наявність великої кількості методів математичної обробки електричних сигналів, які надавали ПЗЗ-камери, сполучені з лінзовими растрами, а також існування достатньо великої кількості створених комп'ютерних програм для роботи з датчиком Гартмана-Шека. На ринку з'явилися лінзові растри з великою щільністю мікролінз, які стали істотно досконалішими у порівнянні з їх першими дослідними зразками. Але




головними мотивом, скоріш за все, був попит фірм, які розпочали виробництво складного обладнання для ексимер-лазерної корекції форми рогівки, в складі якого повинен знаходитися аберометр. Аберометр з датчиком Гартмана-Шека надавав інформацію про деформації хвильових фронтів, що виходять з ока від світлової мікроплями на сітківці, тобто у зворотному напрямку. А тому, наданням фронту світлової хвилі на вході в око тієї геометричної форми, яку має зворотна хвиля на виході з ока та на вході в датчик Гартмана-Шека, можна забезпечити збігання променів прямого ходу в одну точку на сітківці. Саме це є головною метою лазерної корекції форми рогівки, яку здійснюють ексимер-лазерні офтальмологічні установки, в комплекс яких аберометр з датчиком Гартмана-Шека дуже добре «вписався».



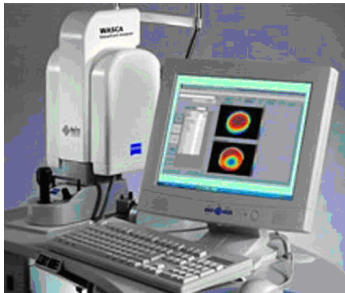
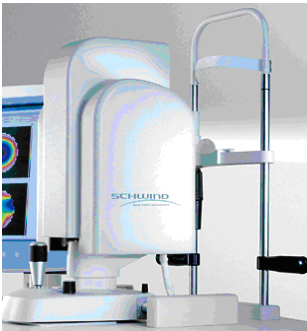

Водночас на ринку з'являються аберометри іншого принципу дії. Серед них достатньо широкого застосування знайшов аберометр рейтресингового типу, який, на відміну від інших, здійснював аберометрію оптичної системи ока в прямому ході променів – від рогівки до сітківки.

В табл. 8.1 показано зовнішній вигляд та наведені головні функціональні параметри сучасних аберометрів, а також дані про їх виробників.

Таблиця 8.1

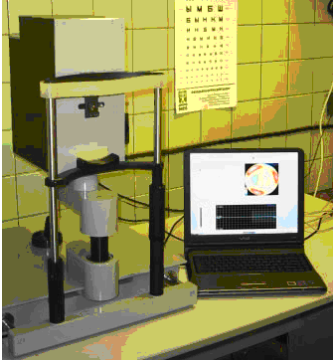



## Серійні офтальмологічні aberометри

№	Назва aberометра [виробник (країна)]	Зовнішній вигляд aberометра	Діапазон сферичної рефракції (дптр)	Діапазон циліндричної рефракції (дптр)	Кількість степеневих порядків в коефіцієнтів Церніке	Максимальний діаметр зониці (мм)	$\lambda$ (нм)
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Аберометри з датчиком Гартмана-Шека</b>							
1	The Zywave, 2000 [Bausch & Lomb (Rochester, N.Y., USA)] <a href="http://www.zyoptix.com">www.zyoptix.com</a>		-12...6	$\pm 5$	5	8	–
2	COAS-HD [AMO WaveFront Sciences (Albuquerque, New Mexico, USA)] <a href="http://www.wavefrontsciences.com">www.wavefrontsciences.com</a>		-17...8	-5...5	10	9,5	–
3	WaveScan WaveFront VISX [AMO (Abbott Park, Illinois, USA)] <a href="http://www.amo-inc.com">www.amo-inc.com</a>		-8...6	-6...6	–	7	785

4	<p>MAXWELL™ Optical Wavefront Aberrometer [Imagine Eyes/Ziemer Group (Port, Switzerland)] <a href="http://www.ziemergr&lt;br/&gt;oup.com">www.ziemergr oup.com</a></p>		-15...20	-10...10	до 14 порядку	10	780
5	<p>KR-9000 PW Wavefront Analyzer [Topcon (Токіо, Японія)] <a href="http://www.topconm&lt;br/&gt;edical.com">www.topconm edical.com</a></p>		-25...22	-8...8	до 6-го порядку	7	–
6	<p>WASCA Analyzer/Aber rometer [Carl Zeiss Meditec (Йена, Германія)] <a href="http://www.meditec.&lt;br/&gt;zeiss.com">www.meditec. zeiss.com</a></p>		-15...7	-5...5	–	7	–
7	<p>Ocular Wavefront Analyzer [SCHWIND eye-tech- solutions GmbH &amp; Co.KG (Германія)]</p>		-15...7	-5...5	до 10-го порядку	–	–
8	<p>irx3™ Wavefront Aberrometer [Imagine Eyes (Франція)] <a href="http://www.imagine-&lt;br/&gt;eyes.com">www.imagine- eyes.com</a></p>		-15...20	-10...10	до 10 порядку	10	780

9	LADARWave, 2002 [Alcon® (Швейцарія)] <a href="http://www.alcon.com">www.alcon.com</a>		±15	±8	до 8-го порядку	10	820
<b>Аберометрія за методом Чернінга</b>							
10	Wavelight AllegroAnalyzer [Alcon/Wavefront Technology (Erlangen, Germany)] <a href="http://www.wavelight.com">www.wavelight.com</a>		-12...6	-6...6	до 6-го порядку	8	660
<b>Аберометрія за методом лазерного рейтресінга</b>							
11	Itrace [Tracey Technologies (Houston, Texas, USA)] <a href="http://www.traceytech.com">www.traceytech.com</a>		-15...15	-10...10	до 6-го порядку	8	650
<b>Аберометрія за методом автоскіаскопії</b>							
12	OPD-Scan [NIDEK (Hiroishi, JAPAN)]		-20...22	-12...12	–	6	–

Аберометрія за методом адаптивної компенсації

13	<p>Аберометр Найт Н [Найт Н, (Москва, Росія)] <a href="http://www.nightn.ru">www.nightn.ru</a></p>		±16	±6	6	до 8	–	
14	<p>MultiSpot Aberrometer [Визионика (Москва, Россия)]</p>	 	-15...10	±6	до 8-го порядку	8	–	
Аберометрія на ефекті Тальбота								
15	<p>The Z-View [Ophthonix, Inc. (San Diego, USA)] <a href="http://www.ophtonix.izonlens.com">www.ophtonix.izonlens.com</a></p>		-12...8	-8...8	6-го порядку	–	–	

## **РОЗДІЛ 9**

### **МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ КОНТРОЛЮ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ХВИЛЬОВОЇ АБЕРАЦІЇ ОКА**

Виробники аберометрів, що представлені у табл. 8.1, не приводять даних відносно точності вимірювання хвильової аберації. Виняток становлять лише дані про похибки відтворення величин дефокусу (сфери) та первинного астигматизму (циліндру). Але інформація про них не може вважатися достатньою, оскільки на якість зору суттєво впливають аберації вищих степеневих порядків.

Інформацію про похибки відтворення абераційних мод вищих степеневих порядків виробники аберометрів або не розкривають, або вона у них відсутня. Обидва припущення здаються достатньо ймовірними.

Кожний рік на симпозіумах і конференціях, присвячених корекції абераційних вад зору, компанії-виробники аберометрів демонструють свою продукцію в дії. В одній з таких конференцій приймав участь головний офтальмолог Міністерства охорони здоров'я України, член-кореспондент Національної та Медичної академії України, доктор медичних наук, професор Сергієнко М.М. Користуючись можливістю він здійснив аберометрію своїх очей за допомогою всіх аберометрів, які були представлені на виставці. Результати такого експерименту були представлені на пленарному засіданні науково-технічної конференції «Приладобудування – 2007» приладобудівного факультету НТУУ «КПІ». Головний результат – всі аберометри показали помітно різні дані про абераційні моди вищих степеневих порядків. З цього приводу в своїй доповіді М.М. Сергієнко зробив важливий висновок про те, що актуальною є задача контролю точності аберометричної апаратури. Він також підкреслив, що важливе практичне значення має задача розробки надійних об'єктивних методів тестування і виявлення похибок офтальмологічних аберометрів. Без уяви про ці похибки практичне застосування аберометрів в багатьох випадках є недопустимим, особливо у випадках хірургічної корекції вад зору.

Треба відзначити, що досягнення високої точності в офтальмологічній аберометрії є проблемою, оскільки око людини дуже складний об'єкт для проведення на ньому фізичних вимірювань. Так через тремор та стрибки (сакади) око постійно рухається відносно аберометра. Ці рухи достатньо швидкі, тому що частота кутових коливань ока від тремору становить 20–



150 Гц з амплітудою 5–15 кутових секунд, а стрибки повторюються з інтервалами 0,2–0,6 секунд і мають амплітуди більше 2 кутових хвилин. Вказані часові інтервали збігаються за величиною з часовими інтервалами сеансів аберометрії, і це суттєво впливає на результати вимірювань.

Оптичні параметри ока людини істотно залежать від її фізичного та психологічного стану. Діяльність серцевої та дихальної систем призводить до мікрофлуктуацій акомодатції ока, тобто часової нестабільності оптичної сили оптичної системи ока.

Сітківка ока є дуже світлочутливою і вразливою до передозування світлом. Тому існують нормативи на допустимі дози її опромінювання і вони є дуже малими [72, 105].

Майже весь світловий потік, що дозволяється направляти в око, поглинається сітківкою. Відбивається лише 1-5% цього потоку. Через це утворюється його дефіцит в площині фотоприймача, і це також ускладнює задачу вимірювань поперечних аберацій пучків променів відбитих від сітківки.

Абераційним вимірюванням заважає дія полисків, які виникають на оптичних поверхнях рогівки та кришталика, а також всередині кришталика та скловидного тіла, де є оптичні неоднорідності та помутніння.

На результати аберометрії впливає фактор варіацій форми передньої поверхні рогівки, викликаний природною нестабільністю геометричних параметрів слізної плівки через її висихання та періодичне відновлення при морганні ока. При цьому важко відділити випадкові складові похибок, викликані похибками фотоелектричного вимірювача аберацій, від випадкових змін оптичних характеристик ока.

Наведеного достатньо, щоб уявити наскільки складними є умови проведення аберометрії ока і отримання точних результатів аберометрії. Тому забезпечення достатньої точності аберометричних вимірювань в офтальмології є актуальною і ще не вирішеною до кінця задачею, яка потребує проведення ґрунтовних і детальних досліджень. Ці дослідження вже ведуться в офтальмологічних центрах розвинутих країн світу, при чому розпочалися вони порівняно недавно про що свідчать публікації [73–85].

### **9.1. Дослідження точності вимірювань хвильової аберації ока сучасними аберометрами**

Виявлення похибок об'єктивної аберометрії ока здійснюються наступними методами:

- порівнянням результатів аберометрії з результатами суб'єктивних оцінок аметропії, отриманих за допомогою форопторів або набору офтальмологічних лінз і таблиць, що використовуються для визначення гостроти зору;

- порівняннями результатів аберометрії з результатами рефрактометрії очей пацієнтів з використанням для цього сучасних авторефрактометрів;

- аберометрією двома або декількома аберометрами великої кількості очей однієї і тієї ж групи пацієнтів з наступною математичною статистичною оцінкою отриманих результатів;

- аберометрією оптичних моделей ока.

Спроби виявлення похибок об'єктивних офтальмологічних аберометрів відомі ще з часів, коли вони знаходилися в стадії макетування та виготовлення експериментальних зразків.

Відомо, що перші такі спроби здійснив американський офтальмолог-оптометрист Т.Салмон. В роботах [73, 79] описаний метод виявлення похибок аберометра з використанням датчика Гартмана-Шека. Суть методу полягає у порівнянні результатів суб'єктивної та об'єктивної аберометрії здійсненої аберометром, що досліджується на точність. На рис. 9.1 показані схеми установок для об'єктивної та суб'єктивної аберометрії, в якій використовується модернізований варіант аберометра М.М.Смирнова [42].

Не зважаючи на позитивний висновок Т.Салмона відносно точності аберометра Гартмана-Шека, все ж слід відзначити, що і сам метод, і результати порівнянь результатів аберометрії не можуть вважатися досконалими і достовірними за декількома причинами. По-перше, метод М.М.Смирнова вимагає від пацієнта вимірювань аберацій свого ока на протязі великого проміжку часу, який складає 30–45 хвилин, а іноді і до двох годин. За цей час пацієнт втомлюється, багато раз міняє своє положення відносно вимірювальної установки, слізна плівка за цей час неодноразово змінює свою геометричну форму. Все це істотно спотворює результати суб'єктивної аберометрії ока. По-друге, навіть якщо припустити, що метод М.М. Смирнова забезпечує набагато вищу точність вимірювань аберацій, ніж аберометр Гартмана-Шека, то і в

цьому випадку величина розбіжності  $1,5\lambda$  є надто високою для того, щоб вважати об'єктивний аберометр достатньо точним вимірювачем. Сферичний еквівалент розбіжності в  $1,5\lambda$  на краю зіниці  $\varnothing 5,6$  мм складає  $0,48$  дптр, що при сучасних вимогах до точності рефрактометрії та аберометрії є надто великою величиною.

Із порівняння результатів виявились розбіжності у відтворенні функції хвильової аберації, що досягали величини понад  $1,5\lambda$  ( $\lambda=0,6328$  мкм) біля скроневого краю зіниці, рис. 9.2.

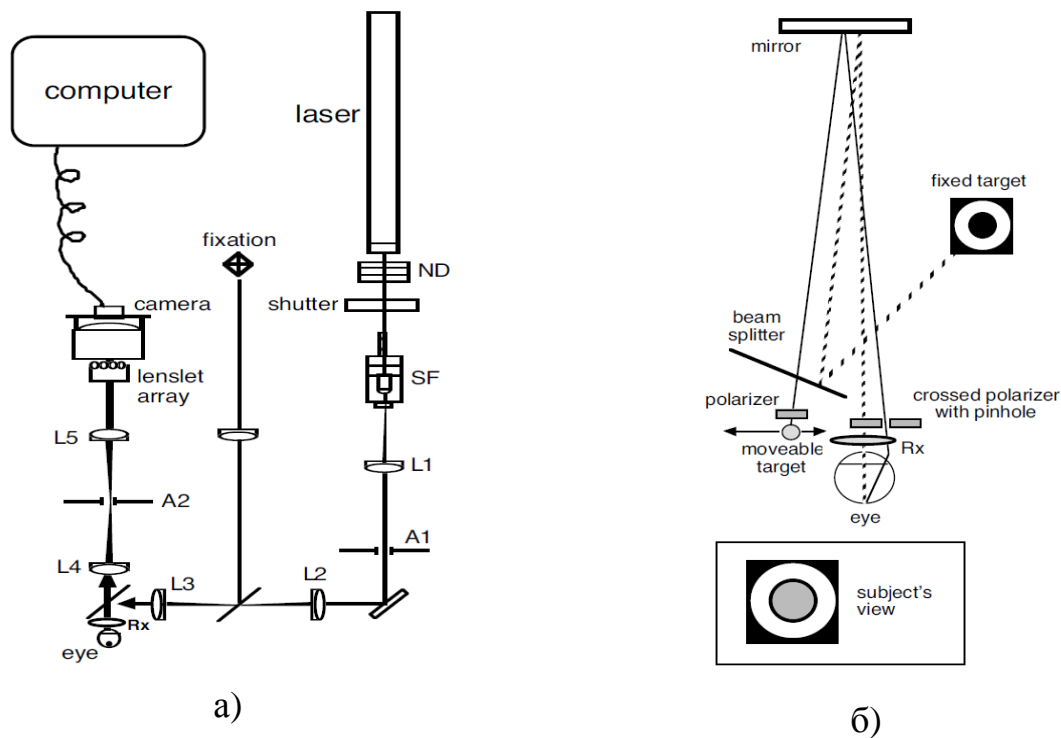


Рис. 9.1. Схеми аберометричних установок, що використовувалися в роботі [73]: а – схема об'єктивного аберометра з датчиком Гартмана-Шека, б – схема суб'єктивного аберометра за принципом дії аберометра М.М.Смирнова

Відомі інші публікації, в яких висвітлені результати порівнянь даних об'єктивної аберометрії з даними суб'єктивної оцінки аберацій нижчих степеневих порядків (аметропії та астигматизму) [74, 76, 79, 81]. В табл. 9.1 наведені результати тестування аберометрів Wave Scan Wavefront System та Tracey Wavefront Aberrometer Z-View, COAS та Zywave.

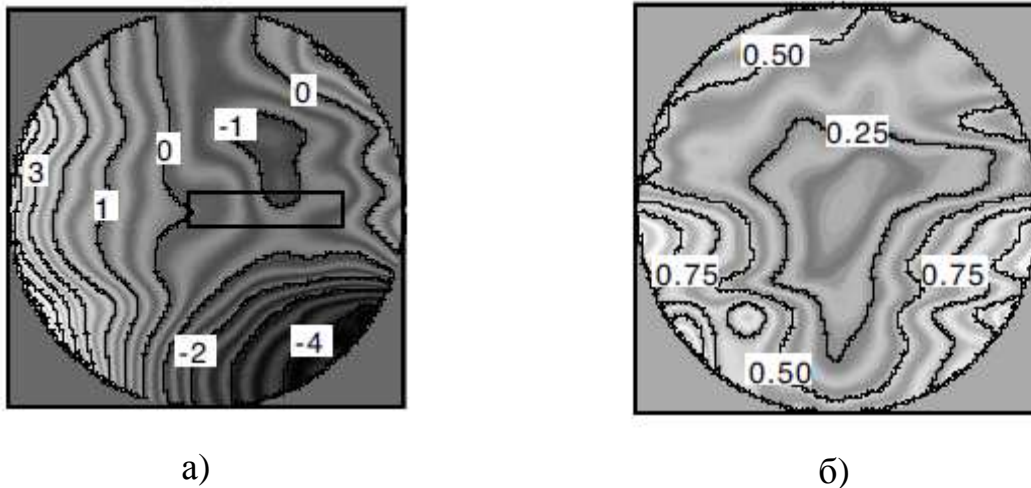


Рис. 9.2. Результати aberометрії ока aberометром Гартмана –Шека: а – карта хвильової аберації ока в одиницях довжини хвилі 0,6385 мкм при aberометрії в зоні зіниці  $\varnothing 5,6$  мм; б – стандартне відхилення в одиницях вказаної довжини хвилі

Таблиця 9.1

До огляду публікацій, присвячених порівнянню результатів об’єктивної aberометрії з результатами суб’єктивної оцінки рефракційних похибок ока

Публікація	Аберометр, що досліджувався	Головний зміст публікації
1	2	3
[74]	Wave Scan Wavefront System та Tracey Wavefront Aberrometer	<p><b>Мета:</b> Виявлення похибок та повторюваності результатів aberометрії на факічних нормальних та післяопераційних очах.</p> <p><b>Метод:</b> похибки aberометрії виявлялись з порівнянь результатів об’єктивної aberометрії і результатів суб’єктивної оцінки рефракційних похибок.</p> <p><b>Головний результат:</b> середні значення відхилень та довірчий інтервал при довірчій вірогідності 95% між суб’єктивною оцінкою параметра і результатом aberометрії ока на WaveScan: сферичний еквівалент -0.26 [-1.09...0.57] дптр, сфера -0.12 [-1.14...0.89] дптр, циліндр -0.28 [-0.95...0.4] дптр.</p> <p>Між суб’єктивною оцінкою і результатом aberометрії ока на Tracey: сферичний еквівалент -0.21 [-1.37...0.95] дптр, сфера -0.01 [-1.27...1.26] дптр, циліндр -0.40 [-1.16...0.35] дптр.</p> <p><b>Головний висновок:</b> Результати aberометрії обома aberометрами у порівнянні з суб’єктивними результатами є достовірними та повторюваними, але aberометр Tracey є більш стійким до похибок в процесі вимірювань нормальних та післяопераційних очей.</p>

продовження табл. 9.1

1	2	3
[76]	Z-View	<p><b>Мета:</b> Оцінювання точності аберометра при відтворенні абераційних мод 2-го порядку.</p> <p><b>Метод:</b> Порівняння результатів аберометрії з результатами вимірювань аметропії та астигматизму фороптером. на 100 пацієнтах у віці від 8 до 81 років.</p> <p><b>Головний результат:</b> у 80% випадків різниця між даними аберометра і фороптера у сферичному еквіваленті складає <math>\pm 0,5</math> дптр.</p> <p><b>Головний висновок:</b> Показання аберометра і фороптера добре корельовані. При урахуванні даних аберометрії вищих порядків вірогідність визначення аметропії і астигматизму з похибкою <math>\pm 0,5</math> зростає до 93%.</p>
[79]	COAS	<p><b>Мета:</b> Тестування клінічного аберометра COAS на точність та повторюваність вимірювання міопії та астигматизму.</p> <p><b>Метод:</b> Порівнювалися результати вимірювання аметропії та астигматизму 56 очей приладом COAS, авторефрактометром та суб'єктивно.</p> <p><b>Головний результат:</b> Розбіжність вимірювань аметропії склала <math>-0.1 \dots +0.4</math> дптр, астигматизму <math>0.1</math> дптр.</p> <p><b>Головний висновок:</b> Похибки та повторюваність вимірювань аметропії та астигматизму авторефрактометром, приладом COAS і суб'єктивно є корельованими і схожими за величиною.</p>
[81]	Zywave	<p><b>Мета:</b> Дослідження повторюваності вимірювань рефракції ока аберометром Zywave, авторефрактометром та суб'єктивно на фороптері.</p> <p><b>Метод:</b> Проводились вимірювання аметропії та астигматизму на 20 очах без циклопедії міопічних пацієнтів. Визначалися границі довірчого інтервалу (при 95% довірчої вірогідності) параметрів при вимірюваннях з розширеною зіницею та з діаметром 3.5 мм. Визначалась повторюваність результатів вимірювань приладом Zywave.</p> <p><b>Головний результат:</b> За результатами використання парного <math>t</math>-теста Стьюдента середні відхилення між суб'єктивною рефракцією та аберометрією на Zywave: сферичний еквівалент <math>-1.1 \pm 0.46</math> дптр (<math>p \leq 0.001</math>), сфера <math>-1.08 \pm 0.44</math> дптр, циліндр <math>-0.02 \pm 0.37</math> дптр. Середні відхилення між авторефракцією та Zywave: сферичний еквівалент <math>-1.44 \pm 0.79</math> дптр (<math>p \leq 0.001</math>).</p> <p>Коефіцієнт повторюваності вимірювань на Zywave: сферичний еквівалент <math>\pm 0.25</math> дптр, сфера <math>\pm 0.29</math> дптр, циліндр <math>\pm 0.29</math> дптр.</p> <p><b>Головний висновок:</b> При розширеній зіниці (<math>\geq 3.5</math> мм) Zywave демонструє істотно більші величини рефракційних похибок ока ніж суб'єктивні вимірювання. Повторюваність є задовільною лише у аберацій нижчого 2-го порядку.</p>

У якості еталонних вимірювань використовувалися результати рефрактометрії, що здійснювалися за допомогою авторефрактометрів та

фороптерів (суб'єктивно). Наведені в роботах дані свідчать про схожість результатів. Проте вряд чи можна вважати задовільними величини різниці між середніми значеннями будь-якої з названих аберацій, що вимірювалися.

Розбіжність в оцінках цих параметрів у сферичному еквіваленті понад 0,25 дптр вже є критичною і на практиці вимагає прийняття рішення про те, якому з методів або апаратів можна довіряти більше.

В умовах відсутності високоточних вимірювачів аберацій ока, які могли б вважатися еталонними, переважна більшість дослідників для виявлення похибок аберометрів використовує методи статистичного аналізу результатів аберометрії, отриманих декількома різними об'єктивними аберометрами.

В роботі [75] представлені результати досліджень, які здійснювалися таким методом. Досліджувались два об'єктивних вимірювача абераційних вад зору. Один з них функціонує за методом Гармана-Шека (Г-Ш), другий – за методом Чернінга (крос-циліндричний абероскоп – ОА).

Для створення однакових умов аберометрії обидва апарата в оригінальний спосіб об'єднані в єдину систему (рис. 9.3, а), в якій джерело світла (гелій-неоновий лазер) обслуговує одночасно два аберометра. Загальним для обох аберометрів є також пристрій позиціонування ока пацієнта відносно приладу.

Система дозволяє здійснювати аберометрію одного ока двома апаратами, якщо око пацієнта розташувати зі сторони абероскопа (по схемі на рис. 9.3, а справа). Діаметр лазерного пучка в установці автоматично регулюється змінною діафрагмою РН2 (рис.9.2, а) в діапазоні від  $\varnothing 8$  мм (потрібного для роботи абероскопа) до діаметра  $< 2$  мм (потрібного для аберометра Гартмана-Шека).

Результати аберометрії очей трьох пацієнтів А, В і С, здійснених на вказаній установці, представлені на діаграмах (див. рис. 9.3, б, в). Діаграми показують, що амплітуди відповідних абераційних мод, виміряні обома приладами, істотно відрізняються.

Результати кореляційного аналізу результатів аберометрії, проведеної на групі пацієнтів (рис 9.4), також наочно свідчать про фактичну відсутність кореляції між середніми значеннями амплітуд відповідних мод, отриманих за допомогою обох аберометрів. Лише мода  $a_1^{-1}$  має коефіцієнт кореляції наближений до одиниці. У всіх інших модах кут нахилу великої осі еліпсу (лінії регресії) відрізняється від величини  $45^{\circ}$ , демонструючи при цьому великі розбіжності.

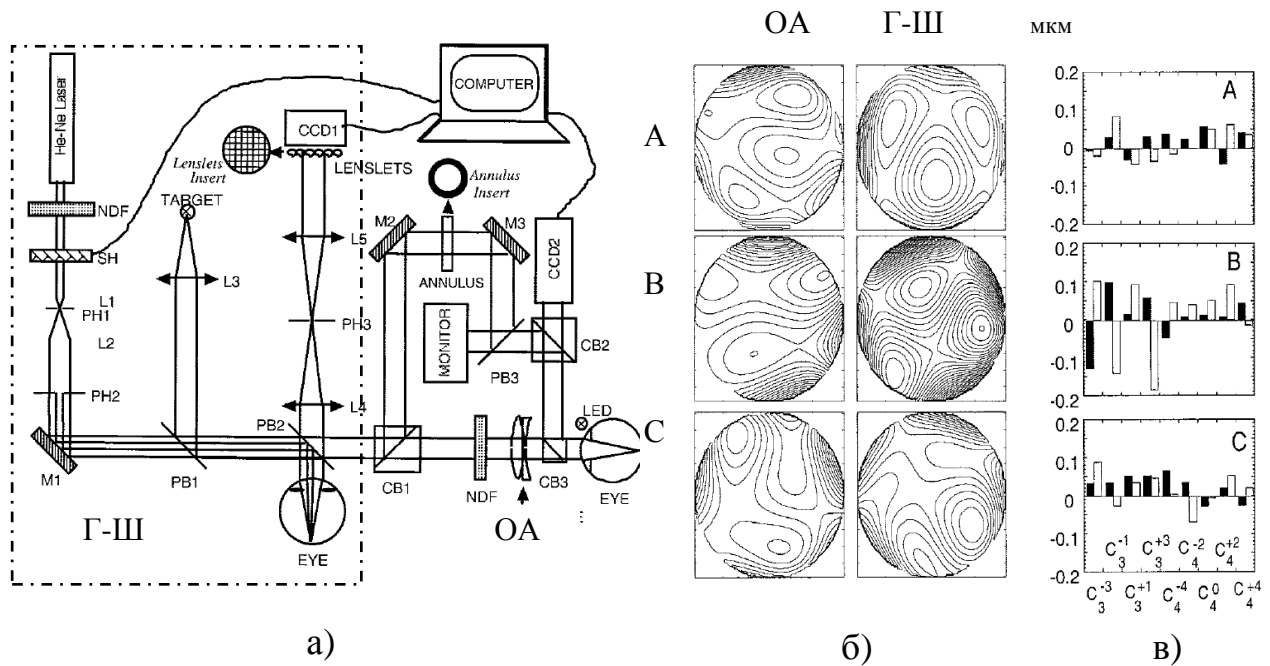


Рис. 9.3. Схема установки для порівняльної оцінки похибок аберометрів: а – схема установки, що об’єднує два типи аберометрів: Гартмана-Шека (Г-Ш) та об’єктивного крос-циліндричного абероскопа по Чернінгу (ОА); б – карта рефракції результатів аберометрії очей пацієнтів А, В і С з інтервалом величини хвильової аберації між сусідніми контурами 0,05 мкм; в – графіки величин амплітуд абераційних мод для очей пацієнтів А, В і С, де чорні планки відновлені за результатами аберометрії ОА, а білі планки – Г-Ш

В даній роботі наведені також результати дисперсійного аналізу та  $t$ -тесту, які в переважній більшості мод теж показали статистично значущу розбіжність між середніми значеннями відповідних амплітуд, визначених системами Г-Ш та ОА.

Наведені дані дають уяву про порядок величин похибок відтворення черніковських мод аберометрами, що досліджувалися. На жаль вони не дозволяють встановити який з них більше спотворює дійсні значення величин абераційних мод.

Результати порівняльного аналізу шести аберометрів різних типів і виробників представлено в дисертаційній роботі Д.Роземи [78]. Він досліджував наступні аберометри: VFA (Tracey), OPD-scan, Zywave, WASCA, MultiSpot та Allegretto, дані про які наведені в таблиці 8.1.

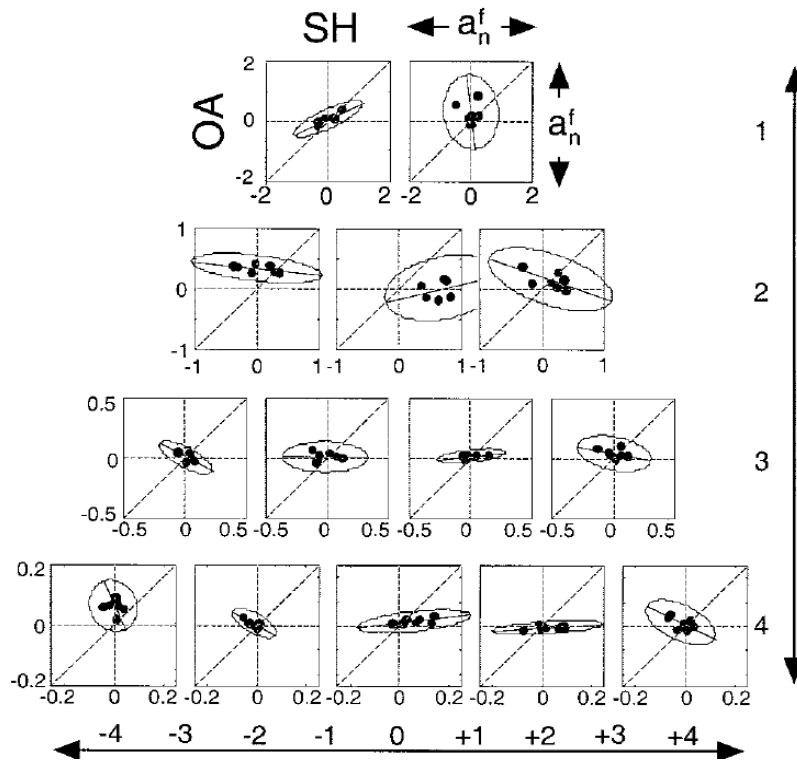


Рис. 9.4. Графіки, на яких точками показані середні (за п'ятьма вимірюваннями) значення в [мкм] амплітуд абераційних мод окремих пацієнтів. Координата точки на горизонтальній осі – амплітуда моди пацієнта за результатами aberометрії на (Г-Ш), координата точки на вертикальній осі – величина амплітуди тієї ж моди пацієнта, визначена aberоскопом (ОА)

Мета досліджень полягала у виявленні систематичних і випадкових складових похибок, які виникають при aberометрії очей вказаними вище апаратами в клінічних умовах.

Група пацієнтів з абераційними вадами, а саме: міопією, гіперметропією та астигматизмом, величини яких попередньо визначалися авто-рефрактометрами, підлягала вимірюванню аберацій ока шістьма вище-вказаними апаратами. За результатами aberометрії для кожного ока відтворювалися амплітуди абераційних мод  $Z_i$  від другого до п'ятого степеневого порядку. Дані про амплітуди мод дозволили розрахувати індивідуальні СКВ (RMS) функції хвильової аберації ока для груп мод окремих степеневих порядків (табл. 9.2).

Замість СКВ амплітуд косинусних та синусних складових моди окремого степеневого порядку в табл. 9.2 представлені СКВ параметрів векторів цих мод, а саме: СКВ модулів ( $СКВ_{\text{мод}}$ ) та СКВ кутів напрямку ( $СКВ_{\text{кут}}$ ). Цифри індексів



СКВ вказують, що СКВ розраховані за величинами амплітуд групи мод, які належать відповідному степеневому порядку.

СКВ<sub>заг</sub> (загальне) розраховано за формулою (6.24) з урахуванням амплітуд всіх визначених мод ( $Z_i = Z_3 \dots Z_{20}$ ). СКВ<sub>ВП</sub> (вищих порядків) розраховано за тією ж формулою тільки для групи мод ( $Z_i = Z_6 \dots Z_{20}$ ).

За кожним абераційним параметром було отримано шість груп масивів даних від кожної моделі аберометра. Для виявлення розбіжностей між вказаними масивами даних використовувався дисперсійний аналіз (ANOVA). Результати дисперсійного аналізу представлені в першому стовпчику табл. 9.2. Цифри показують вірогідність ( $p$ ) вірності нульової гіпотези при наявності тих розбіжностей середніх значень, які спостерігаються із результатів аберометрії аберометрами, що порівнюються. Нульова гіпотеза полягає в тому, що незалежні вимірювання, зроблені шістьма аберометрами, мають випадкові відхилення середніх значень. При визначеній дисперсійним аналізом вірогідності  $p \leq 0,05$  (5%) гіпотеза відхиляється і вважається, що розбіжності є статистично значущими. В табл. 9.2 такі випадки виділені сірим фоном. У цих випадках для виявлення груп аберометрів, серед яких нульова гіпотеза все ж може підтвердитися, в роботі Роземи використано критерій Ньюмена-Кейлса. Другий стовпчик в табл. 9.2 показує такі групи аберометрів. Вони розділені подвійною рисою //. Кожний аберометр в цьому стовпчику позначений першою літерою своєї назви.

Для підвищення точності статистичного аналізу в роботі Роземи додатково використано тест Стюдента ( $t$  - тест). Перевірялась гіпотеза про випадковість розбіжностей між середніми значеннями масивів даних від окремих пар аберометрів. В табл. 9.2 показано результати такого тесту. В стовпчиках таблиці наведені значення  $p$ , які стосуються конкретної пари аберометрів, що порівнюються, наприклад, рейтресинговий аберометр VFA (шифр аберометра V) порівнюється з аберометром OPD-scan (шифр аберометра O), далі – з аберометром Zywave (шифр аберометра Z). Статистично значущі розбіжності середніх значень, для яких  $p \leq 0,05$  в табл. 9.2 також виділені сірим фоном.

З наведеного в табл. 9.2 видно, що окремі абераційні моди, які є визначальними при діагностуванні абераційних вад ока – дефокусу (сфери), первинного астигматизму (циліндр), а також величини СКВ аберацій всіх степеневих порядків вимірюються аберометрами із розбіжностями, що є статистично значущими.

Дані статистичного аналізу результатів aberометрії, здійсненої шістьма різними моделями aberометрів

	ANOVA	Newman-Keuls	T-test																
			VFA					OPD-scan				Zywave			WASCA		Multi Spot		
			O	Z	W	M	A	Z	W	M	A	W	M	A	M	A	A		
Сфера	.001	WAO//OZV//ZVM	.01	.91	.43	.86	.01	.27	.64	.58	.21	.07	.52	<.01	.06	.48	.05		
Циліндр	<.001	OZAW//ZAWM/V	.01	.01	<.01	.026	<.01	.04	.02	.15	.29	.24	.61	.53	.35	.39	.24		
Кут	.151		.15	.30	.48	.22	.51	.23	.15	.50	.09	.12	.32	.04	.15	.24	.09		
Z <sub>3</sub> →C <sub>2</sub> <sup>-2</sup>	.305	ZOAWM/V	.02	.01	.47	.36	.04	.09	.01	.50	.03	.13	.93	.08	.55	.27	.65		
Z <sub>4</sub> →C <sub>2</sub> <sup>0</sup>	.050		.60	.65	.06	.76	.04	.02	.33	.74	.05	.07	.17	<.01	.02	.76	.09		
Z <sub>5</sub> →C <sub>2</sub> <sup>+2</sup>	<.012		.01	.01	.26	.05	.01	<.01	.12	.95	.77	.22	.13	.02	.08	.11	.84		
Z <sub>6</sub> →C <sub>3</sub> <sup>-3</sup>	.425		.46	.09	.91	.15	.19	.51	.46	.34	.70	.97	.53	.98	.78	.86	.54		
Z <sub>7</sub> →C <sub>3</sub> <sup>-1</sup>	.143		.08	.75	.01	.08	.18	.05	.92	.08	.02	.22	.33	.82	.69	.40	.16		
Z <sub>8</sub> →C <sub>3</sub> <sup>+1</sup>	.447		.64	.13	.40	.87	.36	.54	.19	.99	.85	.36	.64	.55	.07	.49	.90		
Z <sub>9</sub> →C <sub>3</sub> <sup>+3</sup>	.690		.90	.53	.60	.12	.70	.80	.89	.25	.98	.88	.08	.56	.36	.99	.05		
Z <sub>10</sub> →C <sub>4</sub> <sup>-4</sup>	.391	MOWZA//WZAV	.34	.50	.18	.70	.43	.06	.33	.28	.78	.31	.42	.15	.02	.26	.62		
Z <sub>11</sub> →C <sub>4</sub> <sup>-2</sup>	.706		.97	.18	.87	.68	.56	.86	.96	.27	.63	.18	.36	.73	.58	.40	.32		
Z <sub>12</sub> →C <sub>4</sub> <sup>0</sup>	.667		.67	.45	.46	.49	.43	.45	.48	.33	.41	.83	.17	.30	.59	.67	.68		
Z <sub>13</sub> →C <sub>4</sub> <sup>+2</sup>	.141		.06	.25	.86	.37	.18	.09	.03	0.5	.02	.32	.26	.39	.46	.44	.93		
Z <sub>14</sub> →C <sub>4</sub> <sup>+4</sup>	.009		.04	.39	.05	.01	.21	.11	.06	.29	.11	.50	.09	.71	.12	.44	.02		
Z <sub>15</sub> →C <sub>5</sub> <sup>-5</sup>	.378	V//MWOZA	.30	.60	.03	.33	.41	.20	.30	.36	.55	.18	.05	.15	.98	.75	.96		
Z <sub>16</sub> →C <sub>5</sub> <sup>-3</sup>	.002		.01	.01	.49	.11	.05	.28	.49	.06	.97	.27	.26	.23	.28	.34	.07		
Z <sub>17</sub> →C <sub>5</sub> <sup>-1</sup>	.062		.03	.51	.02	.01	.07	.66	.41	.01	.39	.15	.09	.37	.30	.78	.29		
Z <sub>18</sub> →C <sub>5</sub> <sup>+1</sup>	.877		.79	.84	.90	.21	.84	.69	.40	.17	.55	.79	.67	.28	.80	.40	.06		
Z <sub>19</sub> →C <sub>5</sub> <sup>+3</sup>	.715		.80	.67	.96	.28	.99	.43	.61	.55	.84	.46	.05	.34	.03	.82	.19		
Z <sub>20</sub> →C <sub>5</sub> <sup>+5</sup>	.168		.17	.16	.06	0.5	.84	.01	.59	.04	.50	.03	.01	.48	.35	.39	.14		
СКВ <sub>заг</sub>	<.001	MZO//OA//WA//AV	.01	<.01	<.01	<.01	<.07	.99	.02	.58	.19	<.01	.54	.35	<.01	.99	.18		
СКВ <sub>ВП</sub>	.001	MO//OZWAV	.05	.09	<.01	.01	.16	.54	.67	<.01	.75	.93	.01	.72	.02	.92	.01		
СКВ <sub>мод2</sub>	<.001	ZMO//AW//V	.01	<.01	.02	<.01	.07	.95	.01	.88	.19	<.01	.83	.38	<.01	.90	.27		
СКВ <sub>мод3</sub>	.002	AMOZW//OZWV	.02	.17	<.01	<.01	.01	<.01	.02	<.01	<.01	.71	<.01	<.01	<.01	<.01	.43		
СКВ <sub>мод4</sub>	.012	WAOMZ//ZV	.07	.19	<.01	.02	.01	.06	.88	.58	.73	.18	.02	.05	.62	.95	.64		
СКВ <sub>мод5</sub>	.122		.84	.54	.09	.03	.76	.07	.12	.05	.60	.06	.01	.39	.46	.11	.11		
СКВ <sub>кут0</sub>	.005	MZOAW/OAWV	.09	.05	.34	.02	.58	.79	.03	.87	.23	.03	.69	.48	.01	.87	.31		
СКВ <sub>кут1</sub>	.018	MOWA//OWAZV	.05	.34	<.01	.01	.24	.04	.40	.02	.18	.36	.01	.17	.03	.69	.02		
СКВ <sub>кут2</sub>	.001	MZOAW//V	.01	.01	<.01	<.01	.01	.87	.13	.23	.79	.21	.30	.78	.15	.35	.20		
СКВ <sub>кут3</sub>	.050		.93	.01	.01	.08	.39	<.01	.18	<.01	.03	.25	.36	.45	.41	.91	.13		
СКВ <sub>кут4</sub>	<.001	O//WMZA//V	<.01	.02	<.01	.03	<.01	<.01	.01	<.01	<.01	.39	.24	.63	.69	.20	.41		
СКВ <sub>кут5</sub>	.029	O//WVMZA	<.01	.11	.59	.33	.12	<.01	.01	<.01	.04	<.01	.69	.19	.12	.04	.22		

Цікавим є порівняння абераційних параметрів, визначених за результатами аберометрії та результатами авторефрактометрії (рис. 9.5), [78].

На рис. 9.5 показані дані середніх значень сфери, сферичного еквіваленту та циліндру, виміряні авторефрактометром (горизонтальна шкала) та середні значення із стандартними відхиленнями (вертикальна шкала) тих самих параметрів, обчислені за формулами:

- сфера: 
$$A_R [\text{дптр}] = \frac{4000\sqrt{3}}{r_{\text{max}}^2} C_2^0;$$

- циліндр: 
$$A_S [\text{дптр}] = \frac{4000\sqrt{6}}{r_{\text{max}}^2} \sqrt{(C_2^{-2})^2 + (C_2^2)^2},$$

- азимутальний кут головного перетину:

$$\alpha_I = 0,5 \arcsin \left\{ C_2^{-2} [(C_2^2)^2 + (C_2^{-2})^2]^{0,5} \right\},$$

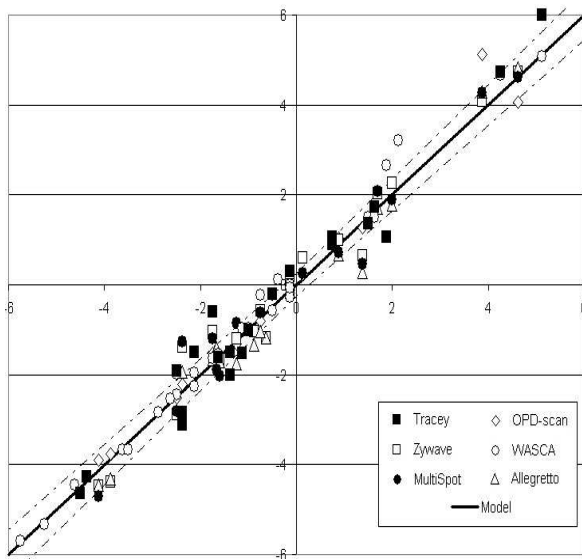
- сферичний еквівалент:  $A_{RS} = A_R + 0,5A_S,$

із використанням результатів вимірювань хвильової аберації приладами, які досліджувалися. Група даних по вертикалі, яка проходить через конкретну точку на горизонтальній шкалі, належить тільки одному пацієнту.

Представлені на рис. 9.4 графіки демонструють велику розбіжність між результатами аберометрії і авторефрактометрії конкретних очей. Причому розбіжність зростає при збільшенні абсолютної величини параметра.

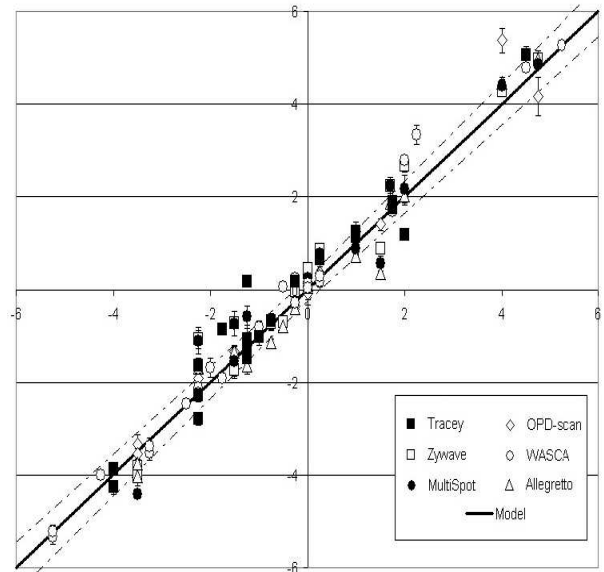
В окремих випадках розбіжності значно перевищують допустимі похибки визначення вказаних параметрів, тобто  $\pm 0,125$  дптр – для малих величин аметропії та астигматизму та  $\pm 0,25$  дптр – для великих величин аметропії і астигматизму.

Головним результатом в роботах Д. Роземи є виявлення факту існування в багатьох випадках істотних розбіжностей між даними аберометрів, що порівнювались. Зрозуміло, що виявлені розбіжності обумовлені недосконалістю апаратних засобів і математичного забезпечення, яке використовується в існуючих офтальмологічних аберометрах. Це стимулює подальші дії направлені на пошук передумов, що породжують похибки аберометрії ока та розробку способів і засобів їх зменшення до допустимого рівня.



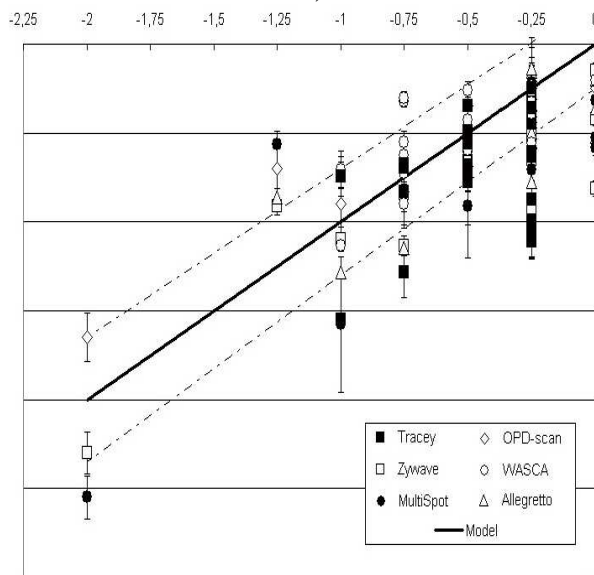
Клінічний сферичний еквівалент  
[дптр]

а)



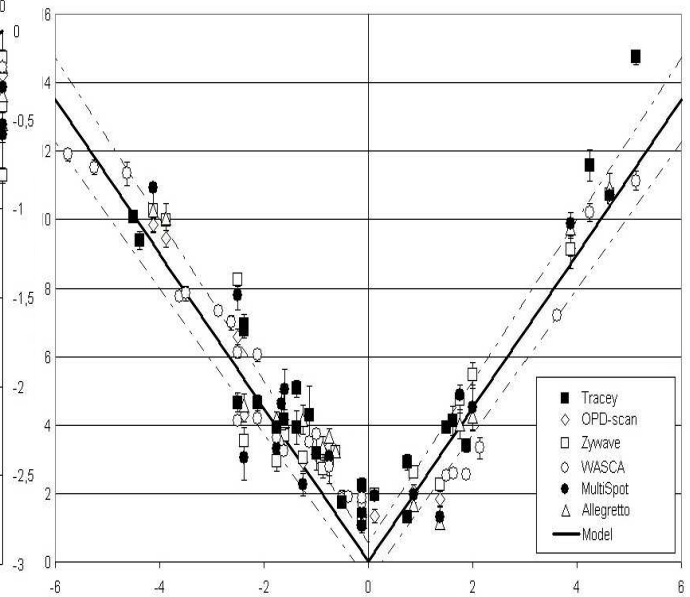
Клінічна сфера  
[дптр]

б)



Клінічний циліндр  
[дптр]

в)



Клінічний сферичний еквівалент  
SKB<sub>заг</sub> [дптр]

г)

Рис. 9.4. Порівняльні діаграми результатів aberометрії (вертикальна шкала) та результатів рефрактометрії (горизонтальна шкала): а – клінічний сферичний еквівалент розрахований з використанням амплітуд абераційних мод дефокусу  $C_2^0$  та первинного астигматизму  $C_2^2$ ,  $C_2^{-2}$ ; б – клінічна сфера – з використанням  $C_2^0$ , в – циліндр – з використанням  $C_2^2$ ,  $C_2^{-2}$ ; г – SKB<sub>заг</sub> – розраховане з використанням амплітуд всіх абераційних мод степеневих порядків від другого до п'ятого

Інший метод порівняльного аналізу офтальмологічних аберометрів реалізований авторами публікації [105]. Авторами цієї роботи порівнювалися моделі аберометрів трьох різних виробників: аберометр Z-View (Ophthonix), аберометр LADAR Wave (Alcon) та аберометр WaveScan (VISX).

Ідея методу полягає у тестуванні аберометрів, з використанням спеціальних моделей абераційної оптичної системи ока. За рахунок деформованої передньої поверхні рогівки в кожній моделі відтворюються потрібні церніковські моди, амплітуди яких визначають за допомогою рогівкового топографа (авторами використаний кератотопограф фірми Carl Zeiss Meditec). Дані кератотопографії автори вважали еталонними. При порівнянні еталонних даних з даними, отриманими на аберометрах, виявлялися розбіжності між ними, які свідчили про похибки аберометрів.

Результати порівнянь амплітуд церніковських мод трьох моделей ока А, В і С, виміряних кератотопографом та аберометрами, показані на рис. 9.5. Ці результати демонструють істотні розбіжності між результатами аберометрії та кератотопографії, які для більшої кількості абераційних мод, в першу чергу мод нижчих степеневих порядків, не можуть вважатися задовільними.

На базі отриманих результатів тестування аберометрів автори публікації [82] зробили головний заключний висновок: «Оскільки візуальна корекція хвильової аберації стає типовим явищем, а пацієнти очікують високу якість отриманих візуальних та рефракційних результатів, аберометри повинні проходити тестування на інструментальну точність, а точність аберометрів повинна підвищуватися. Тестування похибок аберометрів повинно бути схожим до відомого офтальмологам тестування кератотопографів, яке здійснюється за допомогою еталонних сталевих кульок з точно визначеними радіусами кривизни...».

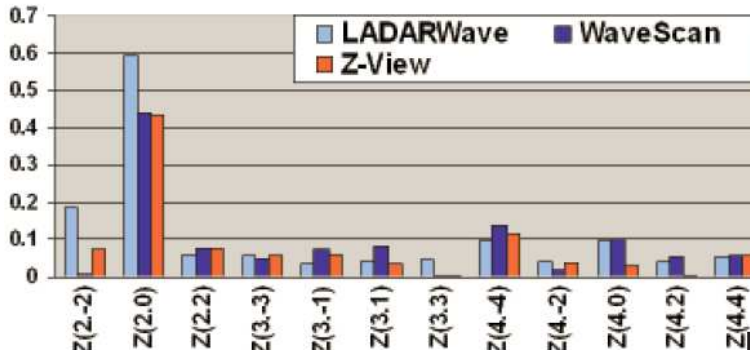
В публікації [83] наведено результати досліджень точності двох комерційних аберометрів iTrace (VFA) та OPD-Scan. З метою зменшення впливу випадкових факторів досліджувалися 54 ока 27 пацієнтів у віці  $27 \pm 7$  років, які не мали дефектів зору або користувалися контактними лінзами і мали при корекції аметропії гостроту зору не нижче за 20/20. Для визначення відсутності чи наявності статистично значущих розбіжностей середніх величин

**Результати aberометрії**

**Результати топографії  
рогівки**

**Модель А**

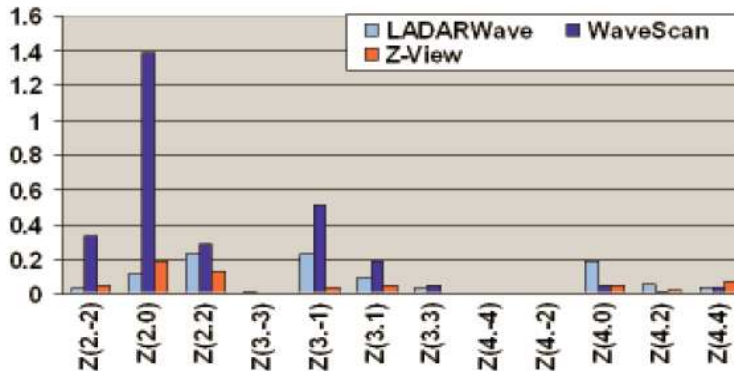
[мкм]



$C_2^{-2}$	0.71
$C_2^0$	1.53
$C_2^2$	1.34
$C_3^{-3}$	-0.06
$C_3^{-1}$	0.06
$C_3^1$	-0.08
$C_3^3$	-0.01
$C_4^{-4}$	-0.11
$C_4^{-2}$	-0.04
$C_4^0$	0.38

**Модель В**

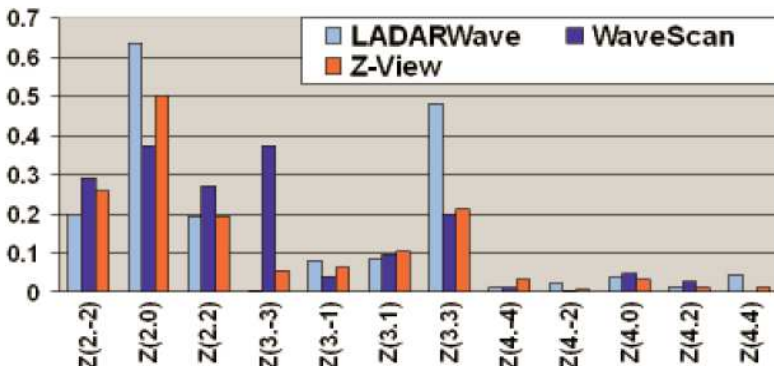
[мкм]



$C_2^{-2}$	-0.07
$C_2^0$	1.61
$C_2^2$	-0.09
$C_3^{-3}$	0.01
$C_3^{-1}$	1.36
$C_3^1$	-0.36
$C_3^3$	0.01
$C_4^{-4}$	0.00
$C_4^{-2}$	0.00
$C_4^0$	0.33

**Модель С**

[мкм]



$C_2^{-2}$	-0.14
$C_2^0$	1.26
$C_2^2$	0.17
$C_3^{-3}$	0.94
$C_3^{-1}$	0.05
$C_3^1$	-0.05
$C_3^3$	-0.87
$C_4^{-4}$	0.02
$C_4^{-2}$	-0.02
$C_4^0$	0.38

Рис. 9.5. Порівняльні оцінки результатів aberометрії та кератотопографії моделей ока А, В і С в зоні  $\varnothing$  6 мм: зліва на діаграмах – абсолютні похибки в [мкм] визначення амплітуд абераційних мод aberометрами Z-View, LADAR Wave, WaveScan відносно результатів кератотопографії; справа – результати кератотопографії моделей – абсолютні величини амплітуд абераційних мод в [мкм], прийняті як еталонні

абераційних параметрів, відтворених кожним аберометром за результатами аберометрії очей вказаної групи пацієнтів, використовувався парний *t*-тест Стьюдента. Аберація здійснювалася в зоні сканування зіниці Ø4 мм (відповідає стану мезопічного зору ока) та в зоні Ø6 мм (скотопічний зір). Визначалися амплітуди абераційних мод всієї оптичної системи ока та внутрішньої оптики ока (частини системи, розташованої між передньою поверхнею рогівки та сітківкою). Розбіжності між середніми величинами абераційних параметрів, що визначалися за допомогою обох аберометрів, аналізувалися методом парного *t*-тесту Стьюдента.

Результати досліджень показали, що при діаметрі зони сканування зіниці 4 мм значне розходження ( $p \leq 0,001$ ) спостерігалось між середніми значеннями абераційних мод внутрішньої частини оптичної системи ока – сферичної аберації ( $C_4^0$ ), синусної коми ( $C_3^{-1}$ ) та косинусного трейфоїла ( $C_3^3$ ) (див. табл.9.3, третій та четвертий рядки).

Таблиця 9.3

Порівняння результатів аберації, здійсненої абераметрами iTrace та OPD Scan

Аберометр	Загальне СКВ, мкм	Загальне СКВ <sub>вп</sub> , мкм	Сферична аберация $C_4^0$ , мкм	Кома $C_3^{-1}$ , мкм	Кома $C_3^1$ , мкм	Трефойл $C_3^{-3}$ , мкм	Трефойл $C_3^3$ , мкм
<b>зона сканування зіниці Ø4 мм, аберация всієї оптичної системи ока</b>							
iTrace	1.85±1.43	0.204±0.15	0.038±0.04	0.015±0.13	0.013±0.06	-0.045±0.07	-0.025±0.12
OPD Scan	1.88±1.46	0.170±0.12	0.011±0.04	0.028±0.05	-0.006±0.04	-0.052±0.08	-0.019±0.14
<b>зона сканування зіниці Ø4 мм, аберация внутрішньої оптичної системи ока*</b>							
iTrace	1.081±1.38	0.725±0.89	-0.024±0.09	0.267±0.06	0.025±0.13	-0.097±0.16	-0.060±0.04
OPD Scan	2.507±2.45	0.720±1.84	-0.131±0.69	0.016±0.09	-0.025±0.17	-0.068±0.61	0.068±0.29
<b>зона сканування зіниці Ø6 мм, аберация всієї оптичної системи ока</b>							
iTrace	5.273±3.27	0.497±0.22	0.164±0.16	0.126±0.26	0.040±0.17	-0.088±0.14	-0.012±0.24
OPD Scan	5.233±3.21	0.509±0.24	0.111±0.24	0.143±0.17	-0.001±0.19	-0.104±0.14	-0.001±0.26
<b>зона сканування зіниці Ø6 мм, аберация внутрішньої оптичної системи ока*</b>							
iTrace	1.673±1.88	0.909±0.83	-0.243±0.32	0.363±0.72	0.027±0.22	0.055±0.30	0.019±0.26
OPD Scan	5.398±3.57	1.257±2.20	-0.054±0.60	0.052±0.52	0.012±0.18	-0.053±0.33	0.016±0.41

\* під аберациями внутрішньої оптичної системи ока слід розуміти аберация, які не відображають внесок рогівки.

В зоні аберометрії  $\varnothing 6$  мм обидва прилади показали схожі результати для всієї оптичної системи ока, проте вимірювання аберацій внутрішньої оптики показали значне розходження майже серед всіх абераційних мод (табл. 9.3, два нижніх рядка).

В обговоренні отриманих даних, що представлені в табл. 9.3, автори роботи [83] відзначили наступне: «Результати досліджень показали значні розбіжності між даними від двох клінічних аберометрів в області мод вищих ступеневих порядків. Оскільки не існує золотого стандарту (еталону) для вимірювань аберацій вищих порядків ми не можемо робити будь-які висновки щодо точності обох приладів в області вищих ступеневих порядків».

Незалежні дослідження і порівняльний аналіз тих самих аберометрів були зроблені групою американських дослідників [84]. Вивчалася повторюваність результатів аберометрії кожного аберометра та досліджувалися прямим порівнянням з використанням  $t$ -тесту Стюдента розбіжності результатів аберометрії двома аберометрами групи одних і тих же пацієнтів.

Повторюваність досліджувалася на 20 нормальних очах групи 10 пацієнтів у віці  $32,9 \pm 7,1$  років. Без застосування медикаментозних засобів вимірювання проводилися на максимально розширених зіницях  $\varnothing 5,8 \pm 0,2$  мм. Кожне око сканувалося 5 разів. Із аберометрії відтворювалися амплітуди мод до 6-го порядку включно.

Повторюваність вимірювань кожним аберометром визначалась в процентах як відношення СКВ амплітуди моди до її середнього значення. В результаті обидва прилади показали схожі величини: iTrace  $57,5 \pm 11,7$  %, а OPD-Scan  $53,9 \pm 10,9$  %. Парний  $t$ -тест Стюдента показав рівень значущості  $p = 0,153$ , що відображає статистичну незначущість розбіжностей вищевказаних середніх значень.

В другому дослідженні порівнювалися результати аберометрії 20 нормальних очей іншої групи пацієнтів. Аберації кожного ока вимірювалися обидва аберометрами послідовно, одноразово, в межах 30 хвилин, у довільній послідовності вимірювачів. Для порівняльного аналізу амплітуд мод другого порядку  $C_2^0$  (дефокусу) та  $C_2^2$ ,  $C_2^{-2}$  (астигматизму), порівнювалися три набори рефрактивних даних від iTrace, авторефрактометра ARK та рефрактометра WS, що інтегрований в OPD-Scan. Всі результати рефрактометрії перераховано під зону сканування  $\varnothing 5$  мм.

В табл. 9.4 представлені результати аберометрії двома аберометрами (середніх значення амплітуд абераційних мод та їх стандартні відхилення, які обчислені за даними 20 очей). Для виявлення розбіжностей між даними обох



Таблиця 9.4

Результати aberометрії, здійсненої aberометрами  
iTrace та OPD Scan

Абераційна мода	Амплітуда моди	iTrace [мкм]	OPD-Scan [мкм]	<i>p</i>
Z3	$C_2^{-2}$	0.140±0.100	0.048±0.039	<0.001
Z4	$C_2^0$	0.269±0.219	0.182±0.157	0.093
Z5	$C_2^2$	0.420±0.314	0.107±0.131	<0.001
Z6	$C_3^{-3}$	0.049±0.036	0.028±0.033	0.007
Z7	$C_3^{-1}$	0.040±0.029	0.012±0.007	0.001
Z8	$C_3^1$	0.039±0.028	0.014±0.013	0.003
Z9	$C_3^3$	0.044±0.041	0.020±0.016	0.025
Z10	$C_4^{-4}$	0.021±0.015		
Z11	$C_4^{-2}$	0.015±0.013	0.005±0.004	0.001
Z12	$C_4^0$	0.034±0.023	0.011±0.007	0.002
Z13	$C_4^2$	0.020±0.018	0.009±0.010	0.040
Z14	$C_4^4$	0.022±0.014		
Z15	$C_5^{-5}$	0.006±0.004		
Z16	$C_5^{-3}$	0.007±0.005	0.002±0.001	<0.001
Z17	$C_5^{-1}$	0.006±0.005	0.002±0.002	0.001
Z18	$C_5^1$	0.009±0.008	0.003±0.003	0.001
Z19	$C_5^3$	0.005±0.004	0.002±0.001	0.004
Z20	$C_5^5$	0.006±0.005		
Z21	$C_6^{-6}$	0.005±0.004		
Z22	$C_6^{-4}$	0.005±0.003		
Z23	$C_6^{-2}$	0.004±0.003	0.001±0.002	<0.001
Z24	$C_6^0$	0.007±0.006	0.000±0.001	<0.001
Z25	$C_6^2$	0.006±0.004	0.002±0.003	0.004
Z26	$C_6^4$	0.006±0.004		
Z27	$C_6^6$	0.004±0.003		
СКВ <sub>ВП</sub>		0.121±0.045	0.051±0.030	<0.001
СКВ <sub>ЗАГ</sub>		0.585±0.310	0.244±0.183	<0.001

Примітка: СКВ<sub>ВП</sub> – середнє квадратичне відхилення, обчислене за формулою (6.24) з урахуванням амплітуд мод від 3-го до 6-го степеневих порядків включно; СКВ<sub>ЗАГ</sub> – загальне середнє квадратичне відхилення, обчислене за формулою (6.24) з урахуванням амплітуд всіх мод від 2-го до 6-го степеневих порядків включно.

аберометрів авторами [84] була зроблена статистична перевірка гіпотези про випадковість цих розбіжностей і належність даних обох аберометрів до однієї генеральної сукупності (нульова гіпотеза). Якщо обидва аберометра здійснюють вимірювання з однаковими випадковими та систематичними похибками, то розбіжності, які спостерігаються між даними аберометрів, з достатньою вірогідністю  $p$  підтверджують правильність нульової гіпотези. Достатньою вважається величина  $p > 0,05$ .

Представлене в останньому стовпчику табл. 9.4 демонструє протилежне, тобто вірогідність правильності нульової гіпотези  $p < 0,05$  (виділене сірим фоном). Це означає, що нульова гіпотеза повинна бути відхиленою, а дані обох аберометрів визнані як ті, що мають статистичну значущу розбіжність та різний рівень похибок.

Виявлена в першому дослідженні повторюваність результатів свідчить про малий рівень випадкових похибок в обох аберометрах. Проте розбіжності середніх значень амплітуд, що виявлені методом статистичного аналізу, є характерною ознакою наявності в аберометрах різних за величиною систематичних похибок, які істотно перевищують величини випадкових похибок. Актуальність досліджень точності аберометрів підтверджується цитатою із [84]: «пряме порівняння двох приладів показало різні амплітуди абераційних мод Церніке, причому різниця між приладами більш виражена в модах вищих порядків... Порівняння не дають можливості визначити, котрий з приладів вимірює хвильову аберацию вірно... Дослідження прямим порівнянням показало систематичну відмінність результатів аберометрії на двох приладах. Аберації вищих порядків не мають кореляції з клінічною практикою... Результати нашого дослідження підтверджують необхідність калібрування аберацій вищих порядків».

На завершення зробленого огляду публікацій, можна зробити наступні зауваження та висновки.

Методи, які використані для аналізу точності аберометрів, і які полягають у використанні статистичного порівняння середніх значень вимірних параметрів чи груп параметрів ( $t$ -тест Стьюдента, дисперсійний аналіз, метод Ньюмена-Кейлса) не можуть дати відповідь на запитання який з аберометрів має меншу систематичну похибку. Ці методи лише вказують на статистично значущу розбіжність похибок аберометрів або на її відсутність.

Використання  $t$ -тесту Стьюдента та дисперсійного аналізу вважається коректним, якщо розподіл похибок вимірювання параметра у групах, що

порівнюються, є нормальним (гаусовим), коли середнє значення та стандартне відхилення величини є вичерпними характеристиками випадкової величини. Проте в жодній публікації не було зроблено аналізу закону розподілу тих випадкових величин, які досліджувалися. Це може викликати сумніви щодо вірності висновків, зроблених при таких умовах.

Проблема метрологічного забезпечення офтальмологічної аберометрії існує через відсутність вимірювачів спотворень фронту світлової хвилі в оці людини, з точністю вимірювань вищою за ту, що вимагається від офтальмологічних аберометрів.

Око людини не можна використовувати як еталон хвильових аберацій.

Нагальною задачею, котра потребує вирішення, є створення фізичної моделі ока, що відтворює аберації ока людини з еталонною точністю.

## **9.2. Обґрунтування вимог до фізичної абераційної моделі оптичної системи ока**

Модель, яка може слугувати взірцевою мірою аберацій оптичної системи ока і використовуватися для калібрування офтальмологічних аберометрів, насамперед повинна:

- відтворювати хвильові аберації із модальним складом, який є властивим оку людини;
- генерувати абераційні моди з амплітудами в тих діапазонах, що є природними для ока людини;
- забезпечувати достатню для калібрування сучасних офтальмологічних аберометрів точність моделювання абераційних мод;
- утворювати моделлю ті самі умови, в яких здійснюється аберометрія живого ока людини, а також ті оптичні явища, якими зазвичай супроводжується аберометрія ока і безпосередньо впливають на її точність.

Джерелом інформації про абераційні вади ока є архіви та бази даних пацієнтів офтальмологічних клінік. В переважній більшості вони містять інформацію про абераційні вади – аметропію та астигматизм, що обумовлені наявністю в оці абераційних мод другого степеневого порядку. Їх частіш за все вимірюють суб'єктивними, а також об'єктивними методами, за допомогою авторефрактометрів. Дані про аберації вищих степеневих порядків в

літературних джерелах з'явилися порівняно недавно завдяки впровадженню в оптометрію сучасних офтальмологічних аберометрів.

Результати статистичних досліджень очей з абераціями другого степеневого порядку представлені у великій кількості публікацій. Придатними для вирішення поставленої в цьому підрозділі задачі є матеріали, викладені в роботах [86, 87]. В цих публікаціях на основі результатів вимірювань аметропії та астигматизму 930 очей, проведених доктором медичних наук, професором Жабоедовим Г.Д. методами об'єктивної рефрактометрії та суб'єктивними методами, встановлено розподіл кількості очей за величиною аметропії (рис. 9.6, 9.7) та за величинами параметрів первинного астигматизму (рис. 9.8, 9.9). З гістограм, які представлені на цих рисунках, можна зробити висновки про те, що 99% пацієнтів мають аметропію в діапазоні  $\Delta A_R = (-10 \dots +8)$  дптр, первинний астигматизм – в діапазоні  $\Delta A_S = (-4 \dots +3)$  дптр. Головний перетин, в якому оптична сила ока найбільша, має кут нахилу до горизонтальної площини переважно біля  $0^0$  та  $90^0$ , хоча інколи трапляються інші значення кутів нахилу.

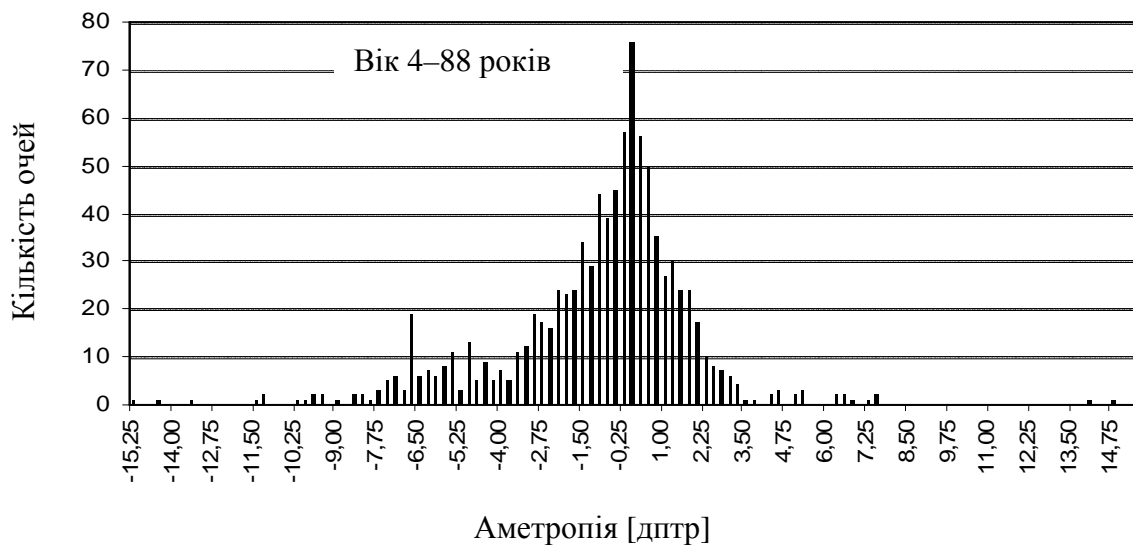


Рис. 9.6. Гістограма розподілу кількості очей за величиною аметропії

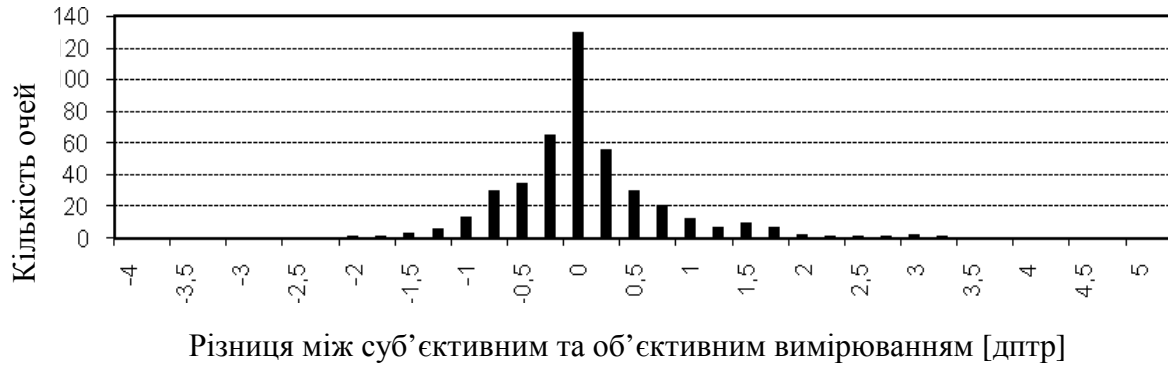


Рис. 9.7. Гістограма розподілу кількості очей за величиною різниці між результатами об'єктивної рефрактометрії ока та результатами вимірювання аметропії суб'єктивним методом

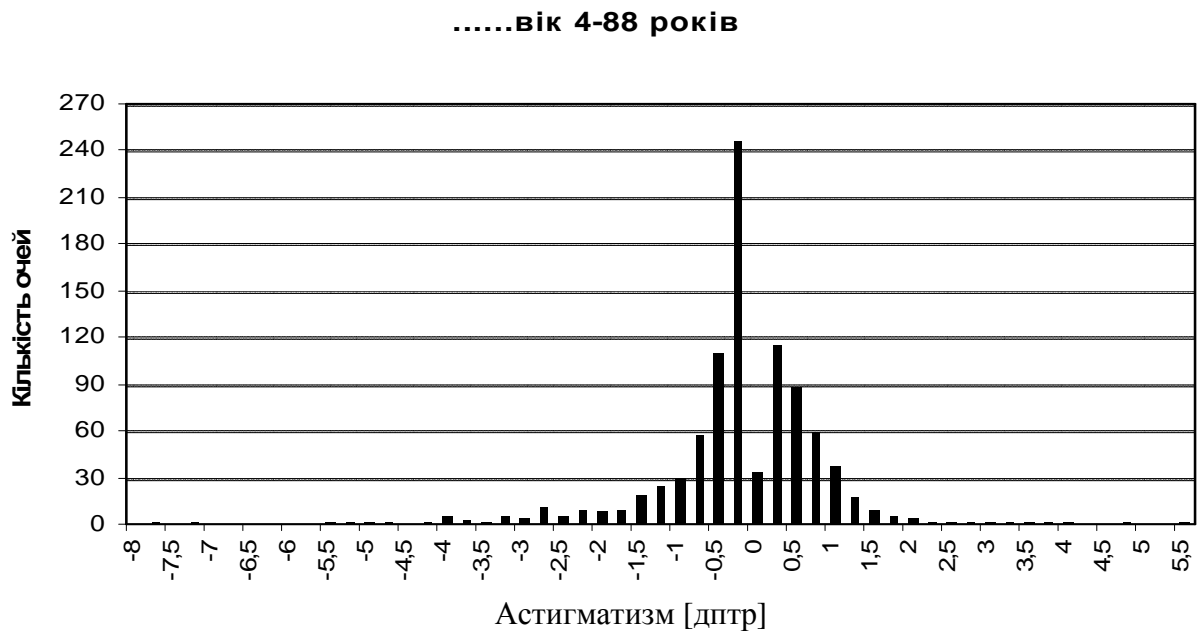


Рис. 9.8. Гістограма розподілу кількості очей за величиною астигматизму

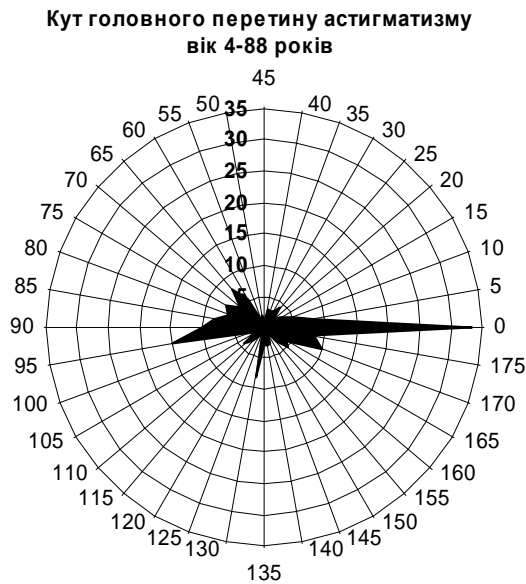


Рис. 9.9. Гістограма розподілу кількості очей, за величиною кутового положення головного перетину астигматизму

Звертає на себе увагу той факт, що результати вимірювань аметропії суб'єктивними методами та за допомогою авторефрактометрів в загальному випадку не збігаються. У 99% випадків розбіжності можуть знаходитися в діапазоні до  $\pm 1$  дптр (див. рис. 9.7).

Представлене на рис. 9.6–9.9 дозволяє обчислити діапазони значень амплітуд абераційних мод дефокусу  $C_2^0$  та первинного астигматизму  $C_2^2$ ,  $C_2^{-2}$ , використовуючи для цього формули (3.4) та (3.5):

$$C_2^0 = \frac{\Delta A_R r_{\max}^2}{4000\sqrt{3}},$$

$$\sqrt{(C_2^{-2})^2 + (C_2^2)^2} = \frac{\Delta A_S r_{\max}^2}{4000\sqrt{6}}.$$

При аберометрії в зоні  $2r_{\max} = 6$  мм і  $\Delta A_R = (-10 \dots +8)$  дптр,  $\Delta A_S = (-4 \dots +3)$  дптр у відповідності з приведеними формулами отримуємо діапазони нормованих амплітуд:  $C_2^0 = (-13 \dots +10,4)$  мкм,  $C_2^2$ ,  $C_2^{-2} = (-3,7 \dots +2,8)$  мкм. В ці діапазони потрапляють значення аметропії та первинного астигматизму у 99 % пацієнтів офтальмологічних клінік.

Якість зору людини в значній мірі залежить від аберацій вищих степеневих порядків. Клінічними дослідженнями доведено, що на гостроту зору

мають вплив моди всіх степеневих порядків від другого до шостого включно. Найбільше гострота зору погіршується через моди вищих степеневих порядків – третього та четвертого. Моди п'ятого та шостого порядків на гостроту зору майже не впливають, хоча в деяких випадках офтальмологи бажають мати об'єктивну інформацію також і про ці моди.

Наявність та величини абераційних мод вищих степеневих порядків оптичної системи ока людини пов'язані з багатьма факторами, серед яких найважливішими є: 1) вік людини; 2) акомодативний стан ока; 3) патологічна деформація форми передньої поверхні рогівки (кератоконус); 4) неспіввісне розміщення кришталика і рогівки; 5) оптична неоднорідність кришталика та скловидного тіла.

Можливість вимірювань мод вищих порядків та досліджень впливу на них вищевказаних факторів з'явилась завдяки появі об'єктивних офтальмологічних аберометрів. Хоча питання про точність вимірювань амплітуд мод вищих порядків залишається відкритим, все ж результати таких вимірювань можуть дати уяву хоча б про відносний порядок значень цих амплітуд.

Вимірювання абераційних мод вищих степеневих порядків здійснювалось у декількох відомих офтальмологічних центрах. У публікаціях [88–96] систематизовані, оброблені та опубліковані результати цих вимірювань. Вони були використані нами для визначення потрібних діапазонів амплітуд абераційних мод, які повинні моделюватися.

В табл. 9.5 представлені діапазони значень амплітуд абераційних мод, встановлених за даними [88-93]. В нижньому рядку таблиці наведено вік пацієнтів та кількість очей, що досліджувалися.

Публікація [93] містить дані про амплітуди абераційних мод вищих степеневих порядків. Ці дані отримані за результатами аберометрії 2560 очей, що була здійснена в офтальмологічних центрах (див. першу графу табл. 9.6.) В цій таблиці також вказано вік пацієнтів та статистичні параметри абераційних вад другого степеневих порядку.

Діапазони амплітуд абераційних мод  $(C_n^m)_{\max}$  та  $(C_n^m)_{\min}$ , представлені в останній графі табл. 9.5, визначені за сукупністю даних всіх публікацій [88 – 93].

Наведене в табл.9.5 стосується очей без патології з відсутньою акомодативною напругою (акомодованих на подальшу точку ясного зору).

Таблиця 9.5

Зведені дані про величини амплітуд абераційних мод ока людини

Амплітуда моди	№ моди	Діапазони амплітуд мод, [мкм]						Сумарні діапазони амплітуд мод, [мкм]
		[88]	[89]	[90]	[91]	[92]	[93]	[88-93]
$C_3^{-3}$	Z6	0,15 -0,12	0,22 -0,26	0,19 0,02	0,17 -0,05	0,09 -0,06	0,432 -0,22	0,432 -0,26
$C_3^{-1}$	Z7	0,2 0,2	0,31 -0,35	0,18 0,02	0,15 -0,17	0,1 -0,15	0,564 -0,278	0,564 -0,35
$C_3^1$	Z8	0,18 -0,08	0,23 -0,2	0,23 0,03	0,13 -0,11	0,11 -0,11	0,469 -0,289	0,469 -0,289
$C_3^{-3}$	Z9	0,16 -0,1	0,2 -0,25	0,24 0,02	0,12 -0,12	0,08 -0,05	0,385 -0,223	0,385 -0,25
$C_4^{-4}$	Z10	0,05 -0,06	0,05 -0,09	0,1 0,08	0,03 -0,05	0,04 -0,04	0,176 -0,1	0,176 -0,09
$C_4^{-2}$	Z11	0,05 -0,05	0,06 -0,07	0,09 0,01	0,06 -0,02	0,05 -0,01	0,17 -0,116	0,17 -0,116
$C_4^0$	Z12	0,01 0,19	0,29 -0,1	0,13 0,02	0,24 0,03	0,06 -0,06	0,448 -0,192	0,448 -0,192
$C_4^2$	Z13	0,05 -0,05	0,11 -0,11	0,13 0,01	0,06 -0,05	0,07 -0,05	0,207 -0,111	0,207 -0,111
$C_4^4$	Z14	0,05 -0,05	0,1 -0,1	0,19 0,01	0,07 -0,06	0,03 -0,055	0,186 -0,1	0,19 -0,1
$C_5^{-5}$	Z15	- -0,06	0,06 -0,06	- -	0,04 -0,04	0,01 -0,01	0,121 -0,071	0,121 -0,071
$C_5^{-3}$	Z16	- -0,05	0,05 -0,05	- -	0,01 -0,05	0,01 -0,01	0,111 -0,063	0,111 -0,063
$C_5^{-1}$	Z17	- -0,06	0,06 -0,06	- -	0,03 -0,06	0,015 -0,015	0,13 -0,074	0,13 -0,074
$C_5^1$	Z18	- -0,05	0,05 -0,05	- -	0,03 -0,03	0,015 0,008	0,117 -0,077	0,117 -0,077
$C_5^3$	Z19	- -0,06	0,06 -0,06	- -	0,036 -0,02	0,01 -0,01	0,1 -0,064	0,1 -0,064
$C_5^5$	Z20	- -0,02	0,04 -0,02	- -	0,04 -0,02	0,015 -0,015	0,106 -0,06	0,106 -0,06
$C_6^{-6}$	Z21	- -	- -	- -	- -	- -	0,089 -0,051	0,089 -0,051
$C_6^{-4}$	Z22	- -	- -	- -	- -	- -	0,071 -0,043	0,071 -0,043
$C_6^{-2}$	Z23	- -	- -	- -	- -	- -	0,063 -0,039	0,063 -0,039
$C_6^0$	Z24	- -	- -	- -	- -	- -	0,088 -0,04	0,088 -0,04
$C_6^2$	Z25	- -	- -	- -	- -	- -	0,072 -0,04	0,072 -0,04
$C_6^4$	Z26	- -	- -	- -	- -	- -	0,076 -0,042	0,076 -0,042
$C_6^6$	Z27	- -	- -	- -	- -	- -	0,09 -0,05	0,09 -0,05
<b>Кількість очей</b>		200	200	45	109	59	2560	
<b>Вік пацієнтів</b>		10-55	22-35	50-70	21-65	20-30	15-60	



Вплив такої патології оптичної системи ока як кератоконус на величини амплітуд абераційних мод досліджено в роботі [94]. Показано, що при абераметрії в зоні зіниці  $\varnothing 5,7$  мм кератоконус викликає істотне у порівнянні з нормальним оком зростання амплітуд:

- первинного астигматизму  $C_2^{\pm 2}$  – в 1,2 ... 3 рази,
- коми  $C_3^{\pm 1}$  та трейфойлу  $C_3^{\pm 3}$  – в 1,5 ... 4 рази,
- вторинного астигматизму –  $C_4^{\pm 2}$  в 1,5 ... 2 рази,
- сферичної аберації  $C_4^0$  – в 1,5 ... 2 рази.

Величини амплітуд абераційних мод інших степеневих порядків залишаються в діапазонах властивих нормальному оку.

Публікація [93] містить дані про амплітуди абераційних мод вищих степеневих порядків. Ці дані отримані за результатами абераметрії 2560 очей, що була здійснена в офтальмологічних центрах (див. першу графу табл. 9.6.) В цій таблиці також вказано вік пацієнтів та статистичні параметри абераційних вад другого степеневого порядку.

Вплив акомодативного стану ока на амплітуди його абераційних мод

Таблиця 9.6

Зведені дані абераметричних досліджень очей пацієнтів [93]

Офтальмологічний центр	Кількість очей			Вік пацієнтів (середній $\pm$ СКВ)	Аметропія (середня $\pm$ СКВ)	Прилад, що вимірює аберації очей
	праві	ліві	загалом			
Navy1	186	188	374	32,8 $\pm$ 6,9	-3,21 $\pm$ 1,54	Wave Scan
Navy1	207	209	416	30,6 $\pm$ 4,8	0,09 $\pm$ 0,59	Wave Scan
Army	47	47	94	29,9 $\pm$ 7,6	-0,58 $\pm$ 0,98	COAS
Baylor	283	249	532	41,3 $\pm$ 10,2	-2,94 $\pm$ 2,87	Wave Scan
Indiana	100	100	200	26,1 $\pm$ 5,6	-3,1 $\pm$ 3	Laboratory device
Houston	67	0	67	24,8 $\pm$ 4,2	-2,5 $\pm$ 2,25	Laboratory device
Tokyo	66	68	134	46,7 $\pm$ 13,8	-2,4 $\pm$ 2,98	Topcon
Rochester1	109	109	218	40,8 $\pm$ 10,6	-2,2 $\pm$ 2,95	Laboratory device
Rochester2	160	154	314	33,1 $\pm$ 8,2	-3,36 $\pm$ 1,54	Zywave
Murcia (Spain)	89	82	171	26 $\pm$ 6	-0,5 $\pm$ 3	Laboratory device
Ohio State	20	20	40	24 $\pm$ 5	-3,11 $\pm$ 0,96	COAS
<b>Сумарна кількість очей</b>	1334	1226	2560			

досліджено в роботі [95]. За даними цієї роботи акомодация найбільше впливає на амплітуду моди сферичної аберації  $C_4^0$ .

Із збільшенням акомодативної напруги ока в діапазоні акомодативності (0...6) дптр коефіцієнт  $C_4^0$  може змінюватися у від'ємному напрямку, переходячи від позитивних (0,1 мкм) до негативних значень (-0,3 мкм) практично пропорційно величині акомодативності. Кома ( $C_3^{\pm 1}$ ) та первинний астигматизм ( $C_2^{\pm 2}$ ) після сферичної аберації займають друге та третє місце відповідно ступеню їх залежності від стану акомодативності. Вони демонструють набагато меншу залежність амплітуд від величини акомодативності, причому напрям зміни їх величин є індивідуальним для кожної людини. Амплітуди всіх інших аберативних мод вищих степеневих порядків мають середні значення близькі до нуля і практично сталі СКВ при змінах акомодативної напруги.

Вплив віку на амплітуди аберативних мод досліджено в роботах [96]. За результатами аберометрії очей з розслабленою акомодативністю у віці від 20 до 60 років встановлено, що статистично значущою є лише кореляція між віком та сферичною аберативністю  $C_4^0$ . Середня величина амплітуди  $C_4^0$  з віком змінюється у позитивному напрямку приблизно в 1,5 рази. Виявлено також незначне зростання амплітуд коми  $C_3^{\pm 1}$ . Середні значення амплітуд аберативних мод інших вищих степеневих порядків та їх СКВ не показали помітних змін із зростанням віку пацієнта.

Зведені результати аналізу діапазонів амплітуд аберативних мод представлені діаграмою на рис. 9.10. Ця діаграма у поєднанні з іншими додатковими вимогами до аберативних моделей оптичної системи ока дозволяє зробити порівняльний аналіз існуючих моделей ока і зробити висновки щодо їх відповідності сьогочасним вимогам.

Зрозуміло, що виявлені за цей час і представлені у вищезгаданих публікаціях діапазони амплітуд аберативних мод не можна вважати достатньо точними через те, що до дійсних граничних значень амплітуд додаються ще й похибки їх вимірювання, які досконально поки ще ніким не досліджені. Особливо це стосується амплітуд мод вищих степеневих порядків – п'ятого та шостого, оскільки у них абсолютні величини є набагато меншими у порівнянні з іншими степеневими порядками. Проте і в такій якості отримані дані надають

уяву про рівень абераційних спотворень в оці людини, і тому вони можуть бути використані для визначення потрібних діапазонів моделювання абераційних мод.

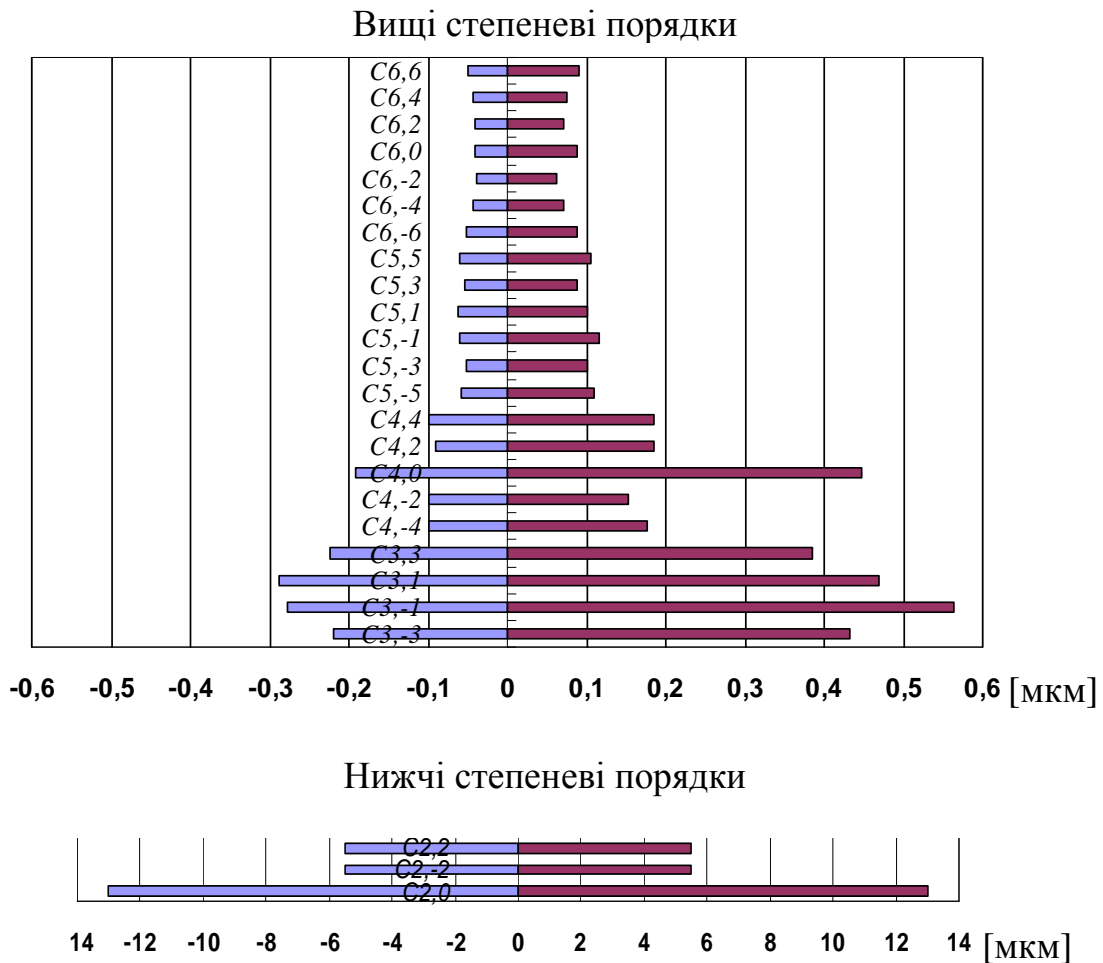


Рис. 9.10. Діаграми діапазонів амплітуд абераційних мод хвильової аберації нормального ока людини

Оскільки похибки вимірювань аберацій ока залежать від величини аберацій, моделювання абераційних мод необхідно здійснювати у можливих діапазонах їх амплітуд. Тому ще однією важливою вимогою до моделі ока є забезпечення плавного змінювання амплітуд абераційних мод в межах, які позначені на рис. 9.10, причому без заміни на аберометрі однієї моделі на іншу. Така заміна може призвести до похибок аберометрії, обумовлені неточним позиціонуванням кожної моделі ока відносно аберометра.

В зв'язку з тим, що існуючі офтальмологічні аберометри відрізняються за принципом дії, оптична система моделі ока повинна коректно функціонувати з будь-яким аберометром, до того ж утворювати для аберометра умови

наближені до реальних, які мають місце при роботі з оком людини. Тому моделі ока додатково повинні забезпечувати:

1) проходження світла через оптичну систему моделі як в прямому напрямку – від імітатора рогівки до імітатора сітківки, так і в зворотному напрямку без екранування променів на будь-якій ділянці зіниці;

2) характерні для ока людини енергетичні втрати світла, пов'язані з френелівським відбиттям світла на заломлюючих поверхнях, а також з поглинанням світла оптичними середовищами та сітківкою;

3) дифузне розсіювання та деполяризацію на імітаторі сітківки поляризованого лазерного випромінювання абераметра саме так, як це відбувається на сітківці ока людини;

4) виникнення полисків (Пуркіньє-образів) подібних до тих, що виникають при абераметрії ока на поверхнях рогівки та кришталика.

Вимога 1) обумовлена специфічним функціонуванням в деяких абераметрах (наприклад, в абераметрах з датчиком Гартмана-Шека) систем освітлення, які формують на сітківці світлову мікропляму, використовуючи проходження світла від абераметра до сітківки через осьову субапертуру малого діаметру на зіниці.

Виконання вимоги 2) є необхідним для функціонування фотоелектричного приймача вимірювального каналу абераметра в умовах, ідентичних реальним, коли відношення амплітуд корисних фотоелектричних сигналів до електричного шуму при роботі з моделлю та з оком є однаковими. Невиконання цієї умови може істотно змінити величини як випадкових, так і систематичних складових інструментальної похибки абераметра, що є недопустимим.

Без виконання вимоги 3) не можуть нормально функціонувати ті абераметри, в яких для усунення завад від світлових полисків використовуються поляризаційні світлоділильніки.

Полиски при абераметрії ока від поверхонь рогівки та кришталика мають відповідні розміри, яскравість та розміщення в просторі. Це враховується при проектуванні абераметрів на стадії розробки системи та конструкції приладу, чим забезпечується часткове чи повне їх усунення. Якщо модель утворює іншу картину полисків, то вказані заходи не дають потрібного ефекту, що призводить до додаткових похибок абераметрії. Цим обумовлюється принципова важливість виконання умови, що викладена в п. 4).

Ще однією важливою умовою функціонування абераційної моделі ока є точність моделювання нею хвильової аберації ока, що дозволяє виявляти похибки аберометра, що калібрується, з похибками не вище заданих. В метрології існує правило, згідно якого похибки взірцевої міри повинні бути в 3–5 разів меншими за допустимі похибки приладу, який перевіряється. Отже для встановлення допустимих похибок моделювання хвильової аберації та її мод потрібно мати дані про допустимі похибки аберометрії ока.

Питання про те з якою точністю треба здійснювати аберометрію ока до цього часу залишається дискусійним і остаточно не вирішеним. Тому пошук аргументованої відповіді на це питання є наступною задачею.

Вимоги до точності аберометрії ока обумовлюються особливостями практичного використання даних про аберації ока. Як відомо, вимірювання хвильової аберації очей людини здійснюють з метою:

- планування та виконання хірургічної корекції хвильової аберації зміною форми передньої поверхні рогівки із застосуванням технологій фоторефрактивної кератотомії (PRK), лазерного кератомільозу (LASIK) та іншими сучасними методами і засобами;
- перевірки результатів коригування аберацій після зміни форми рогівки;
- перевірки результатів суб'єктивних методів визначення аметропії чи астигматизму порівнянням їх із результатами об'єктивної аберометрії при підборі окулярних чи контактних лінз;
- виявлення причин зниження гостроти зору, якщо корекція астигматизму або сферичної аберації окулярними, контактними чи інтраокулярними лінзами не призводить до очікуваних результатів;
- підтвердження результатів оцінки гостроти зору, здобутих суб'єктивними методами за участю в цій процедурі пацієнта, коли визначається профпридатність людини;
- поліпшення зображення очного дна шляхом використання даних про аберації ока для їх компенсації адаптивними оптичними елементами, вбудованими у фундус-камери;
- проведення наукових досліджень з метою визначення ролі оптичної системи ока у створенні мозком людини зорових образів тощо.

Який би не був практичний чи науковий інтерес до результатів аберометрії ока її кінцевою метою завжди залишається поліпшення гостроти зору і доведення його до нормального стану.

При цьому ключове питання, яке потребує аргументованої відповіді, стосується тієї величини залишкової хвильової аберації оптичної системи ока та її складових (мод), яку можна вважати допустимою.

Відомо, що в офтальмології традиційно просторову роздільну здатність зорового апарату визначають через параметр гостроти зору. Він обчислюється за формулою  $\theta = 1' / \varepsilon$ , де  $\varepsilon$  [кут.хв] – кутова межа просторового розділення зорового апарату. В офтальмологічних кабінетах величину  $\varepsilon$  визначають за допомогою тест-об'єктів типу кілець Ландольта, знаків Снеллена, літер алфавіту в таблицях Головіна-Сівцева, картини інтерференційних смуг зі змінною просторовою частотою тощо. Фактично при цьому знаходять результат сумарної дії зорового апарату, який складається з оптичної системи ока, сітківки та тієї частини мозку, що взаємодіє із сітківкою.

Просторова роздільна здатність зорового апарату залежить від просторової роздільної здатності оптичної системи ока та просторової роздільної здатності сітківки як багатоелементного фотоприймача, який функціонально є периферійною частиною мозку людини. Для оцінки впливу на гостроту зору тільки аберацій оптичної системи ока використовують характеристики якості зображення, які є традиційними в технічній оптиці – функцію розсіювання точки (ФРТ) або оптичну передавальну функцію (ОПФ). Обидві функції дозволяють визначати діапазон складових просторових частот зображень, сформованих оптичною системою ока. Чим більше цей діапазон, тим більшу просторово-роздільну здатність має оптика ока, що сприяє кращій гостроті зору.

На ФРТ або ОПФ впливають декілька факторів. Найбільш вагомими серед них є дифракція світлових хвиль на краях зіниці ока та аберації оптичної системи ока.

Внаслідок дифракції навіть абсолютно безабераційна оптична система ока формує зображення точки на сітківці у вигляді, відображеному графіками ФРТ –  $E(y', x')$  (див. рис. 2.2., 2.3). При визначенні межі просторового розділення оптичної системи ока використовується тест-об'єкт у вигляді двох некогерентних точкових джерел світла. Око, що спостерігає такий тест-об'єкт, може сприймати дві точки як роздільні, коли відстань між центрами їх зображень на сітківці згідно правилу Релея не менша за радіус кола Ейрі. При такій відстані розподіл сумарної освітленості на сітківці від обох точок утворює «провалля» величиною  $\Delta E = E_{\max} - E_{\min}$  (див. рис. 2.4), яке при круглій зіниці

та при її рівномірному освітленні має відносну величину  $\eta = \Delta E / E_{\max} \approx 0,27$  (табл. 9.7 , рядок 1).

Зоровий апарат завдяки структурі сітківки, яка є багатоелементним фотоприймачем, і завдяки контрастній чутливості сітківки (здатності відчувати різницю  $\Delta E = E_{\max} - E_{\min}$  між величинами освітленості двох сусідніх фоторецепторів) може просторово розділяти зображення цих двох точок. Фізіологічну реакцію на зображення двох точок може забезпечити група не менш як із трьох сусідніх фоторецепторів. Ця група відчуває «провалля» у освітленості за умови, якщо центральний максимум освітленості в зображенні однієї точки припадає на один фоторецептор (ковбочку чи паличку), центральний максимум в зображенні другої точки – на інший фоторецептор, а між вказаними фоторецепторами міститься ще один фоторецептор, над яким знаходиться «провалля» – мінімум сумарної освітленості (мінімум графіка  $E(y', x')$ , див. рис. 2.4.

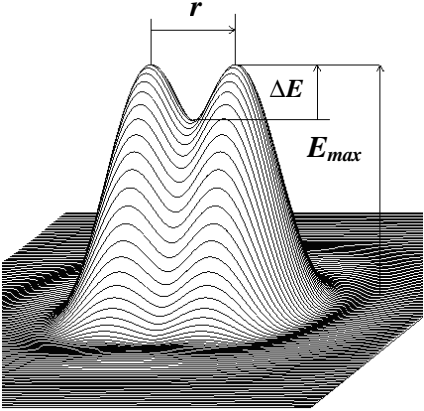
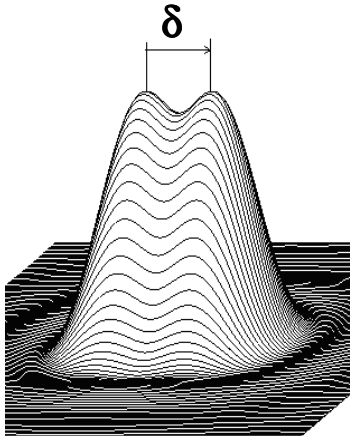
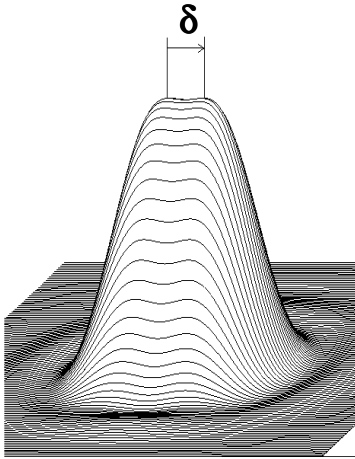
Підвищенню чутливості зорового апарату до зображення цих точок також сприяє тремор. При треморі зображення простору об'єктів переміщується по сітківці у різних напрямках на відстань 1,6–3,2 мкм, яка приблизно дорівнює діаметру однієї палички або ковбочки. Тим самим сітківка нібито «ощупує» зображення.

Контрастна чутливість має природну границю. Так, із практики астрономічних спостережень зоряного неба відомо, що око ще спроможне відрізнити дві зірки як окремі, якщо їх дифракційні зображення розміщені на сітківці на відстані  $\delta = 0,87r$  і  $\Delta E / E_{\max} = 0,05$  (див. табл. 9.7, рядок 2). Вказана відстань є мінімальною серед тих, при яких зоровий апарат фізіологічно ще може відчувати зображення двох точок як роздільні.

Якщо ж вказана відстань зменшується до величини  $\delta = 0,78r$ , то величина співвідношення  $\Delta E / E_{\max} = 0$ . В даному випадку оптична система ока «поєднує» дифракційні зображення двох точок в одну пляму (див. табл. 9.7, рядок 3). Сітківка, якою б «дрібною» не була її мозаїчна структура, не зможе при цьому розрізнити в такій плямі зображення двох точок через те, що трійка вищевказаних сусідніх фоторецепторів отримує однакову освітленість. В такому випадку око сприймає зображення двох точок як зображення однієї точки. Відстань  $\delta = 0,78r$  встановлена Спероу. Вона має назву абсолютної межі просторового розділення.

Таблиця 9.7

Графіки розподілу в площині сітківки ока освітленості в зображенні двох точкових джерел світла

<p>а)</p>	<p>Радіус кола Ейрі [4]:  <math display="block">r = \frac{1,22\lambda f}{D}</math>                     При:  <math>\lambda = 0,55\text{мкм}</math>                      передній фокусній відстані ОС ока  <math>f = 17\text{мм}</math>                      діаметрі зіниці ока  <math>D = 3\text{мм}</math>                      радіус кола Ейрі:  <math>r = 3,8\text{ мкм}</math></p>		$\frac{\Delta E}{E_{\max}} = 0,265$
<p>б)</p>	<p><math>\delta = 0,87r</math></p>		$\frac{\Delta E}{E_{\max}} = 0,05$
<p>в)</p>	<p><math>\delta = 0,78r</math></p>		$\frac{\Delta E}{E_{\max}} = 0$



Визначимо межу просторового розділення зорового апарату, обумовлену мозаїчністю сітківки. Так при середньостатистичному значенні відстані між двома сусідніми фоторецепторами сітківки дорослої людини  $\approx 2$  мкм відстань між центрами першого та третього сусідніх фоторецепторів становить  $\approx 4$  мкм, див. рис. 2.4.

При середньостатистичній величині передньої фокусної відстані ока дорослої людини  $f \approx 17$  мм, кутова в радіанах відстань  $\varepsilon$  між двома точками простору об'єктів, зображення яких знаходяться в центрах першого і третього фоторецепторів сітківки відповідно, обчислюється за формулою  $\varepsilon = (4...5) \cdot 10^{-3} / f = (4...5/17) \cdot 10^{-3}$ . В кутовій мірі ця величина дорівнює відповідно 49...60 кутовим секундам, тобто приблизно одній кутовій хвилині –  $1'$ . Вона є практично сталою для людей з різними габаритами ока. Не випадково, що фізіологічно нормальна гострота зору, відповідно до формули її визначення та згідно з результатом попереднього розрахунку, дорівнює одиниці:  $\theta = 1' / \varepsilon = 1' / 1' = 1$ .

Узгодженість роздільної здатності оптичної системи ока з роздільною здатністю сітківки досягається в тому випадку, коли величина  $2\delta$  у відповідності з правилом Релея дорівнює радіусу кола Ейрі – величині  $r$ , формула розрахунку якої приведена в табл. 9.7, [4]. При довжині хвилі  $\lambda = 0,55$  мкм, при якій око людини має максимум спектральної чутливості, вищевказана умова узгодженості виконується, коли діаметр зіниці має величину:

$$D = \frac{1,22\lambda f}{r} = \frac{1,22\lambda f}{2\delta} = \frac{1,22 \cdot 0,55 \cdot 10^{-3} \cdot 17}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 2,85 \text{ мм.}$$

Великою кількістю досліджень встановлено існування зв'язку між гостротою зору та діаметром зіниці. Так максимальної гостроти зору нормальне людське око досягає при діаметрі зіниці  $D \approx 3$  мм, [97]. Цим підтверджується не тільки факт узгодженості роздільної здатності оптичної системи ока з роздільною здатністю сітківки, але й дивовижна еволюційна здатність живої природи до параметричної оптимізації функцій, які виконують органи людського організму.

При зростанні діаметра зіниці понад 3 мм зростає також і вплив на гостроту зору оптичних неоднорідностей середовищ кришталика та скловидного тіла, а також вплив природних недосконалостей форми та

взаємного розміщення рогівки та кришталіка. Ці фактори призводять до збільшення величини кута  $\epsilon$ , що зменшує гостроту зору. З цього можна зробити висновок, що вплив залишкових аберацій оптичної системи ока на її просторову роздільну здатність і допустимі величини цих аберацій треба встановлювати для того стану ока, при якому воно має найвищу гостроту зору, наприклад, при діаметрі зіниці 3 мм.

Аберації будь-якої оптичної системи змінюють розподіл освітленості в дифракційному зображенні точки. Вже при невеликій хвильовій аберації (долях світлової хвилі) спостерігається зменшення освітленості  $E_0$  в центрі дифракційного зображення точки на сітківці і візуальне збільшення її розмірів за рахунок перерозподілу світлового потоку із центрального ядра в дифракційні кільця. Це призводить до зменшення співвідношення  $\Delta E / E_{\max}$  (табл. 9.7) в зображенні двох точок, розташованих на відстані радіуса кола Ейрі  $r$ , і до погіршення для зорового апарату умов просторового розділення цих двох точок.

Штрель встановив, що зменшення величини  $E_{\max}$  не більше як на 20% ще зберігає якість зображення оптичної системи на рівні дифракційно-обмеженої, [5]. А це означає, що виконання умови  $S = E_0 / E_{\max} \geq 0,8$ , де  $S$  – число Штреля, дозволяє вважати будь-яку абераційну оптичну систему, в т.ч. й оптичну систему ока, практично безабераційною.

Математично доведено, що при середньоквадратичному відхиленні хвильової аберації, яке не виходить за межі діапазону  $(0 \dots 0,1)\lambda$ , число Штреля можна розраховувати за формулою:

$$S \approx 1 - 4\pi^2 \left( \frac{\text{СКВ}_W}{\lambda} \right)^2, \quad (9.1)$$

де  $\text{СКВ}_W$  – середньоквадратичне відхилення хвильової аберації від сфери відліку в зоні зіниці. З рівняння (3.1) випливає, що при виконанні умови Штреля  $S \geq 0,8$  допустимою є величина  $\text{СКВ}_W \leq \lambda/14$ . Ця умова має назву критерію Марешаля. Її виконання гарантує для будь-якої оптичної системи практично безабераційне зображення осьової точки.

Однак застосування критерію Марешаля до оптичної системи ока призводить до не виправдано жорсткого допуску на СКВ хвильової аберації. В цьому неважко переконатися при моделюванні аберацій ока і розрахунках освітленості в зображенні двох точок за допомогою комп'ютерної програми

ZEMAX. В табл.9.8 приведені результати такого моделювання, де  $C_n^{\pm m}$  – стандартизовані амплітуди абераційних мод, що представлені відомими в оптиці поліномами Церніке.

Моделювання здійснювалося за умов:  $\lambda = 0,55$  мкм,  $D = 3$  мм,  $f = 17$  мм. Наведені в табл. 9.8 дані про число Штреля  $S$ , величину  $\eta$  та вигляд зображення двох тестових точок, які знаходяться на відстані  $r$  одна від одної, показують, що невиконання критерію Марешаля ще не призводить до візуального злиття зображень двох точок (див. табл. 9.8, рядки 2 і 3, де число Штреля  $S < 0,8$ ).

Кожна з абераційних мод має характерний вплив на вигляд зображення пари точок, але всі зазначені в табл. 9.8 абераційні моди практично не руйнують зображення, якщо їх амплітуди не перевищують величини  $\lambda/10$ . Помітне руйнування зображення пари точок виникає при  $C_n^{\pm m} > \lambda/5$ , що підтверджує і уточнює відомий критерій Релея, згідно якого кожна з цих абераційних мод може мати амплітуду не більшу за  $\lambda/4$ .

Як видно з останнього рядка табл. 9.8, при  $C_n^{\pm m} = \lambda/4$  виникає настільки істотне руйнування зображень пари точок, що візуально розпізнати їх як роздільні, вочевидь, неможливо.

Результати комп'ютерного моделювання і досліджень впливу на дифракційне зображення тестової пари точок всіх абераційних мод до шостого степеневого порядку включно показали, що виконання умови  $C_n^{\pm m} < \lambda/10$  для кожної окремої моди (якщо всі інші відсутні) надійно забезпечує таку якість зображення цих точок на сітківці, яка практично не відрізняється від безабераційної, тобто обмежується тільки дифракцією. Якщо хвильова аберация у своєму складі має всі існуючі моди, то практично безабераційне зображення тестової пари точок на сітківці ока забезпечується при виконанні умови:

$$\text{СКВ}_w = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [(C_n^m)_{\text{доп}}^2 + (C_n^{-m})_{\text{доп}}^2]} \leq 0,1\lambda, \quad (9.2)$$

де  $(C_n^{\pm m})_{\text{доп}}$  – допустимі величини стандартизованих амплітуд абераційних мод при  $D = 3$  мм [11].

Вище викладене дозволяє сформулювати правило визначення допустимих похибок аберометрії ока людини:

Таблиця 9.8

Зображення на сітківці двох точок при наявності вказаних аберацій

$C_n^m$	Дефокус ( $C_2^0$ )		Астигматизм ( $C_2^2$ )		Кома ( $C_3^1$ )		Сферична ( $C_4^0$ )	
$\frac{\lambda}{14}$								
	$\eta=0,27$	$S=0,82$	$\eta=0,23$	$S=0,82$	$\eta=0,24$	$S=0,87$	$\eta=0,27$	$S=0,86$
$\frac{\lambda}{10}$								
	$\eta=0,27$	$S=0,68$	$\eta=0,21$	$S=0,68$	$\eta=0,22$	$S=0,77$	$\eta=0,27$	$S=0,74$
$\frac{\lambda}{6, (6)}$								
	$\eta=0,28$	$S=0,40$	$\eta=0,14$	$S=0,42$	$\eta=0,20$	$S=0,56$	$\eta=0,28$	$S=0,52$
$\frac{\lambda}{5}$								
	$\eta=0,33$	$S=0,16$	$\eta=0,09$	$S=0,21$	не визн.	$S=0,35$	$\eta=0,30$	$S=0,34$
$\frac{\lambda}{4}$								
	$\eta=0,65$	$S=0,07$	$\eta=0,07$	$S=0,15$	не визн.	$S=0,21$	$\eta=0,31$	$S=0,24$

*В зоні зіниці ока, якій властива найвища природна гострота зору, величини  $(C_n^{\pm m})_{\text{доп}}$ , що задовольняють умові (9.2), можна вважати допустимими похибками вимірювання амплітуд абераційних мод, оскільки якщо вони залишаться невиправленими, то при цьому фактично не зменшують гостроту зору ока.*

Використання на практиці умови (9.2) викликає питання:

1) як коректно розподілити поле допуску на похибку, що подане у правій частині виразу (9.2), між всіма абераційними модами?

2) скільки абераційних мод і до якого степеневого порядку треба враховувати у виразі (9.2) з огляду на те, що амплітуди мод з ростом їх степеневого порядку монотонно і досить швидко зменшуються?

3) як визначати величини  $(C_n^{\pm m})_{\text{доп}}$ , якщо аберометрія ока здійснюється в зоні зіниці, діаметр якої перевищує 3 мм, тобто той діаметр, для якого отримана умова (9.2)?

Визначення допустимих похибок відтворення амплітуд абераційних мод за результатами аберометрії оптичної системи ока потребує попереднього визначення способу розділу загального поля допуску на СКВ хвильової аберації між окремими модами, з яких вона складається.

Можливі два способи розподілу поля допуску. Перший спосіб забезпечує однакову для всіх абераційних мод відносну допустиму похибку, другий передбачає однакову для всіх мод абсолютну допустиму похибку. В зв'язку з тим, що амплітуди абераційних мод зменшуються з ростом їх степеневого порядку, перший спосіб потребує забезпечувати при аберометрії відповідно менші абсолютні похибки визначення амплітуд мод вищих степеневих порядків. Виконати технічно цю вимогу на практиці складно чи навіть неможливо тому, що амплітуди мод степеневих порядків вже вище третього можуть мати надто малі абсолютні величини – соті частки довжини хвилі. Більш реалістичним є другий спосіб. Але при його використанні допустимі відносні похибки визначення амплітуд мод зростають з ростом їх степеневого порядку. Якщо відносні похибки визначення амплітуд мод, належних більш вищим степеневим порядкам, через малість цих амплітуд починають перевищувати встановлений поріг, наприклад  $\pm 50\%$  або  $100\%$ , то відтворення таких амплітуд втрачає практичну доцільність.

Історично сучасні офтальмологічні аберометри розроблялись в тих умовах, коли ще не існувало достовірних відомостей про модальний склад хвильової аберації ока людини, а тим більше про величини амплітуд мод. Тому переважна більшість створених аберометрів призначалася для вимірювань абераційних мод до шостого степеневих порядку і навіть вищих порядків. Але накопичений клінічний досвід засвідчив про те, що спектр абераційних мод людського ока практично обмежується четвертим степеневим порядком ( $n = 4$ ,  $m = \pm 4$ ). Тому у вимірюваннях амплітуд мод вищих степеневих порядків не існує нагальної потреби.

При апроксимації хвильової аберації ока до 4-го степеневих порядку включно кількість абераційних мод становить 12. До них належать: три моди другого степеневих порядку (дефокус і дві моди первинного астигматизму – синусна та косинусна), чотири моди третього степеневих порядку (дві моди первинної коми та дві моди трейфойлу) та п'ять мод четвертого степеневих порядку (первинна мода сферичної аберації, дві моди вторинного астигматизму та дві моди тетрафойлу). Моди першого степеневих порядку не враховуються, тому що вони не порушують гомоцентричність пучків променів, через що не впливають на гостроту зору. Тому при використанні другого способу розподілу поля допуску між дванадцятьма модами з другого до четвертого степеневих порядку допустима похибка визначення амплітуди кожної з вказаних мод згідно умови (3.2) повинна мати величину

$$(\Delta C_n^{\pm m})_{\text{доп}} \leq \frac{0,1\lambda}{\sqrt{N}} = \frac{0,1\lambda}{\sqrt{12}} = 0,029\lambda, \quad (9.3)$$

де  $N$  – кількість діючих абераційних мод, з яких складається функція хвильової аберації ока.

Розрахунки у зоні зіниці діаметром 3 мм допустимої похибки визначення дефокусу (аметропії) –  $\Delta A_{R_{\text{доп}}}$  та допустимої похибки визначення астигматизму  $\Delta A_{S_{\text{доп}}}$  з використанням для цього виразу (9.3) та формул (3.4, 3.5) показують, що

$$\Delta A_{R_{\text{доп}}} [\text{дптр}] = \pm 4000 \sqrt{3[\Delta C_2^0]_{\text{доп}}} (0,5D)^{-2} \cong \pm 0,05 \text{ дптр},$$

$$\Delta A_{S_{\text{доп}}} [\text{дптр}] = \pm 4000 \sqrt{6[\Delta C_2^0]_{\text{доп}} + [\Delta C_2^0]_{\text{доп}}} (0,5D)^{-2} \cong \pm 0,1 \text{ дптр}.$$

Результати розрахунків, як видно з наведених цифр, узгоджуються з існуючими в практичній офтальмології уявленнями про необхідну точність

здійснення рефрактометрії, тобто визначення амплітуд абераційних мод другого степеневого порядку.

Формула (9.3) отримана для зони зіниці з діаметром  $D = 3$  мм. Проте аберометрію здійснюють в зонах зіниці ока з більшим діаметром навіть до 7 мм, а частіш за все до 6 мм. Тому для інших зон потрібно встановити ті величини допустимих похибок відтворення амплітуд абераційних мод, які при перерахунку на зону з діаметром 3 мм забезпечують виконання умови (9.2) або (9.3). Для цього необхідно встановити функціональну залежність  $C_n^{\pm m}(D)$ .

Відомо, що амплітуди  $C_n^{\pm m}$  будь-якої абераційної моди, визначені для зон з різними діаметрами  $D_1$  і  $D_2$ , пов'язані співвідношенням:

$$C_n^{\pm m}(D_2) = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^n C_n^{\pm m}(D_1). \quad (9.4)$$

Формула (9.4) дозволяє розрахувати допустимі величини похибок аберометрії в зоні з діаметром  $D_2$ , якщо допуски встановлені для діаметра зіниці  $D_1 = 3$  мм:

$$(C_n^{\pm m})_{\text{доп}}(D_2) = \left(\frac{D_2}{3}\right)^n (C_n^{\pm m})_{\text{доп}}(3) = \left(\frac{D_2}{3}\right)^n 0,029\lambda. \quad (9.5)$$

Але формулою (9.5) можна користуватися для розрахунків допустимих похибок визначення амплітуд тільки тих мод, які не мають кореляційного зв'язку з іншими модами. До взаємопов'язаних відносяться моди, які належать одному типу аберацій, тобто мають однакові значення кутової частоти  $\pm m$ , але мають різний степеневий порядок  $n$ . Такими, наприклад, є моди астигматизму різних степеневих порядків з амплітудами  $C_2^{\pm 2}, C_4^{\pm 2}, C_6^{\pm 2}, \dots$ . Разом вони представляють астигматизм як окремий тип аберацій.

Вказані моди отримують кореляційний зв'язок через особливості апроксимації функції хвильової аберації поліномами Церніке. Апроксимація здійснюється за допомогою методу найменших квадратів чи методу сингулярного розкладу конструктивної матриці з використанням для цього результатів прямих чи опосередкованих фізичних вимірювань хвильової аберації ока, [6]. Апроксимація коловими поліномами Церніке призводить до збалансованості різних мод одного типу аберацій (моди що мають однакове значення  $m$  при різних значеннях  $n$ ), яка в зоні зіниці з фіксованим діаметром забезпечує мінімальне значення СКВ хвильового фронту відносно сфери порівняння. Цей баланс порушується, якщо визначену функцію хвильової аберації в одній зоні аберометрії використовувати для зони з іншим діаметром.

Наприклад, із аберометрії ока в зоні зіниці з діаметром 6 мм встановлено, що мода астигматизму 6-го степеневих порядку  $C_6^{-2} = 1\lambda$ , а моди нижчих степеневих порядків відсутні, тобто  $C_4^{-2} = 0$ ,  $C_2^{-2} = 0$ . При зменшенні діаметра зіниці ока з 6 мм до 3 мм, мода  $Z_6^{\pm 2}$  дійсно згідно (9.4) отримує амплітуду

$$C_6^{-2}(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^6 C_6^{-2}(6) = 0,0156 \text{ мкм, але в зоні } \varnothing 3 \text{ мм через розбалансування}$$

додатково з'являються ще й моди нижчих степеневих порядків  $Z_4^{\pm 2}, Z_2^{\pm 2}$  з амплітудами  $C_4^{-2}(3) = -17,3 C_6^{-2}(3) = -17,3 \cdot 0,0156 = -0,27 \text{ мкм,}$  і  $C_2^{-2}(3) = 66,9 C_6^{-2}(3) = 66,9 \cdot 0,0156 = 1,04 \text{ мкм}$  відповідно.

Числа  $-17,3$  та  $66,9$  є коефіцієнтами кореляції між вказаними модами. Їх можна визначити за допомогою програми ZEMAX. Саме так вони і визначені у приведеному прикладі.

Коли аберометрію здійснюють в зонах з діаметром більшим ніж 3 мм перехід в зону зіниці  $\varnothing 3$  мм потребує обов'язкового врахування появи в спектрі абераційних мод нижчих степеневих порядків. Допуски на похибки визначення амплітуд  $C_n^{\pm m}$  у вказаних зонах повинні бути такими, щоб при зменшенні діаметра зіниці ока, наприклад, з 6 мм до 3 мм величини амплітуд всіх абераційних мод, залишалися в межах, що задовольняють умовам (9.2) або (9.3).

Нижче наведені вирази, які дозволяють розрахувати амплітуди мод в зоні зіниці з  $\varnothing 3$  мм за результатами аберометрії в зонах з діаметрами 6 мм, 5 мм та 4 мм. В цих виразах коефіцієнти кореляції між відповідними модами визначені за допомогою програми ZEMAX. Вирази отримані для випадку, коли при аберометрії ока відтворюються абераційні моди до шостого степеневих порядку включно.

Так, при аберометрії і визначенні мод  $C_n^{\pm m}(6)$  в зоні зіниці  $\varnothing 6$  мм, пов'язані з ними амплітуди мод  $C_n^{\pm m}(3)$  в зоні зіниці  $\varnothing 3$  мм мають вирази:



$$C_2^0(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^2 C_2^0(6) - 11,49 \left(\frac{3}{6}\right)^4 C_4^0(6) + 66,9 \left(\frac{3}{6}\right)^6 C_6^0(6) = \quad (9.6)$$

$$= 0,25C_2^0(6) - 0,71C_4^0(6) + 1,04C_6^0(6);$$

$$C_2^{\pm 2}(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^2 C_2^{\pm 2}(6) - 11,49 \left(\frac{3}{6}\right)^4 C_4^{\pm 2}(6) + 66,9 \left(\frac{3}{6}\right)^6 C_6^{\pm 2}(6) = \quad (9.7)$$

$$= 0,25C_2^{\pm 2}(6) - 0,72C_4^{\pm 2}(6) + 1,05C_6^{\pm 2}(6);$$

$$C_3^{\pm 1}(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^3 C_3^{\pm 1}(6) - 14,3 \left(\frac{3}{6}\right)^5 C_5^{\pm 1}(6) = 0,125C_3^{\pm 1}(6) - 0,45C_5^{\pm 1}(6); \quad (9.8)$$

$$C_3^{\pm 3}(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^3 C_3^{\pm 3}(6) - 14,5 \left(\frac{3}{6}\right)^5 C_5^{\pm 3}(6) = 0,125C_3^{\pm 3}(6) - 0,45C_5^{\pm 3}(6); \quad (9.9)$$

$$C_4^0(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^4 C_4^0(6) - 17,3 \left(\frac{3}{6}\right)^6 C_6^0(6) = 0,0625C_4^0(6) - 0,27C_6^0(6); \quad (9.10)$$

$$C_4^{\pm 2}(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^4 C_4^{\pm 2}(6) - 17,3 \left(\frac{3}{6}\right)^6 C_6^{\pm 2}(6) = 0,0625C_4^{\pm 2}(6) - 0,27C_6^{\pm 2}(6); \quad (9.11)$$

$$C_4^{\pm 4}(3) = \left(\frac{3}{6}\right)^4 C_4^{\pm 4}(6) - 17,4 \left(\frac{3}{6}\right)^6 C_6^{\pm 4}(6) = 0,0625C_4^{\pm 4}(6) - 0,272C_6^{\pm 4}(6). \quad (9.12)$$

При аберометрії і визначенні мод  $C_n^{\pm m}(5)$  в зоні зіниці  $\varnothing 5$  мм, пов'язані з ними амплітуди мод  $C_n^{\pm m}(3)$  в зоні зіниці  $\varnothing 3$  мм мають вирази:

$$C_2^0(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 C_2^0(5) - 6,82 \left(\frac{3}{5}\right)^4 C_4^0(5) + 20,69 \left(\frac{3}{5}\right)^6 C_6^0(5) = \quad (9.13)$$

$$= 0,36C_2^0(5) - 0,88C_4^0(5) + 0,97C_6^0(5);$$

$$C_2^{\pm 2}(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 C_2^{\pm 2}(5) - 6,85 \left(\frac{3}{5}\right)^4 C_4^{\pm 2}(5) + 20,69 \left(\frac{3}{5}\right)^6 C_6^{\pm 2}(5) = \quad (9.14)$$

$$= 0,36C_2^{\pm 2}(5) - 0,89C_4^{\pm 2}(5) + 0,97C_6^{\pm 2}(5);$$

$$C_3^{\pm 1}(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 C_3^{\pm 1}(5) - 8,56 \left(\frac{3}{5}\right)^5 C_5^{\pm 1}(5) = 0,216C_3^{\pm 1}(5) - 0,665C_5^{\pm 1}(5); \quad (9.15)$$

$$C_3^{\pm 3}(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^3 C_3^{\pm 3}(5) - 8,67 \left(\frac{3}{5}\right)^5 C_5^{\pm 3}(5) = 0,216C_3^{\pm 3}(5) - 0,674C_5^{\pm 3}(5); \quad (9.16)$$

$$C_4^0(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^4 C_4^0(5) - 10,33 \left(\frac{3}{5}\right)^6 C_6^0(5) = 0,13C_4^0(5) - 0,48C_6^0(5); \quad (9.17)$$

$$C_4^{\pm 2}(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^4 C_4^{\pm 2}(5) - 10,35 \left(\frac{3}{5}\right)^6 C_6^{\pm 2}(5) = 0,13C_4^{\pm 2}(5) - 0,48C_6^{\pm 2}(5); \quad (9.18)$$

$$C_4^{\pm 4}(3) = \left(\frac{3}{5}\right)^4 C_4^{\pm 4}(5) - 10,41 \left(\frac{3}{5}\right)^6 C_6^{\pm 4}(5) = 0,13C_4^{\pm 4}(5) - 0,486C_6^{\pm 4}(5). \quad (9.19)$$

При аберометрії і визначенні мод  $C_n^{\pm m}(4)$  в зоні зіниці  $\varnothing 4$  мм, пов'язані з ними амплітуди мод  $C_n^{\pm m}(3)$  в зоні зіниці  $\varnothing 3$  мм мають вирази:

$$\begin{aligned} C_2^0(3) &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 C_2^0(4) - 3,0 \left(\frac{3}{4}\right)^4 C_4^{\pm 0}(4) + 2,0 \left(\frac{3}{4}\right)^6 C_6^{\pm 0}(4) = \\ &= 0,56C_2^0(4) - 0,95C_4^0(4) + 0,35C_6^{\pm 2}(4); \end{aligned} \quad (9.20)$$

$$\begin{aligned} C_2^{\pm 2}(3) &= \left(\frac{3}{4}\right)^2 C_2^{\pm 2}(4) - 3,0 \left(\frac{3}{4}\right)^4 C_4^{\pm 2}(4) + 2,0 \left(\frac{3}{4}\right)^6 C_6^{\pm 2}(4) = \\ &= 0,56C_2^{\pm 2}(4) - 0,95C_4^{\pm 2}(4) + 0,36C_6^{\pm 2}(4); \end{aligned} \quad (9.21)$$

$$C_3^{\pm 1}(3) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 C_3^{\pm 1}(4) - 3,77 \left(\frac{3}{4}\right)^5 C_5^{\pm 1}(4) = 0,422C_3^{\pm 1}(4) - 0,895C_5^{\pm 1}(4); \quad (9.22)$$

$$C_3^{\pm 3}(3) = \left(\frac{3}{4}\right)^3 C_3^{\pm 3}(4) - 3,80 \left(\frac{3}{4}\right)^5 C_5^{\pm 3}(4) = 0,422C_3^{\pm 3}(4) - 0,902C_5^{\pm 3}(4); \quad (9.23)$$

$$C_4^0(3) = \left(\frac{3}{4}\right)^4 C_4^0(4) - 4,56 \left(\frac{3}{4}\right)^6 C_6^0(4) = 0,316C_4^0(4) - 0,812C_6^0(4); \quad (9.24)$$

$$C_4^{\pm 2}(3) = \left(\frac{3}{4}\right)^4 C_4^{\pm 2}(4) - 4,57 \left(\frac{3}{4}\right)^6 C_6^{\pm 2}(4) = 0,316C_4^{\pm 2}(4) - 0,813C_6^{\pm 2}(4); \quad (9.25)$$

$$C_4^{\pm 4}(3) = \left(\frac{3}{4}\right)^4 C_4^{\pm 4}(4) - 4,58 \left(\frac{3}{4}\right)^6 C_6^{\pm 4}(4) = 0,316C_4^{\pm 4}(4) - 0,815C_6^{\pm 4}(4). \quad (9.26)$$

Вирази (9.6...9.26) та умова (9.3) дозволяють встановити допустимі похибки аберометрії. Якщо величину  $C_n^{\pm m}(3)$ , яка знаходиться у лівій частині кожного з виразів (9.6...9.26), вважати функцією випадкових аргументів  $C_n^{\pm m}(4)$ ,  $C_n^{\pm m}(5)$ ,  $C_n^{\pm m}(6)$ , то згідно теорії функцій випадкових аргументів СКВ –  $\sigma C_n^{\pm m}(3)$  можна визначити через СКВ  $\sigma C_n^{\pm m}(D)$  за формулою:

$$\sigma C_n^{\pm m}(3) = \sqrt{\sum_i \{k_{nm}(D) \cdot \sigma C_n^{\pm m}(D)\}_i^2}.$$

В зв'язку з тим, що допустиме значення  $[\Delta C_n^{\pm m}(3)]_{\text{доп}}$  прямо пропорційне величині СКВ –  $\sigma[C_n^{\pm m}(3)]$ , то попередній вираз можна переписати у вигляді:

$$[\Delta C_n^{\pm m}(3)]_{\text{доп}} = \sqrt{\sum_i \{k_{nm}(D) \cdot [\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}\}_i^2}, \quad (9.27)$$

де  $k_{nm}(D)$  – числові коефіцієнти при амплітудах  $C_n^{\pm m}(D)$  у правих частинах виразів (9.6...9.26),  $D$  – фактичний діаметр зони аберації на зіниці ока (4 мм, 5 мм та 6 мм відповідно),  $i$  – порядковий номер доданку у правій частині виразів (9.6...9.26).

При умові, що поля допусків похибок кожної амплітуди, які присутні у правій частині (9.27), є однаковими (рівними), їх величини –  $[\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}$  можна виносити як загальний множник всіх доданків у (9.27), з яких складається сума, за знак радикалу:

$$[\Delta C_n^{\pm m}(3)]_{\text{доп}} = [\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}} \sqrt{\sum_i \{k_{nm}^2(D)\}_i}.$$

Звідси допустима похибка визначення кожної з амплітуд  $[\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}$  з урахуванням (9.3) обчислюється за формулою:

$$[\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}} = \frac{[\Delta C_n^{\pm m}(3)]_{\text{доп}}}{\sqrt{\sum_i \{k_{nm}^2(D)\}_i}} = \frac{0,029\lambda}{\sqrt{\sum_i \{k_{nm}^2(D)\}_i}}. \quad (9.28)$$

Використання формули (9.28) можна показати на прикладі розрахунку допустимих похибок визначення амплітуд абераційних мод за результатами аберації у зоні  $\varnothing$  6 мм, що входять до виразу (9.6), при  $\lambda = 0,55$  мкм:

$$[\Delta C^0(6)]_{\text{доп}} = [\Delta C_4^0(6)]_{\text{доп}} = [\Delta C_2^0(6)]_{\text{доп}} = \frac{0,029 \cdot \lambda}{\sqrt{0,25^2 + 0,71^2 + 1,04^2}} = 0,0226\lambda = 0,0124 \text{ мкм}.$$

Аналогічно розраховуються допустимі похибки визначення амплітуд інших абераційних мод. Результати цих розрахунків представлені в табл. 9.9.

До наведеного в табл. 9.9 потрібно додати наступні коментарі:

1) якщо допустима похибка визначення конкретної амплітуди розраховується одразу із декількох різних рівнянь (наприклад, похибка

$[\Delta C_6^{\pm 4}(D)]_{\text{доп}}$  розраховується із виразів (9.6) та (9.10)), з яких вона отримує два значення, то за її остаточне значення приймається те, яке є меншим із двох);

2) допустимі похибки амплітуд  $C_5^{\pm 5}(D)$  та  $C_6^{\pm 6}(D)$  в табл. 9.9 не представлені тому, що вони при розкладі функції хвильової аберації до шостого степеневому порядку не можуть бути присутніми у виразах (9.6...9.26), в такому разі вони розраховуються за формулою (9.5).

Представлені в табл. 9.9 значення  $[\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}$ , показують, що допустимі похибки визначення амплітуд абераційних мод другого степеневому порядку і осьових мод залишаються майже незмінними при зміні діаметру зони аберації на зіниці в діапазоні 4...6 мм. Проте величини  $[\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}$  абераційних мод вищих степеневих порядків помітно зростають при збільшенні степеневому порядку.

Таблиця 9.9

Допустимі похибки визначення амплітуд абераційних мод при здійсненні аберації ока в зонах зіниці з діаметром  $D$  при  $\lambda = 0,55$  мкм

Допустимі похибки аберації в зоні зіниці ока	$\pm [\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}, [\text{мкм}]$		
	$D = 4$ мм	$D = 5$ мм	$D = 6$ мм
$[\Delta C_2^0(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_4^0(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_6^0(D)]_{\text{доп}}$ $[\Delta C_2^{\pm 2}(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_4^{\pm 2}(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_6^{\pm 2}(D)]_{\text{доп}}$	$0,025\lambda =$ $= 0,0138$	$0,021\lambda =$ $= 0,0117$	$0,023\lambda =$ $= 0,0124$
$[\Delta C_3^{\pm 1}(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_5^{\pm 1}(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_3^{\pm 3}(D)]_{\text{доп}},$ $[\Delta C_5^{\pm 3}(D)]_{\text{доп}}$	$0,029\lambda =$ $= 0,0160$	$0,041\lambda =$ $= 0,0226$	$0,062\lambda =$ $= 0,0341$
$[\Delta C_4^{\pm 4}(D)]_{\text{доп}}, [\Delta C_6^{\pm 4}(D)]_{\text{доп}}$	$0,033\lambda =$ $= 0,0181$	$0,058\lambda =$ $= 0,0320$	$0,105\lambda =$ $= 0,0576$

Отримані і представлені в табл. 9.9 дані дають можливість не тільки обґрунтувати вимоги до точності, з якою повинна здійснюватися аберація ока людини в тій чи іншій зоні зіниці ока, але й слугувати базою для формування вимог до вірцевих (еталонних) абераційних моделей ока, які потрібні для вивірки офтальмологічних абераційних моделей.

Абераційна модель оптичної системи ока повинна відтворювати хвильову аберацію з такою точністю, яка дозволяє вважати її вірцевою мірою (еталоном

хвильової аберації) з подальшим використанням її для виявлення похибок (вивірки) офтальмологічних абераметрів.

Відомо, що найважливішим питанням як при здійсненні вивірки вимірювального засобу, так і при побудові ланцюгів передачі розмірів одиниць фізичної величини, є вибір співвідношення похибок взірцевої міри та засобу вимірювань, що вивіряється. Цей вибір здійснюється у відповідності із фундаментальним принципом знехтування малими похибками. Зазвичай співвідношення похибок взірцевої міри та засобу вимірювань вибирають в інтервалі 1:3 – 1:5.

В табл. 9.10 наведені величини допустимих похибок відтворення абератором абераційних мод в зоні абераметрії зіниці  $\varnothing$  6 мм при співвідношенні похибок взірцевої міри до допустимих похибок вимірювань аберацій ока 1:3.

Таблиця 9.10

Допустимі похибки моделювання абераційних мод взірцевою мірою абераційної оптичної системи ока при  $D = 6$  мм та  $\lambda = 0,55$  мкм

Допустимі похибки моделювання абераційних мод взірцевою мірою в зоні зіниці ока $D = 6$ мм	$\pm [\Delta C_n^{\pm m}(D)]_{\text{доп}}$ ,
$[\Delta C_2^0(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_4^0(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_6^0(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_2^{\pm 2}(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_4^{\pm 2}(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_6^{\pm 2}(D)]_{\text{доп}}$	$0,008\lambda = 0,004$ мкм
$[\Delta C_3^{\pm 1}(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_5^{\pm 1}(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_3^{\pm 3}(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_5^{\pm 3}(D)]_{\text{доп}}$	$0,021\lambda = 0,011$ мкм
$[\Delta C_4^{\pm 4}(D)]_{\text{доп}}$ , $[\Delta C_6^{\pm 4}(D)]_{\text{доп}}$	$0,035\lambda = 0,019$ мкм

### **9.3. Моделі ока**

Огляд відомих моделей оптичної системи ока здійснюється з метою виявлення їх придатності фізично моделювати хвильові аберації ока людини.

Оптична система ока з давніх часів викликала інтерес дослідників, які створювали фізичну та розвивали фізіологічну оптику. Перші відомості про будову ока датуються приблизно 200 роком нашої ери. Перші наукові дані про оптичну систему ока належать Леонардо да Вінчі. Більш точний опис оптичної системи ока викладено Декартом в «Діоптриці» у 1637 році. Перші кількісні дані про параметри оптичної системи ока людини з'явилися у працях Юнга (1801 р.), які вважаються наближеними до сучасних.

Всі відомі на цей час моделі ока, що виникли внаслідок розвитку офтальмології як науки, а також із потреб клінічної практики, можна розділити на дві групи – віртуальні або схематичні та фізичні. На рис. 9.11 показана класифікаційна схема моделей.

#### **9.3.1. Моделі схематичного ока**

Моделі схематичного ока від одноповерхневої (редуковане око) до шестиповерхневої моделі Гульстранда представлені в табл.9.11.

Найбільшого розповсюдження дістали схематичні моделі з чотирма поверхнями, які стали основою сучасних схематичних моделей (виділені жирним шрифтом). В сучасних моделях сферичні поверхні рогівки та кришталика є асферичними для надання абераціям моделі більш реалістичних значень. Детальна інформація про ці моделі викладена в роботі [1]. Схематичні моделі слугують теоретичною основою для створення всіх різновидів фізичних моделей ока.

#### **9.3.2. Фізичні моделі оптичної системи для попереднього настроювання офтальмологічних приладів**

Фізичні моделі були створені з потреб обслуговування приладів та обладнання, яке використовується при діагностиці захворювань ока, лікування ока та здійсненні корекції вад зору імплантацією штучних кришталиків чи корекцією форми передньої поверхні рогівки, в тому числі лазерними хірургічними методами. За цими ознаками їх можна розділити на три підгрупи (рис. 9.11):

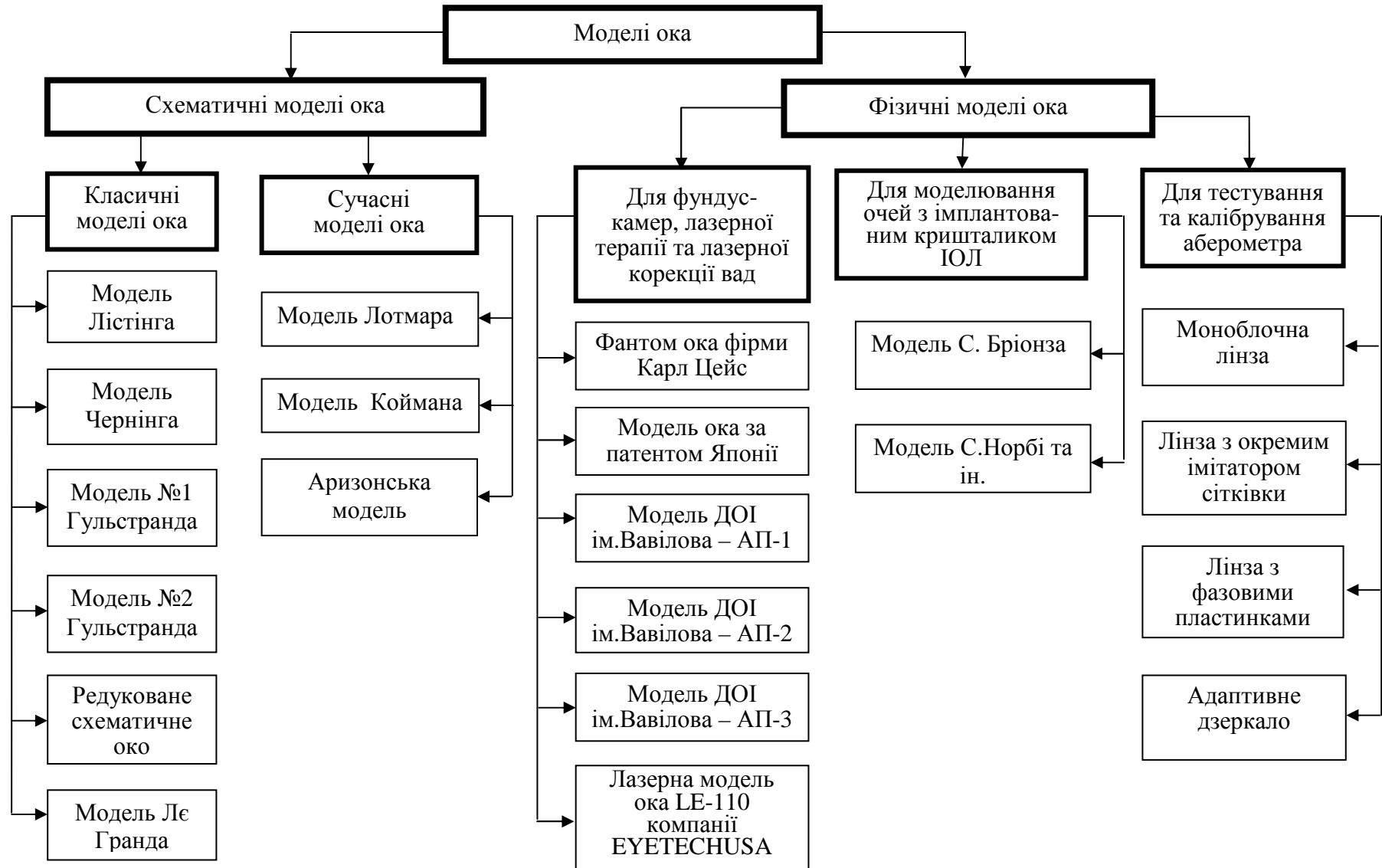
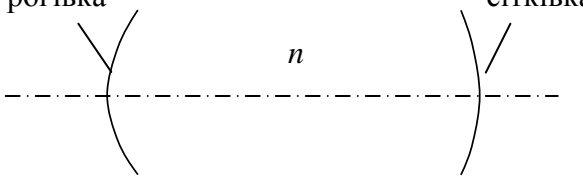
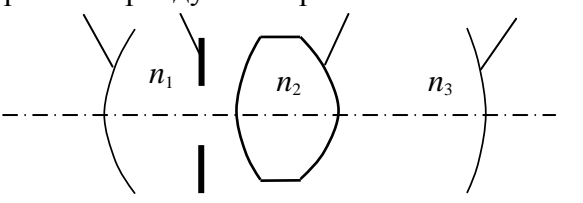
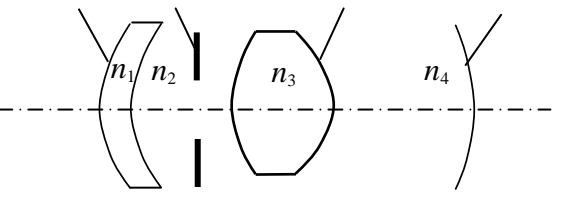
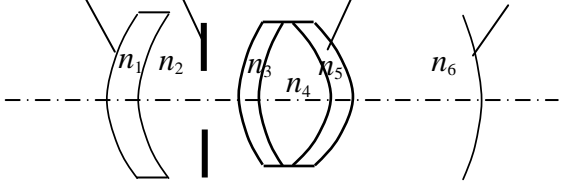


Рис. 9.11. Класифікаційна схема моделей оптичної системи ока

Таблиця 9.11

Оптичні системи схематичного ока

№	Схематичне око	Назва моделі
1	<p>рогівка сітківка</p> 	<p>Редуковане схематичне око Гульстранда-Емслі</p>
2	<p>рогівка райдужка кришталік сітківка</p> 	<p>Модель Лістінга (1851 р.) Спрощене схематичне око №2 за Гульстрандом</p>
3	<p>рогівка райдужка кришталік сітківка</p> 	<p>Модель Чернінга (1900 р.) Повне теоретичне око за Ле Грандом (1980 р.) <b>Сучасні моделі:</b> Модель Лотмара (1971 р.) Модель Коймана (1983р.) Аризонська модель (1985 р.)</p>
4	<p>рогівка райдужка кришталік сітківка</p> 	<p>Схематичне око №1 за Гульстрандом (1909 р.)</p>



- 1) моделі для налагодження фундус-камер перед спостереженнями очного дна;
- 2) моделі для імітації зображень на сітківці оптичної системи афакічного ока при імплантації штучних кришталіків;
- 3) моделі для калібрування аберометрів та їх вивірки на відповідність потрібній точності вимірювань аберацій ока.

Хоча моделі першої та другої підгруп винайдені з іншою метою, але їх також можна розглядати з точки зору можливості використання для тестування аберометрів.

В сучасній офтальмології широке застосування знайшли фундус-камери – прилади для спостережень та реєстрації зображень очного дна. Такі спостереження дозволяють виявляти не тільки захворювання ока, але по стану сітківки та скловидного тіла діагностувати загальні захворювання організму людини, наприклад, діабет, гіпертонію та інші. Попереднє налаштування фундус-камери здійснюють за допомогою фізичних моделей ока.

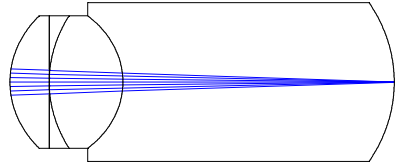
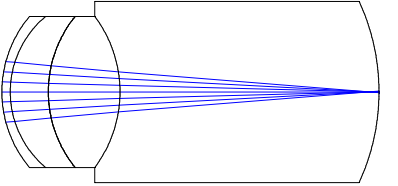
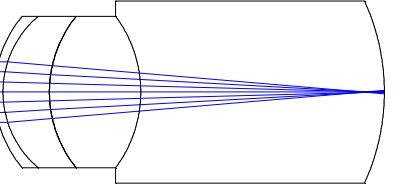
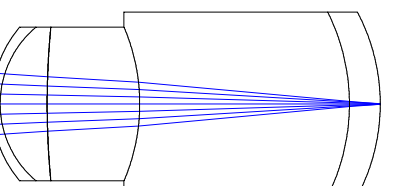
Відомою моделлю такого типу є фантом фірми «Карл Цейс Іена». Це проста конструкція, що має оптичну камеру з лінзою, фокусна відстань якої  $f' = 40$  мм та відбиваючу вгнуту поверхню, яка імітує очне дно [98]. Даний фантом дозволяє налагодити фундус-камеру на роботу з оком на довжині світлової хвилі  $\lambda = 0,546$  мкм, оскільки, по-перше, око людини має найвищу чутливість на це випромінювання, по-друге, на цій довжині світлової хвилі показник заломлення скловидного тіла співпадає з показником заломлення фізіологічного розчину, який імітує скловидне тіло.

Для лікування патологічних змін в зоні сітківки, наприклад, її відшарування, використовують лазерні технології. За допомогою сфокусованого на малій ділянці сітківки лазерного випромінювання вдається припинити дистрофію та відшарування сітківки. Оскільки довжини хвиль лазерів значно відрізняються від  $\lambda = 0,546$  мкм були розроблені моделі (див. табл. 9.12), які точно відтворюють хроматичні і монохроматичні польові аберації ока людини, і дозволяють відпрацювати на моделі ока дії хірурга і роботу лазерних операційних установок з різними лазерами.

Модель АП-1 цілком складається з твердих оптичних матеріалів, а в моделі АП-2 в якості вологи передньої камери та скловидного тіла використовується фізіологічний розчин, дисперсійні властивості якого наперед відомі. Для практичної реалізації моделі АП-2 передбачена оптична деталь зі скла К8, що відділяє скловидне тіло. Ця деталь може бути плоскопаралельною

Таблиця 9.12

## Фізичні моделі ока для проведення лазерних операцій на сітківці

Назва моделі ока	Радіуси поверхонь, мм	Осьові відстані, мм	Показник заломлення $n_e$	Число Аббе $v_e$
 [99]	7,664 10,5 -6,706 -12,0	2,5 4,7 17,3	156013 1,47069 1,54041 1,3361	47,0 67,39 51,0 56,25
АП-1  [100]	7,798 6,546 8,0 -8,378 -14,5	0,55 2,5 4,7 17,0	1,39303 1,54206 1,47214 1,53614 1,33614	98,97 45,01 67,08 52,04 56,21
АП-2  [100]	7,798 6,546 8,0 -8,378 -14,5	0,55 3,05 6,00 16,00	1,39903 1,33614 1,57833 1,33614 1,3361	98,97 56,21 41,31 56,21 56,21
АП-2А  [100]	7,798 6,546 52,84 -12,794 -13,441 -12,8226	0,55 2,5 4,7 17,0	1,39303 1,33614 1,57833 1,33614 1,51829 1,3361	98,97 56,21 41,30 56,21 64,05 56,2

пластиною товщиною 1 мм. При цьому сферична аберація та хроматизм моделі не змінюються. Однак для наближення до дійсних абераційних характеристик ока цю деталь виготовляють у вигляді меніска, задня поверхня якої – гіперболоїдна (модель АП-2А) [100].

Відома модель ока «Laser Eye Model Kit LE-110», що використовується як навчальний та демонстраційний пристрій, рис. 9.12, [101]. Вона використовується для налагодження апаратури, а також для складання програми дій, що потрібні при виконанні терапевтичних та хірургічних

процедур таких як лазерна іридектомія, капсулоломія, мембрантектомія, ретинальна кератометрія.

До складу пристрою (рис. 9.12) входять контейнер з кріпленням для установки моделі на офтальмологічному приладі. В середині контейнера знаходяться вставки, які імітують компоненти ока людини – набір змінних капсул, скловидних тіл, райдужок та мембран очного дна (рис. 9.12, б, в, г).

Модель для досліджень абераційних властивостей ока з імплантованим кришталиком – інтраокулярною лінзою (ІОЛ) представлена в дисертації С. Бріонза [102]. У якості імітатора рогівки в цій моделі використовується 28 мм об'єктив фотокамери Nikon (рис. 9.13).

Об'єктив формує пучок променів, котрий сходиться на ІОЛ аналогічно тому, як це відбувається в живому оці. ІОЛ розташовується в кюветі, що складається з плоскопаралельних пластин товщиною 5 мм та виготовлених з оргскла. Контейнер, де розташована ІОЛ, заповнений водою. ІОЛ в оправі закріплюється на рухомій основі, яка переміщується за допомогою механізмів точного центрування ІОЛ відносно об'єктива і регулювання відстані між ІОЛ та об'єктивом.

Перед ІОЛ ставиться задача компенсувати сферичну аберацію рогівки аналогічно тому як в оці людини кришталик компенсує сферичну аберацію рогівки. В роботі [103] наведено дві моделі ока, які призначені для дослідження впливу інтраокулярної лінзи на величину залишкової сферичної аберації оптичної системи ока. Перша модель виготовлена відповідно вимогам ISO. Вона складається з лінзи і скляної кювети, що заповнена водою (рис.9.14). Стінки кювети виготовлені з прозорих плоскопаралельних пластин. Конструктивні параметри моделі представлені в таблиці на рис. 9.14.

Інша модель за конструктивними параметрами більш наближена до реальної оптичної системи ока (рис. 9.15). Вона складається з меніскової лінзи, яка імітує рогівку та плоскопаралельної пластини. Між лінзою та пластиною знаходиться вода. На відстані 4 мм від лінзи у воді розміщується на ірисова діафрагма, яка моделює зіницю ока. Зображення об'єктів формується за пластиною у повітряному середовищі. Конструктивні та оптичні параметри моделі приведені на рис.9.15.

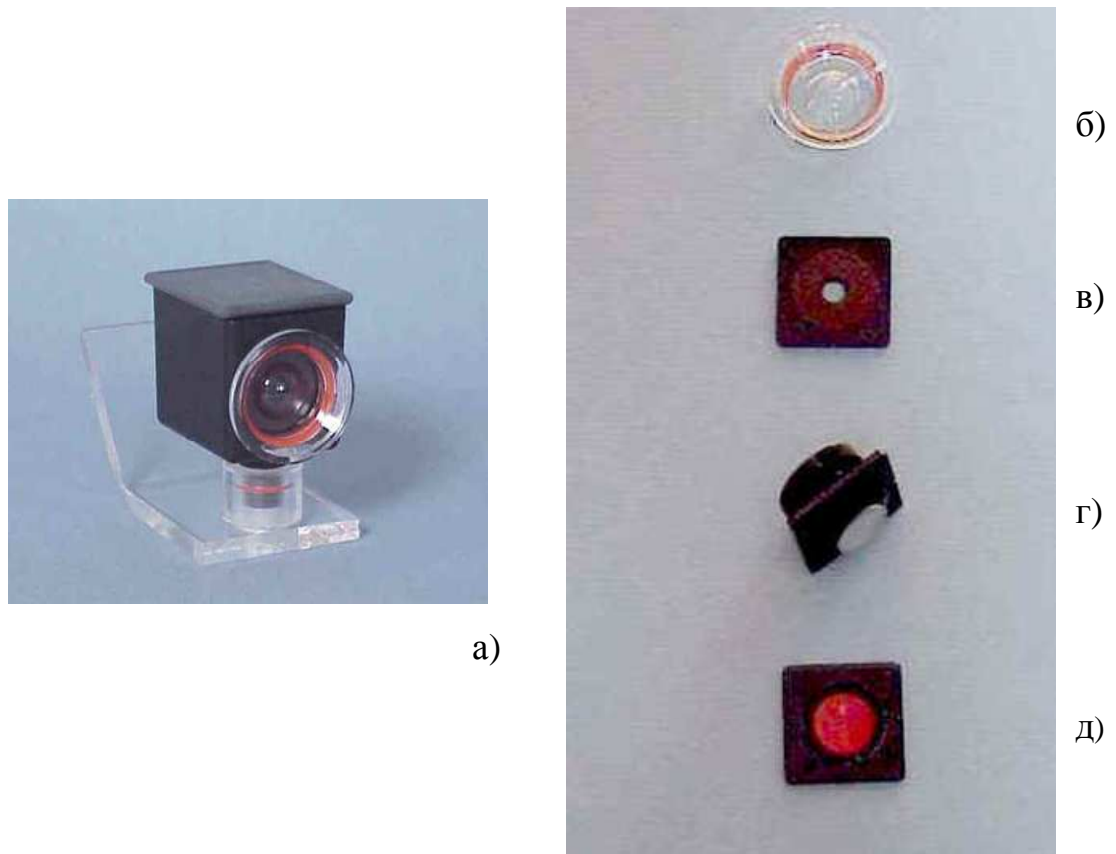


Рис. 9.12. Лазерна модель ока «Laser Eye Model Kit LE-110»:  
а – загальний вигляд; б – імітатор рогівки в оправі; в – імітатор райдужки із зіницею та імітатор кришталіка; г – імітатор скловидного тіла; д – імітатор очного дна

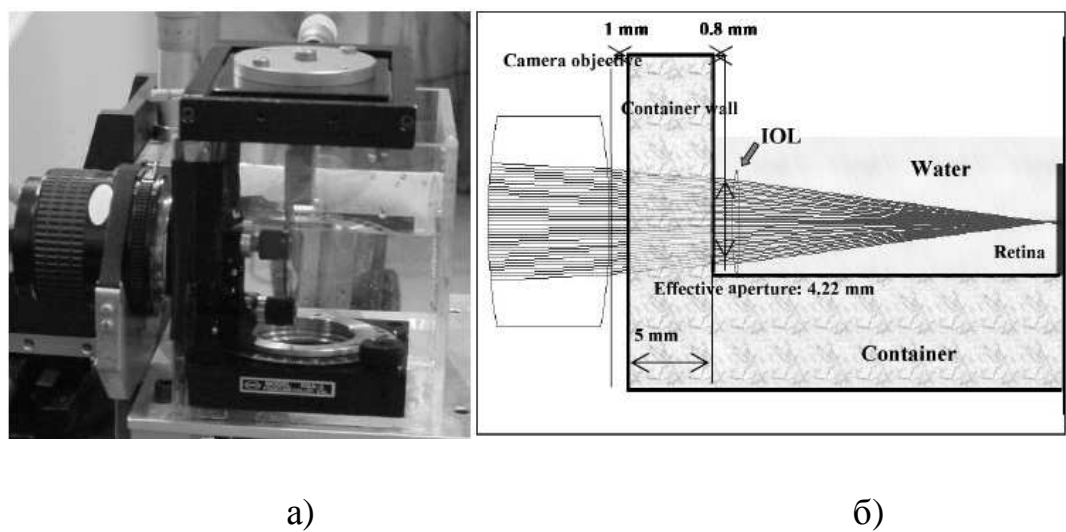


Рис. 9.13. Фізична модель оптичної системи ока з ІОЛ: а – загальний вигляд моделі; б – оптична схема моделі

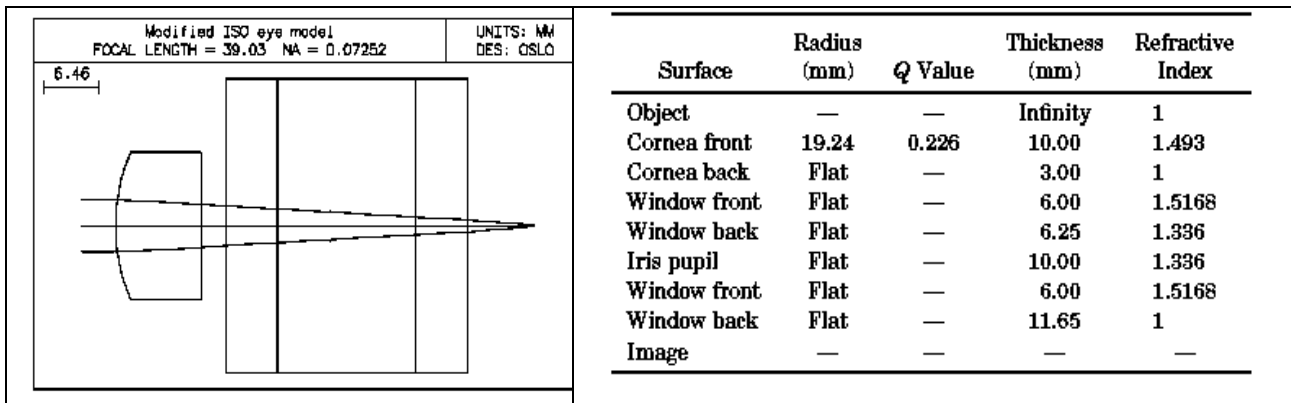


Рис. 9.14. Модель ока, що відповідає вимогам ISO

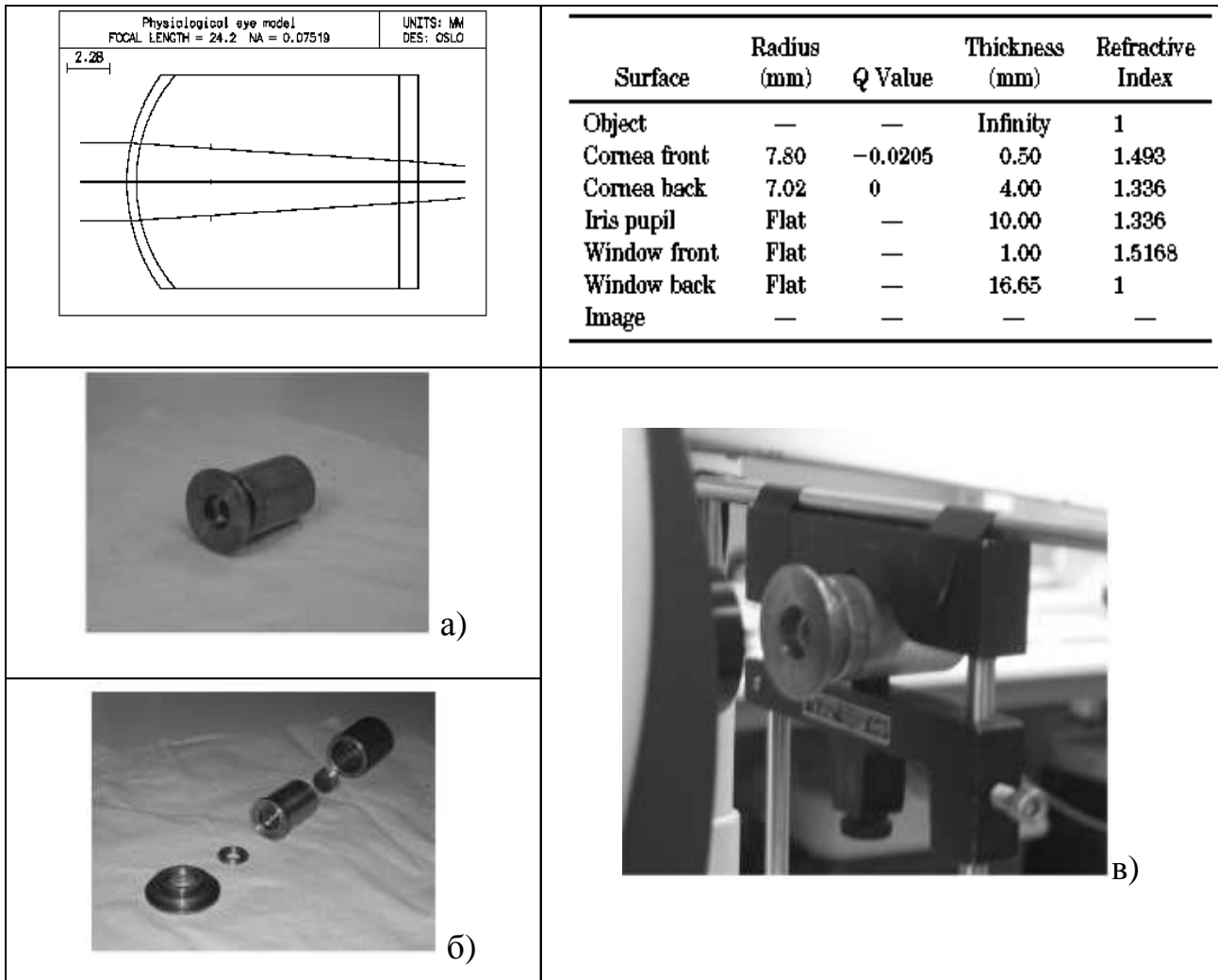


Рис. 9.15. Фізіологічна модель ока для досліджень впливу ІОЛ на аберації оптичної системи ока: а – загальний вигляд моделі; б – компоненти моделі; в – кріплення моделі на аберометр

### **9.3.3. Моделі ока для калібрування офтальмологічних аберометрів**

Головна функція моделей ока – точно і наперед відоме деформування фронту світлової хвилі, що надходить до аберометра, з метою виявлення похибок аберометрів методом порівняння абераційних параметрів моделі з результатами її аберометрії.

Оптичні системи абераційних моделей називають абераторами по аналогії з оптичними абераційними компонентами, які використовують в астрономічній оптиці для корекції аберацій.

Відомі на цей час моделі представлені в табл. 9.13. Перші моделі, по суті, є фізичними моделями редукованого ока (модель № 1 в табл. 9.13). Вони представляють собою лінзу з осьовою товщиною, що дорівнює задній фокусній відстані передньої сферичної або асферичної поверхні лінзи. Передня поверхня лінзи імітує поверхню рогівки, а задня – поверхню сітківки, при цьому задня поверхня має шорсткість необхідну для розсіювання світла.

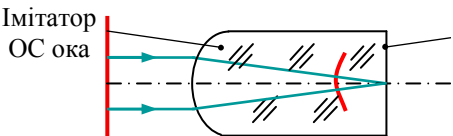
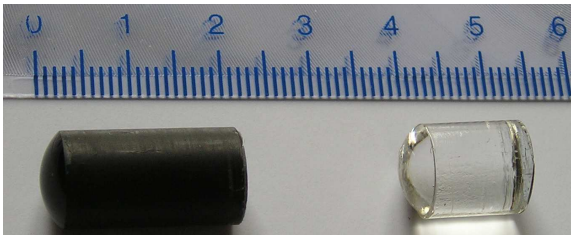

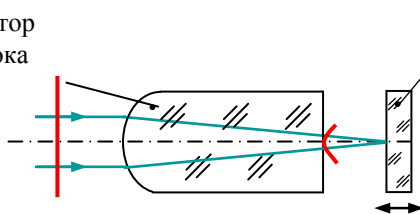

Модель № 2 (див. табл. 9.13) є більш досконалою, оскільки імітатор сітківки присутній в неї як самостійний елемент. Це дає можливість виготовляти імітатор сітківки з матеріалу, що дифузно розсіює та деполяризує лазерне випромінювання, а також дозволяє регулювати коефіцієнт відбиття з метою відтворення реальних світлових втрат в оці людини. Така конструкція також надає можливість переміщувати імітатор сітківки вздовж оптичної осі, що дозволяє імітувати аметропію ока (дефокус) в необхідному діапазоні. До того ж обертання імітатора сітківки в фокальній площині лінзи моделі або його обернено-поступове переміщення в тій же площині сприяє руйнуванню спеклів в світловій плямі на імітаторі сітківки, які можуть викликати похибки аберометрії.

Модель № 3 (див. табл. 9.13) складається з лінзи та фазової пластини. В якості імітатора сітківки використовується пластина, що розсіює та деполяризує світло. Фазова пластина представляє собою плоскопаралельну пластину, одна з поверхонь якої має профіль, що спотворює поскій чи сферичний світловий фронт при його проходженні крізь неї. Завдяки формі спотворення моделюється хвильова аберація ока, що складається з потрібних абераційних мод з потрібними амплітудами. Профіль утворюється прозорою плівкою з розподілом товщини на поверхні відповідно до абераційних мод. Її виготовляють методом фотолітографії.

Модель № 4 (див. табл. 9.13) складається з лінзи, що імітує рогівку з передньою асферичною поверхнею, та рухомого імітатора сітківки у вигляді шліфованої пластини. Простір між лінзою та імітатором сітківки заповнений мінеральною олією (Sigma Aldrich P/N330779) з показником заломлення  $n = 1,467$ . Мікропереміщеннями моделі здійснюють її центрування відносно абераметра. Для цього тонкий осьовий промінь лазера повинен проходити крізь мікродіафрагму та оптичні середовища, при цьому після відбиття від пластини, що імітує сітківку, він повинен повертатися назад через ту саму мікродіафрагму.

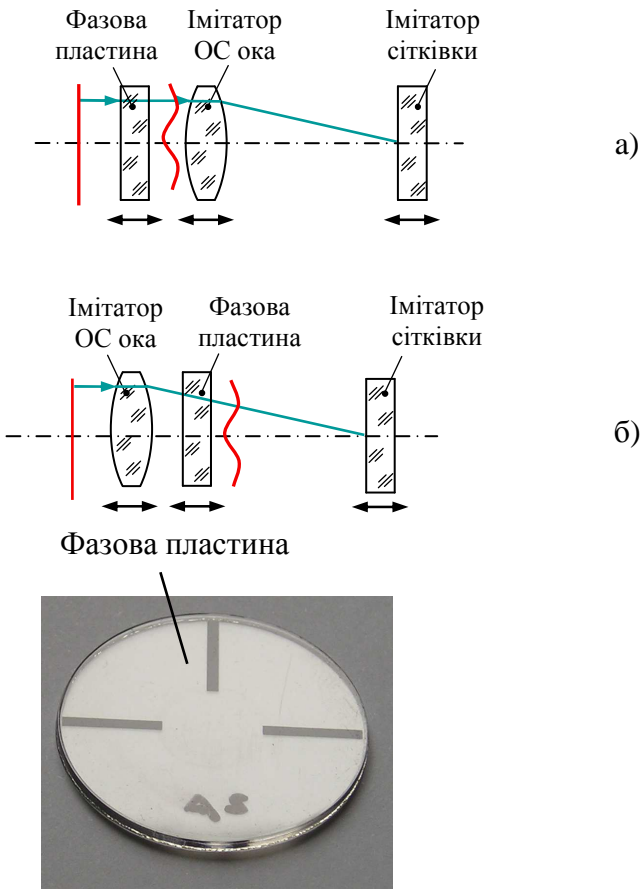
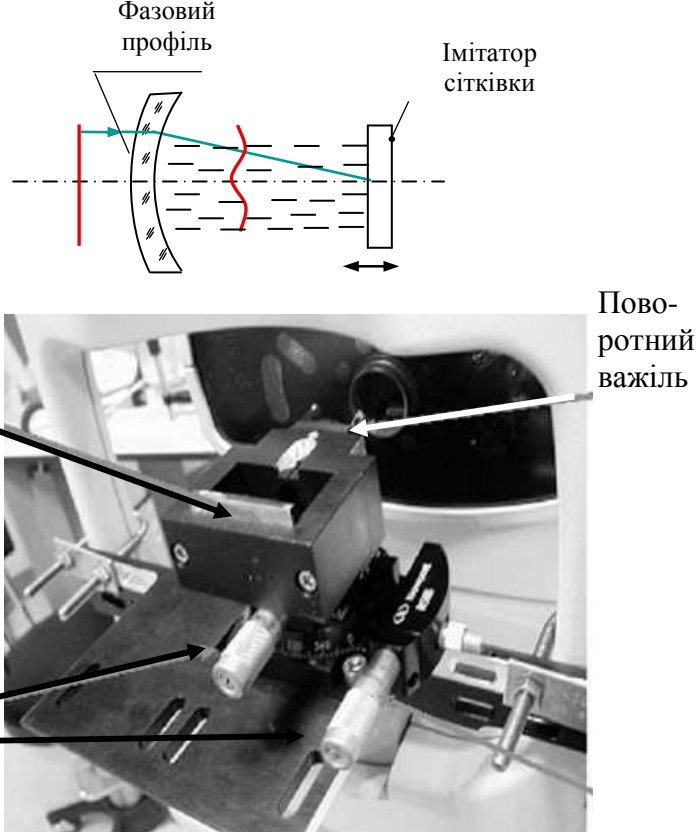
Таблиця 9.13.

Моделі ока для калібрування офтальмологічних аберометрів

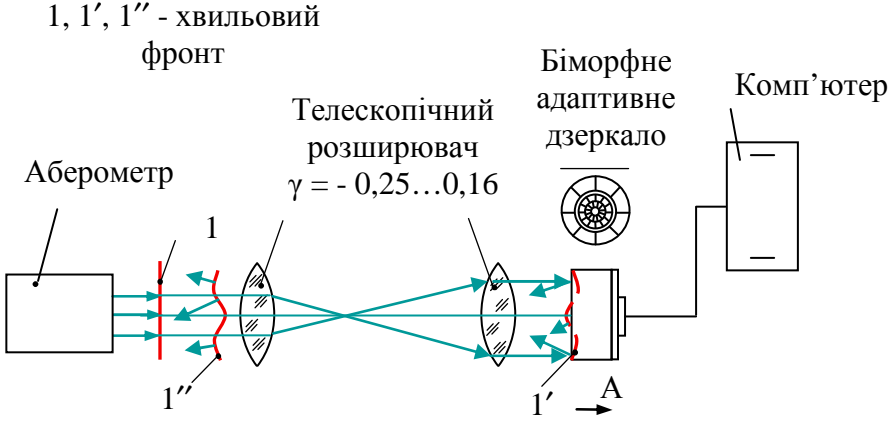

№	Аберційна модель ока	Оптична схема абератора, вигляд його елементів та конструкції
1	Моноблочна модель [7, 107, 108]	<p data-bbox="702 526 1300 593">Імітатор ОС ока</p>  <p data-bbox="1197 526 1300 593">Імітатор сітківки</p>  
2	Лінзова модель з рухомим імітатором сітківки [109]	<p data-bbox="702 1366 813 1433">Імітатор ОС ока</p>  <p data-bbox="1220 1366 1332 1433">Імітатор сітківки</p> 



Продовження табл. 9.13

<p>3</p>	<p>Лінзова модель з фазовими пластинками [110-117]</p>	 <p>а)</p> <p>б)</p> <p>Фазова пластина</p> <p>Імітатор ОС ока</p> <p>Імітатор сітківки</p> <p>Імітатор ОС ока</p> <p>Фазова пластина</p> <p>Імітатор сітківки</p> <p>Фазова пластина</p> <p>Photograph of a circular lens model with a phase plate and grid simulator.</p>
<p>4</p>	<p>Лінзова модель з асферичною поверхнею [106]</p>	 <p>Фазовий профіль</p> <p>Імітатор сітківки</p> <p>Поворотний важіль</p> <p>Пластина, що імітує сітківку</p> <p>Руків'я мікропереміщень моделі</p> <p>Schematic showing a phase profile and grid simulator.</p> <p>Photograph of the experimental setup with labels for the grid simulator plate, rotation lever, and model displacement handles.</p>

Продовження табл. 9.13

<p>5</p>	<p>Модель з адаптивним дзеркалом [118]</p>	<p>1, 1', 1'' - хвильовий фронт</p> <p>Аберометр</p> <p>Телескопічний розширювач <math>\gamma = -0,25 \dots 0,16</math></p> <p>Біморфне адаптивне дзеркало</p> <p>Комп'ютер</p>   <p>Адаптивне дзеркало з системою керування</p>
----------	--	---

Поворотний важіль слугує для обертання лінзи-«рогівки» навколо оптичної осі, що дозволяє моделювати як горизонтальні (косинусні), так і вертикальні (синусні) церніковські моди. Абераційні моди утворюються за рахунок виготовлення лінзи з поліметилметакрилату – гомогенного та ізотропного пластмасу. Завдяки його термопластичності штампуванням можна

сформувати передню поверхню лінзи з будь-яким фазовим профілем. Контроль форми передньої поверхні здійснюється за допомогою офтальмологічного приладу – кератотопографа. Автори роботи [82] при дослідженнях похибок абераметрів використали три такі моделі ока. Топографічними дослідженнями цих поверхонь було встановлено, що технологічні похибки виготовлення асферичних поверхонь є більшими у порівнянні із сферичними поверхнями.

В табл. 9.13, рядок №5, представлена наступна оригінальна модель, що містить адаптивне дзеркало. Сформований абераметром пучок паралельних променів, які разом чи послідовно направляються в телескопічну систему (розширювач пучка), потрапляє на біморфне адаптивне дзеркало. Його форма регулюється за допомогою комп'ютера. Відбитий від такого дзеркала деформований хвильовий фронт (промінь) повертається назад до телескопічної системи і потрапляє в абераметр. Хвильова аберация, відтворена абераметром, порівнюється з деформацією поверхні адаптивного дзеркала. З цього робляться висновки відносно похибок абераметрії.

#### **9.3.4. Аналіз аберацийних моделей оптичної системи ока**

Мета аналізу – встановлення ступеню відповідності кожної з розглянутих вище фізичних моделей ока вимогам, яким повинна задовольняти модель аберацийної оптичної системи ока для калібрування офтальмологічних абераметрів.

Схематичні моделі є зручним інструментом для теоретичного аналізу параксіальних характеристик оптичної системи ока. Але вони у переважній більшості (за виключенням моделей Коймана та Аризонської моделі) неадекватно відображають аберацийні властивості оптичної системи ока. Тому використання схематичних моделей ока для фізичного моделювання не можна вважати доцільним, хоча при деяких доробках їх можна використовувати у якості прототипів фізичних аберацийних моделей. Найбільшою складністю фізичного моделювання схематичних моделей є пошук оптичних матеріалів, які б мали ті самі показники заломлення і коефіцієнти дисперсії, що мають вказані моделі.

Фізичні моделі ока, які використовуються для аналізу наслідків імплантації ІОЛ, більш наближені до вимог, яким повинні задовольняти абератори. Але проблематичним є відтворення церніковських аберацийних мод вищих степеневих порядків. Конструкції цих моделей не передбачають

виконання вимог щодо регулювання коефіцієнта світлопропускання, а також деполяризації поляризованого світла.

Найбільш наближеними до вимог, що приведені вище, є моделі цілеспрямовано призначені для тестування абераметрів на точність відтворення амплітуд абераційних мод хвильової аберації.

До переваг моноблочних абераметрів (див. модель №1, табл. 9.13) відноситься їх конструктивна та технологічна простота. Моноблочність конструкції дозволяє надійно підтримувати механічну стабільність пристрою. Відсутні фактори (окрім температурних коливань та коливань атмосферного тиску), котрі призводять до змінювання абераційних характеристик. Але ці переваги конструкції породжують і недоліки абераметра. Так, система, що має лише одну заломлюючу сферичну поверхню, генерує хвильову аберацию, яка в своєму складі має лише осьові моди – дефокус та сферичні аберации всіх ступеневих порядків. При цьому амплітуди мод сферичної аберации різко зменшуються із зростанням їх ступеневого порядку.

Так у моноблока, що має радіус передньої поверхні  $r_1 = 7,5$  мм, оптичне скло – BK7 (або K8), осьову довжину лінзи  $d = 22,0767$  мм (дорівнює задній фокусній відстані передньої поверхні на довжині хвилі випромінювання лазера в абераметрі  $\lambda = 0,65$  мкм при температурі  $20^0$  С та тиску 1 атм) амплітуда моди дефокус складає  $C_2^0 = 2,6347$  мкм, амплітуда моди первинної сферичної аберации  $C_4^0 = 0,7267$  мкм, амплітуда моди вторинної сферичної аберации  $C_6^0 = 0,02123$  мкм, і амплітуда моди наступного ступеневого порядку сферичної аберации –  $C_8^0 = 8,8 \cdot 10^{-4}$  мкм.

Вказаний набір мод відображає далеко не весь потрібний спектр абераційних мод хвильової аберации оптичної системи ока (див. рис. 9.10). До того ж амплітуди наявних мод моделі №1 мають лише фіксовані значення, а це не дозволяє виявляти похибки абераметра в необхідних діапазонах змінювання амплітуд.

Модель №1 має ще один суттєвий недолік. Його задня матова поверхня, яка імітує сітківку, практично не деполяризує лазерне випромінювання.

Більш досконалою є модель №2 (див. табл. 9.13), в якій імітатор сітківки є окремим елементом. Це дає можливість виготовляти імітатор сітківки з матеріалу, який дифузно розсіює та деполяризує лазерне випромінювання, а також дозволяє використовувати для цього поглинаючий матеріал з потрібним коефіцієнтом відбиття. Конструкція дає можливість переміщувати імітатор

сітківки вздовж оптичної осі, що забезпечує плавну зміну амплітуд абераційної моди дефокус в потрібному діапазоні її значень.

Обертання або коливання імітатора сітківки в фокальній площині лінзи-«рогівки» аберактора сприяє руйнуванню спеклової структури в світловій плямі на імітаторі сітківки.

На жаль, ця модель, як і попередня, утворює лише дефокус та моди сферичної аберації. Моди астигматизму можна отримати лише спеціальним спотворенням заломлюючої сферичної поверхні в процесі її виготовлення, наприклад, наданням їй циліндричності. При цьому амплітуди мод астигматизму можуть мати лише фіксовані величини.

В моделі №3 (див. табл. 9.13) функцію абераційного спотворювача виконує фазова пластина. Без сумніву перевагою такої моделі є її здатність утворювати завдяки фазовій пластині будь-які абераційні моди потрібних ступеневих порядків та типів, але, на жаль, лише з фіксованими амплітудами. Використовуючи набір фазових пластин можна отримувати фіксований спектр абераційних мод, що відповідає певному абераційному стану оптичної системи ока.

Істотними недоліками фазових пластин є похибки фотолітографічного метода виготовлення їх фазового профілю, що спотворюють спектр абераційних мод. Вказані похибки виникають внаслідок: 1) похибок виготовлення фотошаблону; 2) похибок експонування та проявлення слою фоторезиста через ефекти нелінійності фотохімічних процесів, розсіювання світла в фоторезисті, інтерференції прямих та відбитих від поверхні підкладки фоторезиста світлових хвиль; 3) похибок інтерферометричного контролю отриманого фазового профілю.

Використання набору фазових пластин потребує обов'язкове врахування дії повітряного проміжку між поверхнями, що несуть фазовий профіль та впливу на хвильовий фронт оптичних неоднорідностей і дефектів поверхонь пластин, на яких наноситься діелектричний фазовий шар.

Недоліком аберактора, в якому використовуються фазові пластини, є суттєва відмінність його оптичної системи від оптичної системи ока людини. Плоскопаралельна пластина, що несе на собі фазовий профіль, утворює полиски, які не властиві оптичній системі ока. Для їх усунення фазові пластини нахиляють до оптичної осі. При цьому порушується осьова симетрія і з'являються додаткові невраховані спотворення хвильового фронту.

В якості абераційного елемента в моделі №4 (табл. 9.13) використовується лінзовий меніск, який за своєю формою наближений до форми рогівки ока, а його передня сферична поверхня спотворена так, щоб хвильова аберация мала потрібні абераційні моди. Задля наближення до оптичної системи ока в моделі використовується рідина між лінзою, що імітує рогівку та імітатором сітківки. Проте відсутність імітатора кришталіка унеможливорює створення всіх чотирьох полисків, які реально виникають в оці людини. Істотним недоліком цієї моделі є також відсутність можливості змінювати величини амплітуд абераційних мод та їх склад без заміни лінзи-«рогівки».

Модель №5 (табл. 9.13) має принципову перевагу перед попередніми моделями завдяки використанню адаптивного дзеркала у якості генератора абераційних мод. Використання комп'ютера для надання певної деформації дзеркалу дає можливість утворювати будь-який модальний склад і потрібні амплітуди абераційних мод. Однак, суттєвими недоліками такої моделі є надвисока складність його технічної реалізації, обмежені можливості щодо достатньо точного моделювання абераційних мод вищих степеневих порядків з високою частотою осциляції за кутовою полярною координатою та великі габарити. До того ж в цій моделі відсутня можливість забезпечення деполаризації лазерного випромінювання та утворення потрібних полисків через істотну відмінність оптичної системи моделі від оптичної системи ока людини.

В табл. 9.14 наведені сумарний результат аналізу моделей на їх відповідність вимогам. Знак (+) означає відповідність вимогам, знак (–) вказує на відсутність можливості задовольнити вимогам. З представленого в цій таблиці, а також на основі вище викладеного, можна зробити наступний висновок – жодна з розглянутих моделей оптичної системи ока не відповідає повною мірою вимогам, викладеним у п. 9.2. Результати порівняльного аналізу абераційних моделей ока опубліковані в статті [119].

Таблиця 9.14

Відповідність відомих фізичних моделей ока вимогам до аберацій

Вимоги до моделі	№ абераційної моделі ока в табл. 9.13				
	1	2	3	4	5
Модальний склад і величини амплітуд абераційних мод згідно діаграми на рис. 9.10	—	—	+	+	+
Плавна чи дискретна змінюваність амплітуд всіх абераційних мод	—	—	—	—	+
Відсутність екранування круглої зіниці аберації	+	+	+	+	+
Забезпечення світловтрат ідентичних до ока людини	—	+	+	+	+
Дифузне розсіювання світла на імітаторі сітківки	+	+	+	+	—
Деполаризація світла розсіяного на імітаторі сітківки	—	+	+	+	—
Забезпечення полисків при аберації моделі ідентичних до полисків при аберації ока людини	—	—	—	+	—

### 9.3.5. Дволінзова модель абераційної оптичної системи ока для тестування аберацій

В даній роботі пропонується фізична модель ока, яка має переваги прототипів, реалізується простими технічними засобами при цьому задовольняє всьому переліку вимог, що наведені в табл. 9.14.

Принциповою відмінністю цієї моделі від попередніх є її здатність утворювати динамічну хвильову аберацію, складену з абераційних мод, властивих оку людини. До того ж система і конструкція моделі дозволяє плавно змінювати амплітуди мод в потрібних діапазонах без заміни оптичних елементів, [119,120].

Структура моделі та спосіб генерації хвильової аберації з необхідним модальним складом і потрібним діапазоном амплітуд абераційних мод була знайдена методом аналогії. Аналогом слугувала оптична система ока людини з властивими оку недоліками, що призводять до появи аберацій, а саме:

1) порушення оптичними поверхнями рогівки та кришталика гомоцентричності пучків променів;

2) природне або патологічне спотворення форми поверхонь рогівки та кришталика – сфероциліндричність рогівки через обвисання передньої поверхні

рогівки під дією сили тяжіння і деформації передньої поверхні кришталіка внаслідок можливого нерівномірного розподілення сили натягнення війчастого тіла;

3) неспіввісне розміщення кришталіка відносно рогівки, нахил осі симетрії кришталіка до осі симетрії рогівки;

4) відсутність симетрії оптичної системи ока відносно візуальної осі через те, що між візуальною та оптичною осями ока завжди є кут (5...7) градусів.

В тих моделях, де аберації утворюються тільки за рахунок використання дії факторів 1) та 2) реалізація безперервної зміни амплітуд абераційних мод простими технічними засобами неможлива. Запропонований абератор (рис. 9.16), завдяки використанню всіх чотирьох факторів, при нескладній конструкції (рис. 9.17) генерує потрібний спектр абераційних мод з плавним регулюванням амплітуд в діапазонах, що властиві оку людини.

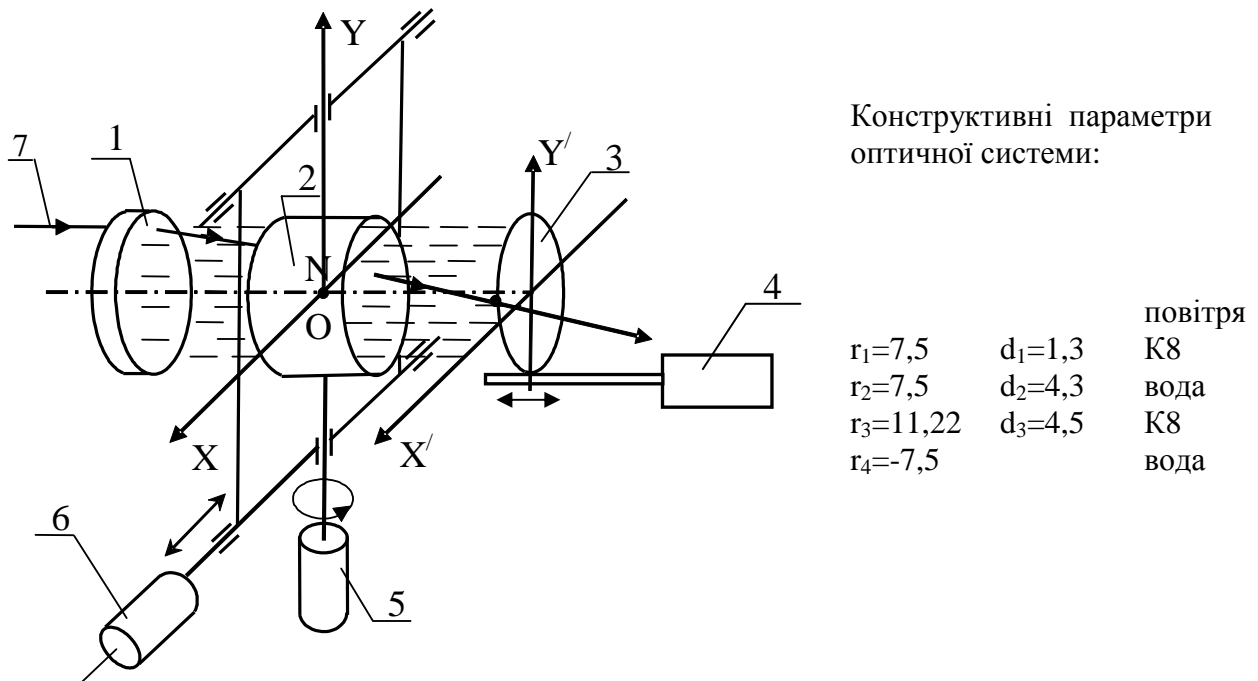


Рис. 9.16. Функціональна схема абератора: 1 – лінза-імітатор рогівки, 2 – лінза-імітатор кришталіка, 3 – імітатор сітківки, 4 – привід переміщення імітатора сітківки вздовж оптичної осі, 5 – привід обертання лінзи 2 навколо осі OY, N – передня вузлова точка лінзи 2, 6 – привід переміщення (децентрування) лінзи 2 вздовж осі OX, 7 – промінь трасування оптичної системи абератора



Це досягається використанням оптичної системи, що наближується за своїми конструктивними параметрами до оптичної системи ока людини. Тому в аберації використовуються лінзи, що за своєю конфігурацією імітують рогівку (меніскова лінза) та кришталік (двоопукла лінза).

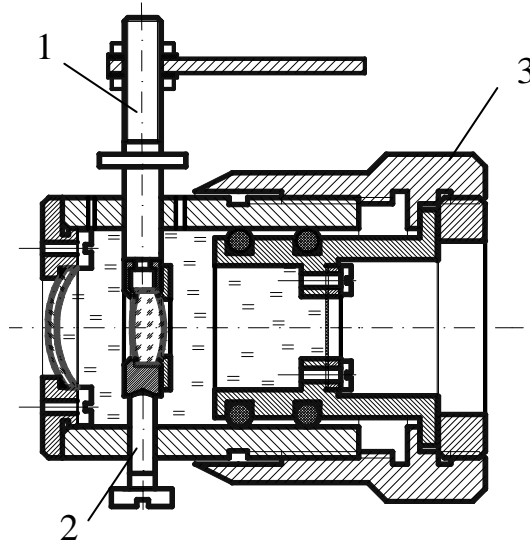


Рис. 9.17. Спрощена конструкція аберації: 1 – вісь повороту імітатора кришталіка, 2 – гвинт для переміщення кришталіка перпендикулярно оптичній осі, 3 – барабан для переміщення імітатора сітківки вздовж оптичної осі

При визначенні конструктивних параметрів та показників заломлення оптичних середовищ аберації були використані дані про схематичне око Ле Гранда.

Показник заломлення та дисперсія дистильованої води, що заповнює простір між лінзами та імітатором сітківки, наближені до аналогічних оптичних середовищ ока.

Абераційні моди утворюються за рахунок децентрування та обертання (кутового повороту) імітатора кришталіка навколо осі, перпендикулярної до оптичної осі за рахунок додаткових приводів. При цьому майже незмінними залишаються амплітуди мод сферичної аберації  $C_4^0$  та  $C_6^0$ , які майже не залежать від децентрування лінзи-кришталіка і є проявом абераційних властивостей лінз, що імітують рогівку та кришталік. Пересуванням імітатора сітківки вздовж оптичної осі регулюється аберация дефокусу  $C_2^0$ .

Регулювання в моделі ока світлових втрат та деполаризація світла забезпечується вибором матеріалу плівки, що імітує сітківку. Наприклад,

поліетиленова плівка при відбиванні лазерного випромінювання здатна його деполяризувати, а її властивість поглинати світло в залежності від її кольору дозволяє досягати потрібного коефіцієнта відбиття, характерного для сітківки ока людини.

Умови виникнення в моделі ідентичних до ока людини полисків від поверхонь, що розділяють оптичні середовища аберактора, забезпечуються наближенням конструктивних параметрів його оптичної системи до конструктивних параметрів оптичної системи ока людини, тобто формою лінз, їх взаємним розміщенням, коефіцієнтами заломлення оптичних середовищ.

При необхідності конструкція моделі дозволяє встановити пристрій руйнування спеклів, що представляють собою випадкову інтерференційну картину від розсіяних на імітаторі сітківки когерентних світлових хвиль. Спекли є завадою, тому що змінюють розподіл освітленості в зображенні світлової плями на сітківці, чим викликають похибки відтворення її координат, а внаслідок цього і похибки відтворення хвильової аберації. Руйнування спеклів здійснюється обертанням або коливанням імітатора сітківки в площині перпендикулярній до оптичної осі моделі.

На рис. 9.17 показана спрощена конструкція аберактора, в якому за допомогою гвинта 1 та вісі 2 можна переміщувати та обертати відносно вертикальної осі лінзу, що імітує кришталік, а імітатор сітківки пересувати за допомогою барабана 3 вздовж оптичної осі.

Отже запропонована модель (в подальшому будемо називати її дволінзовою) може задовольнити всім вимогам, які викладені в табл. 9.17.

### **9.3.6. Хвильова аберация двохлінзової моделі ока**

Хвильова аберация моделі та її модальний склад залежать від величини децентрування кришталіка  $\Delta_x$  та величини кута повороту кришталіка  $\Delta_\phi$  відносно осі, перпендикулярної до оптичної осі аберактора.

Було б зручно функцію хвильової аберации мати в аналітичному вигляді. Але здійснити на практиці це практично неможливо через надзвичайно складну математичну залежність вказаної функції від конструктивних параметрів оптичної системи. Тому дослідити і встановити вище вказану залежність можна розрахунками ходу великої кількості дійсних променів (від декілька сотень до

тисяч) через оптичну систему аберактора з наступною апроксимацією функції хвильової аберації в степеневому базисі чи в базисі поліномів Церніке.

Цю складну і трудомістку процедуру зараз виконують за допомогою спеціальних комп'ютерних програм, серед яких найбільш відомі – ZEMAX та ОПАЛ. При дослідженнях функції хвильової аберації двохлінзової моделі ока була використана програма ZEMAX.

Розрахунки амплітуд абераційних мод виконувалися при наступних вихідних даних:

- діаметр зони абераметрії – 6 мм;
- довжина світлової хвилі – 0,65 мкм;
- оптична система аберактора має конструктивні параметри, що наведені на рис. 9.16;

- поворот лінзи-кришталіка здійснюється навколо передньої вузлової точки, що знаходиться на відстані 2 мм від передньої поверхні лінзи-«рогівки»;

- децентрування лінзи-кришталіка здійснюється вздовж осі ОХ, що дозволяє отримувати всі косинусні абераційні моди;

- відтворені програмою ZEMAX амплітуди абераційних мод є нормованими згідно стандарту OSA.

Залежності амплітуд абераційних мод  $C_n^m$  від величини децентрування  $\Delta_X$  та величини кута повороту  $\Delta_\phi$  лінзи-«кришталіка» досліджувались в діапазоні величин  $\Delta_X = 0 \dots 2$  мм,  $\Delta_\phi = 0 \dots 6$  град. Результати розрахунків величин  $C_n^m$  приведені на рис. 9.18 – 9.23.

Через надто незначну область змінюваності на графіках (рис. 9.23) графіки деяких функцій  $C_n^m(\Delta_\phi)$  не представлені, а саме:

$$C_5^3(\Delta_\phi) \in [0 \dots 2 \cdot 10^{-4}] \text{ мкм}, C_5^5(\Delta_\phi) \in [0 \dots 4,8 \cdot 10^{-7}] \text{ мкм},$$

$$C_6^2(\Delta_\phi) \in [0 \dots 6,6 \cdot 10^{-4}] \text{ мкм}, C_6^6(\Delta_\phi) \in [0 \dots - 2,1 \cdot 10^{-6}] \text{ мкм}.$$

Аналіз графіків функцій  $C_n^m(\Delta_X)$ ,  $C_n^m(\Delta_\phi)$  дозволяє відзначити наступне:

1) амплітуди сферичної аберації відрізняються від нуля при будь-яких значеннях  $\Delta_X$ ,  $\Delta_\phi$ , що є наслідком використання лінз із сферичними поверхнями, які неодмінно порушують гомоцентричність пучків світла;

2) з ростом степеневого порядку спостерігається істотне зменшення амплітуд абераційних мод (амплітуди мод 6-го степеневого порядку приблизно в 100–1000 разів менші за амплітуди мод 2-го степеневого порядку).

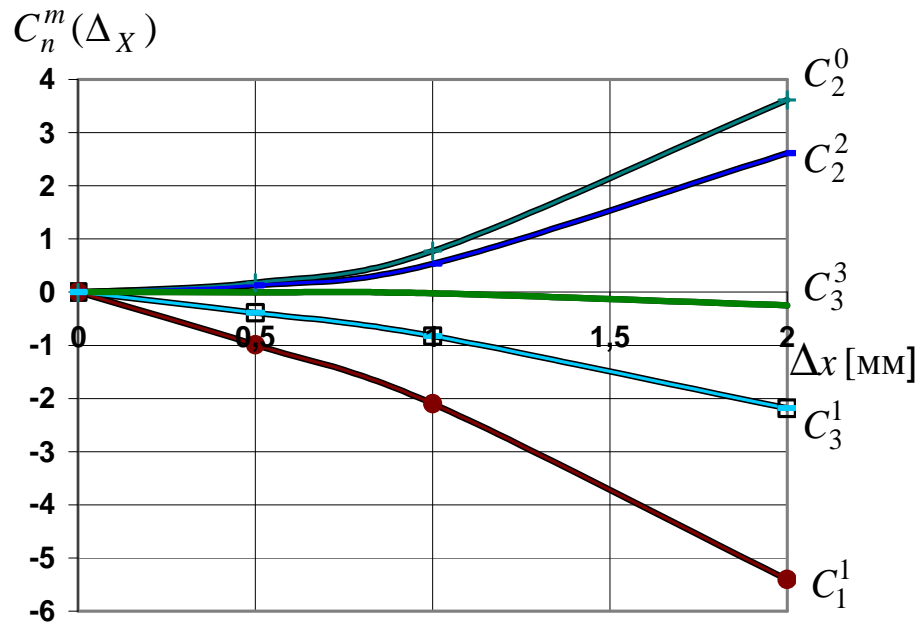


Рис. 9.18. Графіки функцій  $C_1^1(\Delta x)$ ,  $C_2^0(\Delta x)$ ,  $C_2^2(\Delta x)$ ,  $C_3^1(\Delta x)$ ,  $C_3^3(\Delta x)$

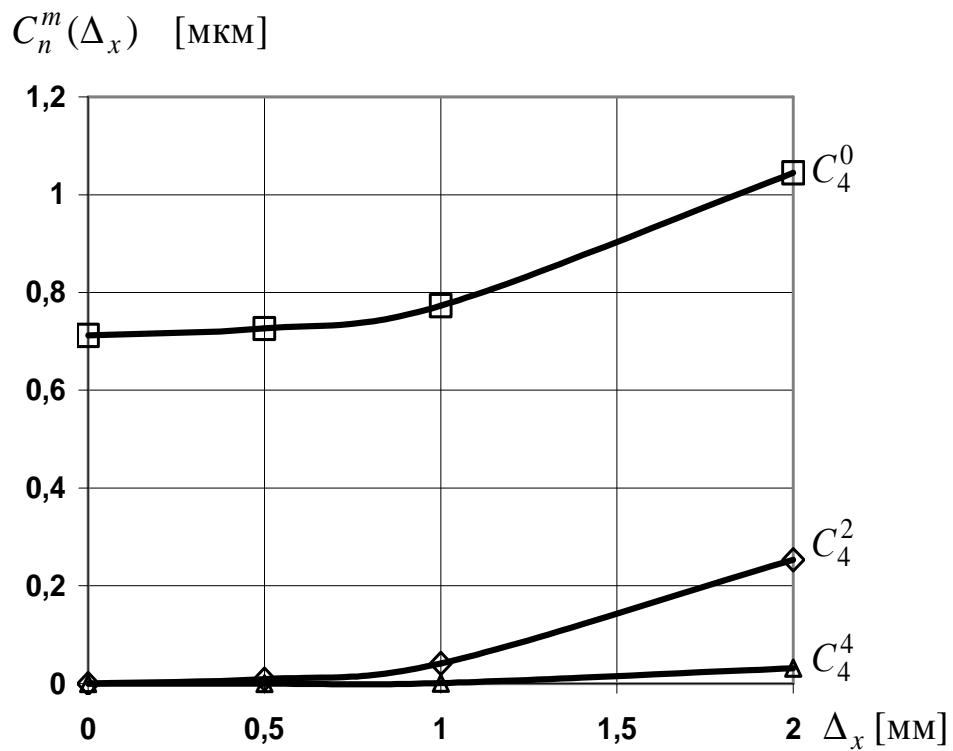


Рис. 9.19. Графіки функцій  $C_4^0(\Delta x)$ ,  $C_4^2(\Delta x)$ ,  $C_4^4(\Delta x)$

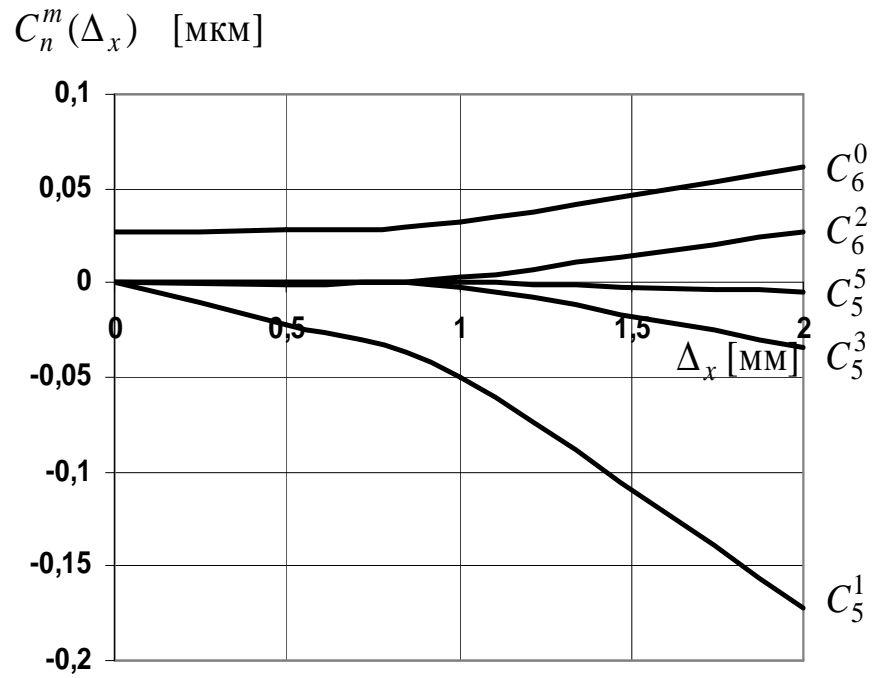


Рис. 9.20. Графіки функцій  $C_5^1(\Delta x)$ ,  $C_5^3(\Delta x)$ ,  $C_5^5(\Delta x)$ ,  $C_6^0(\Delta x)$ ,  $C_6^2(\Delta x)$

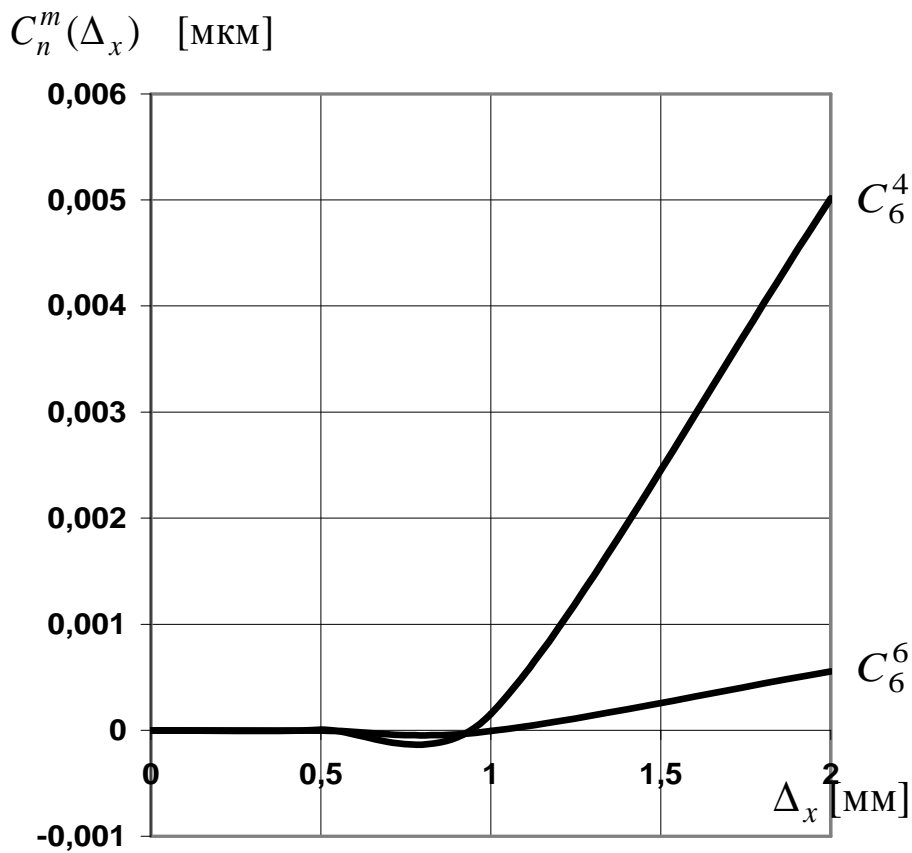


Рис. 9.21. Графіки функцій  $C_6^4(\Delta x)$ ,  $C_6^6(\Delta x)$

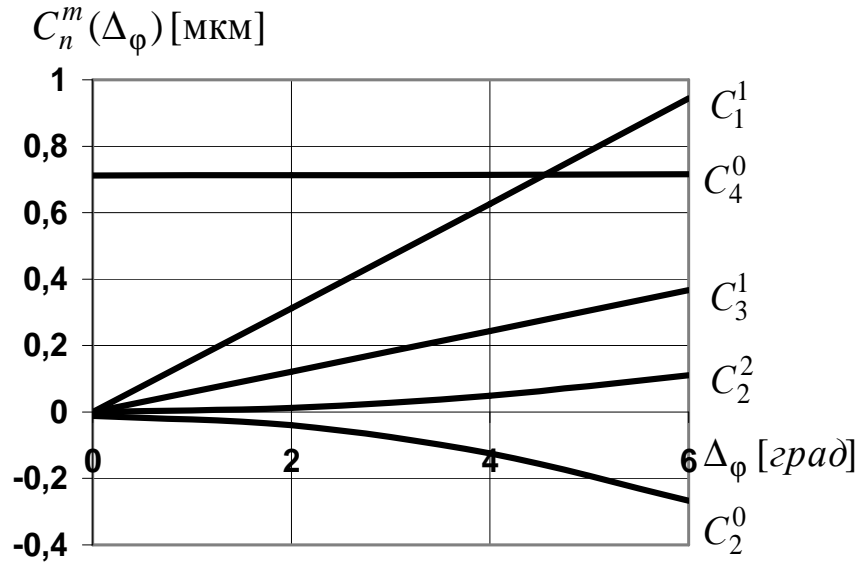


Рис. 9.22. Графіки функцій  $C_1^1(\Delta\varphi)$ ,  $C_2^0(\Delta\varphi)$ ,  $C_2^2(\Delta\varphi)$ ,  $C_3^1(\Delta\varphi)$ ,  $C_4^0(\Delta\varphi)$

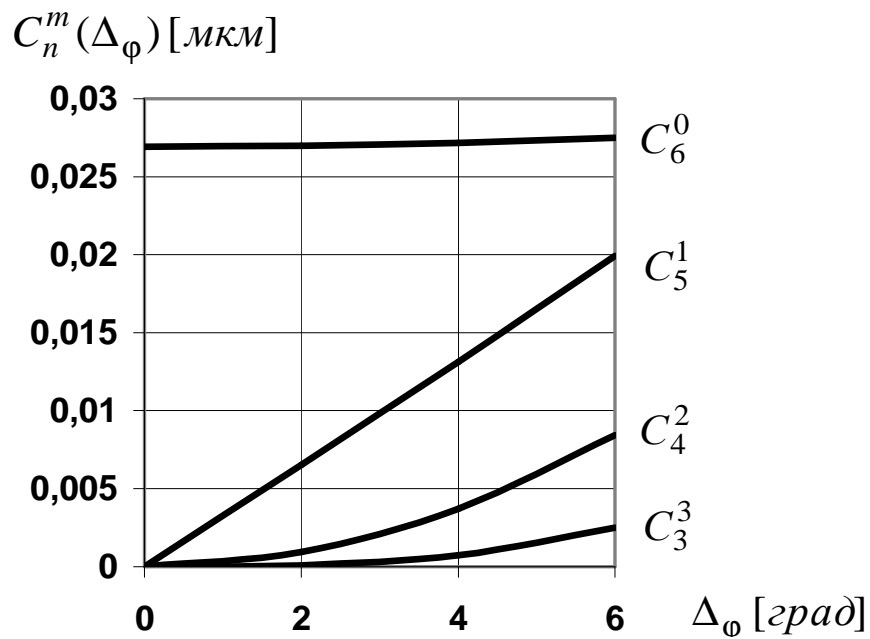


Рис. 9.23. Графіки функцій  $C_3^3(\Delta\varphi)$ ,  $C_4^2(\Delta\varphi)$ ,  $C_5^1(\Delta\varphi)$ ,  $C_6^0(\Delta\varphi)$

3) децентрування і обертання лінзи-кришталіка призводить до монотонного і майже пропорційного зростання амплітуд абераційних мод;

4) при децентруванні лінзи-кришталіка амплітуди абераційних мод за величиною зростають скоріше ніж при її обертанні навколо осі, тому децентрування лінзи-кришталіка можна використовувати для «грубої» зміни величин амплітуд, а поворот – для «тонкої»;

5) амплітуди абераційних мод вищих порядків в діапазоні  $\Delta_x = 0 \dots 0,5$  мм мало «чутливі» до змінювання величини  $\Delta_x$ . Це вказує на невеликий вплив похибок центрування лінз абератора на похибки моделювання мод вищих порядків, що є позитивним фактором.

На рис. 9.18 – 9.23 наведені графіки змінювання амплітуд косинусних мод. З метою отримання синусних мод всіх степеневих порядків лінзу-кришталік переміщують вздовж вертикальної осі OY (див. рис. 9.16, 9.17) або повертають навколо осі OX. Без ускладнення конструкції абератора це можна здійснити обертанням абератора навколо оптичної осі OZ на  $90^0$ . Змінювання положення абератора навколо осі OZ в діапазоні від  $0^0$  до  $90^0$  дозволяє отримувати одразу як косинусні, так і синусні абераційні моди. При повороті абератора навколо осі OZ на кути  $15^0$ ,  $18^0$ ,  $22,5^0$ ,  $30^0$ ,  $45^0$  досягаються максимальні величини «синусних» абераційних мод  $C_2^{-2}$ ,  $C_3^{-3}$ ,  $C_4^{-4}$ ,  $C_5^{-5}$ ,  $C_6^{-6}$  абератора при заданому децентруванні або повороті лінзи-кришталіка відповідно.

Заключний висновок відносно здатності двохлінзової моделі до відтворення абераційних мод у відповідних діапазонах ока людини був зроблений із порівняння двох діаграм на рис. 9.24. Ліва діаграма повторює діаграму, представлену на рис. 2.5, права – отримана із розрахунків в ZEMAX амплітуд абератора при децентруванні лінзи-кришталіка на 2 мм вздовж осі OX та його повороті на кут  $6^0$ . Діапазон амплітуд дефокусу  $C_2^0$  забезпечується переміщенням імітатора сітківки (див. рис.9.17) вздовж оптичної осі в інтервалі  $\pm 5$  мм. Як видно з діаграм:

1) моди другого степеневого порядку моделюються абератором у потрібних діапазонах амплітуд;

2) діапазони амплітуд мод третього степеневого порядку аберації кома –  $C_3^1$ ,  $C_3^{-1}$  та аберації трейфойл –  $C_3^3$ ,  $C_3^{-3}$  з великим запасом перевищують діапазони, вказані на діаграмі рис. 9.24, а; теж саме стосується амплітуд мод

коми вищого порядку –  $C_5^1$ ,  $C_5^{-1}$  та амплітуд мод вторинного астигматизму –  $C_4^2$ ,  $C_4^{-2}$ ;

3) абераційна мода сферичної аберації має майже незмінну амплітуду в діапазоні 0,7...1,1 мкм, який перевищує величину сферичної аберації ока людини;

4) амплітуди деяких абераційних мод п'ятого та шостого степеневих порядків на діаграмі (рис. 9.24, б) є меншими ніж на діаграмі (рис. 9.24, а), але, по-перше, діапазони амплітуд мод 5-го та 6-го степеневих порядків (див. рис. 9.24, а) можуть бути завищеними з огляду на те, що вони мають дуже малі величини у порівнянні з модами нижчих степеневих порядків. Це пояснюється тим, що при вимірюванні абераметрми аберацій вищих порядків виникають більш високі відносні похибки. По-друге, є можливість збільшення амплітуд вказаних мод аберактора до потрібних величин шляхом додаткового децентрування лінзи-кришталіка.

Таким чином, із порівняння діаграм на рис. 9.24 можна зробити основний висновок – аберактор, представлений на рис. 9.16, дозволяє моделювати абераційні моди за модальним складом та діапазонами їх амплітуд, що відповідають аберациям ока людини.

На рис. 9.25 наведено креслення двохлінзової моделі з більш досконалою конструкцією, на рис. 9.26 показано зовнішній вигляд моделі, а на рис. 9.27 – абераметр, що калібрується з використанням представленої моделі ока.



Вищі степеневі порядки

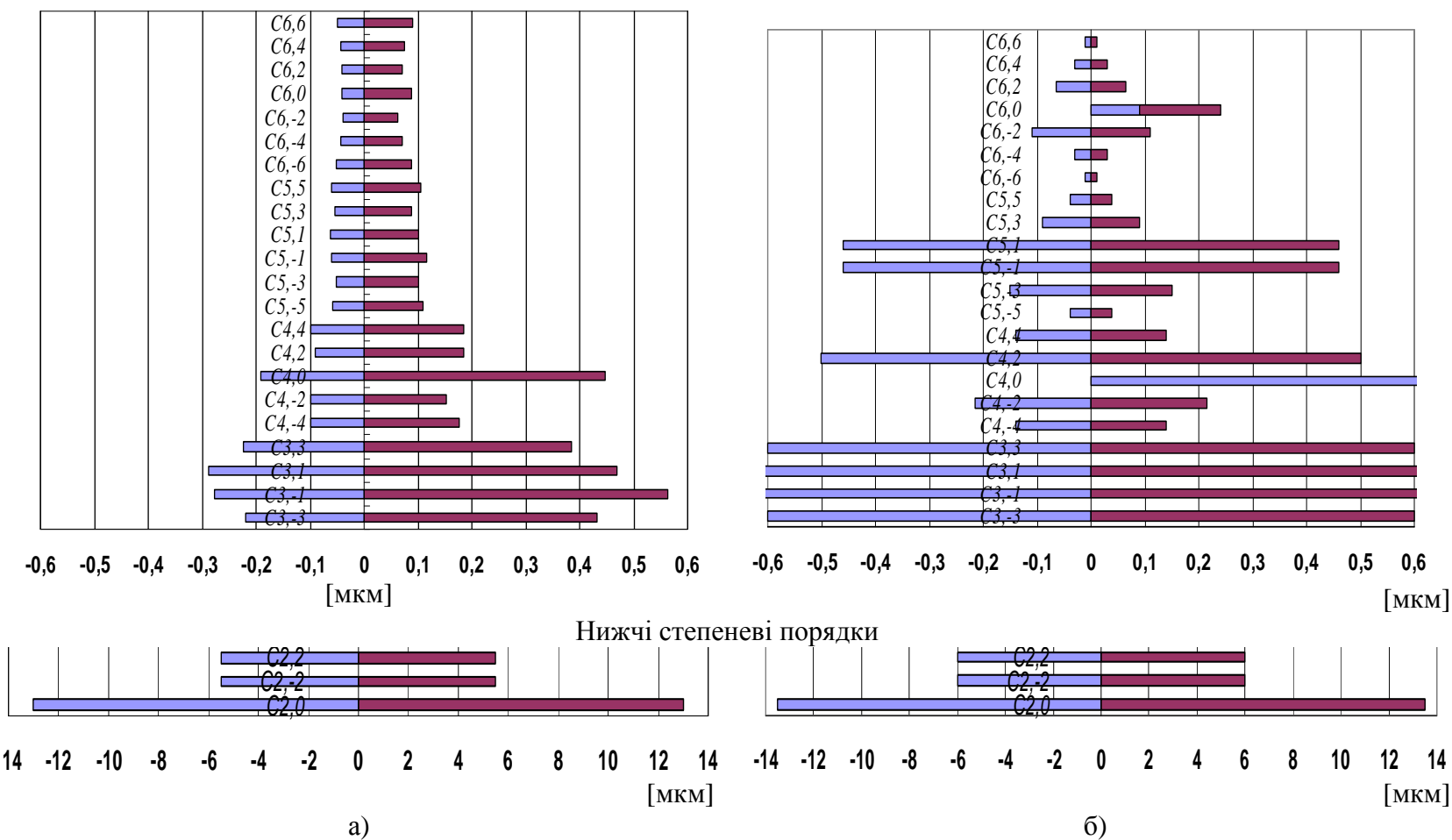


Рис. 9.24. Діаграми діапазонів амплітуд абераційних мод хвильової аберації: а – ока людини; б – дволінзового абератора

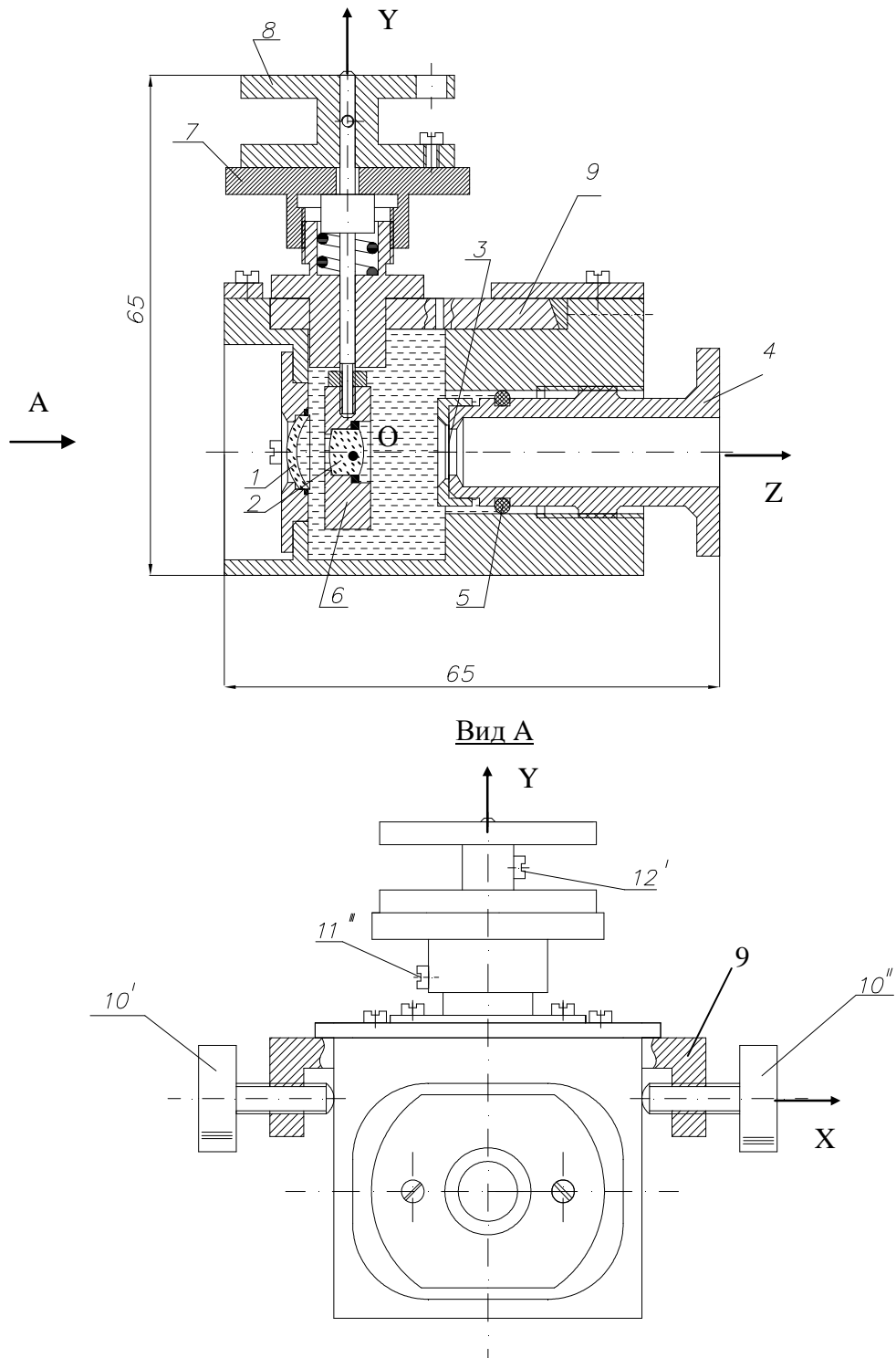


Рис. 9.25. Складальне креслення експериментального зразка абераційної моделі ока: 1 – лінза-імітатор рогівки; 2 – лінза-імітатор кришталіка; 3 – імітатор сітківки; 4 – тубус для переміщення імітатора сітківки вздовж оптичної осі; 5 – резинова муфта; 6 – оправа імітатора кришталіка; 7, 8 – пристрій для контрольованого кутового повороту імітатора кришталіка навколо вертикальної осі  $OY$ ; 9, 10', 10'' – механізм для переміщення імітатора кришталіка вздовж осі  $OX$

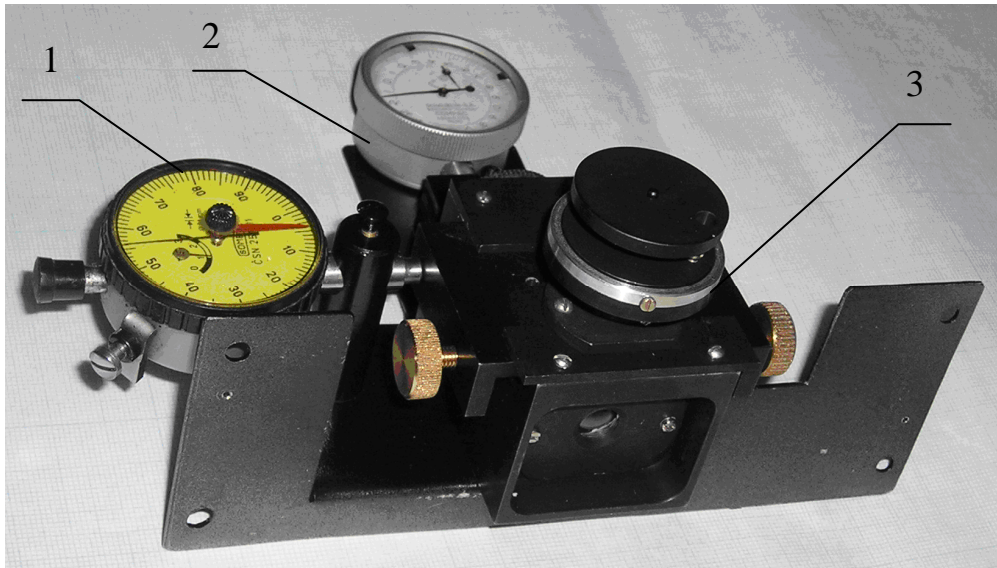


Рис. 9.26. Експериментальний зразок абераційної моделі ока:

1 – мікрометр для контролю переміщень лінзи-кришталіка вздовж осі ОХ; 2 – мікрометр для контролю переміщень імітатора сітківки вздовж оптичної осі ОZ; 3 – кільце зі шкалою для контролю кута повороту лінзи-кришталіка навколо осі ОУ

#### Абераційна модель ока



Рис. 9.27. Модель ока, що встановлена на аберометрі рейтресингового типу іTrace (Tracey Technologie) для його калібрування

## Перелік посилань

1. Сокурєнко В.М., Тимчик Г.С., Чиж І.Г. Око людини та офтальмологічні прилади. – К.: НТУУ «КПІ». – 2009. – 264 с.
2. Atchison D. A., Smith G. Optics of the Human Eye. – Oxford, 2000.
3. Дитчберн Р. Физическая оптика. – М.: Наука, 1965. – 626 с.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1970. – 856 с.
5. Марешаль А., Франсон М. Структура оптического изображения. – М.: Машиностроение, 1974. – 166 с.
6. Родионов С.А. Автоматизация проектирования оптических систем. – Л.: Машиностроение, 1982. – 269 с.
7. Чиж І. Г. Аберометрія оптичної системи ока методом рейтресінга. Дисертація на здобуття наукового ступеня докт. техн. наук. – НТУУ «КПІ», 2006. – 399 с.
8. Алиев А-Г.Д., Исмаилов М.И. Клиническая классификация аберраций оптической системы глаза / Збірник наукових праць співробітників КМАПО ім. П.Л. Шупика, Київ. – 2004. – Вип.13. – книга 4. – С.19 – 24.
9. Чиж І.Г. Визначення модуляційної передавальної функції оптичної системи за допомогою радіусів других гаусових моментів від функції розсіювання точки // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2004. – № 4. – С. 127 – 137.
10. Чиж І.Г. Визначення просторово-роздільної здатності і глибини фокусної області оптичної системи ока через радіуси других гаусових моментів від функції розсіювання точки // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2005. – № 1.– С. 77 – 88.
11. Thibos L.N., Applegate R.A., Schwiegerling J.T., Webb R. Standards for reporting the optical aberrations of eyes // OSA Trends in Optics and Photonics Series. – 2000. – Vol. 35. – P. 232 – 244.
12. Вычислительная оптика. Справочник / Под редакцией М.М. Русинова. – Л.: Машиностроение, 1984. – 424 с.
13. Сокольский М.Н. Допуски и качество оптических изображений. – Л.: Машиностроение, 1989. – 220 с.
14. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1986. – 544 с.

- 15 Колобродов В.Г., Сокурєнко В.М., Чиж І.Г. Похибки відновлення хвильової аберації та параметрів вад зору в просторово роздільній рефрактометрії ока // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. – 2000. – № 15. – С.108 – 115.
- 16 Чиж І.Г. Глобальна апроксимація абераційної функції оптичної системи ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2001. – №4. – С.127 – 135.
- 17 ГОСТ 14934-88. Офтальмологическая оптика. Термины и определения.
- 18 Губель Н.Н. Аберрации децентрированных оптических систем. – Л.: Машиностроение, 1975. – 271 с.
- 19 Чуриловский В.Н. Теория хроматизма и аберраций третьего порядка. – Л.: Машиностроение, 1968. – 311 с.
- 20 Kwee I., Braat J. Double / Zernike expansion of the optical aberration function // Pure Appl. Opt. – 1993. – P.21 – 32.
- 21 Чиж І.Г., Сокурєнко В.М. Визначення просторового розподілу рефракції ока за результатами вимірювань його поперечних аберацій // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2000. – № 3. – С. 105 – 109.
- 21 Чиж І.Г. Монохроматичні аберації оптичної системи ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2002. – №1. – С. 98 –110.
- 22 Чиж І.Г., Афончина Н.Б. Визначення абераційної рефракції ока методом рейтресінгу // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2003.– № 26.– С. 123 – 131.
- 23 Lukosz W. Der Einfluß der Aberrationen auf die optische Übertragungsfunktion bei kleinen Orts-Frequenzen // Optica Acta. –1963. – Vol.10. – № 1.– P.1 – 20.
- 24 D.R. Williams, D.H. Brainard, M.J. McMahon, R. Navarro. Double-pass and interferometric measures of the optical quality of the eye // J. Opt. Soc. Am. A. – 1994. – Vol. 11. – No. 12. – P. 3123 – 3135.
- 25 Чиж І.Г. Астигматизм оптичної системи ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2002.– № 3.– С. 96 – 104.
- 26 Чиж І.Г. Визначення величини аметропії за допомогою функції хвильової аберації оптичної системи ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2002.– № 2. – С. 100 – 106.
- 27 Молебний В.В., Чиж І.Г., Сокурєнко В.М. Розрахунок первинних аберацій ока за допомогою поліномів Церніке // Наукові вісті НТУУ

«КПІ» – 2000.– № 1.– С. 85 – 88.

- 28 Колобродов В.Г., Сокурєнко В.М., Чиж І.Г. Рефрактометрія ока з просторовим розділенням // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. – 2000. – № 12. – С. 128 – 135.
- 29 Сергиєнко Н.М., Гудзь А.С., Тутченко Н.Н. Глубина фокуса: клиническое проявление // Збірник наукових праць співробітників КМАПО ім.П.Л. Шупіка. – 2004. – Вип. 13. – Книга 4. – С. 569 –575.
- 30 Сергієнко М.М. Тимощук Р.Л. Глубина фокусу і суб'єктивний метод визначення рефракції // Збірник наукових праць співробітників КМАПО ім. П.Л. Шупіка. – 2004. – Вип. 13. – Книга 4. – С.576 –581.
- 31 Волков В.В., Луизов А.В. и др. Эргономика зрительной деятельности человека. – Л.: Машиностроение. – 1989. – 109 с.
- 32 Островская М.А. Частотно-контрастные характеристики глаза // Оптико-механическая промышленность . – 1969. – № 2 . – С.45 – 54.
- 33 Сергиєнко Н.М., Молебний В.В. Современные достижения в изучении оптической системы человеческого глаза // Медичний всесвіт. – 2002. – Том 2 . – С. 100 – 104.
- 34 Koosjman A. Light distribution on the retina of a wideangle theoretical eye // J. Opt. Soc. Am. – 1983. – Vol.73 . – P. 1544 – 1550.
- 35 Сергиєнко Н.М. Офтальмологическая оптика. – М.: Медицина, 1991.– 142 с.
- 36 Greivenkamp J.E., Schwiegerling J., Miller J.M., Mellinger M.D. Visual acuity modeling using optical raytracing of schematic eyes // Amer. J. of Ophthalmology. – 1995. – Vol. 120. – № 2. – P. 227 – 240.
- 37 J.T. Holladay, M.J. Lynn, G.O. Waring / The relationship of visual acuity, refractive error, and pupil size after radial keratotomy // Arch Ophthalmol. – 1991. – Vol. 109. – P.70 –76.
- 38 Tscherning M. Die monochromatischen Aberrationen des menschlichen Auges // Zeitschr. Psychol. Physiol. Sinn. – 1894. – Bd. 6. – P. 456 – 471.
- 39 Howland H.C., Howland B. Subjective method for the measurement of monochromatic aberrations of the eye // JOSA. – 1977. – V.67. – P. 1508–1518.
- 40 Kaemmerer M.M., Mierdel P., Krinke H-E., Seiler T. Principles of Tscherning aberrometry. // J. Cataract. Refract. Surg. – 2000. – V.16. – P. 570 –571.
- 41 Ivanoff A. On the influence of accommodation on spherical aberration in

- the human eye, an attempt to interpret night myopia. // J. Opt. Soc. Am. – 1947; 37:730–731.
- 42 Смирнов М.С. Измерение волновой аберрации глаза // Биофизика. – 1961. – Том 6. – С. 776 –794.
- 43 Van den Brink G. Measurements of the geometrical aberrations of the eye // Vis. Res. – 1962. – V. 2 . – P. 233 – 244.
- 44 Liang J., Grimm B., Goelz S., Bille J. Objective measurement of wave aberrations of the human eye with the use of a Hartmann-Shack wave-front sensor // JOSA A. – 1994. – V. 11. – P. 1949 – 1957.
- 45 Liang J. A new method to precisely measure the wave aberrations of the human eye with a Hartmann–Shack wave-front sensor. Ph.D. dissertation (University of Heidelberg, Heidelberg, Germany), 1991.
- 46 Hartmann J. Bemerkungen über den Bau und die Justirung von Spektrographen. // Ztschr. f. Instrumentenkunde. – Vol. 20, pp. 17 – 27, 47 – 58. – 1900.
- 47 Hartmann J. Objektivuntersuchungen. // Ztschr. f. Instrumentenkunde. Vol. 24, pp. 1 – 21, 33 – 47, 97 – 117. – 1904.
- 48 Platt B.C., Shack R. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing. // J. Refract. Surg. – 2001; 17:S573-577.
- 49 Liang J., Williams D.R. and Miller D.T. Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics // J. Opt. Soc. Am. A. – 1997. – Vol. 14. – P. 2884 – 2892.
- 50 Molebny V., Pallikaris I., Naoumidis L., Chyzh I., Molebny S., Sokurenko V. Retina ray-tracing technique for eye refraction mapping // Proc. SPIE. – 2971, pp. 175 – 183. – 1997.
- 51 Molebny V.V., Pallikaris I.G., Chyzh I.G., Naoumidis L.P., Sokurenko V. M. Eye aberrations analysis with Zernike polynomials // Proc. SPIE.– 1998.– Vol. 3246.– P. 228 – 237.
- 52 Молебний В.В., Чиж І.Г., Сокуренко В.М. Однопроменевий метод вимірювання локального розподілу аберцій ока // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1998. – № 4. – С. 130 – 135.
- 53 Чиж І.Г., Сокуренко В.М. Методи измерения рефракции глаза с пространственным разрешением по зрачку // Оптический журнал. – 2001. – Том 68. – № 3. – С.19 – 25.

- 54 Вимірювач абераційної рефракції ока: Патент 46833, Україна, МКВ А61В3/00 / Молебний В.В., Чиж І.Г., Сокурєнко В.М., Pallikaris I., Naoumidis L.; Заявлено 07.10.1998; Опубл. 17.06.2002, Бюл. № 6.
- 55 Патент 6.932.475. В2, США, МКВ А61В 3/10. Device for measuring aberration refraction of the eye / Молебний В.В., Чиж І.Г., Сокурєнко В.М., Pallikaris I., Naoumidis L., Wakil Y. – Prior Publication Data US 2003/0011745 A1 Jan. 16, 2003. Date of Patent: Aug. 23, 2005.
- 56 Howland H. C. and Howland B. Subjective method for the measurement of monochromatic aberrations of the eye // JOSA. – 1977. – V. 67. – P.1508 – 1518.
- 57 US patent US6030081 (2000) Eye refractive power measurement apparatus / Kato Koki (NIDEK). – 2000. – 11p.
- 58 Babcock H.B. The possibility of compensating astronomical seeing. // Publ. Astron. Soc. Pac. – 1953. – Vol. 65. – P. 229 –236.
- 58 S.MacRae, M.Fujieda / Slit skiascopic-guided ablation using the Nidek Laser // Journal of Refractive Surgery. – 16 – Sept/Oct 2000, pp. S576 – 580.
- 59 Hardy J.W. Active optics: a new technology for the control of light // Proc. IEEE. – 1978. – Vol. 66. – P. 651 – 697.
- 60 Fugate R.Q., Fried D.L., Ameer G.A., Boeke B.R., Browne S.L., Roberts P.H, Ruane R.E., Tyler G.A. and Wopat L.M. Measurement of atmospheric wavefront distortion using scattered light from a laser guide-star // Nature. – 1991. – Vol. 352. – P. 144 – 146.
- 61 Tyson R.K. Principles of adaptive optics. Academic, San Diego, Calif. – 1991.
- 62 Dreher A.W., Bille J.F. and Weinreb R. N. Active optical depth resolution improvement of the laser tomographic scanner // Applied Optics. – 1989. – Vol. 24. – P. 804 – 808.
- 63 Liang J. and Williams D.R. Aberrations and retinal image quality of the normal human eye // J. Opt. Soc. Am. A. – 1997. – Vol. 14. – P. 2873 – 2883.
- 64 R. Sekine, T. Shibuya et. al. Measurement of wavefront aberration of human eye using Talbot image of two-dimensional grating // Optical Review. – Vol. 13. – № 4. – 2006. – P. 207 – 211.
- 65 Rosu H.C., Trevino J.P., Cabrera H. and Murguia J.S. Self-image effects in diffraction and dispersion. // Electromagnetic Phenomena. – Vol. 6. –



№ 2 (17). – 2006.

- 66 Васильев Л. А. Теневые методы. – М.: Москва. – 1968. – 56 с.
- 67 El Hage S.G., Berny F. Contribution of the crystalline lens to the spherical aberration of the eye // JOSA. – 1973. – V.63. – P. 205 – 211.
- 68 Рефрактометр з просторовим розділенням: Патент 54570, Україна, МКВ А61В3/00 / Чиж І.Г., Сокурєнко В.М.; Заявлено 29.06.2000; Опубл. 17.03.2003, Бюл. № 3.
- 69 Аберометр з аналізатором ізодіоптрійних зон ока / Чиж І.Г., Афончина Н.Б. / Патент України на корисну модель №56622, Опубл. Бюл. № 2 від 25.01.2011. – 2011. – 5С.
- 70 Чиж І.Г., Афончина Н.Б., Якимєнко Т.М. Метод відтворєння функції хвильової аберації за картинами ізодіоптрійних зон на зіниці ока // Вісник НТУУ «КПІ». Серія приладобудування. – 2010. – № 40. – С. 119 – 125.
- 71 Вимірювач рефракції ока з просторовим розрізненням: Патент 47531, Україна, МКВ А61В3/00 / Чиж І.Г., Сокурєнко В.М.; Заявлено 17.02.2000; Опубл. 15.07.2002, Бюл. № 7.
- 72 Санитарные нормы и правила устройства и эксплуатации лазеров. № 5804-91. МНИИО. – 1991. – 94 с.
- 73 Salmon TO, Thibos LN, Bradley A. Comparison of the eye's wavefront aberration measured psychophysically and with the Shack-Hartmann wave-front sensor // J. Opt. Soc. Am. – 1998. – Vol. 15. – P. 2457 – 2465.
- 74 Wang L, Wang N, Koch DD. Evaluation of refractive error measurements of the Wavescan Wavefront system and the Tracey Wavefront aberrometer // J. Cataract. Refract. Surg. – 2003. – Vol. 29. – P. 970 – 979.
- 75 Xin Hong, Larry N. Thibos, Arthur Bradley, Russell L. Woods, Raymond A. Applegate / Comparison of Monochromatic Ocular Aberrations Measured with an Objective Cross-Cylinder Aberroscope and a Shack-Hartmann Aberrometer // Optometry and Vision Science. – 2003. – Vol. 80. – №. 1. – P.15 – 25.
- 76 Wei J., Lai S.T., Gomez N., Hutchinson R.A. Improving Accuracy of Refraction Derived form Wavefront Aberrometer Measurement // Invest Ophthalmol. Vis. Sci. – 2004. – V.45.
- 77 Solomon K.D, Fernandez de Castro L.E, Sandoval H.P, Vroman D.T. Comparison of wavefront sensing devices // Ophthalmol. Clin. North. Am.

– 2004. – Vol. 17 – P.119 – 127.

- 78 Rozema J.J., Van Dyck DE, Tassignon M.J. Clinical comparison of 6 aberrometers Part 2: Statistical comparison in a test group // J. Cataract. Refract. Surg. – 2006. – P. 33 – 44.
- 79 T.Salmon, van de Pol. C. Evaluation of a clinical aberrometer for lower-order accuracy and repeatability, higher-order repeatability, and instrument myopia. // Optometry - Journal of the American Optometric Association. – 2005. – Vol.76. – №. 8. – P. 461 – 472.
- 80 Liang C.L., Juo S.H., Chang C.J. Comparison of higher-order wavefront aberrations with 3 aberrometers // J. Cataract. Refract. Surg. – 2005. – Vol. 31. – P. 2153 – 2156.
- 81 Hament Willem J., Nabar Vaisjaly A., Nuijts Rudy M.M.A. Repeatability and validity of Zywave aberrometer measurements // J. Cataract. Refract. Surg. – 2005. – Vol. 28. – №. 12. – P. 2135 – 2141.
- 82 Laurence Warden, Yueai Liu, Perry S. Binder, Andreas W. Dreher, Lawrence Sverdrup. New Technology: Performance of a New Binocular Wavefront Aberrometer Based on a Self-imaging Diffractive Sensor // Journal of Refractive Surgery. – 2008. Vol. 24. – №. 2. – P. 188 – 196.
- 83 Jung Bin Won, Sun Woong Kim, Eung Kweon Kim, Byung Jin Ha, Tae-im Kim. Comparison of Internal and Total Optical Aberrations for 2 Aberrometers: iTrace and OPD Scan // Korean Journal of Ophthalmology. – 2008. – Vol. 22. – P. 210 – 213.
- 84 Bartsch D.U., Bessho K., Gomez L., Freeman W.R. Comparison of laser ray-tracing and skiascopic ocular wavefront-sensing devices // Eye. – 2008. – Vol. 22. – №. 11. – P.1384 – 1390.
- 85 Stefanie Knapp, Shady T. Awwad, Claudine Ghali, James P. McCulley. Comparative Study of Ocular Lower And Higher Order Aberrations Measurements By The Fourier-driven WaveScan And The Zernike-driven LADARWave Hartmann-Shack Aberrometers // Journal of Refractive Surgery. – 2009. – Vol. 25. – № 2. – P. 201 – 209.
- 86 Чиж І.Г., Афончина Н.Б., Якименко Т.М. Статистичне дослідження аметропії та астигматизма ока людини // Вісник НТТУ «КПІ». Серія приладобудування, 2009. – № 38.– С. 149 – 154.
- 86 Чиж І.Г., Шиша Т.О. Моделювання аберцій оптичної системи ока. Частина 1. Огляд і порівняльний аналіз фізичних аберційних моделей ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ», 2009.– №5.– С. 104-111.

- 87 Чиж І.Г., Афончина Н.Б., Якименко Т.М. Обґрунтування діапазонів вимірювання аметропії та астигматизму ока офтальмологічними аберометрами // Наукові вісті НТУУ «КПІ», 2010. – №1. – С.151–156.
- 88 Thibos L., Bradley A., Hong X. Statistical variation of aberration structure and image quality in a normal population of healthy eyes. // J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis – 2002. – Vol. 19. – P. 2329 –2348.
- 89 Larry N. Thibos, Arthur Bradley, Xin Hong. A Statistical Model of the Aberration Structure of Normal, Well-Corrected Eyes. // Ophthalmic and Physiological optics. – 2002. – Vol. 22. – P. 427 – 433.
- 90 Аветисов С.Э., Большунов А.В., Каталевская Е.А. Изучение влияния aberrаций оптической системы глаза на качество изображения глазного дна у пациентов с возрастной макулярной дегенерацией // Русский медицинский журнал, 2008. – Том 9. – № 1. – С. 10 – 12.
- 91 Porter J., Guirao A., Cox I., Williams D.R. Monochromatic aberrations of the human eye in a large population. // J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis – 2001. – Vol. 18. – P. 1793 – 1803.
- 92 Jose Francisco Castejon-Mochon, Norberto Lopez-Gil, Antonio Benito, Pablo Artal. Ocular wavefront aberration statistic in a normal young population. // Visio Research. – 2002. – Vol. 42. – P.1611 –1617.
- 93 Thomas S.Salmon, Corina van de Pol. Normal-eye Zernike coefficients and root-mean-square wavefront errors. // J. Cataract. Refract. Surgery – 2006. – Vol. 32. – P. 2064 – 2074.
- 94 Guirao A., Porter J., Williams D.R., Cox I. Calculated impact of higher-order monochromatic aberrations on retinal image quality in a population of human eyes. // J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis – 2002. – Vol. 19. – P. 1 – 9.
- 95 H. Cheng, J.K. Barnett, A.S. Vilupuru, J.D. Marsack, S.Kasthurirangan, R.A. Applegate, and A. Roorda / A population study on changes in wave aberrations with accommodation. // Journal of Vision. – 2004. – № 4. – P. 272 – 280.
- 96 Radhakrishnan H., Charman W.N. Age-Related changes in ocular aberrations with accommodation. // Journal of Vision. – 2007. – 7(7). – 11, P. 1 – 21.
- 97 Семчишен В., Мрохен М., Сайлер Т. Оптические aberrации человеческого глаза и их коррекция // Рефракционная хирургия и офтальмология. – 2003. – Том 3. – № 1. – С. 5 – 13.

- 98 <http://www.zeiss.ru/>
- 99 Патент Японии №51-40758, кл. GQ2B.
- 100 Овчинников Б.И., Полонская А.А., Полякова И.П. Оптическая модель глаза человека. // Оптический журнал. – 1996. – № 3. – С. 74 – 76.
- 101 <http://www.eyetechusa.com/framepage.htm>
- 102 Briones S. Optical quality of the cornea and the crystalline lens: Implementation of objective techniques and clinical applications. / Doctoral thesis. Madrid. – December. – 2003.
- 103 S. Norrby, P. Piers, C. Campbell and M. van der Mooren. Model eyes for evaluation of intraocular lenses // Appl. Opt. 46(26). – 2007. – P. 6595 – 6605.
- 104 Чиж І.Г., Шиша Т.О. Допустимі похибки аберометрії ока // Наукові вісті НТУУ “КПІ” . – 2011. – № 5.– С. 135 – 145.
- 105 Committee Z80 for Ophthalmic Standards. Methods for Reporting Optical Aberrations of Eyes —ANSI Standard Z80.28-2004. Merrifield, VA: Optical Laboratories Association; 2004.
- 106 Campbell C.E. A test eye for wavefront eye refractions // Journal of Refractive Surgery. – 2005 . – Vol. 21. – P. 127 – 140.
- 107 PCT/US2002/039139. A61B 3/103 Model eye and aberrometer calibration method. / Altmann Griffith E. Prior Publication Data US WO/2003/049606, 11.12.2001. Publication Date 19.06.2003.
- 108 PCT/US2002/039421. A61B 3/103 (2006.01) Apparatus and the associated methods for calibrating a wavefront sensor / Martino Ronald J. Prior Publication Data US WO/2003/051190, 14.12.2001. Publication Date 26.06.2003.
- 109 Cheng X, Himebaugh NL, Kollbaum PS, Thibos LN, Bradley A. Validation of a clinical Shack-Hartmann aberrometer. // Optom Vis Sci. – 80(8):587-595, 2003.
- 110 Rodriguez P., Navarro R, Arines J, Bara S. A new calibration set of phase plates for ocular aberrometers. // Journal of Refractive Surgery. – 2006. – 22(3). – P. 275 – 284.
- 111 Rafael Navarro, Esther Moreno-Barriuso, Salvador Bará, and Teresa Mancebo. Phase plates for wave-aberration compensation in the human eye. // Optics Letters. – 2000. – Vol. 25. – Issue 4. – P. 236 – 238.
- 112 Salvador Bara, Teresa Mancebo and Esther Moreno-Barriuso. Positioning tolerances for phase plates compensating aberrations of the human eye. //

- Appl. Opt. – 2000. – Vol. 39. – P. 3413 – 3420.
- 113 Rodriguez P., Navarro R., Aporta J., Ares J., Bará S. Manufacture and testing of a calibration set for ocular aberrometers. // II EOS Topical Meeting on Physiological Optics. – 2004, 20-23 september, Granada.
- 114 Zhao-Qi Wang, Huan-Qing Guo. The construction of individual eye model based on eye's wavefront aberration measurement // Proc. SPIE, 2005. – Volume. – 5894. – P. 79 –87.
- 115 Acosta E; Bará S. Variable aberration generators using rotated Zernike plates. // J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis. – 2005. – Sep. – Vol. 22 (9). – P. 1993 –1996.
- 116 Navarro R.; Gonzalez Luis; Hernandez-Matamoros Jos L. On the prediction of optical aberrations by personalized eye models. // Optometry & Vision Science, 2006. – 83(6). – P. 371 – 381.
- 117 Bará Viñas, Salvador; Mancebo López, Teresa; Navarro Belsué, Rafael. Láminas de fase compensadoras de aberraciones oculares de alto y bajo orden. ES2163369, BOPI March 1, 2003. Publication date: 2002-01-16.
- 118 Галецкий С.О., Беляков А.И., Черезова Т.Ю., Кудряшов А.В. Создание модели человеческого глаза методами адаптивной оптики. // Оптический журнал, 2006. – Том 73. – № 7. – С.79 – 82.
- 119 Шиша Т.О., Чиж І.Г. Моделювання абераций оптичної системи ока Ч. 1. Огляд і порівняльний аналіз фізичних аберацийних моделей ока. // Наукові вісті. 2009. – № 5. – С. 104 – 111.
- 120 Україна, Патент № 27813 від 12.11.07 на корисну модель /Абератор оптичної системи ока для тестування офтальмологічних аберометрів / МКВ А61В 3/00. / Чиж І.Г., Шиша Т.О.
- 121 Чиж І.Г., Афончина Н.Б., Шиша Т.О. Модель оптичної системи ока для тестування і сертифікації офтальмологічних аберометрів // Вісник НТУУ України «КПІ». Серія приладобудування. – 2007.– № 27.– С. 150 – 157.
- 122 Шиша Т.О., Чиж І.Г. Моделювання абераций оптичної системи ока. Ч.2 Технологічні похибки дволінзової аберацийної фізичної моделі ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2009. – № 6. – С. 116 – 123.
- 123 Чиж І.Г. Визначення величини аметропії за допомогою функції хвильової абератії оптичної системи ока // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2002. – № 2. – С. 100 – 106.

124. Gomez A.C., et al Principles and Clinical Applications of Ray-Tracing aberrometry (Part I) // Journal of Emmetropia .-2012.-V.3.-P. 96-110.

Наукове видання

**Чиж** Ігор Генріхович  
**Тимчик** Григорій Семенович  
**Шиша** Тетяна Олександрівна  
**Афончина** Наталія Борисівна

**Аберометрія оптичної системи  
ока людини**

Монографія

*В авторській редакції  
Надруковано з оригінал-макета замовника*

Темплан 2013 р., поз. 3-1-004

---

НТУУ «КПІ» ВПІ ВПК «Політехніка»  
Свідоцтво ДК № 1665 від 28.01.2004 р.  
03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15  
Тел. (044) 406-81-78